Processat Morfològic d'imatges

Menú

1. Imatges binàries

- Introducció
- Erosions i dilatacions
- Transformada de distància
- Opening i closing
- Dilatació condicional
- Reconstrucció
- Aplicacions
- Esquelets

Introducció

- La morfologia és una eina matemàtica que ens permet treballar amb estructures espaials. L'objectiu és l'anàlisi de les formes dels objectes
-Sorgeix a finals dels 70 (*Ecole des mines. Paris*)
-Es popularitza a partir de la publicació de:

J. Serra. *Image Analysis and Mathematical Morphology*. Academic Press, 1982.

-Molt útil per a les aplicacions on la forma dels objectes és important. P ex: inspecció industrial, ocrs, geologia, imatges biològiques microscòpiques...

- L'enfoc clàssic del processat d'imatges és proper al càlcul matemàtic (concepte de funció imatge, operadors linials ...)
- L'enfoc morfològic es basa en àlgebra no linial i treballa amb conjunts de punts, la seva forma i conectivitat.

Estructures de base

PROCESSAT LINIAL

Estructura bàsica: Espai Vectorial

Conjunt de vectors V i conjunt d'escalars K tals que:

1) V és un grup commutatiu
2) K és un cos
3) Existeix una llei de producte extern entre escalars i vectors

MORFOLOGIA MATEMÀTICA

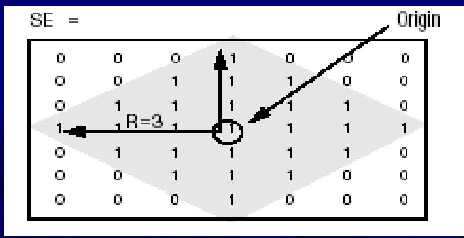
Estructura bàsica: Reticle (lattice)

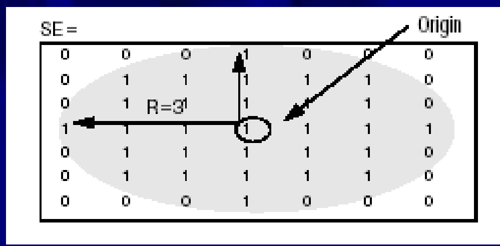
Conjunt L tal que:

1) L està dotat d'un ordenament parcial, és a dir una relació $\leq$ amb:
   $A \leq A$
   $A \leq B,\ B \leq A \Rightarrow A=B$
   $A \leq B,\ B \leq C \Rightarrow A \leq C$
2) Per a cada família d'elements $\{xi\} \in L$, existeix en L:

Infim: La major fita inferior $\wedge\{xi\}$
Suprem:La menor fita superior $\vee\{xi\}$

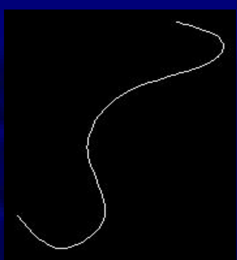
L'element estructurant





Dilatació

- Cal una imatge i un element estructurant



Imatge original

Element estructurant

Imatge dilatada

Dilatació

1 $\delta_B(A) = \bigcup (B)_x \, , x \in A$

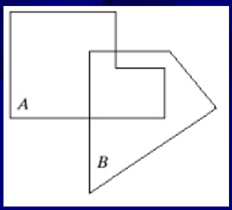
2 $\delta_B(A) = \bigcup (A)_x \, , x \in B$

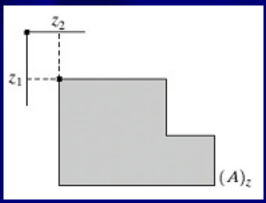
3 $\delta_B(A) = \{x | (\check{B})_x \cap A \neq \emptyset\}$

Traslació

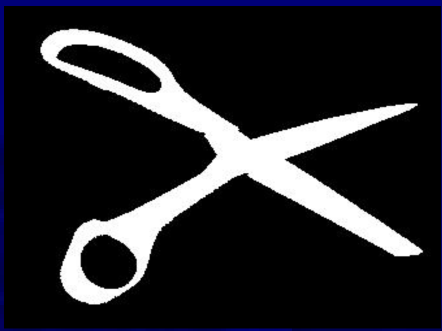
$f_b(x) = f\,(x - b)$

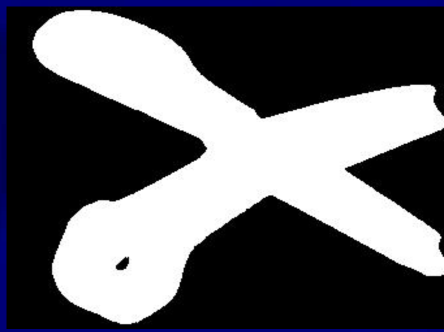
El valor de la imatge traslladada en un pixel x, és igual al valor de la imatge original en la posició traslladada pel vector oposat





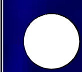
Dilatació





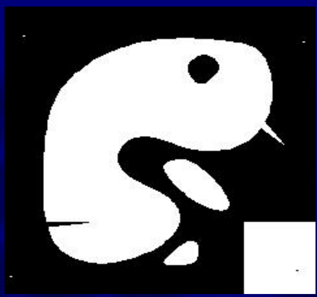
Dilatació

EE



Erosió

- Cal una imatge i un element estructurant



Imatge original

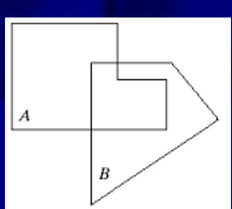
Element estructurant

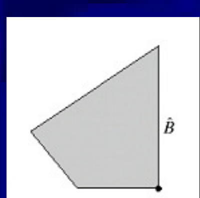
Imatge erosionada

Reflexió

Ă = {-a | a ∈ A}

La reflexió d'un conjunt B es defineix com el seu simètric respecte de l'origen



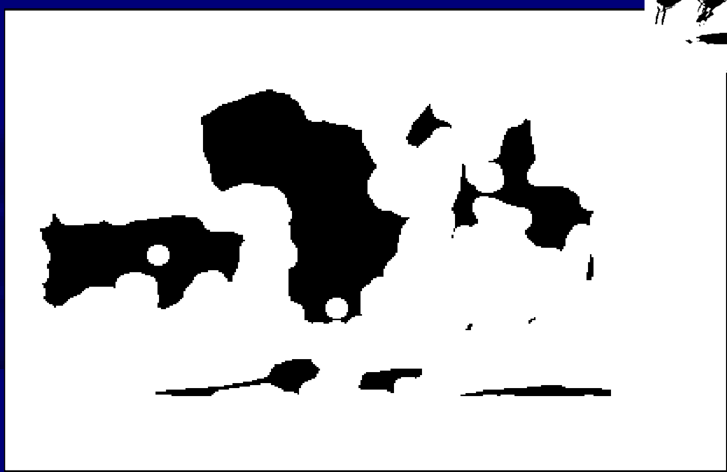


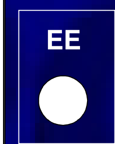
Erosió

1 $$\varepsilon_B(f) = \nu(\delta_{\check{B}}(\nu(f)))$$

2 $$\varepsilon_B(A) = \{x \mid (B)_x \subseteq A\}$$

Erosió





Propietats d’erosió i dilatació

- Són duals una respecte de l’altra $\varepsilon_B = C\delta_B C$

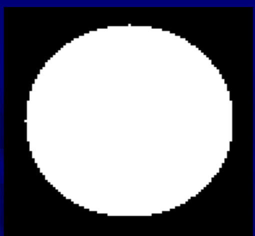
-Són creixents
$$f \leq g \Rightarrow \begin{cases} \varepsilon(f) \leq \varepsilon(g) \\ \delta(f) \leq \delta(g) \end{cases}$$

- Composició
$$\delta_{B2}\delta_{B1} = \delta_{(\delta_{\breve{B}2}B1)} \qquad \delta_{nB} = \delta_B^{(n)}$$
$$\varepsilon_{B2}\varepsilon_{B1} = \varepsilon_{(\delta_{\breve{B}2}B1)}$$

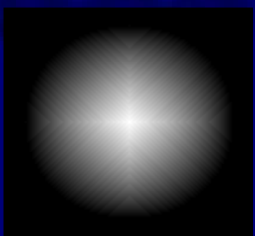
- Relació d’ordre $\varepsilon_B \leq \delta_B$

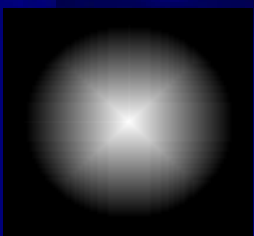
Transformada de distància

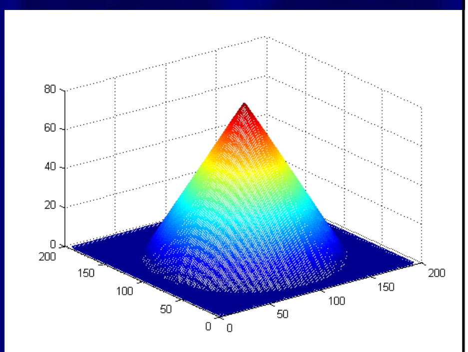
- El valor dels píxels de la imatge resultat representen la distància desde el píxel fins a la vora de la forma connexa a la que pertany


Imatge original


Mètrica euclídea

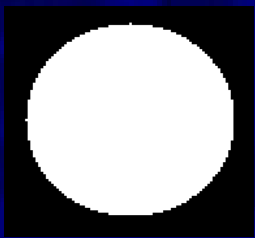

Mètrica C-8


Mètrica C-4

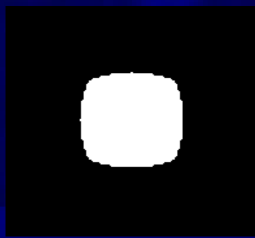


Transformada de distància

- Combinada amb l'operació 'threshold' emula una erosió.
- L'exemple mostra el resultat de binaritzar (llindar=41) la imatge distància (mètrica C-4). És equivalent a erosionar amb un EE C-4 de radi 41



Imatge original



Imatge resultat

Opening

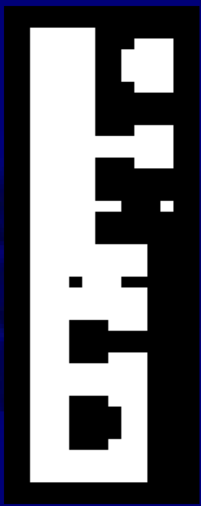
- Es pot expressar com la composició d'una erosió seguida d'una dilatació.

$$\gamma_B(f) = \delta_{\breve{B}}\left[\varepsilon_B(f)\right]$$

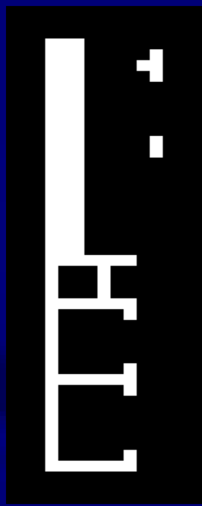
- O també directament a base d'operacions de conjunts:

$$\gamma_B(X) = \bigcup_X \left\{ B_X \;\middle|\; B_X \subseteq X \right\}$$

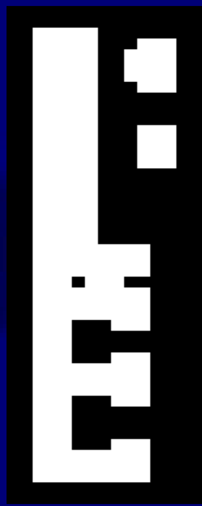
Opening



Imatge original

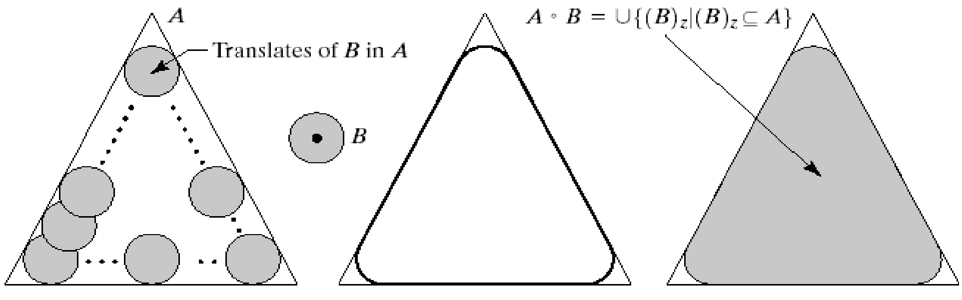


Imatge erosionada (EE 3x3 quad.)



Imatge oberta (erode+dilate)

Opening



a b c d

FIGURE 9.8 (a) Structuring element B "rolling" along the inner boundary of A (the dot indicates the origin of B). (c) The heavy line is the outer boundary of the opening. (d) Complete opening (shaded).

Closing

- Es pot expressar com la composició d'una dilatació seguida d'una erosió.

$$\phi_B(f) = \varepsilon_{\breve{B}}\left[\delta_B(f)\right]$$

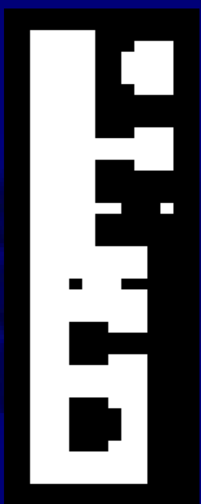
- O bé:

$$\phi_B(X) = \bigcap_X \left\{ B_X^c \; \middle| X \subseteq B_X^c \right\}$$

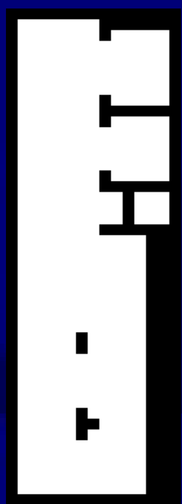
- O bé (dualitat amb l'open):

$$\phi_B(X) = \left[\bigcup_X \left\{ B_X \; \middle| B_X \subseteq X^c \right\} \right]^c$$

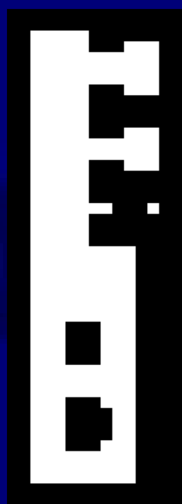
Closing



Imatge original

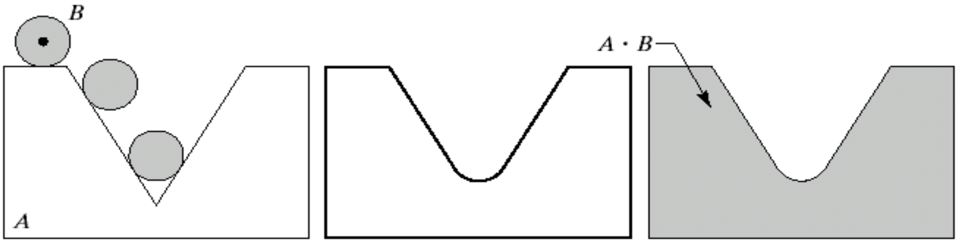


Imatge dilatada (EE 3x3 quad.)



Imatge tancada (dilate+erode)

Closing



a b c

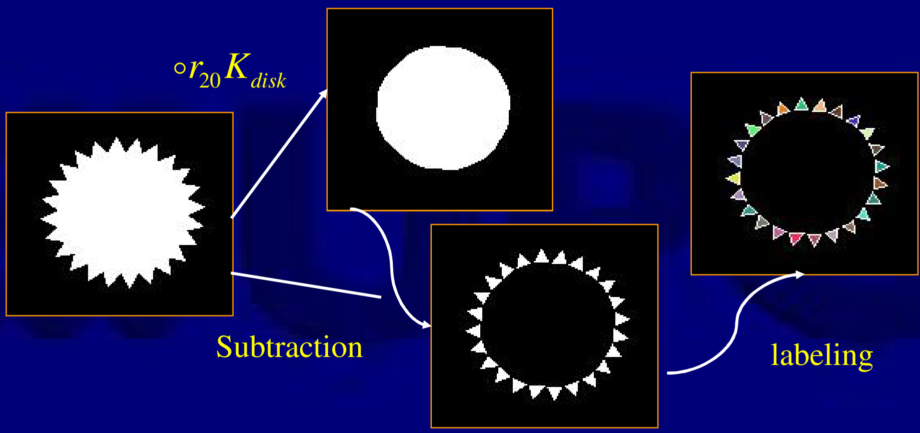
FIGURE 9.9 (a) Structuring element B "rolling" on the outer boundary of set A. (b) Heavy line is the outer boundary of the closing. (c) Complete closing (shaded).

Propietats de l'open i el close

- Invariants a la traslació del EE
- Idempotència $\gamma\gamma = \gamma ; \phi\phi = \phi$
- Dualitat $\gamma_B = C\phi_B C$
- l'open és anti-extensiu i el close és extensiu $\gamma_B \leq id \leq \phi_B$
- Operadors creixents

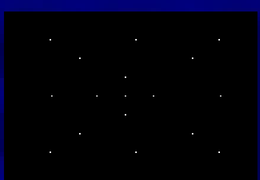
$$f \leq g \Rightarrow \begin{cases} \gamma(f) \leq \gamma(g) \\ \phi(f) \leq \phi(g) \end{cases}$$

Deteció de les dents

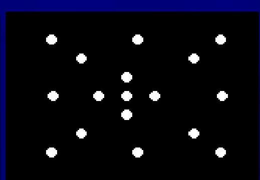


Dilatació condicional

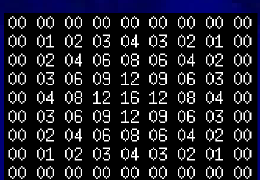
- Cal una imatge d’entrada (markers), una imatge condicionant i el EE
- El resultat ve donat per la intersecció entre la imatge d’entrada dilatada amb la imatge condicionant



Im. markers



Im. dilatada



00	00	00	00	00	00	00	00	00
00	01	02	03	04	03	02	01	00
00	02	04	06	08	06	04	02	00
00	03	06	09	12	09	06	03	00
00	04	08	12	16	12	08	04	00
00	03	06	09	12	09	06	03	00
00	02	04	06	08	06	04	02	00
00	01	02	03	04	03	02	01	00
00	00	00	00	00	00	00	00	00

Im. condició

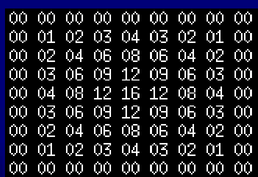
Im. resultat

Reconstrucció

- Cal una imatge d'entrada, una imatge de marques i el EE
- Es van aplicant dilatacions condicionals fins arribar a una imatge estable.

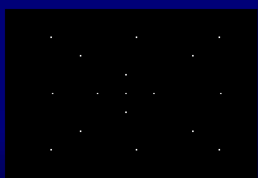
$$
\begin{aligned}
\delta_{B_c,G}(F) &= \delta_{B_c}(F) \wedge G \\
\delta^{n}_{B_c,G}(F) &= \underbrace{\delta_{B_c,G}(\delta_{B_c,G}(\cdots \delta_{B_c,G}(f \wedge g)))}_{n} \\
\gamma_{B_c,F}(G) &= \delta^{\infty}_{B_c,G}(F)
\end{aligned}
$$

Reconstrucció

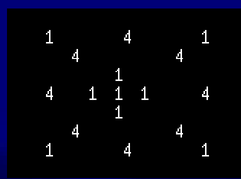


00	00	00	00	00	00	00	00	00
00	01	02	03	04	03	02	01	00
00	02	04	06	08	06	04	02	00
00	03	06	09	12	09	06	03	00
00	04	08	12	16	12	08	04	00
00	03	06	09	12	09	06	03	00
00	02	04	06	08	06	04	02	00
00	01	02	03	04	03	02	01	00
00	00	00	00	00	00	00	00	00

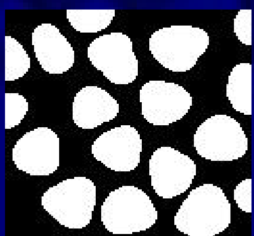
Im. original

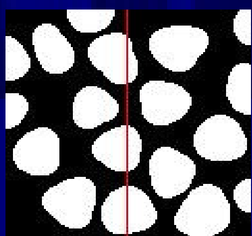


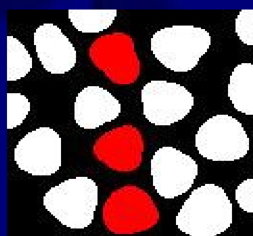
Im. marques



Im. resultat

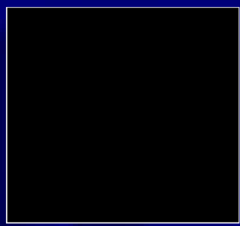






Exemple: tancament de forats

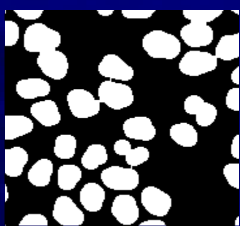
Im. original



Im. marques

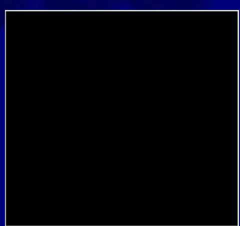
Im. resultat

Exemple: eliminació d'objectes a les vores



Im. original

Reconstrucció

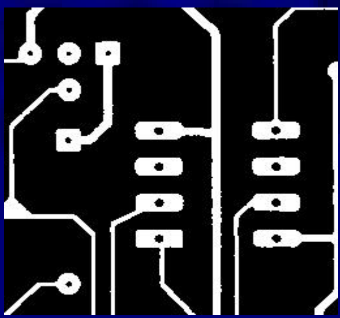


Im. marques

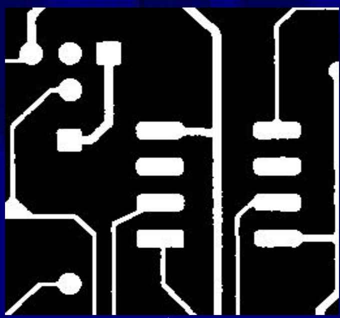
Im. resultat

Aplicacions

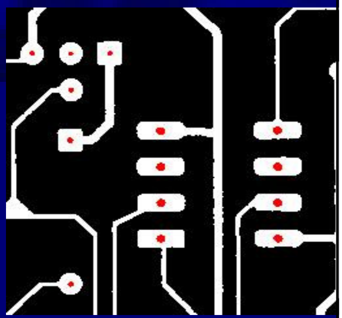
Extracció de les diferents parts d'un circuit imprès



a

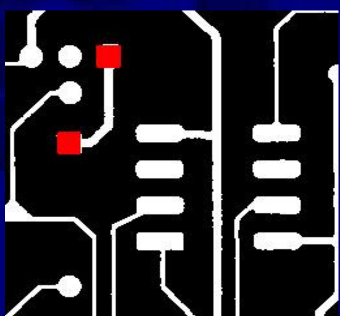


b

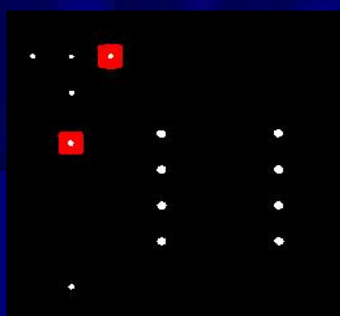


c

Aplicacions

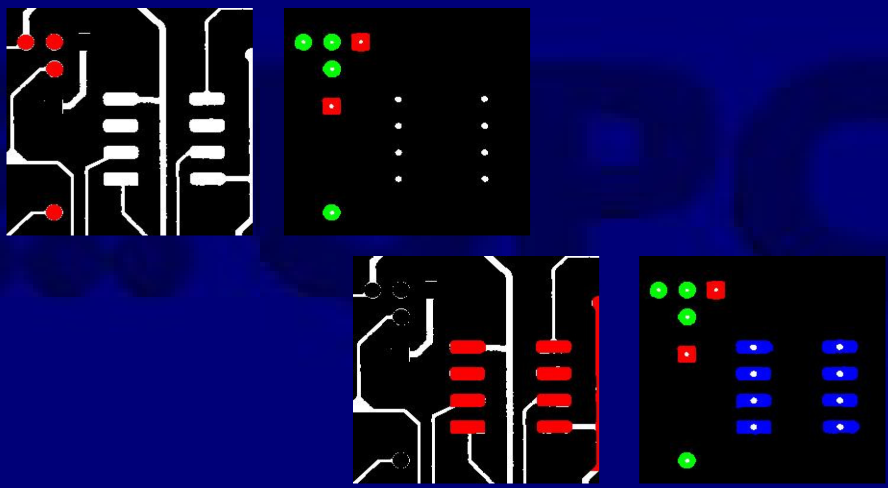


d

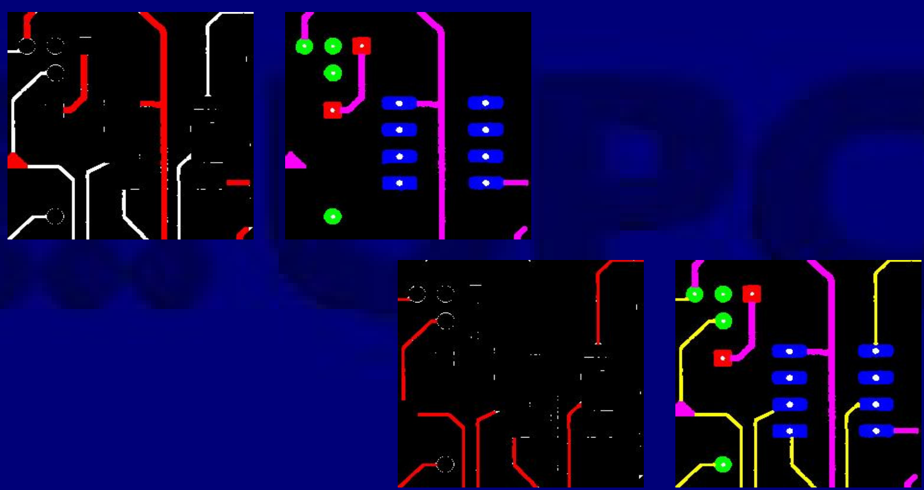


e

Aplicacions



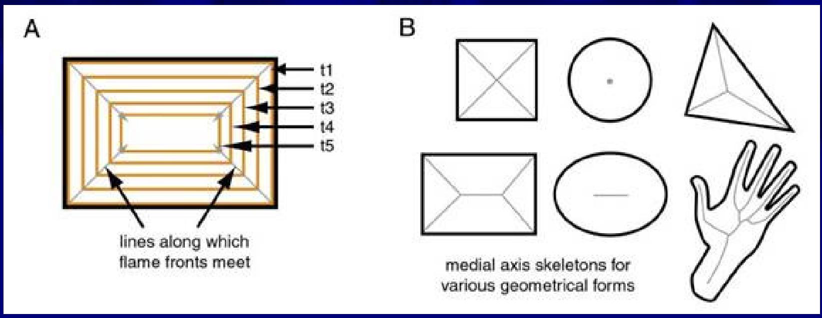
Aplicacions



Esquelets

- Consisteix en afinar l'objecte fins a obtenir un conjunt de línies, preservant la homotopia.
- Les línies resultants són l'esquelet o 'medial axis'
- Transformació idempotent, anti-extensiva i no creixent.

- L'analogia 'grassfire':



Esquelets

- Maximal disks

$$x \in SK(A) \Leftrightarrow$$

$$\exists y_1, y_2 \in \partial A \,\middle|\, y_1 \neq y_2 \text{ i } d(x, \partial A) = d(x, y_1) = d(x, y_2)$$

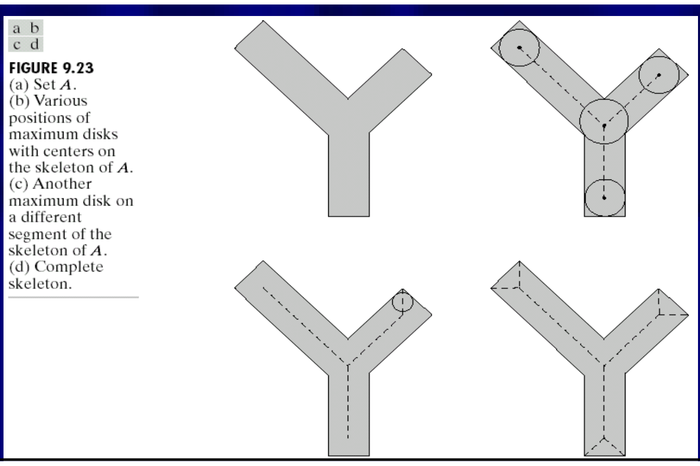
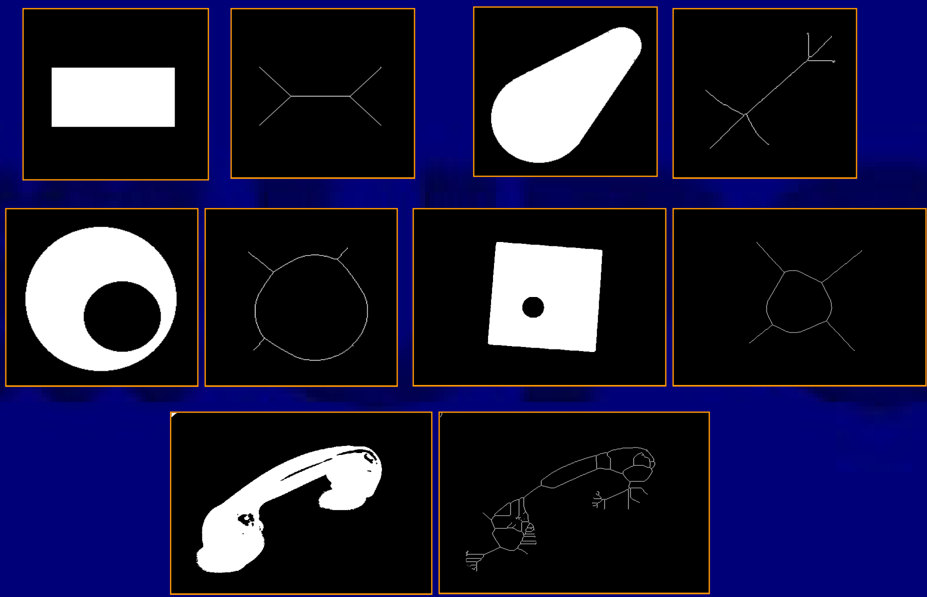


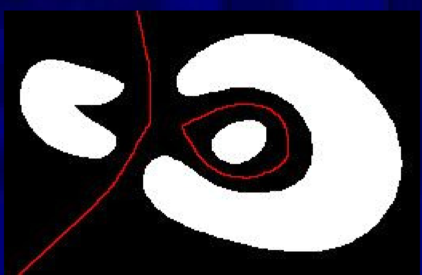
FIGURE 9.23 (a) Set A. (b) Various positions of maximum disks with centers on the skeleton of A. (c) Another maximum disk on a different segment of the skeleton of A. (d) Complete skeleton.

Esquelets. Sensibilitat a variacions del contorn



SKIZ

- Skeleton by Influence Zones
- Zona d'influència : Conjunt de píxels d'una imatge binària que estan més propers a una component connexa que a la resta
- SKIZ: Vores de les zones d'influència



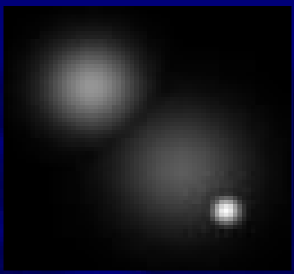
Menú

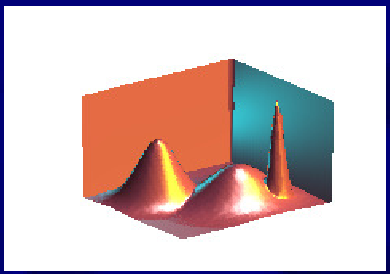
2. Imatges multinivell

- Extensió a imatges multinivell
- Operadors bàsics sobre imatges multinivell
- Residus
    - Gradient morfològic
    - top-hat
- Reconstrucció multinivell.
- Segmentació morfològica: Watershed
- El problema de la sobresegmentació. Segmentació amb marques
- Màxims i mínims regionals

Morfologia per a imatges multinivell

- És útil imaginar les imatges multinivell com models d'elevació del terreny. On el nivell de gris de cada píxel representa l'alçada.





- 2 models per extendre els operadors binaris per treballar amb imatges multinivell:
    - Descomposició per llindars
    - Umbra d'una funció

Descomposició per llindars

- Una imatge multinivell es pot descomposar en varies imatges binàries (*cross sections*) binaritzant-la a cada nivell de gris.
- La *cross section* de nivell 't' ve donada pel conjunt de tots els píxels de valor major o igual que 't'. $F(t) = \{x | f(x) \geq t\}$
- La imatge es pot reconstruir a partir de les cross sections.

$$f(x) = Max\{t | x \in F(t)\}$$

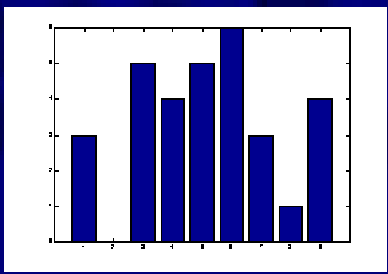


fig.a

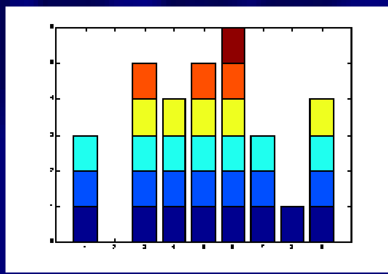
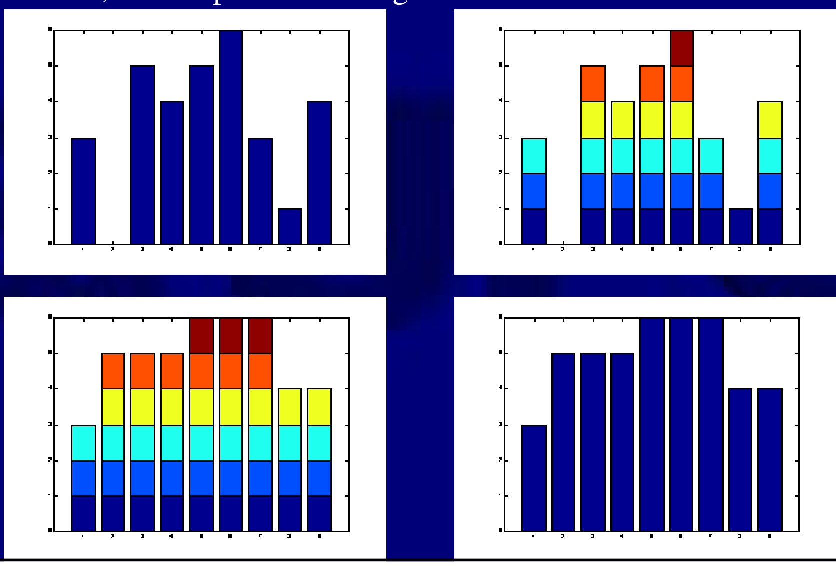


fig.b

Descomposició per llindars

- Per dilatar una imatge multinivell, la descomposem en cross sections, les dilatem, i recomposem la imatge.

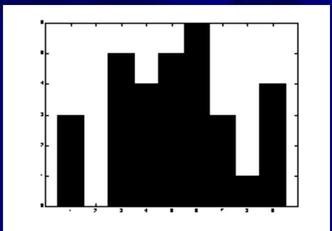


Umbra d'una funció

- La umbra d'una funció f, SG(f) és el conjunt de punts (x,t) que queden per sota la funció. $SG(f) = \{(x,t) | 0 < t \leq f(x)\}$
- Per a recuperar la funció a partir de la umbra, busquem la top surface. El top d'un conjunt ve donat per:

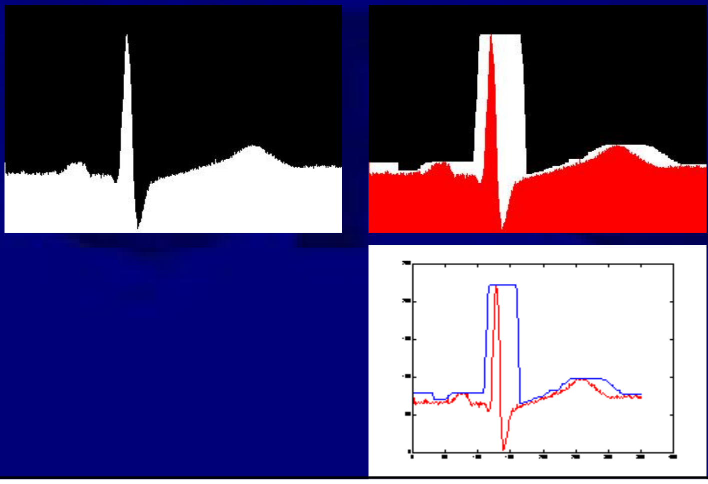
$$T(A)(x) = \begin{cases} max\{t|(x,t) \in A\} & \\ 0 & \text{if } (x,t) \notin A \end{cases}$$

- Cal afegir una dimensió més a la funció per a convertir-la en un conjunt. La figura ens mostra un senyal 1D representat com a imatge binària 2D



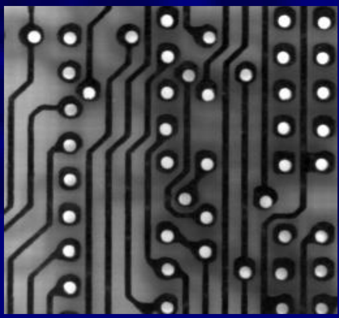
Umbra d'una funció

- El dilate de la imatge multinivell és el top del dilate binari de la seva umbra. $\delta_B(f) = T(\delta_B(SG(f)))$
- Representem la umbra d'un senyal ECG com imatge binària. El dilatem. Obtenim el top i el representem en un plot junt amb el senyal original:



Dilatació multinivell

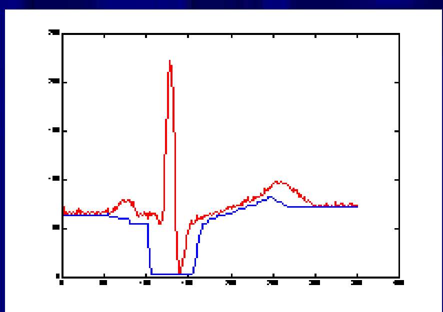
$$\delta_B(f)(x) = \max\{f(y) : y \in (\check{B} + x)\}$$



Erosió multinivell

$$\varepsilon_B(f)(x) = min\{f(y) : y \in (B + x)\}$$

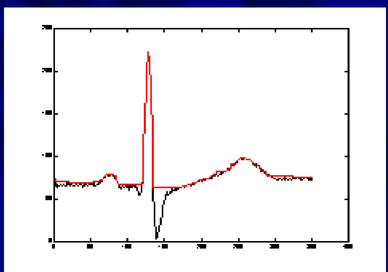
- La imatge mostra el resultat de erosionar un senyal 1D usant un EE assimètric.



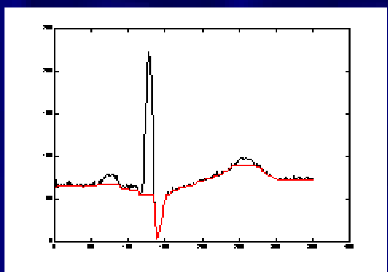
Erosió multinivell

Open i Close multinivell

- Es construeixen òbviament a partir del dilate i erode.
- Les imatge mostren el resultat de obrir i tancar un senyal 1D usant un EE de mida 30

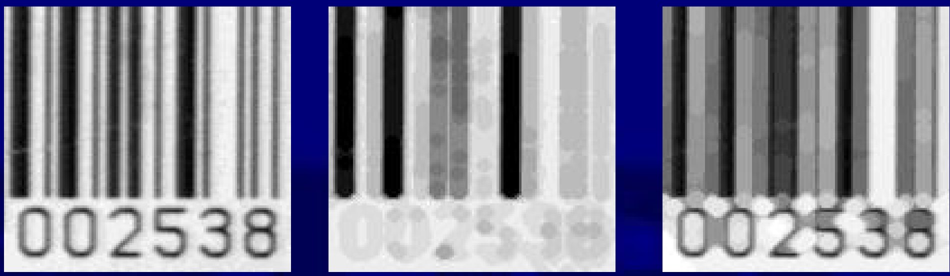


close



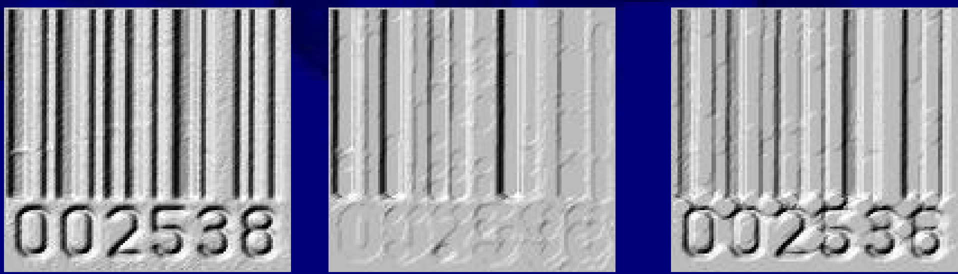
open

Open i Close multinivell



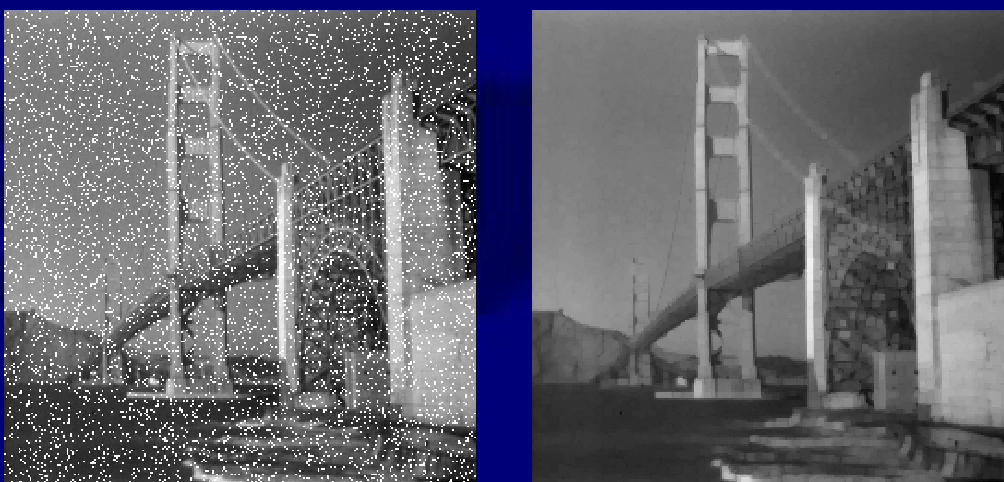
close

open



Aplicacions de l'opening

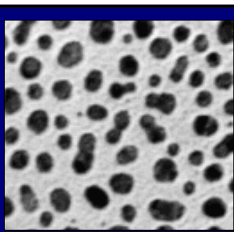
Filtrat de soroll impulsional

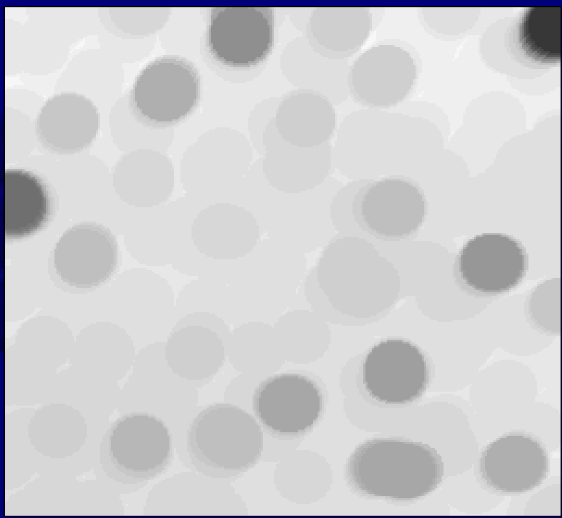


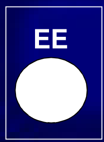
Aplicacions de l'opening

Filtrat de soroll impulsional amb operador gaussià

Closing multinivell







Residus

- És la part de la imatge que ha estat eliminada al filtrar.
- Diferenciem dos grups: gradient morfològic i top-hat.

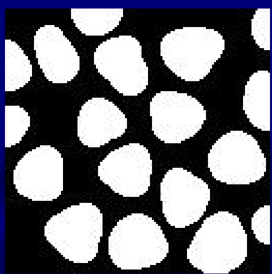
- Gradient morfològic:
    - intern (imatge – erosió)
    - extern (dilatació – imatge)
    - tos dos (dilatació – erosió)
    - Laplacià (gradient extern – gradient intern)

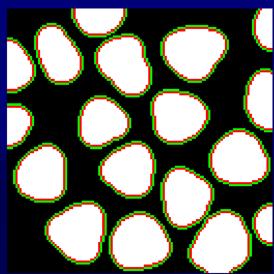
$$\rho_B = \delta_B - \varepsilon_B$$

- Top hat:
    - open top-hat (imatge – opening) $WTH(f) = f - \gamma(f)$
    - close top-hat (closing – imatge) $BTH(f) = \phi(f) - f$

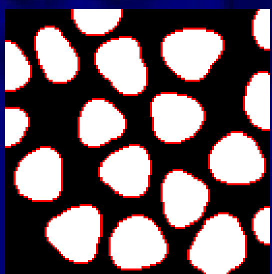
Extracció de contorns

- Usarem el gradient morfològic

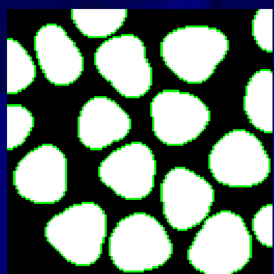




doble



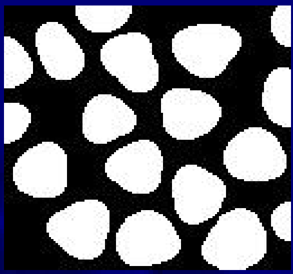
intern

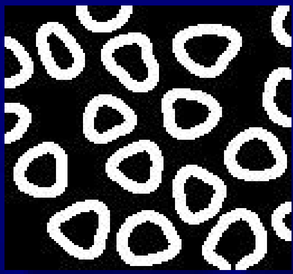


extern

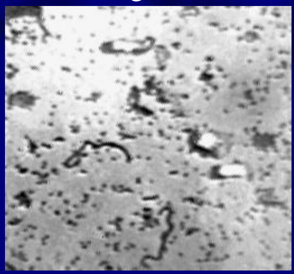
Extracció de contorns

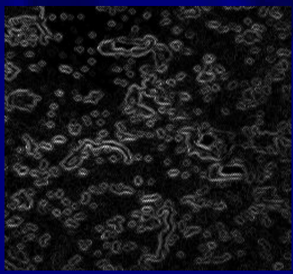
- La mida del EE determina el gruix del contorn





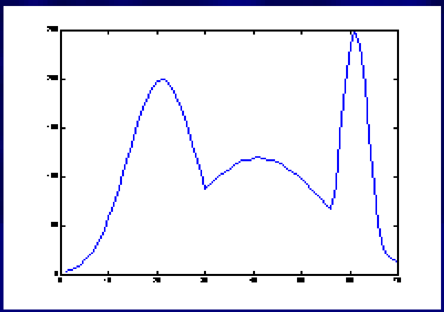
- Podem extreure gradients d'imatges multinivell:

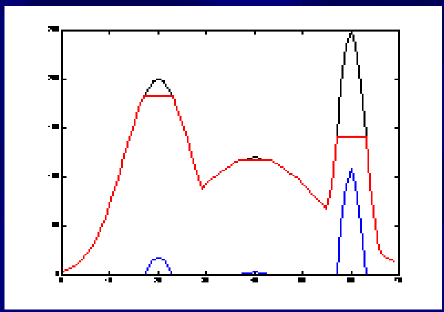




Open top-hat

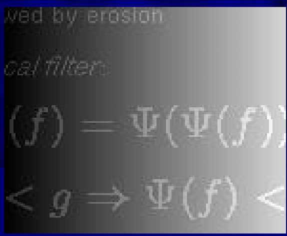
- Detectem pics més estrets que el EE.



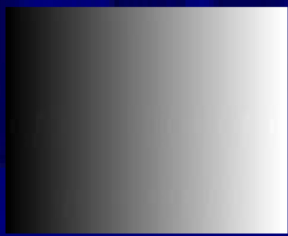


Open top-hat

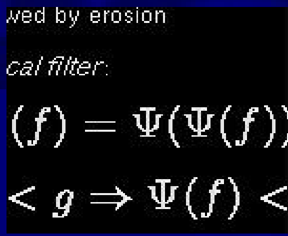
- La imatge original està corrompuda amb iluminació no uniforme.
- Recuperem la imatge original amb un top-hat.
- Cal fer l'opening usant un EE més gruixut que les estructures de la imatge original



Original



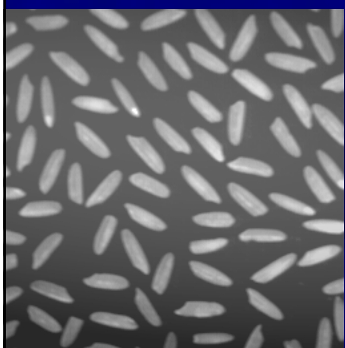
Open



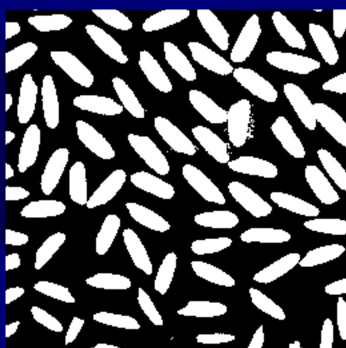
Top-hat

Open top-hat

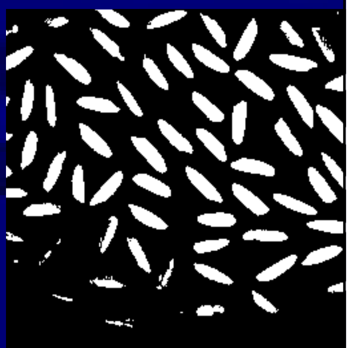
- Volem segmentar els grans d'arròs
- La imatge està corrompuda amb iluminació no uniforme.



Original



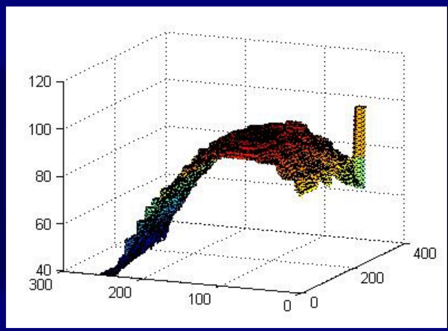
binarització al 40%



binarització al 60%

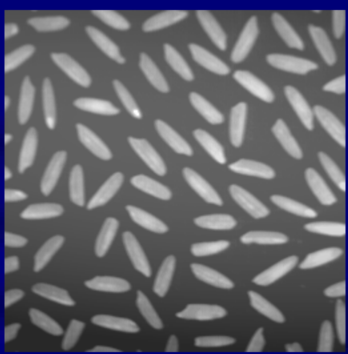
Open top-hat

Opening

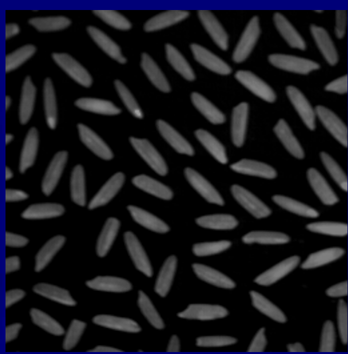


Representació 3D

Open top-hat



Original



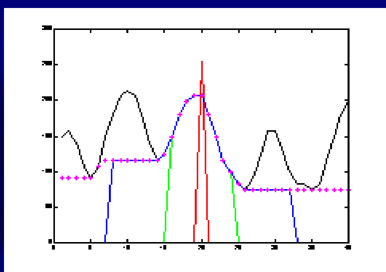
top hat

Open top-hat

top hat　　binarització al 16%　　imatge etiquetada

Reconstrucció multinivell

- Es defineix igual que la binària: seqüència infinita de dilatacions del marker condicionades a la imatge original

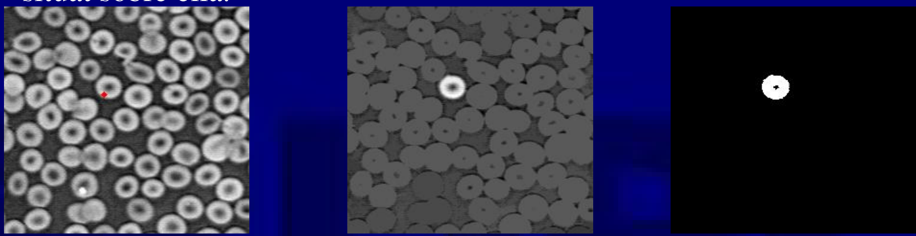


-Reconstrucció per dilatació: $R_g^{\delta}(f) = \delta_g^{\infty}(f)$

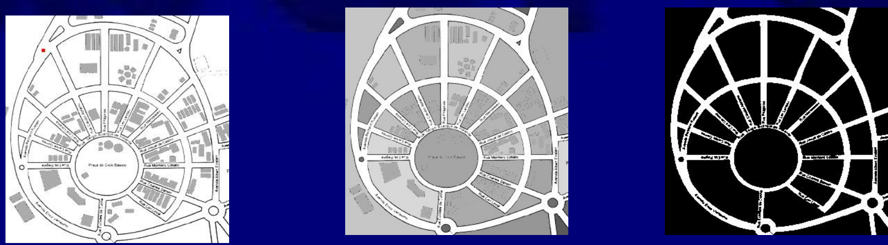
-Reconstrucció per erosió: $R_g^{\varepsilon}(f) = \varepsilon_g^{\infty}(f)$

Reconstrucció multinivell

- Segmentem una única cel.lula a partir d'un pixel de valor 255 (marker) situat sobre ella.

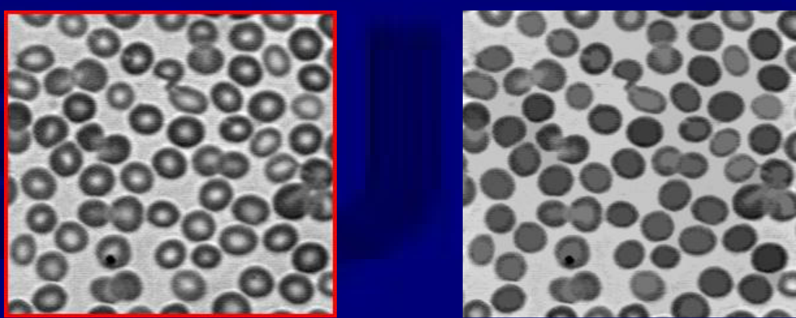


- Segmentem els carrers del mapa situant el marker sobre un dels carrers



Exemple: eliminació de regions aillades

- Eliminem el centre de les cel.lules de la imatge
- Creem un marc de imatge de valor 255 (marker)



UPC