

Lektion 1 Svar/lösningar

①

Obs! Många uppgifter har mer än en korrekt lösning.

1. (a) baa

(b) ab, aaa, baa, ba

(c) babba, baabba

(d) bbaba, bbabaa

(e) Fem kortaste i $(L_3)^*$:

ε , bba, bbabba, bbabbabba,
bbabbabbabba

Mer kortfattat:

ε , bba, $(bba)^2$, $(bba)^3$, $(bba)^4$.

Fem kortaste i $(L_2)^*$:

ε , ba, baa, baba, babaa (eller baaba)

(f) Alla strängar över alfabetet $\{a, b\}$ utom ab, aaa och baa.

2. (a) L_1 : ab v aaa v baa.

L_2 : ba v baa

L_3 : bba

(2)

$$L_1 \cup L_2 : abvaabbaabba$$

$$L_2 L_3 : (ba \cup baa)bba$$

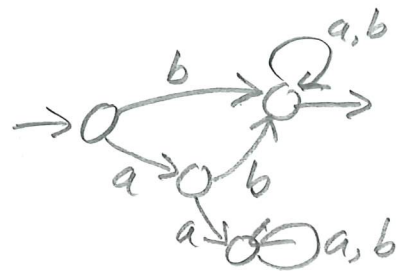
$$(L_3)^* : (bba)^*$$

(b) $\alpha \cap \beta$ är inte ett reguljärt uttryck
 För reguljära uttryck får inte innehålla
 symbolen ' \cap '.

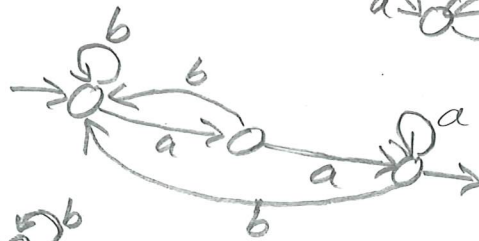
$$3. L_1 : b^* a (a \cup b)^*$$



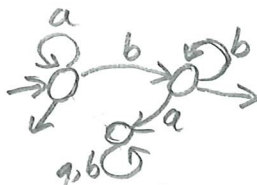
$$L_2 : (b \cup ab)(a \cup b)^*$$



$$L_3 : (a \cup b)^* aa$$



$$L_4 : a^* b^*$$



4. (a) $L_1 \cup L_2$: alla strängar som saknar
 bokstäver och slutar med en etta
 eller som börjar med en nolla och
 slutar med en etta.

$L_1 \cap L_2$: alla strängar som slutar med
 en etta, börjar med en nolla
 och saknar bokstäver.

(3)

$L_1 \setminus L_2$: alla strängar som saknar bokstäver och börjar och slutar med en etta.

$\overline{L_1}$: alla strängar som innehåller bokstäver eller som slutar med annat än en etta eller som är tom.

$\overline{L_2}$: alla strängar som börjar med annat än en nolla eller som slutar med annat än en etta eller som är tom.

$L_1 L_2$: alla strängar på formen $u10v1$ där $u \in \{0,1\}^*$ och $v \in \{0,1,a,b\}^*$.

L_1^* : alla strängar i L_1 samt ε .

(Så $L_1^* = L_1 \cup \{\varepsilon\}$.)

(b) $L_1: (0v1)^*1$, $L_2: 0(aubv0v1)^*1$

$L_1 \cup L_2: (0v1)^*1 \cup 0(aubv0v1)^*1$

$L_1 \cap L_2: 0(0v1)^*1$

$L_1 \setminus L_2: 1(0v1)^*1$

$\overline{L_1}: (aubv0v1)^*(aub)(aubv0v1)^* \cup (aubv0v1)^*(aubv0) \cup \varepsilon$

(4)

$$\bar{L}_2 : (a v b v 1) (a v b v 0 v)^* \cup \\ (a v b v 0 v 1)^* (a v b v 0) \cup \varepsilon$$

$$L_1 L_2 : (0 v 1)^* 1 0 (a v b v 0 v 1)^* 1$$

$$L_1^* : (0 v 1)^* 1 \cup \varepsilon \quad \text{eller} \\ ((0 v 1)^* 1)^*$$

5. (a) Endast språken a^* och $a(bb)^+a \cup ab$ innehåller oändligt många strängar.

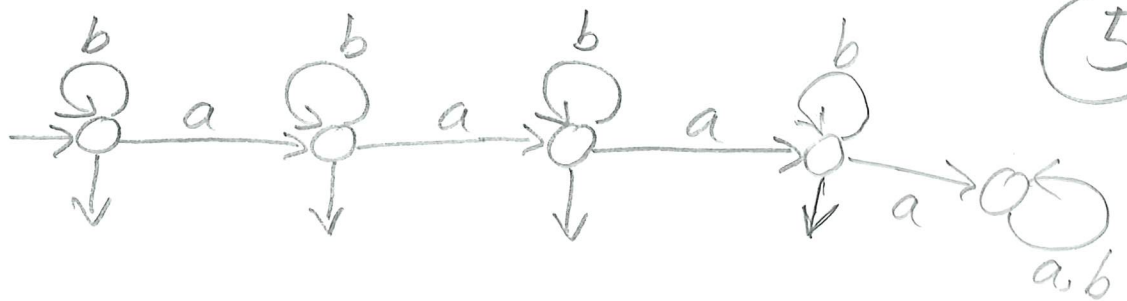
(b) Språket $\emptyset ab$ är tomt så det innehåller 0 strängar.

Språket \emptyset^* innehåller exakt en sträng, nämligen ε .

(c) Om $w = \varepsilon$ så $ww = \varepsilon\varepsilon = \varepsilon = w$.

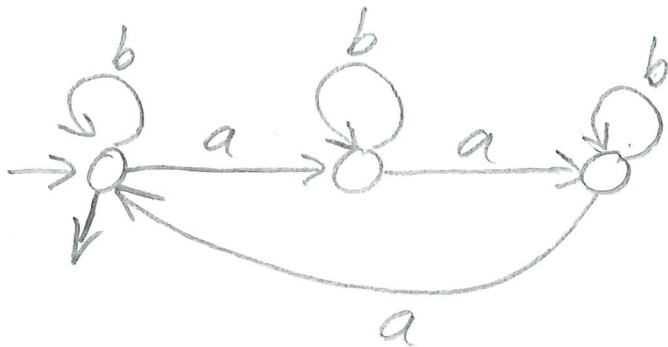
Detta är den enda strängen med denna egenskap. Bevis: Låt $n = |w|$. Då gäller att $|ww| = 2n$. Om $ww = w$ så $2n = |ww| = |w| = n$ och den enda lösningen till ekvationen $2n = n$ är $n = 0$. Så $|w| = 0$ vilket innebär att $w = \varepsilon$.

6. (a)

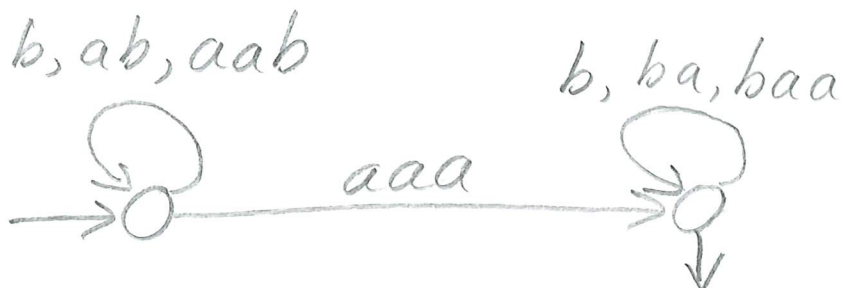


(5)

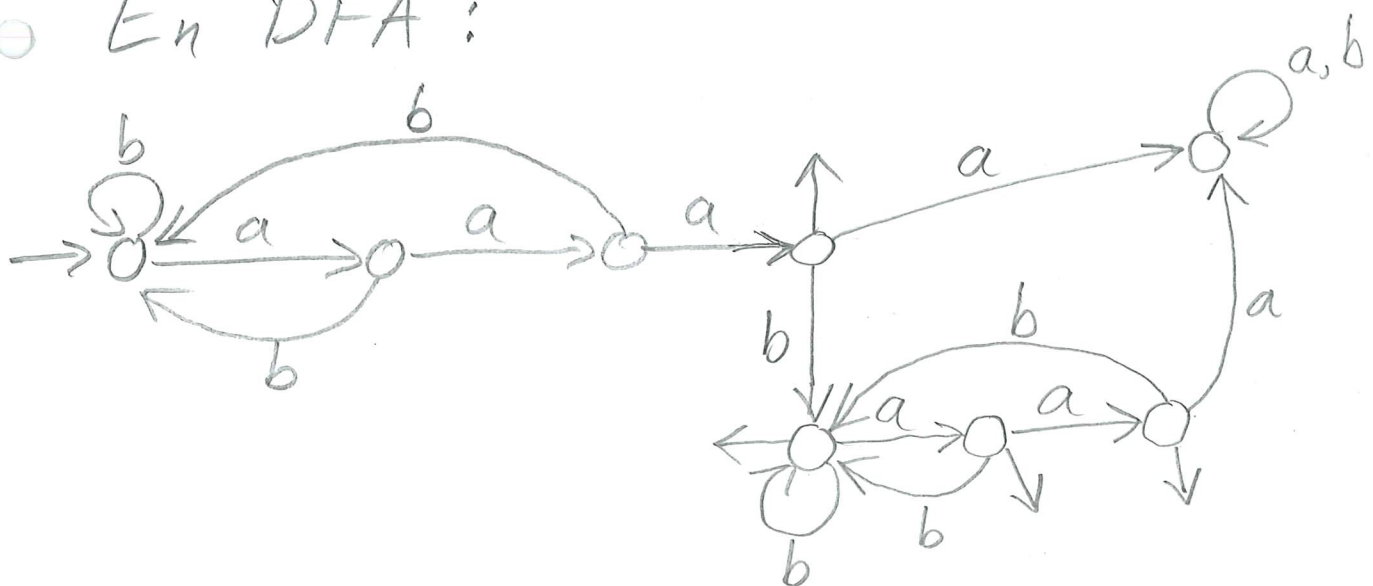
(b)



(c) En NFA:



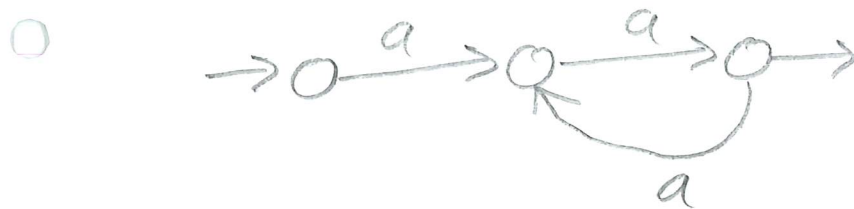
En DFA:



7. (a) $L = \{w \in \{a\}^* : |w| > 0 \text{ och } |w| \text{ är ett jämnt tal}\}$

L beskrivs av det reguljära uttrycket $(aa)^+$ (eller $aa(aa)^*$).

En DFA för L :



(b) $L = \{w \in \{a,b\}^* : |w| > 0 \text{ och}$

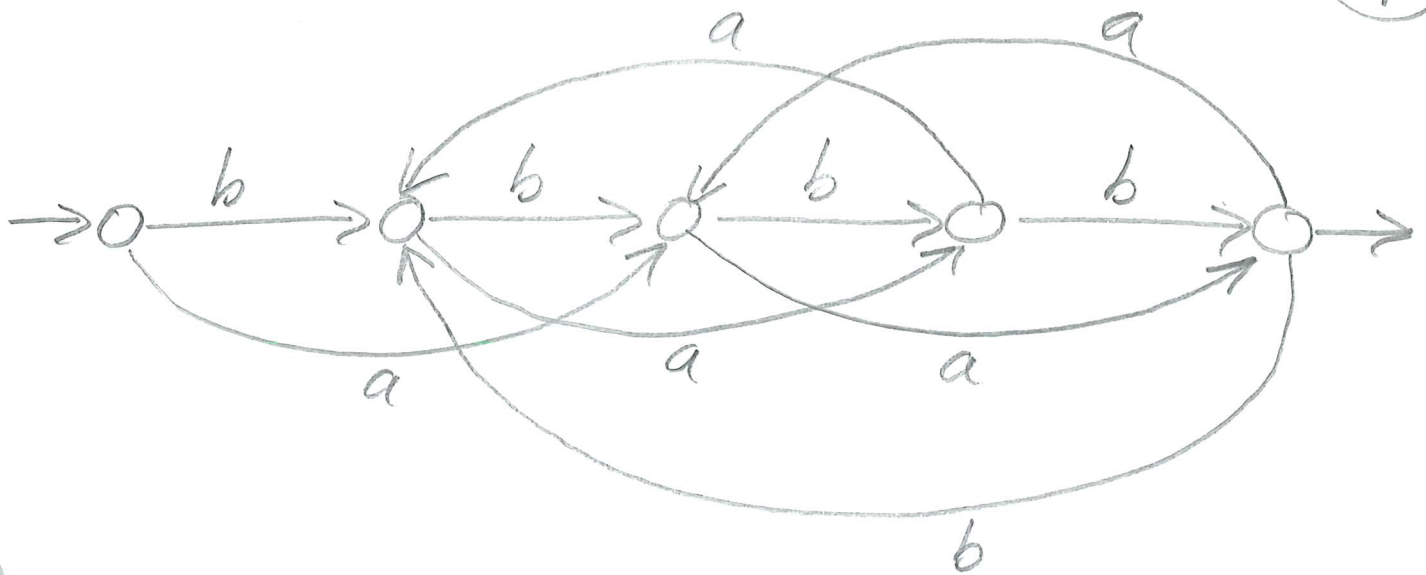
- antalet a är delbart med 2 och antalet b är delbart med 4 eller

- antalet a är udda och resten då antalet b delas med 4 är 2. }

□ motsvarar en krona och
○ motsvarar en 50-öring.

En DFA för L där resten då antalet ören divideras med 200 representeras av tillstånden:

7



8. Se svar/lösningar i slutet av boken.

9. $(a \cup b)^*$

Språket innehåller alla strängar över alfabetet $\{a, b\}$.