Extraproblem

Elmer Rådahl

Inom sannolikhetslära och statistik är den så kallade felfunktionen (error function) viktig. Den betecknas erf(x) och är definierad som

$$\mathrm{erf(x)} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$$

(a) Visa att $\int_a^b e^{-t^2} dt = \frac{1}{2}\sqrt{\pi}(\mathrm{erf(b)} - \mathrm{erf(a)})$ (2p)

(b) Beräkna $\frac{d}{dx}(\mathrm{erf}(2\sqrt{x}))$ (2p)

(c) Visa att $y = e^{x^2}\mathrm{erf(x)}$ satisfierar differentialekvationen $y' = 2xy + \frac{2}{\sqrt{\pi}}$ (2p)

(d) Visa att erf(x) är en udda funktion. Ledning: e^{-t^2} är jämn (3p)

(e) Visa att erf(x)$= \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{n!(2n+1)}$. Ledning: Använd MacLaurin-serien för e^x (3p)