Exercice n°1 :

Soient A, B et C des événements de probabilités non nulles.

- Montrer que : $P(A \cap B/C)=P(A/B \cap C)P(B/C)$

Exercice n°2 :

On inspecte un lot de 100 objets. On prend la décision de rejeter le lot entier s'il y a au moins un objet défectueux sur 5.

- Quelle est la probabilité de rejeter le lot, s'il contient 5% d'objets défectueux ?

Exercice n°3 :

Le montage de 30% des appareils est effectué par un spécialiste S et celui des 70% par un non-spécialiste N. la fiabilité de fonctionnement de l'appareil est de 0.9 si le montage est effectué par S et de 0.8 s'il est effectué par N. un appareil est tiré au hasard :

1. Quelle est la probabilité qu'il soit fiable ?
2. Si cet appareil s'est avéré d'un fonctionnement fiable. Déterminer la probabilité pour que son montage ait été effectué par S ?

Exercice n°4 :

La durée de vie moyenne d'un robot est de 5 ans et suit une loi exponentielle de paramètre λ avec $\lambda > 0$.

1. Calculer la probabilité qu'un robot n'ait pas eu de panne au cours des deux premières années.
2. Les robots possèdent une garantie de durée de vie T donnée par le constructeur, quelle est la valeur de T sachant que 50 % des robots vivent plus que T ?
3. On considère un lot de 10 robots fonctionnant de manière indépendante. Déterminer la probabilité que, dans ce lot, il y ait au moins un robot qui n'ait pas eu de panne au cours des deux premières années

Exercice n°5 :

La durée d'attente exprimée en minutes à chaque caisse d'un supermarché peut être modélisée par une variable aléatoire T qui suit une loi exponentielle de paramètre strictement positif λ.

1) a) Déterminer une expression exacte de λ sachant que $P(T\leq 10) = 0,7$

On prendra pour la suite de l'exercice, la valeur 0.12 comme valeur approchée de λ.

b) Donner une expression exacte de la probabilité conditionnelle $P(T>15/T>10)$

c) Sachant qu'un client a déjà attendu 10 minutes à une caisse, déterminer la probabilité que son attente totale ne dépasse pas 15 minutes.

2) On suppose que la durée d'attente à une caisse de ce supermarché est indépendante de celle des autres caisses. Actuellement 6 caisses sont ouvertes. On désigne par, Y la variable aléatoire qui représente le nombre de caisses pour lesquelles la durée d'attente est supérieure à 10 minutes.

a) Donner la loi de la variable aléatoire Y.

b) Le gérant du supermarché ouvre des caisses supplémentaires si la durée d'attente à au moins 4 des 6 caisses est supérieure à 10 minutes. Déterminer la probabilité d'ouverture de nouvelles caisses.

Exercice n°6 :

Soit X une v.a qui suit une loi d'Erlang de paramètresλ, n :

- Calculer E(X) et V(X).

Exercice n°7 :

Soient T_1, T_2, ……., T_n des v.a indépendantes et identiquement distribuées selon des lois exponentielles de paramètres λ_1, λ_2,……, λ_n.

- Montrer que T=min(T_1, T_2,…., T_n) suit une loi exponentielle de paramètre λ_1+ λ_2+…..+ λ_n.

Exercice n°8 :

Admettons que la durée de service dans un guichet suit une loi exponentielle de paramètre λ .Sachant que ce service fonctionne encore à l'instant t ;

1. Calculer la probabilité pour qu'il fonctionne encore à l'instant t+s. commentez ?
2. Calculer la probabilité qu'il se termine pendant l'intervalle]t , t+Δt] avec $\Delta t \to 0$

Exercice n°9 :

Soit T l'intervalle de temps qui sépare le passage de deux autobus d'une même ligne à un certain point d'arrêt. Supposons que T suit une loi exponentielle de taux λ= 0.2 min^{-1}. un client arrive au point d'arrêt et ne dispose d'aucune autre information.

- Peut-il connaître le temps moyen pendant lequel il attendra ? (justifier votre réponse).

Exercice n°10 :

Il y a 2 guichets à la poste. A chaque guichet, les clients sont servis pendant des temps aléatoires indépendants exponentiellement distribués de même paramètre λ. Un client C entre et voit qu'un client A se trouve au premier guichet et qu'un client B se trouve au second guichet. Il attend qu'un client (soit A, soit B) parte puis va au guichet disponible. Quelle est la probabilité que le client C attende au moins θ u.t ?

Exercice n°11 :

Admettons qu'a un instant donné t, n guichets fonctionnent indépendamment l'un de l'autre, la distribution commune de leurs durées de service étant exponentielle de paramètreλ.

- Calculer la probabilité qu'exactement un de ces guichets se libère pendant l'intervalle]t , t+Δt] avec $\Delta t \to 0$