

RANA NUR OKTAY - Sayısal Analiz Dersi 5. ödev

Newton ileri geri sonlu fark denklemleri nasıl türetilir? Ayrıca denklemleri açıkla.

Bu denklemler diferansiyasyonun bir sayısal yaklaşımını sağlayan yöntemlerin özellikle sınır değer probleminin çözümünde sıkça kullanılır. İleri sonlu farklar ve geri sonlu farklar olmak üzere iki temel türü vardır.

* İleri sonlu farklar için türetme süreci şu adımlardan oluşur:

⇒ İleri Sonlu Fark Tanımı:

$\frac{\Delta y}{\Delta x}$ ifadesini kullanarak, türevi hedef fonksiyonun h değerine göre yaklaşmak için kullanılır.

* İleri Sonlu Fark Formülü:

$$f'(x) \approx \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

* Geri sonlu farklar için türetme süreci şu adımlardan oluşur:

⇒ Geri Sonlu Fark Tanımı:

$\frac{\Delta y}{\Delta x}$ ifadesini kullanarak, türevi hedef fonksiyonun $x-h$ değerine göre yaklaşmak için kullanılır.

* Geri Sonlu Fark Formülü:

$$f'(x) \approx \frac{f(x) - f(x-h)}{h}$$

Bu formüller, bir fonksiyonun türevinden türetildiği ve belirli bir h adım büyüklüğüyle sayısal olarak yaklaşıldığı yöntemleri temsil eder.

Sonlu Fark, $f(x+b) - f(x+a)$ matematiksel ifadedir.

Sonlu fark, $b-a$ ile bölündüğünde ise sonlu Newton katsayısı olur.

ANNA NUR OKTAJ - Sayısal Analiz Dersi 5. ödevi

Sonlu farkların kuvvetlerinin denklem katsayıları ile pascal üçgeni arasında ilişki var mı?

Evet var. Her iki yön tipi için de (ileri-geri) denklem katsayıları pascal üçgeni ile örtüşür niteliktedir.

İleri yön için:

$$\Delta^2 y_0 = \Delta(\Delta y_0) = \Delta(y_1 - y_0) = \Delta y_1 - \Delta y_0 = y_2 - y_1 - (y_1 - y_0)$$

$$\Rightarrow y_2 - 2y_1 + y_0 = \underline{1 \quad -2 \quad 1}$$

$$\Delta^3 y_0 = \Delta(\Delta^2 y_0) = \Delta(\Delta y_1 - \Delta y_0) = \Delta^2 y_1 - \Delta^2 y_0$$

$$\Rightarrow y_3 - 3y_2 + 3y_1 - y_0 = \underline{1 \quad -3 \quad 3 \quad 1}$$

Geri yön için:

$$\nabla^2 y_0 = \nabla(\nabla y_0) = \nabla(\nabla y_0 - \nabla y_{-1}) = \nabla y_0 - \nabla y_{-1}$$

$$\Rightarrow y_0 - 2y_{-1} + y_{-2} = \underline{1 \quad -2 \quad 1}$$

$$\nabla^3 y_0 = \nabla(\nabla^2 y_0) = \nabla(\nabla y_0 - \nabla y_{-1}) = \nabla^2 y_0 - \nabla^2 y_{-1}$$

$$\Rightarrow y_0 - 3y_{-1} + 3y_{-2} - y_{-3} = \underline{1 \quad -3 \quad 3 \quad 1}$$

Denklem
katsayıları

$$\begin{array}{ccccccc} & & & 1 & & & \\ & & 1 & & 1 & & \\ & 1 & & 2 & & 1 & \\ 1 & & 3 & & 3 & & 1 \\ 1 & 4 & & 6 & & 4 & 1 \end{array}$$

pascal üçgeni