Маньківський В.В. ВТ-21-1(2) СР Дослідження функцій

№1

$y = 2x^3 + 15x^2 + 36x - 5$

ОДЗ $x \in (-\infty; +\infty)$

$y(0) = -5$

Перевірка на парність

$f(-x) = -2x^3 + 15x^2 - 36x - 5$

Ні парна, ні непарна

Функція не має точок розриву

$y' = 6x^2 + 30x + 36$

$6x^2 + 30x + 36 = 0$

$x^2 + 5x + 6 = 0$

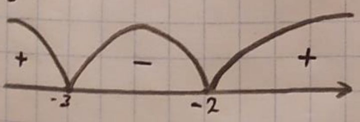
$x_1 = -3$; $x_2 = -2$

Інтервали монотонності $(-\infty; -3) \cup (-3; -2) \cup (-2; +\infty)$;

$y'(-4) = 6 \cdot (-4)^2 + 30 \cdot (-4) + 36 = 12 > 0$

$y'(-2,5) = 6 \cdot (-2,5)^2 + 30 \cdot (-2,5) + 36 = -\frac{3}{2} < 0$

$y'(0) = 36 > 0$



Зростає $(-\infty; -3)$, $(-2; +\infty)$

Спадає $(-3; -2)$

№1 $y(-3)=2\cdot(-3)^3+15\cdot(-3)^2+36\cdot(-3)-5=-32$ - максимум

$y(-2)=2\cdot(-2)^3+15\cdot(-2)^2+36\cdot(-2)-5=-33$ - мінімум

$y''=12x+30$

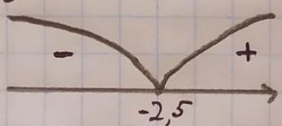
$12x+30=0$

$x=-2,5$

$(-\infty;-2,5)\cup(-2,5;+\infty)$;

$y''(-3)=12\cdot(-3)+30=-6<0$;

$y''(-2)=12\cdot(-2)+30=6>0$;



Вгнута $(-2,5;+\infty)$

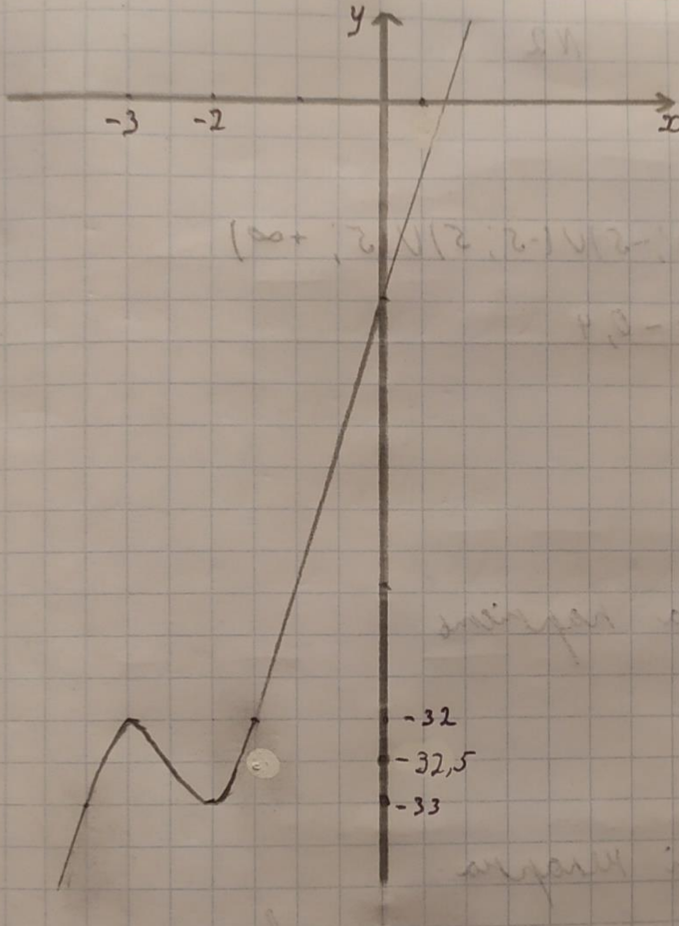
Опукла $(-\infty;-2,5)$

$y(-2,5)=2(-2,5)^3+15\cdot(-2,5)^2+36\cdot(-2,5)-5=-32,5$

$y=kx+b$

$k=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2x^3+15x^2+36x-5}{x}=\infty$

Асимптот не існує



N1

N2

$$y = \frac{6(x-1)}{x^2+15}$$

ОДЗ $x \in (-\infty; +\infty)$

$$y(0) = \frac{-6}{15} = -\frac{2}{5} = -0,4$$

$$\frac{6(x-1)}{x^2+15} = 0$$

$x = 1$

Перевірка на парність

$$f(-x) = \frac{6(-x-1)}{x^2+15}$$

Ні парна, ні непарна

Функція не має точок розриву

$$y' = \frac{(6x-6)' \cdot (x^2+15) - (6x-6) \cdot (x^2+15)'}{(x^2+15)^2} = \frac{6(x^2+15) - (6x-6) \cdot 2x}{(x^2+15)^2} =$$

$$= \frac{-6x^2+12x+90}{(x^2+15)^2}$$

$$\frac{-6x^2+12x+90}{(x^2+15)^2} = 0$$

$$-6x^2+12x+90 = 0$$

$$x^2-2x-15 = 0$$

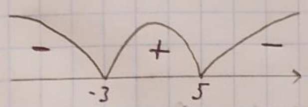
$x_1 = -3 \qquad x_2 = 5$

Інтервали монотонності $(-\infty; -3) \cup (-3; 5) \cup (5; +\infty)$ №2

$$y'(-4) = \frac{-6 \cdot (-4)^2 + 12 \cdot (-4) + 90}{((-4)^2 + 15)^2} = -\frac{54}{961} < 0$$

$$y'(0) = \frac{-6 + 12 + 90}{15^2} = \frac{2}{5} > 0$$

$$y'(6) = \frac{-6 \cdot 6^2 + 12 \cdot 6 + 90}{(6^2 + 15)^2} = -\frac{6}{289} < 0$$



Зростає $(-3; 5)$

Спадає $(-\infty; -3) \cup (5; +\infty)$

$$y(-3) = \frac{6(-3-1)}{(-3)^2 + 15} = -1$$ - мінімум

$$y(5) = \frac{6(5-1)}{5^2 + 15} = \frac{3}{5}$$ - максимум

$$y'' = \frac{(-6x^2 + 12x + 90)' \cdot (x^2+15)^2 - (-6x^2 + 12x + 90) \cdot ((x^2+15)^2)'}{(x^2+15)^4} =$$

$$= \frac{(-12x + 12) \cdot (x^2+15)^2 - (-6x^2 + 12x + 90) \cdot 4x(x^2+15)}{(x^2+15)^4} =$$

$$= \frac{(-12x + 12)(x^2+15) - (-6x^2 + 12x + 90) \cdot 4x}{(x^2+15)^3} = \frac{-12x^3 - 180x + 12x^2 + 180 + 24x^3 - 48x^2 - 360x}{(x^2+15)^3} =$$

$$= \frac{12x^3 - 36x^2 - 540x + 180}{(x^2+15)^3}$$ Якщо $y'' = 0$, x немає коренів

N2 $y = kx + b$

$$k = \lim_{x \to \infty} \frac{6(x-1)}{x^3+15x} = \lim_{x \to \infty} \frac{6x-6}{x^3+15} = \frac{0}{1} = 0$$

$$b = \lim_{x \to \infty} \left(\frac{6(x-1)}{x^2+15} - 0 \cdot x \right) = \lim_{x \to \infty} \frac{6(x-1)}{x^2+15} = \lim_{x \to \infty} \frac{6x-6}{x^2+15} = \frac{0}{1} = 0$$

$y = 0$ – горизонтальна асимптота