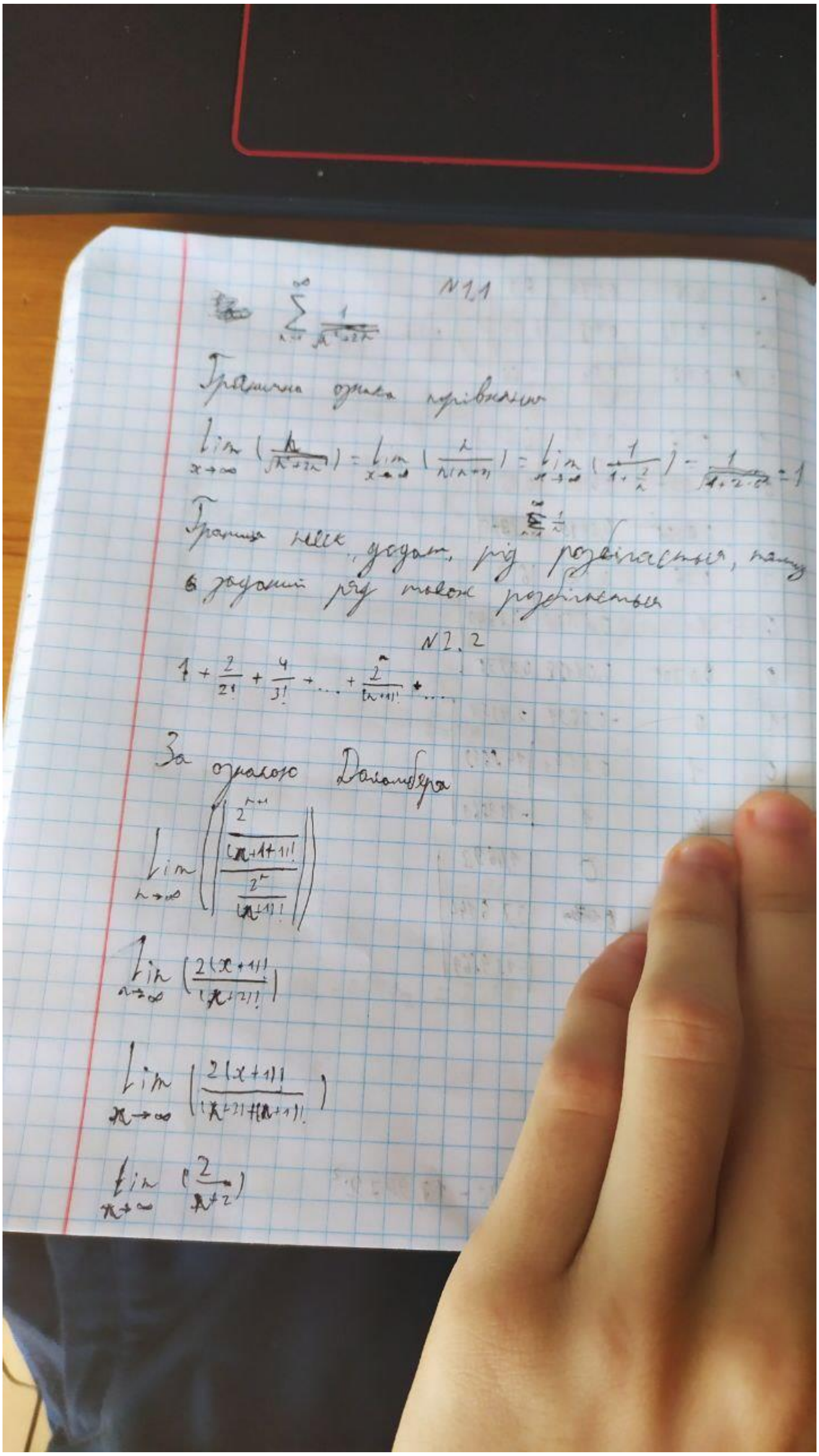
# Варіант 15



№1.1

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^2+2n}}$$

Гранична ознака порівняння

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{n}{\sqrt{n^2+2n}}\right) = \lim_{x\to\infty}\left(\frac{n}{n(n+2)}\right) = \lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{1+\frac{2}{n}}\right) = \frac{1}{\sqrt{1+2\cdot 0}} = 1$$

Границя неск., додат., ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}$ розбігається, тому і заданий ряд також розбігається

№1.2

$$1+\frac{2}{2!}+\frac{4}{3!}+\dots+\frac{2^n}{(n+1)!}+\dots$$

За ознакою Даламбера

$$\lim_{n\to\infty}\left(\left|\frac{\frac{2^{n+1}}{(n+1+1)!}}{\frac{2^n}{(n+1)!}}\right|\right)$$

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{2(x+1)!}{(x+2)!}\right)$$

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{2(x+1)!}{(x+2)(x+1)!}\right)$$

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{2}{x+2}\right)$$

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{n\cdot\frac{2}{n}}{n\left(1+\frac{2}{n}\right)}\right)$$

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{\frac{2}{n}}{1+\frac{2}{n}}\right)$$

$$\frac{2\cdot 0}{1+2\cdot 0}=0<1$$

За озн. Даламбера ряд збігається

№3.4

$$\frac{2}{1}+\frac{4}{3!}+\ldots+\frac{2n}{(2n-1)!}+\ldots$$

За озн. Даламбера

$$\lim_{n\to\infty}\left(\left|\frac{\frac{2(n+1)}{(2(n+1)-1)!}}{\frac{2n}{(2n-1)!}}\right|\right)$$

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{(n+1)(2n-1)!}{(2n+1)!\cdot n}\right)$$

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{(n+1)(2n-1)!}{(2n+1)2n(2n-1)!\,n}\right)$$

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{n+1}{(2n+1)\cancel{\ }2n\cdot n}\right)$$

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{n+1}{4n^3+2n^2}\right)$$

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{n^3\cdot\left(\frac{1}{n^2}+\frac{1}{n^3}\right)}{n^3\cdot\left(4+\frac{2}{n}\right)}\right)$$

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{\frac{1}{n^2}+\frac{1}{n^3}}{4+\frac{2}{n}}\right)$$

$$\frac{0+0}{4+2\cdot 0}=0<1$$

За озн. Даламбера ряд збігається

№4.6

$$1-\frac{1}{\sqrt{4}}+\frac{1}{\sqrt{7}}-\frac{1}{\sqrt{10}}+\ldots+(-1)^{n+1}\frac{1}{\sqrt{3n-2}}+\ldots$$

$$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\cdot\frac{1}{\sqrt{3n-2}}$$

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{\sqrt{3n-2}}\right)$$

$$\lim_{n\to\infty}(1) = 1$$

$$\lim_{n\to\infty}\left(\sqrt{3n-2}\right) = \infty$$

Утворюється невизначеність

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{\sqrt{3n-2}}\right)=0$$

$\frac{1}{\sqrt{3n-2}} \geq \frac{1}{\sqrt{3(n+1)-2}}$, нерівність є правильною для всіх значень $x$ із суми

Оскільки умови ознаки Лейбніца виконані, ряд збігається

№5.3

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2(1+(n x)^2)}$$