

PROBLEM 1, 3, 5, 7

1. Låt $f(x) = \ln x + \frac{1}{\ln x}$, $0 < x < 1$.
 - a) Bestäm funktionens asymptoter. Motivera varför funktionen har ett största värde på $0 < x < 1$.
 - b) Beräkna funktionens största värde på intervallet $0 < x < 1$.
3.
 - a) Motivera varför serien $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{2^n}$ är konvergent. Bestäm summan.
 - b) Vad är konvergensraden av potensserien $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{x}{2}\right)^n$. För vilka x konvergerar serien?
5.
 - a) Bestäm den lösning till differentialekvationen $y'' + y = 1$ för vilken $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$.
 - b) Bestäm den lösning till differentialekvationen $y' + \frac{1}{x}y = 1$ för vilken $y(1) = 1$.
7. Låt $f(x) = x^2 \ln x + x^2$, $0 < x < \infty$. Bestäm funktionens nollställen, lokala extrempunkter samt inflexionspunkter. Skissera kurvan och ange särskilt hur den ser ut i närheten av origo.