

FORMELSAMLING för Stokastik

Sven Erick Alm och Tom Britton

Typsatt med liberlabc

2016-02-11

Formelsamling

Sannolikhetsteori

Nedan betecknar μ väntevärdet och σ standardavvikelsen i fördelningarna.
 $\psi(t) := E(e^{tX})$ betecknar den momentgenererande funktionen.

Diskreta fördelningar

Bernoullifördelning

$X \sim \text{Be}(p)$ om $p(1) = p$ och $p(0) = q := 1 - p$ för $0 \leq p \leq 1$.
 $\mu = p, \quad \sigma^2 = pq, \quad \psi(t) = q + pe^t.$

Binomialfördelning

$X \sim \text{Bin}(n, p)$ om $p(k) = \binom{n}{k} p^k q^{n-k}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, n.$
 $0 \leq p \leq 1, q = 1 - p, \quad \mu = np, \quad \sigma^2 = npq, \quad \psi(t) = (q + pe^t)^n.$

Hypergeometrisk fördelning

$X \sim \text{Hyp}(N, n, m)$, eller $X \sim \text{Hyp}(N, n, p)$ med $p = m/N$, om

$$p(k) = \frac{\binom{m}{k} \binom{N-m}{n-k}}{\binom{N}{n}} = \frac{\binom{Np}{k} \binom{Nq}{n-k}}{\binom{N}{n}}, \text{ för } k = 0, 1, \dots, n$$

(för de k som är möjliga; k får t.ex. inte överstiga $m = Np$).

$0 \leq p \leq 1, \quad q = 1 - p, \quad \mu = np = nm/N, \quad \sigma^2 = npq \frac{N-n}{N-1}.$

Poisson-fördelning

$$X \sim \text{Po}(\lambda) \text{ om } p(k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad \lambda \geq 0.$$

$$\mu = \lambda, \quad \sigma^2 = \lambda, \quad \psi(t) = e^{\lambda(e^t - 1)}.$$

Geometrisk fördelning

$$X \sim \text{Geo}(p) \text{ om } p(k) = pq^k, \quad k = 0, 1, 2, \dots.$$

$$0 < p \leq 1, \quad q = 1 - p, \quad \mu = \frac{q}{p}, \quad \sigma^2 = \frac{q}{p^2}, \quad \psi(t) = p/(1 - qe^t).$$

För-första-gången-fördelning

$$X \sim \text{ffg}(p) \text{ om } p(k) = pq^{k-1}, \quad k = 1, 2, 3, \dots.$$

$$0 < p \leq 1, \quad q = 1 - p, \quad \mu = \frac{1}{p}, \quad \sigma^2 = \frac{q}{p^2}, \quad \psi(t) = pe^t/(1 - qe^t).$$

Kontinuerliga fördelningar**Rektangelfördelning (Kontinuerlig likformig fördelning)**

$$X \sim \text{Re}(a, b) \text{ om } f(x) = \frac{1}{b - a}, \quad a \leq x \leq b.$$

$$\mu = \frac{a + b}{2}, \quad \sigma^2 = \frac{(b - a)^2}{12}, \quad \psi(t) = \frac{e^{bt} - e^{at}}{t(b - a)}.$$

 Γ -fördelning

$$X \sim \Gamma(p, \beta) \text{ om } f(x) = \frac{\beta^p x^{p-1}}{\Gamma(p)} e^{-\beta x}, \quad x \geq 0,$$

$$\text{där } \Gamma(p) = \int_0^\infty x^{p-1} e^{-x} dx \quad (= (p-1)! \text{ om } p \text{ är ett heltal.})$$

$$\mu = p/\beta, \quad \sigma^2 = p/\beta^2, \quad \psi(t) = (\beta/(\beta - t))^p.$$

Exponentialfördelning

$$X \sim \text{Exp}(\beta) \text{ om } X \sim \Gamma(1, \beta), \text{ dvs. } f(x) = \beta e^{-\beta x}, \quad x \geq 0.$$

$$\mu = 1/\beta, \quad \sigma^2 = 1/\beta^2, \quad \psi(t) = \beta/(\beta - t).$$

Normalfördelning

$$X \sim N(\mu, \sigma^2) \text{ om } f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \text{ för } -\infty < x < \infty, \sigma > 0.$$

μ är väntevärdet och σ^2 är variansen.

För $N(0, 1)$ -fördelningen gäller att fördelningsfunktionen betecknas med $\Phi(x)$ och kvantilerna med λ_α .

$$\psi(t) = e^{\mu t + t^2 \sigma^2 / 2}.$$

Flerdimensionella fördelningar

Multinomialfördelning

Den r -dimensionella slumpvariabeln (X_1, \dots, X_r) är multinomialfördelad, med parametrar n och p_1, \dots, p_r , där $p_i \geq 0$, $i = 1, \dots, r$, och $\sum_1^r p_i = 1$, om

$$p_{(X_1, \dots, X_r)}(k_1, \dots, k_r) = \frac{n!}{k_1! \dots k_r!} p_1^{k_1} \dots p_r^{k_r},$$

för icke-negativa heltal k_1, \dots, k_r med $\sum_1^r k_i = n$.

För komponenterna X_i , $i = 1, \dots, r$ gäller att $X_i \sim \text{Bin}(n, p_i)$ och att $C(X_i, X_j) = -np_i p_j$ för $i \neq j$.

Bivariat normalfördelning

$(X, Y) \sim N(\mu_x, \mu_y, \sigma_x^2, \sigma_y^2, \rho)$ om

$$f_{(X,Y)}(x, y) = C \cdot \exp \left(-\frac{1}{2(1-\rho^2)} Q_\rho \left(\frac{x-\mu_x}{\sigma_x}, \frac{y-\mu_y}{\sigma_y} \right) \right),$$

där konstanten C definieras av

$$C := \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y\sqrt{1-\rho^2}}$$

och den kvadratiske formen Q_ρ av

$$Q_\rho(u, v) := u^2 + v^2 - 2\rho uv.$$

$X \sim N(\mu_x, \sigma_x^2)$, $Y \sim N(\mu_y, \sigma_y^2)$ och $\rho(X, Y) = \rho$.

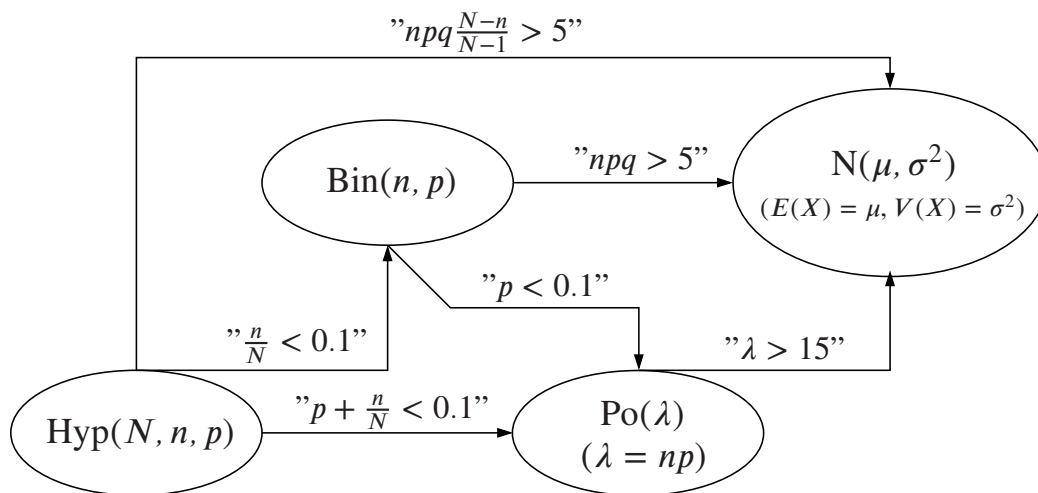
Flerdimensionell likformig fördelning

(X, Y) har en likformig fördelning över området $\Omega \subset \mathcal{R}^2$ om

$$f_{(X,Y)}(x, y) = \frac{1}{|\Omega|}, \quad \text{för } (x, y) \in \Omega,$$

där $|\Omega|$ anger arean av Ω .

Approximationer



Kovarianser

$$C(X, Y) = C(Y, X), \quad C(aX + b, Y) = aC(X, Y),$$

$$C(X + Y, Z) = C(X, Z) + C(Y, Z).$$

Felfortplantning

$$E(g(X)) \approx g(\mu), \quad V(g(X)) \approx (g'(\mu))^2 V(X).$$

$$E(h(X_1, \dots, X_n)) \approx h(\mu_1, \dots, \mu_n),$$

$$V(h(X_1, \dots, X_n)) \approx \sum_i (h'_i(\mu_1, \dots, \mu_n))^2 V(X_i) \\ + 2 \sum_{i < j} h'_i(\mu_1, \dots, \mu_n) h'_j(\mu_1, \dots, \mu_n) C(X_i, X_j),$$

där $h'_i(\mu_1, \dots, \mu_n)$, $i = 1, \dots, n$, betecknar de partiella derivatorna.

Betingade väntevärden

$$E(X) = E(E(X | Y)),$$

$$V(X) = E(V(X | Y)) + V(E(X | Y)).$$

Stokastiska processer

Slumpvandring

I en enkel slumpvandring gäller att

$$P_1 = \begin{cases} 1 & \text{om } p \geq q, \\ p/q & \text{om } p < q, \end{cases}$$

$$E(Y_1) = \begin{cases} \infty & \text{om } p \leq q, \\ \frac{1}{p-q} & \text{om } p > q, \end{cases},$$

där Y_1 är passagetiden från 0 till 1 och P_1 är motsvarande passagesannolikhet.

I ett spel med oberoende spelomgångar där vinnaren i varje omgång får en krona av motståndaren och spelarna startar med a respektive b kronor gäller att spelaren med a kronor har vinstsannolikhet

$$P_a = \begin{cases} \frac{a}{a+b} & \text{om } p = q, \\ \frac{(q/p)^a - 1}{(q/p)^{a+b} - 1} & \text{om } p \neq q. \end{cases}$$

Det förväntade antalet spelomgångar, $E_a = E_b$, ges av

$$E_a = \begin{cases} a \cdot b & \text{om } p = q, \\ \frac{a}{q-p} - \frac{a+b}{q-p} \cdot \frac{(q/p)^a - 1}{(q/p)^{a+b} - 1} & \text{om } p \neq q. \end{cases}$$

Poisson-processen

Låt $\{N(t), t \geq 0\}$ vara en Poisson-process med intensitet λ . Då gäller det att

- ▷ avstånden mellan händelserna är oberoende $\text{Exp}(\lambda)$,
- ▷ $\{N(t)\}$ har oberoende ökningar,
- ▷ $N(s+t) - N(s) \sim \text{Po}(\lambda t)$ för $s \geq 0$ och $t > 0$,
- ▷ summan av oberoende Poisson-processer är en Poisson-process,
- ▷ om händelserna i en Poissonprocess märks oberoende av varandra med samma sannolikheter för alla händelser blir de märkta processerna oberoende Poisson-processer.

Tidsserier

Processen $\{X_n, n \geq 0\}$ är en *glidande medelvärdesprocess* av ordning q (MA(q)) om

$$X_n = \varepsilon_n + c_1 \varepsilon_{n-1} + \cdots + c_q \varepsilon_{n-q},$$

där $\{\varepsilon_n\}$ är vitt brus i diskret tid.

Processen $\{X_n, n \geq 0\}$ är en *autoregressiv process* av ordning p (AR(p)) om

$$X_n = -a_1 X_{n-1} - \cdots - a_p X_{n-p} + \varepsilon_n,$$

där $\{\varepsilon_n\}$ är vitt brus i diskret tid.

Brownsk rörelse

Processen $\{X(t), t \geq 0\}$ är en *Brownsk rörelse* om

1. $X(0) = 0$,
2. den har oberoende stationära ökningar,
3. $X(t) \sim N(0, \sigma^2 t)$ för alla $t > 0$.

Simulering

Låt $U \sim \text{Re}(0, 1)$. Om $F(t)$ är en fördelningsfunktion och $F^{-1}(u) := \min\{t : F(t) \geq u\}$, så har $X := F^{-1}(U)$ fördelning F .

Parametrisk inferens

Stickprovsfördelningar

χ^2 -fördelning

$X \sim \chi^2(f)$ om $f_X(t) = C \cdot t^{f/2-1} e^{-t/2}$, då $t > 0$.

Parametern i $\chi^2(f)$ -fördelningen kallas frihetsgrader och kvantilerna betecknas $\chi^2_\alpha(f)$.

$$\chi^2(f) = \Gamma(f/2, 1/2), \quad \mu = f, \quad \sigma^2 = 2f.$$

Om X_1, X_2, \dots, X_n är oberoende $N(\mu, \sigma^2)$ och $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ så gäller:

1. $\frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2 \sim \chi^2(n),$
2. $\frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \sim \chi^2(n-1),$
3. \bar{X} och $\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$ är oberoende.

Vidare, om $U \sim \chi^2(f_1)$ och $V \sim \chi^2(f_2)$ är oberoende så gäller $U + V \sim \chi^2(f_1 + f_2)$.

t -fördelning

$X \sim t(f)$ om

$$f_X(t) = C \cdot \left(1 + \frac{t^2}{f}\right)^{-(f+1)/2} \quad \text{för } -\infty < t < \infty.$$

$$\mu = 0 \text{ (om } f > 1), \quad \sigma^2 = \frac{f}{f-2} \text{ (om } f > 2).$$

Om $U \sim N(0, 1)$ och $V \sim \chi^2(f)$ är oberoende så gäller: $\frac{U}{\sqrt{V/f}} \sim t(f).$

t -fördelningen med f frihetsgrader är symmetrisk med kvantiler $t_\alpha(f)$.

F -fördelning

$X \sim F(f_1, f_2)$ om

$$f_X(t) = C \cdot t^{\frac{f_1}{2}-1} \cdot (f_2 + f_1 t)^{-\frac{f_1+f_2}{2}} \quad \text{för } t > 0.$$

$$\mu = \frac{f_2}{f_2 - 2} \text{ (om } f_2 > 2), \quad \sigma^2 = \frac{2f_2^2(f_1 + f_2 - 2)}{f_1(f_2 - 2)^2(f_2 - 4)} \text{ (om } f_2 > 4).$$

Om $U \sim \chi^2(f_1)$ och $V \sim \chi^2(f_2)$ är oberoende så gäller: $\frac{U/f_1}{V/f_2} \sim F(f_1, f_2)$.

Kvantilerna betecknas $F_\alpha(f_1, f_2)$.

Allmänt

x_1, \dots, x_n utgör ett (slumpmässigt) *stickprov* från X med fördelning F om de är observationer av oberoende slumpvariabler X_1, \dots, X_n , alla med fördelning F .

Beteckningar

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \\ S_{xx} &= \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}, \\ s^2 &= \frac{S_{xx}}{n-1}, \\ S_{xy} &= \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = \sum_{i=1}^n x_i y_i - \frac{(\sum x_i)(\sum y_i)}{n}.\end{aligned}$$

Inferens vid normalfördelning

Ett stickprov

x_1, x_2, \dots, x_n slumpmässigt stickprov från $N(\mu, \sigma^2)$.

$$\begin{aligned}\text{Referensvariabler: } \quad & \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0, 1) \quad (\sigma \text{ känd}), \\ & \frac{\bar{X} - \mu}{s/\sqrt{n}} \sim t(n-1) \quad (\sigma \text{ okänd}), \\ & \frac{(n-1)s_x^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n-1).\end{aligned}$$

Två stickprov

x_1, x_2, \dots, x_{n_1} slumpmässigt stickprov från $N(\mu_1, \sigma_1^2)$,
 y_1, y_2, \dots, y_{n_2} slumpmässigt stickprov från $N(\mu_2, \sigma_2^2)$.

Referensvariabler:

$$\frac{\bar{X} - \bar{Y} - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \sim N(0, 1) \quad (\sigma_1 \text{ och } \sigma_2 \text{ kända}),$$

$$\frac{\bar{X} - \bar{Y} - (\mu_1 - \mu_2)}{s_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} \sim t(n_1 + n_2 - 2) \quad (\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma \text{ okänd}),$$

$$\text{där } s_p^2 = \frac{S_{xx} + S_{yy}}{n_1 + n_2 - 2},$$

$$\frac{\bar{X} - \bar{Y} - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}} \approx t(f) \quad (\sigma_1 \text{ och } \sigma_2 \text{ okända}),$$

$$\text{där } \frac{1}{f} = \frac{1}{n_1 - 1} \left(\frac{n_2 s_1^2}{n_2 s_1^2 + n_1 s_2^2} \right)^2 + \frac{1}{n_2 - 1} \left(\frac{n_1 s_2^2}{n_2 s_1^2 + n_1 s_2^2} \right)^2,$$

$$\frac{s_1^2/\sigma_1^2}{s_2^2/\sigma_2^2} \sim F(n_1 - 1, n_2 - 1).$$

Stickprov i par

Genom att bilda differenser inom paren återförs detta fall på enstickprov-fallet.

Normalapproximation

Om $\theta^* \approx N(\theta, D^2(\theta^*))$ så används följande referensvariabler:

$$\frac{\theta^* - \theta}{D(\theta^*)} \approx N(0, 1) \quad (\text{om } D(\theta^*) \text{ känd})$$

$$\frac{\theta^* - \theta}{d(\theta^*)} \approx N(0, 1) \quad (\text{om } D(\theta^*) \text{ okänd})$$

$$\frac{\theta^* - \theta}{d(\theta^*)} \approx t(f) \quad (\text{om variansskattningen } d^2(\theta^*) \text{ är baserad på en}$$

kvadratsumma med f frihetsgrader.)

T.ex. är $f = n - 1$ om $d(\theta^*) = s/\sqrt{n}$

Regression

y_i observation av $Y_i = \alpha + \beta x_i + \epsilon_i$, $i = 1, 2, \dots, n$ där ϵ_i är oberoende $N(0, \sigma^2)$.

$$\beta^* = \frac{S_{xy}}{S_{xx}} \sim N\left(\beta, \frac{\sigma^2}{S_{xx}}\right),$$

$$\alpha^* = \bar{y} - \beta^* \bar{x} \sim N\left(\alpha, \sigma^2 \frac{\sum x_i^2}{n S_{xx}}\right),$$

$$(\sigma^2)^* = \frac{Q_0}{n-2}, \quad \text{där}$$

$$Q_0 = S_{yy} - \frac{S_{xy}^2}{S_{xx}} \quad \text{och} \quad \frac{Q_0}{\sigma^2} \sim \chi^2(n-2).$$

$\mu_0 = \alpha + \beta x_0$ skattas med

$$\mu_0^* = \alpha^* + \beta^* x_0 \sim N\left(\mu_0, \sigma^2 \left(\frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{S_{xx}}\right)\right).$$

Vidare är \bar{Y} , β^* och Q_0 oberoende.

Korrelationen

$$r_{xy} := \frac{S_{xy}}{\sqrt{S_{xx} S_{yy}}}.$$

Förklaringsgraden

$$R^2 := \frac{S_{yy} - Q_0}{S_{yy}} = \frac{S_{xy}^2}{S_{xx} S_{yy}} = r_{xy}^2.$$

Rangsummetest

Wilcoxontest

x_1, \dots, x_{n_1} och y_1, \dots, y_{n_2} är oberoende stickprov från de kontinuerliga fördelningarna F och G . För att testa $H_0 : F = G$ används x -stickprovets rangsumma r , vilken är en observation från R , som under H_0 har $E(R) = n_1 \frac{N+1}{2}$ och $V(R) = n_1 n_2 \frac{N+1}{12}$, där $N = n_1 + n_2$, och är approximativt normalfördelad om n_1 och n_2 är tillräckligt stora. ("n_i ≥ 7") Om det förekommer dubletter, dvs. e olika värden som förekommer d_1, d_2, \dots, d_e gånger, blir

$$V(R) = n_1 n_2 \frac{N+1}{12} - \frac{n_1 n_2 \sum_{i=1}^e d_i(d_i^2 - 1)}{12N(N-1)}.$$

Teckenrangtest

z_1, z_2, \dots, z_n är t.ex. differenserna vid stickprov i par. Rangordna observationerna efter deras absolutbelopp och låt w vara rangsumman för de positiva observationerna.

Denna är en observation av W , som under H_0 har $E(W) = \frac{n(n+1)}{4}$ och

$V(W) = \frac{n(n+1)(2n+1)}{24}$ och är approximativt normalfördelad om n är tillräckligt stort. ("n ≥ 12")

Vid dubletter (beteckningar, se ovan) blir

$$V(W) = \frac{n(n+1)(2n+1)}{24} - \frac{\sum_{i=1}^e d_i(d_i^2 - 1)}{48}.$$

χ^2 -test**Test av anpassning**

Ett försök kan utfalla på r olika sätt. Försöket upprepas n oberoende gånger och man räknar antalet gånger, o_1, \dots, o_r , de olika utfallen inträffar.

A H_0 : "Sannolikheterna är p_1, \dots, p_r " (givna med $\sum p_i = 1$) testas med

$$Q := \sum_{i=1}^r \frac{(o_i - e_i)^2}{e_i}, \quad \text{där } e_i = np_i.$$

$Q \approx \chi^2(r-1)$ under H_0 , om n är tillräckligt stort. ("e_i ≥ 5")

B H_0 : "Sannolikheterna är $p_1(\theta), \dots, p_r(\theta)$ " (med $\sum p_i(\theta) = 1$, θ okänd) testas med

$$Q := \sum_{i=1}^r \frac{(o_i - e_i^*)^2}{e_i^*},$$

där $e_i^* = np_i(\theta^*)$. $Q \approx \chi^2(r-2)$ under H_0 , om n är tillräckligt stort ("e_i^* ≥ 5") och θ^* är en lämplig skattning (minimum- χ^2 -skattningen). Om två parametrar skattas erhålls $\chi^2(r-3)$ osv.

Homogenitetstest (Oberoendetest)

H_0 : "Rad- och kolumnvariabler är oberoende" testas med

$$Q := \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^k \frac{(o_{ij} - \hat{e}_{ij})^2}{\hat{e}_{ij}} \approx \chi^2((r-1)(k-1))$$

under H_0 , om n är tillräckligt stort. ("e_ij ≥ 5")

$$\text{Här är } \hat{e}_{ij} = \frac{\sum_{v=1}^k o_{iv} \sum_{v=1}^r o_{vj}}{n}.$$

Test av oberoende

$(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$ är observationer från den tvådimensionella slumpvariabeln (X, Y) . Låt $u_i := \text{rang}(x_i)$ och $v_i := \text{rang}(y_i)$.

H_0 : ” X och Y är oberoende” kan testas med hjälp av Spearmans rangkorrelationskoefficient $r_s := r_{u,y}$.

Om det saknas dubletter både bland x -värdena och bland y -värdena kan r_s

beräknas som $r_s := 1 - \frac{6S}{n^3 - n}$, där $S := \sum_{j=1}^n d_j^2$ och $d_j = u_j - v_j$.

Om n är tillräckligt stort (” $n \geq 10$ ”) gäller under H_0 att

$$r_s \approx N\left(0, \frac{1}{n-1}\right).$$

Test av slumpmässig ordning (run-test)

Observationerna är en följd av $n_1 + n_2$ tecken, där endast två teckentyper förekommer, n_1 resp. n_2 gånger. En likaföljd (run) är en längsta möjliga följd av samma tecken.

H_0 : ”Tecknen har slumpmässig ordning” kan testas med hjälp av antalet likaföljder (runs) Z .

Under H_0 gäller att $Z \approx N(\mu, \sigma^2)$, om n_1 och n_2 är tillräckligt stora (” $n_i \geq 10$ ”),

där $\mu = \frac{2n_1n_2}{n_1 + n_2} + 1$ och $\sigma^2 = \frac{2n_1n_2(2n_1n_2 - n_1 - n_2)}{(n_1 + n_2)^2(n_1 + n_2 - 1)}$.

Om speciellt $n_1 = n_2 = m$ gäller under H_0 att

$$P(Z = 2k) = \frac{2 \binom{m-1}{k-1} \binom{m-1}{k-1}}{\binom{2m}{m}}$$

$$P(Z = 2k + 1) = \frac{2 \binom{m-1}{k} \binom{m-1}{k-1}}{\binom{2m}{m}}.$$

Tabeller

Tabell 1. *Det grekiska alfabetet*

alfa	A α	iota	I ι	rho	P ρ, ϱ
beta	B β	kappa	K κ	sigma	Σ σ, ς
gamma	Γ γ	lambda	Λ λ	tau	T τ
delta	Δ δ	my	M μ	ypsilon	Y υ
epsilon	E ϵ, ε	ny	N ν	fi	Φ ϕ, φ
zeta	Z ζ	xi	Ξ ξ	chi	X χ
eta	H η	omikron	O o	psi	Ψ ψ
theta	Θ θ, ϑ	pi	Π π	omega	Ω ω

Tabell 2. *Binomialfördelningen*

Tabellen ger $F(k) = P(X \leq k)$ då $X \sim \text{Bin}(n, p)$, för $0.05 \leq p \leq 0.5$.

För $p > 0.5$ utnyttjas att $Y := n - X \sim \text{Bin}(n, 1 - p)$.

n	$k \backslash p$	0.05	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3	0.4	0.5
2	0	0.9025	0.8100	0.7225	0.6400	0.5625	0.4900	0.3600	0.2500
	1	0.9975	0.9900	0.9775	0.9600	0.9375	0.9100	0.8400	0.7500
3	0	0.8574	0.7290	0.6141	0.5120	0.4219	0.3430	0.2160	0.1250
	1	0.9928	0.9720	0.9392	0.8960	0.8438	0.7840	0.6480	0.5000
	2	0.9999	0.9990	0.9966	0.9920	0.9844	0.9730	0.9360	0.8750
4	0	0.8145	0.6561	0.5220	0.4096	0.3164	0.2401	0.1296	0.0625
	1	0.9860	0.9477	0.8905	0.8192	0.7383	0.6517	0.4752	0.3125
	2	0.9995	0.9963	0.9880	0.9728	0.9492	0.9163	0.8208	0.6875
	3	1.0000	0.9999	0.9995	0.9984	0.9961	0.9919	0.9744	0.9375
5	0	0.7738	0.5905	0.4437	0.3277	0.2373	0.1681	0.0778	0.0312
	1	0.9774	0.9185	0.8352	0.7373	0.6328	0.5282	0.3367	0.1875
	2	0.9988	0.9914	0.9734	0.9421	0.8965	0.8369	0.6826	0.5000
	3	1.0000	0.9995	0.9978	0.9933	0.9844	0.9692	0.9130	0.8125
	4	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.9990	0.9976	0.9898	0.9688
6	0	0.7351	0.5314	0.3772	0.2621	0.1780	0.1176	0.0467	0.0156
	1	0.9672	0.8857	0.7765	0.6554	0.5339	0.4202	0.2333	0.1094
	2	0.9978	0.9842	0.9527	0.9011	0.8306	0.7443	0.5443	0.3438
	3	0.9999	0.9987	0.9941	0.9830	0.9624	0.9295	0.8208	0.6562
	4	1.0000	1.0000	0.9996	0.9984	0.9954	0.9891	0.9590	0.8906
	5	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9993	0.9959	0.9844
7	0	0.6983	0.4783	0.3206	0.2097	0.1335	0.0824	0.0280	0.0078
	1	0.9556	0.8503	0.7166	0.5767	0.4449	0.3294	0.1586	0.0625
	2	0.9962	0.9743	0.9262	0.8520	0.7564	0.6471	0.4199	0.2266
	3	0.9998	0.9973	0.9879	0.9667	0.9294	0.8740	0.7102	0.5000
	4	1.0000	0.9998	0.9988	0.9953	0.9871	0.9712	0.9037	0.7734
	5	1.0000	1.0000	0.9999	0.9996	0.9987	0.9962	0.9812	0.9375
	6	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9984	0.9922
8	0	0.6634	0.4305	0.2725	0.1678	0.1001	0.0576	0.0168	0.0039
	1	0.9428	0.8131	0.6572	0.5033	0.3671	0.2553	0.1064	0.0352
	2	0.9942	0.9619	0.8948	0.7969	0.6785	0.5518	0.3154	0.1445
	3	0.9996	0.9950	0.9786	0.9437	0.8862	0.8059	0.5941	0.3633
	4	1.0000	0.9996	0.9971	0.9896	0.9727	0.9420	0.8263	0.6367
	5	1.0000	1.0000	0.9998	0.9988	0.9958	0.9887	0.9502	0.8555
	6	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9996	0.9987	0.9915	0.9648
	7	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9993	0.9961

Binomialfördelningen, forts.

[illegible]

Binomialfördelningen, forts.

[illegible]

Tabell 3. Poissonfördelningen

Tabellen ger $F(k) = P(X \leq k)$ då $X \sim \text{Po}(\lambda)$, för $0.1 \leq \lambda \leq 15$.

[illegible]

Poissonfördelningen, forts.

[illegible]

Tabell 4. Normalfördelningens fördelningsfunktion, $\Phi(t)$

Tabellen ger $\Phi(t) = P(X \leq t)$ då $X \sim N(0, 1)$, för $0 \leq t \leq 3.9$.

För $t < 0$ utnyttjas att $\Phi(-t) = 1 - \Phi(t)$.

För stora t kan man utnyttja approximationen $1 - \Phi(t) \approx \varphi(t)/t$,

där $\varphi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-t^2/2}$.

t	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990
3.1	.9 ³ 03	.9 ³ 06	.9 ³ 10	.9 ³ 13	.9 ³ 16	.9 ³ 18	.9 ³ 21	.9 ³ 24	.9 ³ 26	.9 ³ 29
3.2	.9 ³ 31	.9 ³ 34	.9 ³ 36	.9 ³ 38	.9 ³ 40	.9 ³ 42	.9 ³ 44	.9 ³ 46	.9 ³ 48	.9 ³ 50
3.3	.9 ³ 52	.9 ³ 53	.9 ³ 55	.9 ³ 57	.9 ³ 58	.9 ³ 60	.9 ³ 61	.9 ³ 62	.9 ³ 64	.9 ³ 65
3.4	.9 ³ 66	.9 ³ 68	.9 ³ 69	.9 ³ 70	.9 ³ 71	.9 ³ 72	.9 ³ 73	.9 ³ 74	.9 ³ 75	.9 ³ 76
3.5	.9 ³ 77	.9 ³ 78	.9 ³ 78	.9 ³ 79	.9 ³ 80	.9 ³ 81	.9 ³ 81	.9 ³ 82	.9 ³ 83	.9 ³ 83
3.6	.9 ³ 84	.9 ³ 85	.9 ³ 85	.9 ³ 86	.9 ³ 86	.9 ³ 87	.9 ³ 87	.9 ³ 88	.9 ³ 88	.9 ³ 89
3.7	.9 ³ 89	.9 ³ 90	.9 ⁴ 00	.9 ⁴ 04	.9 ⁴ 08	.9 ⁴ 12	.9 ⁴ 15	.9 ⁴ 18	.9 ⁴ 22	.9 ⁴ 25
3.8	.9 ⁴ 28	.9 ⁴ 31	.9 ⁴ 33	.9 ⁴ 36	.9 ⁴ 38	.9 ⁴ 41	.9 ⁴ 43	.9 ⁴ 46	.9 ⁴ 48	.9 ⁴ 50
3.9	.9 ⁴ 52	.9 ⁴ 54	.9 ⁴ 56	.9 ⁴ 58	.9 ⁴ 59	.9 ⁴ 61	.9 ⁴ 63	.9 ⁴ 64	.9 ⁴ 66	.9 ⁴ 67
4.0	.9 ⁴ 68	.9 ⁴ 70	.9 ⁴ 71	.9 ⁴ 72	.9 ⁴ 73	.9 ⁴ 74	.9 ⁴ 75	.9 ⁴ 76	.9 ⁴ 77	.9 ⁴ 78

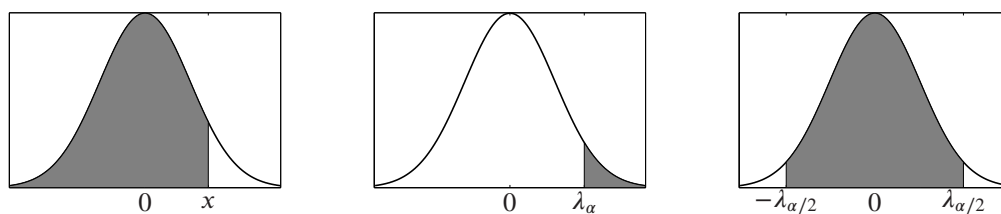
Ex. .9⁴68=0.999968

Tabell 5. Normalfördelningens kvantiler, λ_α

Tabellen ger λ_α för $\alpha \leq 0.5$, där λ_α definieras av att $\Phi(\lambda_\alpha) = 1 - \alpha$, eller alternativt att $P(X > \lambda_\alpha) = \alpha$ då $X \sim N(0, 1)$.

För $\alpha > 0.5$ utnyttjas att $\lambda_\alpha = -\lambda_{1-\alpha}$.

α	λ_α
0.5	0.0000
0.4	0.2533
0.3	0.5244
0.25	0.6745
0.2	0.8416
0.15	1.0364
0.1	1.2816
0.05	1.6449
0.025	1.9600
0.01	2.3263
0.005	2.5758
0.001	3.0902
0.0005	3.2905
0.0001	3.7190
0.00005	3.8906



Figur 1. Arean till vänster om x är $\Phi(x)$, arean till höger om λ_α är α och arean mellan $-\lambda_{\alpha/2}$ och $\lambda_{\alpha/2}$ är $1 - \alpha$.

Tabell 6. *t-fördelningens kvantiler, $t_\alpha(f)$*

$f \backslash \alpha$	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005	0.001	0.0005
1	3.0777	6.3138	12.7062	31.8205	63.6567	318.309	636.619
2	1.8856	2.9200	4.3027	6.9646	9.9248	22.3271	31.5991
3	1.6377	2.3534	3.1824	4.5407	5.8409	10.2145	12.9240
4	1.5332	2.1318	2.7764	3.7469	4.6041	7.1732	8.6103
5	1.4759	2.0150	2.5706	3.3649	4.0321	5.8934	6.8688
6	1.4398	1.9432	2.4469	3.1427	3.7074	5.2076	5.9588
7	1.4149	1.8946	2.3646	2.9980	3.4995	4.7853	5.4079
8	1.3968	1.8595	2.3060	2.8965	3.3554	4.5008	5.0413
9	1.3830	1.8331	2.2622	2.8214	3.2498	4.2968	4.7809
10	1.3722	1.8125	2.2281	2.7638	3.1693	4.1437	4.5869
11	1.3634	1.7959	2.2010	2.7181	3.1058	4.0247	4.4370
12	1.3562	1.7823	2.1788	2.6810	3.0545	3.9296	4.3178
13	1.3502	1.7709	2.1604	2.6503	3.0123	3.8520	4.2208
14	1.3450	1.7613	2.1448	2.6245	2.9768	3.7874	4.1405
15	1.3406	1.7531	2.1314	2.6025	2.9467	3.7328	4.0728
16	1.3368	1.7459	2.1199	2.5835	2.9208	3.6862	4.0150
17	1.3334	1.7396	2.1098	2.5669	2.8982	3.6458	3.9651
18	1.3304	1.7341	2.1009	2.5524	2.8784	3.6105	3.9216
19	1.3277	1.7291	2.0930	2.5395	2.8609	3.5794	3.8834
20	1.3253	1.7247	2.0860	2.5280	2.8453	3.5518	3.8495
21	1.3232	1.7207	2.0796	2.5176	2.8314	3.5272	3.8193
22	1.3212	1.7171	2.0739	2.5083	2.8188	3.5050	3.7921
23	1.3195	1.7139	2.0687	2.4999	2.8073	3.4850	3.7676
24	1.3178	1.7109	2.0639	2.4922	2.7969	3.4668	3.7454
25	1.3163	1.7081	2.0595	2.4851	2.7874	3.4502	3.7251
26	1.3150	1.7056	2.0555	2.4786	2.7787	3.4350	3.7066
27	1.3137	1.7033	2.0518	2.4727	2.7707	3.4210	3.6896
28	1.3125	1.7011	2.0484	2.4671	2.7633	3.4082	3.6739
29	1.3114	1.6991	2.0452	2.4620	2.7564	3.3962	3.6594
30	1.3104	1.6973	2.0423	2.4573	2.7500	3.3852	3.6460
35	1.3062	1.6896	2.0301	2.4377	2.7238	3.3400	3.5911
40	1.3031	1.6839	2.0211	2.4233	2.7045	3.3069	3.5510
45	1.3006	1.6794	2.0141	2.4121	2.6896	3.2815	3.5203
50	1.2987	1.6759	2.0086	2.4033	2.6778	3.2614	3.4960
60	1.2958	1.6706	2.0003	2.3901	2.6603	3.2317	3.4602
70	1.2938	1.6669	1.9944	2.3808	2.6479	3.2108	3.4350
80	1.2922	1.6641	1.9901	2.3739	2.6387	3.1953	3.4163
100	1.2901	1.6602	1.9840	2.3642	2.6259	3.1737	3.3905
120	1.2886	1.6577	1.9799	2.3578	2.6174	3.1595	3.3735
∞	1.2816	1.6449	1.9600	2.3263	2.5758	3.0902	3.2905

Tabell 7. χ^2 -fördelningens kvantiler, $\chi^2_\alpha(f)$

$f \backslash \alpha$	0.9995	0.999	0.995	0.99	0.975	0.95	0.9	0.75	0.5
1	0.0 ⁶ 39	0.0 ⁵ 16	0. ⁴ 39	0.0 ³ 16	0.0 ³ 98	0.0039	0.0158	0.1015	0.4549
2	0.0010	0.0020	0.0100	0.0201	0.0506	0.1026	0.2107	0.5754	1.3863
3	0.0153	0.0243	0.0717	0.1148	0.2158	0.3518	0.5844	1.2125	2.3660
4	0.0639	0.0908	0.2070	0.2971	0.4844	0.7107	1.0636	1.9226	3.3567
5	0.1581	0.2102	0.4117	0.5543	0.8312	1.1455	1.6103	2.6746	4.3515
6	0.2994	0.3811	0.6757	0.8721	1.2373	1.6354	2.2041	3.4546	5.3481
7	0.4849	0.5985	0.9893	1.2390	1.6899	2.1673	2.8331	4.2549	6.3458
8	0.7104	0.8571	1.3444	1.6465	2.1797	2.7326	3.4895	5.0706	7.3441
9	0.9717	1.1519	1.7349	2.0879	2.7004	3.3251	4.1682	5.8988	8.3428
10	1.2650	1.4787	2.1559	2.5582	3.2470	3.9403	4.8652	6.7372	9.3418
11	1.5868	1.8339	2.6032	3.0535	3.8157	4.5748	5.5778	7.5841	10.341
12	1.9344	2.2142	3.0738	3.5706	4.4038	5.2260	6.3038	8.4384	11.340
13	2.3051	2.6172	3.5650	4.1069	5.0088	5.8919	7.0415	9.2991	12.340
14	2.6967	3.0407	4.0747	4.6604	5.6287	6.5706	7.7895	10.165	13.339
15	3.1075	3.4827	4.6009	5.2293	6.2621	7.2609	8.5468	11.037	14.339
16	3.5358	3.9416	5.1422	5.8122	6.9077	7.9616	9.3122	11.912	15.338
17	3.9802	4.4161	5.6972	6.4078	7.5642	8.6718	10.085	12.792	16.338
18	4.4394	4.9048	6.2648	7.0149	8.2307	9.3905	10.865	13.675	17.338
19	4.9123	5.4068	6.8440	7.6327	8.9065	10.117	11.651	14.562	18.338
20	5.3981	5.9210	7.4338	8.2604	9.5908	10.851	12.443	15.452	19.337
21	5.8957	6.4467	8.0337	8.8972	10.283	11.591	13.240	16.344	20.337
22	6.4045	6.9830	8.6427	9.5425	10.982	12.338	14.041	17.240	21.337
23	6.9237	7.5292	9.2604	10.196	11.689	13.091	14.848	18.137	22.337
24	7.4527	8.0849	9.8862	10.856	12.401	13.848	15.659	19.037	23.337
25	7.9910	8.6493	10.520	11.524	13.120	14.611	16.473	19.939	24.337
26	8.5379	9.2221	11.160	12.198	13.844	15.379	17.292	20.843	25.336
27	9.0932	9.8028	11.808	12.879	14.573	16.151	18.114	21.749	26.336
28	9.6563	10.391	12.461	13.565	15.308	16.928	18.939	22.657	27.336
29	10.227	10.986	13.121	14.256	16.047	17.708	19.768	23.567	28.336
30	10.804	11.588	13.787	14.953	16.791	18.493	20.599	24.478	29.336
35	13.787	14.688	17.192	18.509	20.569	22.465	24.797	29.054	34.336
40	16.906	17.916	20.707	22.164	24.433	26.509	29.051	33.660	39.335
45	20.137	21.251	24.311	25.901	28.366	30.612	33.350	38.291	44.335
50	23.461	24.674	27.991	29.707	32.357	34.764	37.689	42.942	49.335
60	30.340	31.738	35.534	37.485	40.482	43.188	46.459	52.294	59.335
70	37.467	39.036	43.275	45.442	48.758	51.739	55.329	61.698	69.334
80	44.791	46.520	51.172	53.540	57.153	60.391	64.278	71.145	79.334
90	52.276	54.155	59.196	61.754	65.647	69.126	73.291	80.625	89.334
100	59.896	61.918	67.328	70.065	74.222	77.929	82.358	90.133	99.334

Ex. 0.0⁶39=0.000 000 39

χ^2 -fördelningens kvantiler, $\chi^2_\alpha(f)$, forts.

$f \backslash \alpha$	0.25	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005	0.001	0.0005
1	1.3233	2.7055	3.8415	5.0239	6.6349	7.8794	10.828	12.116
2	2.7726	4.6052	5.9915	7.3778	9.2103	10.597	13.816	15.202
3	4.1083	6.2514	7.8147	9.3484	11.345	12.838	16.266	17.730
4	5.3853	7.7794	9.4877	11.143	13.277	14.860	18.467	19.997
5	6.6257	9.2364	11.070	12.833	15.086	16.750	20.515	22.105
6	7.8408	10.645	12.592	14.449	16.812	18.548	22.458	24.103
7	9.0371	12.017	14.067	16.013	18.475	20.278	24.322	26.018
8	10.219	13.362	15.507	17.535	20.090	21.955	26.124	27.868
9	11.389	14.684	16.919	19.023	21.666	23.589	27.877	29.666
10	12.549	15.987	18.307	20.483	23.209	25.188	29.588	31.420
11	13.701	17.275	19.675	21.920	24.725	26.757	31.264	33.137
12	14.845	18.549	21.026	23.337	26.217	28.300	32.909	34.821
13	15.984	19.812	22.362	24.736	27.688	29.819	34.528	36.478
14	17.117	21.064	23.685	26.119	29.141	31.319	36.123	38.109
15	18.245	22.307	24.996	27.488	30.578	32.801	37.697	39.719
16	19.369	23.542	26.296	28.845	32.000	34.267	39.252	41.308
17	20.489	24.769	27.587	30.191	33.409	35.718	40.790	42.879
18	21.605	25.989	28.869	31.526	34.805	37.156	42.312	44.434
19	22.718	27.204	30.144	32.852	36.191	38.582	43.820	45.973
20	23.828	28.412	31.410	34.170	37.566	39.997	45.315	47.498
21	24.935	29.615	32.671	35.479	38.932	41.401	46.797	49.011
22	26.039	30.813	33.924	36.781	40.289	42.796	48.268	50.511
23	27.141	32.007	35.172	38.076	41.638	44.181	49.728	52.000
24	28.241	33.196	36.415	39.364	42.980	45.559	51.179	53.479
25	29.339	34.382	37.652	40.646	44.314	46.928	52.620	54.947
26	30.435	35.563	38.885	41.923	45.642	48.290	54.052	56.407
27	31.528	36.741	40.113	43.195	46.963	49.645	55.476	57.858
28	32.620	37.916	41.337	44.461	48.278	50.993	56.892	59.300
29	33.711	39.087	42.557	45.722	49.588	52.336	58.301	60.735
30	34.800	40.256	43.773	46.979	50.892	53.672	59.703	62.162
35	40.223	46.059	49.802	53.203	57.342	60.275	66.619	69.199
40	45.616	51.805	55.758	59.342	63.691	66.766	73.402	76.095
45	50.985	57.505	61.656	65.410	69.957	73.166	80.077	82.876
50	56.334	63.167	67.505	71.420	76.154	79.490	86.661	89.561
60	66.981	74.397	79.082	83.298	88.379	91.952	99.607	102.69
70	77.577	85.527	90.531	95.023	100.43	104.21	112.32	115.58
80	88.130	96.578	101.88	106.63	112.33	116.32	124.84	128.26
90	98.650	107.57	113.15	118.14	124.12	128.30	137.21	140.78
100	109.14	118.50	124.34	129.56	135.81	140.17	149.45	153.17
110	119.61	129.39	135.48	140.92	147.41	151.95	161.58	165.44
120	130.05	140.23	146.57	152.21	158.95	163.65	173.62	177.60

Tabell 8. F -fördelningens kvantiler, $F_\alpha(f_1, f_2)$ $\alpha = 0.05$ Observera att $F_{1-\alpha}(f_1, f_2) = 1/F_\alpha(f_2, f_1)$.

$f_2 \backslash f_1$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	161.4	199.5	215.7	224.6	230.2	234.0	236.8	238.9	240.5	241.9	243.0	243.9
2	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.35	19.37	19.38	19.40	19.40	19.41
3	10.13	9.552	9.277	9.117	9.013	8.941	8.887	8.845	8.812	8.786	8.763	8.745
4	7.709	6.944	6.591	6.388	6.256	6.163	6.094	6.041	5.999	5.964	5.936	5.912
5	6.608	5.786	5.409	5.192	5.050	4.950	4.876	4.818	4.772	4.735	4.704	4.678
6	5.987	5.143	4.757	4.534	4.387	4.284	4.207	4.147	4.099	4.060	4.027	4.000
7	5.591	4.737	4.347	4.120	3.972	3.866	3.787	3.726	3.677	3.637	3.603	3.575
8	5.318	4.459	4.066	3.838	3.687	3.581	3.500	3.438	3.388	3.347	3.313	3.284
9	5.117	4.256	3.863	3.633	3.482	3.374	3.293	3.230	3.179	3.137	3.102	3.073
10	4.965	4.103	3.708	3.478	3.326	3.217	3.135	3.072	3.020	2.978	2.943	2.913
11	4.844	3.982	3.587	3.357	3.204	3.095	3.012	2.948	2.896	2.854	2.818	2.788
12	4.747	3.885	3.490	3.259	3.106	2.996	2.913	2.849	2.796	2.753	2.717	2.687
13	4.667	3.806	3.411	3.179	3.025	2.915	2.832	2.767	2.714	2.671	2.635	2.604
14	4.600	3.739	3.344	3.112	2.958	2.848	2.764	2.699	2.646	2.602	2.565	2.534
15	4.543	3.682	3.287	3.056	2.901	2.790	2.707	2.641	2.588	2.544	2.507	2.475
16	4.494	3.634	3.239	3.007	2.852	2.741	2.657	2.591	2.538	2.494	2.456	2.425
17	4.451	3.592	3.197	2.965	2.810	2.699	2.614	2.548	2.494	2.450	2.413	2.381
18	4.414	3.555	3.160	2.928	2.773	2.661	2.577	2.510	2.456	2.412	2.374	2.342
19	4.381	3.522	3.127	2.895	2.740	2.628	2.544	2.477	2.423	2.378	2.340	2.308
20	4.351	3.493	3.098	2.866	2.711	2.599	2.514	2.447	2.393	2.348	2.310	2.278
21	4.325	3.467	3.072	2.840	2.685	2.573	2.488	2.420	2.366	2.321	2.283	2.250
22	4.301	3.443	3.049	2.817	2.661	2.549	2.464	2.397	2.342	2.297	2.259	2.226
23	4.279	3.422	3.028	2.796	2.640	2.528	2.442	2.375	2.320	2.275	2.236	2.204
24	4.260	3.403	3.009	2.776	2.621	2.508	2.423	2.355	2.300	2.255	2.216	2.183
25	4.242	3.385	2.991	2.759	2.603	2.490	2.405	2.337	2.282	2.236	2.198	2.165
26	4.225	3.369	2.975	2.743	2.587	2.474	2.388	2.321	2.265	2.220	2.181	2.148
27	4.210	3.354	2.960	2.728	2.572	2.459	2.373	2.305	2.250	2.204	2.166	2.132
28	4.196	3.340	2.947	2.714	2.558	2.445	2.359	2.291	2.236	2.190	2.151	2.118
29	4.183	3.328	2.934	2.701	2.545	2.432	2.346	2.278	2.223	2.177	2.138	2.104
30	4.171	3.316	2.922	2.690	2.534	2.421	2.334	2.266	2.211	2.165	2.126	2.092
35	4.121	3.267	2.874	2.641	2.485	2.372	2.285	2.217	2.161	2.114	2.075	2.041
40	4.085	3.232	2.839	2.606	2.449	2.336	2.249	2.180	2.124	2.077	2.038	2.003
45	4.057	3.204	2.812	2.579	2.422	2.308	2.221	2.152	2.096	2.049	2.009	1.974
50	4.034	3.183	2.790	2.557	2.400	2.286	2.199	2.130	2.073	2.026	1.986	1.952
60	4.001	3.150	2.758	2.525	2.368	2.254	2.167	2.097	2.040	1.993	1.952	1.917
70	3.978	3.128	2.736	2.503	2.346	2.231	2.143	2.074	2.017	1.969	1.928	1.893
80	3.960	3.111	2.719	2.486	2.329	2.214	2.126	2.056	1.999	1.951	1.910	1.875
100	3.936	3.087	2.696	2.463	2.305	2.191	2.103	2.032	1.975	1.927	1.886	1.850
120	3.920	3.072	2.680	2.447	2.290	2.175	2.087	2.016	1.959	1.910	1.869	1.834
∞	3.841	2.996	2.605	2.372	2.214	2.099	2.010	1.938	1.880	1.831	1.789	1.752

F-fördelningens kvantiler, $F_\alpha(f_1, f_2)$

$\alpha = 0.05$, forts.

Observera att $F_{1-\alpha}(f_1, f_2) = 1/F_\alpha(f_2, f_1)$.

$f_2 \backslash f_1$	13	14	15	18	20	25	30	40	60	80	120	∞
1	244.7	245.4	245.9	247.3	248.0	249.3	250.1	251.1	252.2	252.7	253.3	254.3
2	19.42	19.42	19.43	19.44	19.45	19.46	19.46	19.47	19.48	19.48	19.49	19.50
3	8.729	8.715	8.703	8.675	8.660	8.634	8.617	8.594	8.572	8.561	8.549	8.526
4	5.891	5.873	5.858	5.821	5.803	5.769	5.746	5.717	5.688	5.673	5.658	5.628
5	4.655	4.636	4.619	4.579	4.558	4.521	4.496	4.464	4.431	4.415	4.398	4.365
6	3.976	3.956	3.938	3.896	3.874	3.835	3.808	3.774	3.740	3.722	3.705	3.669
7	3.550	3.529	3.511	3.467	3.445	3.404	3.376	3.340	3.304	3.286	3.267	3.230
8	3.259	3.237	3.218	3.173	3.150	3.108	3.079	3.043	3.005	2.986	2.967	2.928
9	3.048	3.025	3.006	2.960	2.936	2.893	2.864	2.826	2.787	2.768	2.748	2.707
10	2.887	2.865	2.845	2.798	2.774	2.730	2.700	2.661	2.621	2.601	2.580	2.538
11	2.761	2.739	2.719	2.671	2.646	2.601	2.570	2.531	2.490	2.469	2.448	2.404
12	2.660	2.637	2.617	2.568	2.544	2.498	2.466	2.426	2.384	2.363	2.341	2.296
13	2.577	2.554	2.533	2.484	2.459	2.412	2.380	2.339	2.297	2.275	2.252	2.206
14	2.507	2.484	2.463	2.413	2.388	2.341	2.308	2.266	2.223	2.201	2.178	2.131
15	2.448	2.424	2.403	2.353	2.328	2.280	2.247	2.204	2.160	2.137	2.114	2.066
16	2.397	2.373	2.352	2.302	2.276	2.227	2.194	2.151	2.106	2.083	2.059	2.010
17	2.353	2.329	2.308	2.257	2.230	2.181	2.148	2.104	2.058	2.035	2.011	1.960
18	2.314	2.290	2.269	2.217	2.191	2.141	2.107	2.063	2.017	1.993	1.968	1.917
19	2.280	2.256	2.234	2.182	2.155	2.106	2.071	2.026	1.980	1.955	1.930	1.878
20	2.250	2.225	2.203	2.151	2.124	2.074	2.039	1.994	1.946	1.922	1.896	1.843
21	2.222	2.197	2.176	2.123	2.096	2.045	2.010	1.965	1.916	1.891	1.866	1.812
22	2.198	2.173	2.151	2.098	2.071	2.020	1.984	1.938	1.889	1.864	1.838	1.783
23	2.175	2.150	2.128	2.075	2.048	1.996	1.961	1.914	1.865	1.839	1.813	1.757
24	2.155	2.130	2.108	2.054	2.027	1.975	1.939	1.892	1.842	1.816	1.790	1.733
25	2.136	2.111	2.089	2.035	2.007	1.955	1.919	1.872	1.822	1.796	1.768	1.711
26	2.119	2.094	2.072	2.018	1.990	1.938	1.901	1.853	1.803	1.776	1.749	1.691
27	2.103	2.078	2.056	2.002	1.974	1.921	1.884	1.836	1.785	1.758	1.731	1.672
28	2.089	2.064	2.041	1.987	1.959	1.906	1.869	1.820	1.769	1.742	1.714	1.654
29	2.076	2.050	2.027	1.973	1.945	1.891	1.854	1.806	1.754	1.726	1.698	1.638
30	2.063	2.037	2.015	1.960	1.932	1.878	1.841	1.792	1.740	1.712	1.683	1.622
35	2.012	1.989	1.963	1.907	1.878	1.824	1.786	1.735	1.681	1.652	1.623	1.558
40	1.974	1.948	1.924	1.868	1.839	1.783	1.744	1.693	1.637	1.608	1.577	1.509
45	1.945	1.918	1.895	1.838	1.808	1.752	1.713	1.660	1.603	1.573	1.541	1.470
50	1.921	1.895	1.871	1.814	1.784	1.727	1.687	1.634	1.576	1.544	1.511	1.438
60	1.887	1.860	1.836	1.778	1.748	1.690	1.649	1.594	1.534	1.502	1.467	1.389
70	1.863	1.836	1.812	1.753	1.722	1.664	1.622	1.566	1.505	1.471	1.435	1.353
80	1.845	1.817	1.793	1.734	1.703	1.644	1.602	1.545	1.482	1.448	1.411	1.325
100	1.819	1.792	1.768	1.708	1.676	1.616	1.573	1.515	1.450	1.415	1.376	1.283
120	1.803	1.775	1.750	1.690	1.659	1.598	1.554	1.495	1.429	1.392	1.352	1.254
∞	1.720	1.692	1.666	1.604	1.571	1.506	1.459	1.394	1.318	1.273	1.221	1.000

F-fördelningens kvantiler, $F_\alpha(f_1, f_2)$

$\alpha = 0.01$

Observera att $F_{1-\alpha}(f_1, f_2) = 1/F_\alpha(f_2, f_1)$.

$f_2 \backslash f_1$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	4052	5000	5403	5625	5764	5859	5928	5981	6022	6056	6083	6106
2	98.50	99.00	99.17	99.25	99.30	99.33	99.36	99.37	99.39	99.40	99.41	99.42
3	34.12	30.82	29.46	28.71	28.24	27.91	27.67	27.49	27.35	27.23	27.13	27.05
4	21.20	18.00	16.69	15.98	15.52	15.21	14.98	14.80	14.66	14.55	14.45	14.37
5	16.26	13.27	12.06	11.39	10.97	10.67	10.46	10.29	10.16	10.05	9.963	9.888
6	13.75	10.92	9.780	9.148	8.746	8.466	8.260	8.102	7.976	7.874	7.790	7.718
7	12.25	9.547	8.451	7.847	7.460	7.191	6.993	6.840	6.719	6.620	6.538	6.469
8	11.26	8.649	7.591	7.006	6.632	6.371	6.178	6.029	5.911	5.814	5.734	5.667
9	10.56	8.022	6.992	6.422	6.057	5.802	5.612	5.467	5.351	5.257	5.178	5.111
10	10.04	7.559	6.552	5.994	5.636	5.386	5.200	5.057	4.942	4.849	4.772	4.706
11	9.646	7.206	6.217	5.668	5.316	5.069	4.886	4.744	4.632	4.539	4.462	4.397
12	9.330	6.927	5.953	5.412	5.064	4.821	4.640	4.499	4.388	4.296	4.220	4.155
13	9.074	6.701	5.739	5.205	4.862	4.620	4.441	4.302	4.191	4.100	4.025	3.960
14	8.862	6.515	5.564	5.035	4.695	4.456	4.278	4.140	4.030	3.939	3.864	3.800
15	8.683	6.359	5.417	4.893	4.556	4.318	4.142	4.004	3.895	3.805	3.730	3.666
16	8.531	6.226	5.292	4.773	4.437	4.202	4.026	3.890	3.780	3.691	3.616	3.553
17	8.400	6.112	5.185	4.669	4.336	4.102	3.927	3.791	3.682	3.593	3.519	3.455
18	8.285	6.013	5.092	4.579	4.248	4.015	3.841	3.705	3.597	3.508	3.434	3.371
19	8.185	5.926	5.010	4.500	4.171	3.939	3.765	3.631	3.523	3.434	3.360	3.297
20	8.096	5.849	4.938	4.431	4.103	3.871	3.699	3.564	3.457	3.368	3.294	3.231
21	8.017	5.780	4.874	4.369	4.042	3.812	3.640	3.506	3.398	3.310	3.236	3.173
22	7.945	5.719	4.817	4.313	3.988	3.758	3.587	3.453	3.346	3.258	3.184	3.121
23	7.881	5.664	4.765	4.264	3.939	3.710	3.539	3.406	3.299	3.211	3.137	3.074
24	7.823	5.614	4.718	4.218	3.895	3.667	3.496	3.363	3.256	3.168	3.094	3.032
25	7.770	5.568	4.675	4.177	3.855	3.627	3.457	3.324	3.217	3.129	3.056	2.993
26	7.721	5.526	4.637	4.140	3.818	3.591	3.421	3.288	3.182	3.094	3.021	2.958
27	7.677	5.488	4.601	4.106	3.785	3.558	3.388	3.256	3.149	3.062	2.988	2.926
28	7.636	5.453	4.568	4.074	3.754	3.528	3.358	3.226	3.120	3.032	2.959	2.896
29	7.598	5.420	4.538	4.045	3.725	3.499	3.330	3.198	3.092	3.005	2.931	2.868
30	7.562	5.390	4.510	4.018	3.699	3.473	3.304	3.173	3.067	2.979	2.906	2.843
35	7.419	5.268	4.396	3.908	3.592	3.368	3.200	3.069	2.963	2.876	2.803	2.740
40	7.314	5.179	4.313	3.828	3.514	3.291	3.124	2.993	2.888	2.801	2.727	2.665
45	7.234	5.110	4.249	3.767	3.454	3.232	3.066	2.935	2.830	2.743	2.670	2.608
50	7.171	5.057	4.199	3.720	3.408	3.186	3.020	2.890	2.785	2.698	2.625	2.562
60	7.077	4.977	4.126	3.649	3.339	3.119	2.953	2.823	2.718	2.632	2.559	2.496
70	7.011	4.922	4.074	3.600	3.291	3.071	2.906	2.777	2.672	2.585	2.512	2.450
80	6.963	4.881	4.036	3.563	3.255	3.036	2.871	2.742	2.637	2.551	2.478	2.415
100	6.895	4.824	3.984	3.513	3.206	2.988	2.823	2.694	2.590	2.503	2.430	2.368
120	6.851	4.787	3.949	3.480	3.174	2.956	2.792	2.663	2.559	2.472	2.399	2.336
∞	6.635	4.605	3.782	3.319	3.017	2.802	2.639	2.511	2.407	2.321	2.248	2.185

F-fördelningens kvantiler, $F_\alpha(f_1, f_2)$

$\alpha = 0.01$, forts.

Observera att $F_{1-\alpha}(f_1, f_2) = 1/F_\alpha(f_2, f_1)$.

$f_2 \backslash f_1$	13	14	15	18	20	25	30	40	60	80	120	∞
1	6126	6143	6157	6192	6209	6240	6261	6287	6313	6326	6339	6366
2	99.42	99.43	99.43	99.44	99.45	99.46	99.47	99.47	99.48	99.49	99.49	99.50
3	26.98	26.92	26.87	26.75	26.69	26.58	26.50	26.41	26.32	26.27	26.22	26.13
4	14.31	14.25	14.20	14.08	14.02	13.91	13.84	13.75	13.65	13.61	13.56	13.46
5	9.825	9.770	9.722	9.610	9.553	9.449	9.379	9.291	9.202	9.157	9.112	9.020
6	7.657	7.605	7.559	7.451	7.396	7.296	7.229	7.143	7.057	7.013	6.969	6.880
7	6.410	6.359	6.314	6.209	6.155	6.058	5.992	5.908	5.824	5.781	5.737	5.650
8	5.609	5.559	5.515	5.412	5.359	5.263	5.198	5.116	5.032	4.989	4.946	4.859
9	5.055	5.005	4.962	4.860	4.808	4.713	4.649	4.567	4.483	4.441	4.398	4.311
10	4.650	4.601	4.558	4.457	4.405	4.311	4.247	4.165	4.082	4.039	3.996	3.909
11	4.342	4.293	4.251	4.150	4.099	4.005	3.941	3.860	3.776	3.734	3.690	3.602
12	4.100	4.052	4.010	3.909	3.858	3.765	3.701	3.619	3.535	3.493	3.449	3.361
13	3.905	3.857	3.815	3.716	3.665	3.571	3.507	3.425	3.341	3.298	3.255	3.165
14	3.745	3.698	3.656	3.556	3.505	3.412	3.348	3.266	3.181	3.138	3.094	3.004
15	3.612	3.564	3.522	3.423	3.372	3.278	3.214	3.132	3.047	3.004	2.959	2.868
16	3.498	3.451	3.409	3.310	3.259	3.165	3.101	3.018	2.933	2.889	2.845	2.753
17	3.401	3.353	3.312	3.212	3.162	3.068	3.003	2.920	2.835	2.791	2.746	2.653
18	3.316	3.269	3.227	3.128	3.077	2.983	2.919	2.835	2.749	2.705	2.660	2.566
19	3.242	3.195	3.153	3.054	3.003	2.909	2.844	2.761	2.674	2.630	2.584	2.489
20	3.177	3.130	3.088	2.989	2.938	2.843	2.778	2.695	2.608	2.563	2.517	2.421
21	3.119	3.072	3.030	2.931	2.880	2.785	2.720	2.636	2.548	2.503	2.457	2.360
22	3.067	3.019	2.978	2.879	2.827	2.733	2.667	2.583	2.495	2.450	2.403	2.306
23	3.020	2.973	2.931	2.832	2.781	2.686	2.620	2.535	2.447	2.401	2.354	2.256
24	2.977	2.930	2.889	2.789	2.738	2.643	2.577	2.492	2.403	2.357	2.310	2.211
25	2.939	2.892	2.850	2.751	2.699	2.604	2.538	2.453	2.364	2.317	2.270	2.169
26	2.904	2.857	2.815	2.715	2.664	2.569	2.503	2.417	2.327	2.281	2.233	2.131
27	2.871	2.824	2.783	2.683	2.632	2.536	2.470	2.384	2.294	2.247	2.198	2.097
28	2.842	2.795	2.753	2.653	2.602	2.506	2.440	2.354	2.263	2.216	2.167	2.064
29	2.814	2.767	2.726	2.626	2.574	2.478	2.412	2.325	2.234	2.187	2.138	2.034
30	2.789	2.742	2.700	2.600	2.549	2.453	2.386	2.299	2.208	2.160	2.111	2.006
35	2.686	2.639	2.597	2.497	2.445	2.348	2.281	2.193	2.099	2.050	2.000	1.891
40	2.611	2.563	2.522	2.421	2.369	2.271	2.203	2.114	2.019	1.969	1.917	1.805
45	2.553	2.506	2.464	2.363	2.311	2.213	2.144	2.054	1.958	1.907	1.853	1.737
50	2.508	2.461	2.419	2.318	2.265	2.167	2.098	2.007	1.909	1.857	1.803	1.683
60	2.442	2.394	2.352	2.251	2.198	2.098	2.028	1.936	1.836	1.783	1.726	1.601
70	2.395	2.348	2.306	2.204	2.150	2.050	1.980	1.886	1.785	1.730	1.672	1.540
80	2.361	2.313	2.271	2.169	2.115	2.015	1.944	1.849	1.746	1.690	1.630	1.494
100	2.313	2.265	2.223	2.120	2.067	1.965	1.893	1.797	1.692	1.634	1.572	1.427
120	2.282	2.234	2.192	2.089	2.035	1.932	1.860	1.763	1.656	1.597	1.533	1.381
∞	2.130	2.082	2.039	1.934	1.878	1.773	1.696	1.592	1.473	1.404	1.325	1.000

Tabell 9. *Kritiska gränser för Wilcoxons tvåstickprovstest*

Den första halvan av tabellen ger kritiska gränser, K , vid ensidiga test av typen $R \leq K$, där R är rangsumman för det mindre stickprovet av storlek n_1 . Den andra halvan, se nästa sida, ger gränser för ensidiga test av typen $R \geq K$. Vid tvåsidiga test används båda olikheterna och felrisken blir 2α .

n_1	$n_2 \backslash \alpha$	0.0005	0.001	0.005	0.01	0.025	0.05	0.10
2	3	—	—	—	—	—	—	3
	4	—	—	—	—	—	—	3
	5	—	—	—	—	—	3	4
	6	—	—	—	—	—	3	4
	7	—	—	—	—	—	3	4
	8	—	—	—	—	3	4	5
	9	—	—	—	—	3	4	5
	10	—	—	—	—	3	4	6
3	3	—	—	—	—	—	6	7
	4	—	—	—	—	—	6	7
	5	—	—	—	—	6	7	8
	6	—	—	—	—	7	8	9
	7	—	—	—	6	7	8	10
	8	—	—	—	6	8	9	11
	9	—	—	6	7	8	10	11
	10	—	—	6	7	9	10	12
4	4	—	—	—	—	10	11	13
	5	—	—	—	10	11	12	14
	6	—	—	10	11	12	13	15
	7	—	—	10	11	13	14	16
	8	—	—	11	12	14	15	17
	9	—	—	11	13	14	16	19
	10	—	10	12	13	15	17	20
5	5	—	—	15	16	17	19	20
	6	—	—	16	17	18	20	22
	7	—	—	16	18	20	21	23
	8	—	15	17	19	21	23	25
	9	15	16	18	20	22	24	27
	10	15	16	19	21	23	26	28
6	6	—	—	23	24	26	28	30
	7	—	21	24	25	27	29	32
	8	21	22	25	27	29	31	34
	9	22	23	26	28	31	33	36
	10	23	24	27	29	32	35	38
7	7	28	29	32	34	36	39	41
	8	29	30	34	35	38	41	44
	9	30	31	35	37	40	43	46
	10	31	33	37	39	42	45	49
8	8	38	40	43	45	49	51	55
	9	40	41	45	47	51	54	58
	10	41	42	47	49	53	56	60
9	9	50	52	56	59	62	66	70
	10	52	53	58	61	65	69	73
10	10	63	65	71	74	78	82	87

Kritiska gränser för Wilcoxons tvåstickprovstest, forts.

Kritiska gränser för ensidiga test av typen $R \geq K$.

n_1	$n_2 \backslash \alpha$	0.0005	0.001	0.005	0.01	0.025	0.05	0.10
2	3	—	—	—	—	—	—	9
	4	—	—	—	—	—	—	11
	5	—	—	—	—	—	13	12
	6	—	—	—	—	—	15	14
	7	—	—	—	—	—	17	16
	8	—	—	—	—	19	18	17
	9	—	—	—	—	21	20	19
	10	—	—	—	—	23	22	20
3	3	—	—	—	—	—	15	14
	4	—	—	—	—	—	18	17
	5	—	—	—	—	21	20	19
	6	—	—	—	—	23	22	21
	7	—	—	—	27	26	25	23
	8	—	—	—	30	28	27	25
	9	—	—	33	32	31	29	28
	10	—	—	36	35	33	32	30
4	4	—	—	—	—	26	25	23
	5	—	—	—	30	29	28	26
	6	—	—	34	33	32	31	29
	7	—	—	38	37	35	34	32
	8	—	—	41	40	38	37	35
	9	—	—	45	43	42	40	37
	10	—	50	48	47	45	43	40
5	5	—	—	40	39	38	36	35
	6	—	—	44	43	42	40	38
	7	—	—	49	47	45	44	42
	8	—	55	53	51	49	47	45
	9	60	59	57	55	53	51	48
	10	65	64	61	59	57	54	52
6	6	—	—	55	54	52	50	48
	7	—	63	60	59	57	55	52
	8	69	68	65	63	61	59	56
	9	74	73	70	68	65	63	60
	10	79	78	75	73	70	67	64
7	7	77	76	73	71	69	66	64
	8	83	82	78	77	74	71	68
	9	89	88	84	82	79	76	73
	10	95	93	89	87	84	81	77
8	8	98	96	93	91	87	85	81
	9	104	103	99	97	93	90	86
	10	111	110	105	103	99	96	92
9	9	121	119	115	112	109	105	101
	10	128	127	122	119	115	111	107
10	10	147	145	139	136	132	128	123

Tabell 10. *Kritiska gränser för teckenrangtestet*

Den övre halvan av tabellen ger kritiska gränser, K , vid ensidiga test av typen $T \leq K$, där T är rangsumman. Den undre halvan ger gränser för ensidiga test av typen $T \geq K$.

Vid tvåsidiga test används båda olikheterna och felrisken blir 2α .

$n \backslash \alpha$	0.0005	0.001	0.005	0.01	0.025	0.05	0.10
4	—	—	—	—	—	—	0
5	—	—	—	—	—	0	2
6	—	—	—	—	0	2	3
7	—	—	—	0	2	3	5
8	—	—	0	1	3	5	8
9	—	—	1	3	5	8	10
10	—	0	3	5	8	10	14
11	0	1	5	7	10	13	17
12	1	2	7	9	13	17	21
13	2	4	9	12	17	21	26
14	4	6	12	15	21	25	31
15	6	8	15	19	25	30	36
16	8	11	19	23	29	35	42
17	11	14	23	27	34	41	48
18	14	18	27	32	40	47	55
19	18	21	32	37	46	53	62
20	21	26	37	43	52	60	69

$n \backslash \alpha$	0.0005	0.001	0.005	0.01	0.025	0.05	0.10
4	—	—	—	—	—	—	10
5	—	—	—	—	—	15	13
6	—	—	—	—	21	19	18
7	—	—	—	28	26	25	23
8	—	—	36	35	33	31	28
9	—	—	44	42	40	37	35
10	—	55	52	50	47	45	41
11	66	65	61	59	56	53	49
12	77	76	71	69	65	61	57
13	89	87	82	79	74	70	65
14	101	99	93	90	84	80	74
15	114	112	105	101	95	90	84
16	128	125	117	113	107	101	94
17	142	139	130	126	119	112	105
18	157	153	144	139	131	124	116
19	172	169	158	153	144	137	128
20	189	184	173	167	158	150	141

Tabell 11. *Slumptal*

Tabellen ger decimala slumptal, dvs. talen 0, . . . , 9 med sannolikhet 1/10 vardera. För att erhålla slumptal från $\text{Re}(0, 1)$ kan man gruppera talen med önskat antal decimaler, så att t.ex. 9306 ger talet 0.9306.

93067603284179389074676073760297699858475459473239
 21547401222382462382119064442414851972751563982353
 32473265841639799541645393130916553777819476586501
 90660458052268337989334303047870405403124447365755
 68147059655084077640707511219248344780070489757250
 73877929288623052882885413081128799289384070561661
 04439216312603130823010587467221581156719665564600
 39376724794068380289712040642068200546258929425946
 62192893915266952850158677698541414305498584699479
 35357541513563431500391293433626706139184196868699
 57568464004897149254804105956927851429443541136580
 77765520625563378576889073050972089947384861549813
 37817463819090238375676108449841470103437722176192
 14087954955335802380472675999697628451991924513261
 50589099039634180718296904132355184704845070529798
 67638729755887847762619117433244376608823412508375
 03386626759938967040927148885258676707870698709659
 35240479732726713049077730827872593077607508997054
 34174997696512180929814336944385492499905652575226
 98699219278476663558970629614056818274236719951030
 37481324852539188399339183263146545623611217180428
 90520569027442095485035967154863779461497285746069
 26320955055250478530554706014912621930361416437693
 72234014865653786993641496480680578348436811648339
 85178419893805978017284816194847608176566562667480
 55659432399203842536929634816777360680625579846825
 70471610424775496167085816752525880666082522865365
 65313285348334255798240285079586500062836120054801
 04694955094290313344624116788539543940139368942817
 14644592345390438223380847003795406794957803068907
 17907755689630556021026209839691581890064197625471
 14382295663261782620105366612398442392237033830583
 11053597606372053395404675794735137822425154280783
 07071593340334227818903383631473160826493408763799
 64457287429554553967498000486406010640787845841559
 48768203368414324155477967399812382653566020476514
 04557754824717374719929927491190072460104415790178
 65292297944418503090457093630039237561517210964641
 48180752617002808312451945593600049628466372968062
 72502732758386421931646208322461533146479168740285