

Övningar 5 : svar/lösningar till
de flesta uppgifterna

①

1. Följande är termier i $LR(\sigma)$: b, e, f .

Följande är formuler i LR(σ):

c, d, h, i, j, k, l, m.

○ Övriga är varken termer eller formler.

2. (a) (b) är 1-stellig med fri variabel u .

(e) $\text{---} \parallel \text{---} \quad \text{---} \parallel \text{---} \quad \times$

(f) är 0-ställig.

(b) (c) är 3-ställig med fria variabler x, y, z .

 x, y, z .

(d) är 2-ställig med två variabler x, y .
(h) är 2-ställig med två variabler x, y .

(h) är 2-ställig med två variabler x, y .
är 1-ställig med två variabler y, z .

(i) är 1-ställig med Li variabel z .

(j) _____

(k) ——— 11 ————— y.

(m) ——— || ——— x

(c) Ja i formeln (m) förekommer x både som bunden variabel och som fri variabel.

(d) Formeln i del l är sluten, och endast den.

(e) Termen i del f är sluten, och endast den.

3. $\varphi[t/x, s/y]$ är

$\langle (f(+(+f(x), c), v), c) \wedge P(v, z, \bar{i}))$

$\psi[s/y, t/z]$ är

$\exists x (\forall y (\langle (y, + (f(x), c) \rangle \rightarrow P(\bar{i}, y, c))$

$\chi[t/x, s/u]$ är

$\exists y (\langle (+ (f(x), c), y \rangle \rightarrow \forall x (x = f(f(\bar{i}))))$

Termen $f(y)$ är inte substituerbar för x i χ eftersom y i termen $f(y)$ blir bunden om man substituerar $f(y)$ för x i χ .

(3)

4. • $\neg (\text{Jag} = \text{FarTill}(\text{Jag}))$

• $\neg \exists x (x = \text{FarTill}(\text{MorTill}(x)))$
(eller $\neg \exists x \exists y (x = \text{FarTill}(y) \wedge y = \text{MorTill}(x))$)

• $\exists x (\text{ÄldreÄn}(\text{FarTill}(x), \text{MorTill}(x)))$

• $\neg \exists x (\neg (x = \text{Jag}) \wedge$
 $(\text{MorTill}(x) = \text{MorTill}(\text{Jag})))$

• $\forall x (\text{ÄldreÄn}(x, \text{MorTill}(\text{FarTill}(\text{Jag})))$
 $\rightarrow \text{ÄldreÄn}(x, \text{Jag}))$

Obs! Det finns flera olika lika rimliga översättningar till påståendena i uppgiften.

5. (a) Öppen term med fri variabel x .

(b) Öppen formel med fri variabel y .

(c) Öppen formel med fria variabler

(d) Ingen formel eller term i $\mathcal{LR}(\sigma)$ ^{x och y .}

(e) sluten formel.

(4)

$$(7) \text{ MorTill}(\text{FarTill}(x_0)) = \text{FarTill}(x_1)$$

$$\rightarrow \text{ÄldreÄn}(\text{FarTill}(x_0), \text{FarTill}(x_1))$$

Detta är en öppen formel med
fria variabler x_0, x_1 .

$$(9) \exists y ((\text{MorTill}(x_0) = y \rightarrow \text{ÄldreÄn}(x_0, y)))$$

$$\Leftrightarrow$$

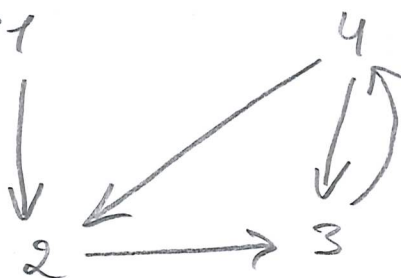
$$(\text{MorTill}(x) = \text{MorTill}(y))$$

$$\rightarrow \text{ÄldreÄn}(x, \text{MorTill}(y)))$$

Detta är en öppen formel med
fria variabler x, x_0 .

6. Se kursboken.

7. (a) G_1



(5)

(b) $\mathcal{N} = \langle N; ; ; P^{\mathcal{N}} \rangle$ där

$N = \{a, b, c, d, e\}$ och

$P^{\mathcal{N}} = \{(a, b), (a, c), (a, d),$
 $(d, a), (c, d), (e, c), (e, e)\}.$

(c) Följande stämmer (och övriga påståenden gäller inte):

$$\mathcal{N} \models P(a, b),$$

$$\mathcal{N} \models P(a, d) \wedge P(d, a),$$

$$\mathcal{N} \models (P(c, a) \wedge P(a, b)) \rightarrow P(b, a).$$

8. Det andra, tredje, fjärde och sjätte påståendet stämmer. Övriga gör inte det.

9. Om vi kallar funktionen för $f(x, y)$ så $f(x, y) = 2x + y + 3$.