UPPSALA UNIVERSITET Matematiska institutionen Vera Koponen DUGGA **Logik och bevisteknik** 2021-04-23

Skrivtid: 14 – 16. Tillåtna hjälpmedel: Pennor, radergummi, linjal, papper, kurslitteratur och anteckningar från föreläsningar eller lektioner. Ordbehandlingsprogram och dator får också användas för att skriva lösningarna. Varje uppgift 1–4 ger maximalt 5 poäng. Alla svar måste motiveras. Beroende på uppgifternas natur så kan motiveringar innehålla en härledning i naturlig deduktion, en (eller flera) sanningsvärdestilldelningar, en sanningsvärdestabell, välkända ekvivalenser (som tex De Morgans lagar), någon algoritm/lösningsmetod från föreläsningarna eller kursboken, eller hänvisning till sundhets-, adekvathets- eller fullständighetssatsen. Ett svar kan behöva motiveras med en kombination av dessa komponenter.

I samtliga uppgifter så antar vi att  $\sigma = \{p, q, r\}$  är den satslogiska signaturen.

1. Gör härledningar i naturlig deduktion som visar att följande sekventer är korrekta, där  $\varphi, \psi, \chi \in LP(\sigma)$ .

(a) 
$$\{(\varphi \wedge \psi) \vee \chi\} \vdash \neg \varphi \to \chi$$
.

(b) 
$$\{(\varphi \wedge \psi) \to \chi, \ \neg \chi\} \vdash \varphi \to \neg \psi.$$

- **2.** Finn en DNF och en KNF som är ekvivalenta med formeln  $(p \leftrightarrow r) \rightarrow (q \lor \neg r)$ . Glöm inte att visa hur du har kommit fram till din DNF och KNF.
- **3.** Betrakta formeln  $(p \leftrightarrow r) \rightarrow (q \lor \neg r)$ , vilket är samma formel som i uppgift 2.
- (a) Är formeln satisfierbar?
- (b) Är formeln valid?
- (c) Är formeln ovan en logisk konsekvens av  $\neg((p \to q) \lor r)$ ?
- (d) Är formeln ovan ekvivalent med  $\neg((p \to q) \lor r)$ ?
- **4.** För var och en av sekventerna bestäm om den är korrekt. Om den är korrekt ska du dessutom ange en härldning av den i naturlig deduktion. Om den inte är korrekt så måste det ändå motiveras, liksom alla andra svar.

(a) 
$$\neg (p \to (q \lor \neg p)), p \vdash \neg (\neg p \to q).$$

(b) 
$$\neg p \land q \vdash \neg (p \leftrightarrow (q \lor r)).$$

Lycka till!