

N 12.17

$a = -3$ $b = 5$

X	Y			
	-3	-1	1	3
2	0,02	0,05	0,04	0,01
3	0,05	0,2	0,11	0,04
4	0,06	0,12	0,11	0,04
5	0,02	0,06	0,05	0,02

Закон распределения ^① ~~каждому~~ X.

X	2	3	4	5
p_i	0,12	0,4	0,33	0,15

Закон распределения ~~каждому~~ Y

Y	-3	-1	1	3
p_i	0,15	0,43	0,31	0,11

②
Числовые характеристики X :

$$M(X) = m_x = \sum_{i=1}^4 x_i p_i = 2 \cdot 0,12 + 3 \cdot 0,4 + 4 \cdot 0,33 + 5 \cdot 0,15 =$$
$$= 3,51$$

$$D(X) = D_x = \sum_{i=1}^4 x_i^2 p_i - [M(X)]^2 = 2^2 \cdot 0,12 + 3^2 \cdot 0,4 + 4^2 \cdot 0,33 + 5^2 \cdot$$
$$\cdot 0,15 - 3,51^2 = 0,7899$$

Числовые характеристики Y :

$$M(Y) = m_y = \sum_{j=1}^4 y_j p_j = -3 \cdot 0,15 + 1 \cdot 0,43 + 1 \cdot 0,31 + 3 \cdot 0,11 =$$
$$= -0,24$$

$$D(Y) = D_y = \sum_{j=1}^4 y_j^2 p_j - [M(Y)]^2 = -3^2 \cdot 0,15 + 1^2 \cdot 0,43 + 1^2 \cdot 0,31 +$$
$$+ 3^2 \cdot 0,11 - (-0,24)^2 = 0,3224$$

Ковариация:

$$K_{xy} = \sum_i \sum_j (x_i - m_x)(y_j - m_y) p_{ij} = \sum_i \sum_j x_i y_j p_{ij} - m_x m_y =$$
$$= 2(-3 \cdot 0,02 - 1 \cdot 0,05 + 1 \cdot 0,04 + 3 \cdot 0,04) +$$
$$+ 3(-3 \cdot 0,05 - 1 \cdot 0,2 + 1 \cdot 0,11 + 3 \cdot 0,04) +$$

$$+ 4(-3 \cdot 0,06 - 1 \cdot 0,12 + 1 \cdot 0,11 + 3 \cdot 0,04) +$$

$$+ 5(-3 \cdot 0,02 - 1 \cdot 0,06 + 1 \cdot 0,05 + 3 \cdot 0,02) + 3,5 \cdot 0,24 = 0,0724$$

Корреляция коэффициента

$$r_{xy} = \frac{k_{xy}}{\sqrt{D_x D_y}} = \frac{0,0724}{\sqrt{0,7899 \cdot 0,3224}} \approx 0,1435$$

③

Для $X, Y_1 = -3$

$$p(x_1 | y_1) = \frac{p(x_1, y_1)}{p(y_1)} = \frac{0,02}{0,15} = \frac{2}{15}$$

$$p(x_2 | y_1) = \frac{0,05}{0,15} = \frac{1}{3}$$

$$p(x_3 | y_1) = \frac{0,06}{0,15} = \frac{2}{5}$$

$$p(x_4 | y_1) = \frac{0,02}{0,15} = \frac{2}{15}$$

Для $Y, X = x_4 = 5$

$$p(x_4 | y_1) = \frac{0,02}{0,15} = \frac{2}{15}$$

$$p(x_4 | y_2) = \frac{0,06}{0,15} = \frac{2}{5}$$

$$p(x_4 | y_3) = \frac{0,05}{0,15} = \frac{1}{3}$$

$$p(x_4 | y_4) = \frac{0,02}{0,15} = \frac{2}{15}$$

Таблица вероятностей X :

X	2	3	4	5
$p(X y_i)$	$\frac{2}{15}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{2}{15}$

Закон совместности Y

Y	-3	-1	1	3
$p(Y x_0)$	$\frac{2}{15}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{15}$

(4)

Математическое ожидание

$$M[X|y_1] = \sum_i x_i p(x_i|y_1) = 2 \cdot \frac{2}{15} + 3 \cdot \frac{1}{3} + 4 \cdot \frac{2}{5} + 5 \cdot \frac{2}{15} =$$
$$= \frac{53}{15} \approx 3,53$$

$$M[Y|x_1] = \sum_j y_j p(y_j|x_1) = -3 \cdot \frac{2}{15} - 1 \cdot \frac{2}{5} + 1 \cdot \frac{1}{3} + 3 \cdot \frac{2}{15} =$$
$$= -\frac{4}{105} \approx -0,0381$$