

Uppgifter till Lektion 1.

1. (a) Finn alla skärningspunkter i \mathbb{C}^2 mellan de två komplexa kurvorna

$$x^2 + y^2 = 1$$

och

$$(x - a)^2 + y^2 = 1,$$

där $a \in \mathbb{R}$. Hur många finns det för olika värden på a ? Hur många är reella?

- (b) Bilda sammansättningen $F \circ G$ av de två affina transformationerna

$$F(x, y) = (x - iy, x + 3iy + 1)$$

och

$$G(x, y) = (x + 2i, ix + y + 3i).$$

- (c) Finn inversen till den linjära avbildningen $F : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$, given av

$$F(x, y) = (2ix + 3y, 3x + (1 + 2i)y).$$

2. Vilken ekvivalensklass av komplexa andragradspolynom tillhör följande polynom? Ange en explicit affin transformation $T : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ och ett tal $\lambda \in \mathbb{C}$ sådan att $\lambda T^*(f)$ är motsvarande standardform, listad i klassificeringssatsen.

(a) $f(x, y) = 2xy - y^2$

(b) $g(x, y) = x^2 + 2xy + 3y^2 + 2x + 2y - 2$

3. Finn eventuella singulära punkter på kurvan $(x^4 + y^4)^2 = x^2 y^2$.

4. (Bix) Bestäm skärningstalet i origo av följande polynom.

(a) $y - x^3$ och $y^4 + 6x^3y + x^8$.

(b) $y - x^2 + 2x$ och $y^2 + 5y - 4x^3$.

(c) $y - x^2 - x$ och $y^2 - 3x^2y - x^2$.

(d) $y^2 + x^2y - x^3$ och $y^3 - 3x^2y - x^2$.