# FORMELSAMLING för Stokastik

Sven Erick Alm och Tom Britton Typsatt med liber1abc

2016-02-11



# **Formelsamling**

## Sannolikhetsteori

Nedan betecknar  $\mu$  väntevärdet och  $\sigma$  standardavvikelsen i fördelningarna.  $\psi(t) := E(e^{tX})$  betecknar den momentgenererande funktionen.

## Diskreta fördelningar

#### Bernoullifördelning

$$X \sim \text{Be}(p) \text{ om } p(1) = p \text{ och } p(0) = q := 1 - p \text{ för } 0 \le p \le 1.$$
  
 $\mu = p, \quad \sigma^2 = pq, \quad \psi(t) = q + pe^t.$ 

## Binomialfördelning

$$X \sim \text{Bin}(n, p) \text{ om } p(k) = \binom{n}{k} p^k q^{n-k}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, n.$$
  
 $0 \le p \le 1, q = 1 - p, \quad \mu = np, \quad \sigma^2 = npq, \quad \psi(t) = (q + pe^t)^n.$ 

#### Hypergeometrisk fördelning

 $X \sim \operatorname{Hyp}(N, n, m)$ , eller  $X \sim \operatorname{Hyp}(N, n, p)$  med p = m/N, om

$$p(k) = \frac{\binom{m}{k} \binom{N-m}{n-k}}{\binom{N}{n}} = \frac{\binom{Np}{k} \binom{Nq}{n-k}}{\binom{N}{n}}, \text{ för } k = 0, 1, \dots, n$$

(för de k som är möjliga; k får t.ex. inte överstiga m = Np).  $0 \le p \le 1$ , q = 1 - p,  $\mu = np = nm/N$ ,  $\sigma^2 = npq \frac{N - n}{N - 1}$ .

#### Poisson-fördelning

$$X \sim \text{Po}(\lambda) \text{ om } p(k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad \lambda \ge 0.$$
  
 $\mu = \lambda, \quad \sigma^2 = \lambda, \quad \psi(t) = e^{\lambda(e^t - 1)}.$ 

## Geometrisk fördelning

$$X \sim \text{Geo}(p) \text{ om } p(k) = pq^k, \quad k = 0, 1, 2, ....$$
  
  $0$ 

## För-första-gången-fördelning

$$X \sim \text{ffg}(p) \text{ om } p(k) = pq^{k-1}, \quad k = 1, 2, 3, \dots$$
  
 $0$ 

## Kontinuerliga fördelningar

## Rektangelfördelning (Kontinuerlig likformig fördelning)

$$X \sim \text{Re}(a, b) \text{ om } f(x) = \frac{1}{b-a}, \quad a \le x \le b.$$
  
$$\mu = \frac{a+b}{2}, \quad \sigma^2 = \frac{(b-a)^2}{12}, \quad \psi(t) = \frac{e^{bt} - e^{at}}{t(b-a)}.$$

## $\Gamma$ -fördelning

$$X \sim \Gamma(p, \beta) \text{ om } f(x) = \frac{\beta^p x^{p-1}}{\Gamma(p)} e^{-\beta x}, \quad x \ge 0,$$
  
$$\operatorname{där} \Gamma(p) = \int_0^\infty x^{p-1} e^{-x} dx \quad (= (p-1)! \text{ om } p \text{ är ett heltal.})$$
  
$$\mu = p/\beta, \quad \sigma^2 = p/\beta^2, \quad \psi(t) = \left(\beta/(\beta - t)\right)^p.$$

## Exponentialfördelning

$$X \sim \text{Exp}(\beta) \text{ om } X \sim \Gamma(1, \beta), \text{ dvs. } f(x) = \beta e^{-\beta x}, \quad x \ge 0.$$
  
 $\mu = 1/\beta, \quad \sigma^2 = 1/\beta^2, \quad \psi(t) = \beta/(\beta - t).$ 

## Normalfördelning

$$X \sim N(\mu, \sigma^2)$$
 om  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$ , för  $-\infty < x < \infty$ ,  $\sigma > 0$ .  $\mu$  är väntevärdet och  $\sigma^2$  är variansen.

För N(0, 1)-fördelningen gäller att fördelningsfunktionen betecknas med  $\Phi(x)$  och kvantilerna med  $\lambda_{\alpha}$ .

$$\psi(t) = e^{\mu t + t^2 \sigma^2/2}.$$

## Flerdimensionella fördelningar

#### Multinomialfördelning

Den r-dimensionella slumpvariabeln  $(X_1, \ldots, X_r)$  är multinomialfördelad, med parametrar n och  $p_1, \ldots, p_r$ , där  $p_i \ge 0$ ,  $i = 1, \ldots, r$ , och  $\sum_{1}^{r} p_i = 1$ , om

$$p_{(X_1,\ldots,X_r)}(k_1,\ldots,k_r) = \frac{n!}{k_1!\cdots k_r!} p_1^{k_1}\cdots p_r^{k_r},$$

för icke-negativa heltal  $k_1, \ldots, k_r \mod \sum_{1}^r k_i = n$ . För komponenterna  $X_i, i = 1, \ldots, n$  gäller att  $X_i \sim \text{Bin}(n, p_i)$  och att  $C(X_i, X_j) = -np_ip_j$  för  $i \neq j$ .

#### Bivariat normalfördelning

$$(X,Y) \sim N(\mu_x, \mu_y, \sigma_x^2, \sigma_y^2, \rho)$$
 om

$$f_{(X,Y)}(x,y) = C \cdot \exp\left(-\frac{1}{2(1-\rho^2)}Q_{\rho}\left(\frac{x-\mu_x}{\sigma_x}, \frac{y-\mu_y}{\sigma_y}\right)\right),$$

där konstanten C definieras av

$$C := \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_v\sqrt{1-\rho^2}}$$

och den kvadratiska formen  $Q_{\rho}$  av

$$Q_{\rho}(u, v) := u^2 + v^2 - 2\rho uv.$$

$$X \sim N(\mu_X, \sigma_X^2), Y \sim N(\mu_Y, \sigma_Y^2) \text{ och } \rho(X, Y) = \rho.$$

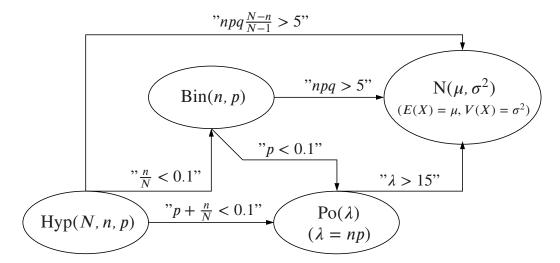
## Flerdimensionell likformig fördelning

(X,Y) har en likformig fördelning över området  $\Omega \subset \mathbb{R}^2$  om

$$f_{(X,Y)}(x,y) = \frac{1}{|\Omega|}, \quad \text{för } (x,y) \in \Omega,$$

där  $|\Omega|$  anger arean av  $\Omega$ .

## **Approximationer**



#### Kovarianser

$$C(X, Y) = C(Y, X), \quad C(aX + b, Y) = a C(X, Y),$$
  
 $C(X + Y, Z) = C(X, Z) + C(Y, Z).$ 

## **Felfortplantning**

$$E(g(X)) \approx g(\mu), \quad V(g(X)) \approx (g'(\mu))^2 V(X).$$

$$E(h(X_1, ..., X_n)) \approx h(\mu_1, ..., \mu_n),$$

$$V(h(X_1, ..., X_n)) \approx \sum_{i} (h'_i(\mu_1, ..., \mu_n))^2 V(X_i)$$

$$+ 2 \sum_{i < i} h'_i(\mu_1, ..., \mu_n) h'_j(\mu_1, ..., \mu_n) C(X_i, X_j),$$

där  $h'_i(\mu_1, \ldots, \mu_n)$ ,  $i = 1, \ldots, n$ , betecknar de partiella derivatorna.

## Betingade väntevärden

$$E(X) = E(E(X | Y)),$$
  
 $V(X) = E(V(X | Y)) + V(E(X | Y)).$ 

## Stokastiska processer

## Slumpvandring

I en enkel slumpvandring gäller att

$$P_1 = \begin{cases} 1 & \text{om } p \ge q, \\ p/q & \text{om } p < q, \end{cases}$$

$$E(Y_1) = \begin{cases} \infty & \text{om } p \le q, \\ \frac{1}{p-q} & \text{om } p > q, \end{cases}$$

där  $Y_1$  är passagetiden från 0 till 1 och  $P_1$  är motsvarande passagesannolikhet.

I ett spel med oberoende spelomgångar där vinnaren i varje omgång får en krona av motståndaren och spelarna startar med *a* respektive *b* kronor gäller att spelaren med *a* kronor har vinstsannolikhet

$$P_a = \begin{cases} \frac{a}{a+b} & \text{om} \quad p = q, \\ \frac{(q/p)^a - 1}{(q/p)^{a+b} - 1} & \text{om} \quad p \neq q. \end{cases}$$

Det förväntade antalet spelomgångar,  $E_a = E_b$ , ges av

$$E_a = \begin{cases} a \cdot b & \text{om} \quad p = q, \\ \frac{a}{q-p} - \frac{a+b}{q-p} \cdot \frac{(q/p)^a - 1}{(q/p)^{a+b} - 1} & \text{om} \quad p \neq q. \end{cases}$$

## Poisson-processen

Låt  $\{N(t), t \ge 0\}$  vara en Poisson-process med intensitet  $\lambda$ . Då gäller det att

- $\triangleright$  avstånden mellan händelserna är oberoende  $\text{Exp}(\lambda)$ ,
- $\triangleright \{N(t)\}$  har oberoende ökningar,
- $\triangleright N(s+t) N(s) \sim \text{Po}(\lambda t) \text{ för } s \ge 0 \text{ och } t > 0,$
- ▶ summan av oberoende Poisson-processer är en Poisson-process,
- ▶ om händelserna i en Poissonprocess märks oberoende av varandra med samma sannolikheter för alla händelser blir de märkta processerna oberoende Poisson-processer.

#### **Tidsserier**

Processen  $\{X_n, n \geq 0\}$  är en *glidande medelvärdesprocess* av ordning q (MA(q)) om

$$X_n = \varepsilon_n + c_1 \varepsilon_{n-1} + \cdots + c_q \varepsilon_{n-q}$$

där  $\{\varepsilon_n\}$  är vitt brus i diskret tid.

Processen  $\{X_n, n \ge 0\}$  är en *autoregressiv process* av ordning p(AR(p)) om

$$X_n = -a_1 X_{n-1} - \cdots - a_p X_{n-p} + \varepsilon_n,$$

där  $\{\varepsilon_n\}$  är vitt brus i diskret tid.

#### **Brownsk rörelse**

Processen  $\{X(t), t \ge 0\}$  är en *Brownsk rörelse* om

- 1. X(0) = 0,
- 2. den har oberoende stationära ökningar,
- 3.  $X(t) \sim N(0, \sigma^2 t)$  för alla t > 0.

## Simulering

Låt  $U \sim \text{Re}(0, 1)$ . Om F(t) är en fördelningsfunktion och  $F^{-1}(u) := \min\{t : F(t) \ge u\}$ , så har  $X := F^{-1}(U)$  fördelning F.

## Parametrisk inferens

## Stickprovsfördelningar

## $\chi^2$ -fördelning

$$X \sim \chi^2(f) \text{ om } f_X(t) = C \cdot t^{f/2-1} e^{-t/2}, \quad \text{då } t > 0.$$

Parametern i  $\chi^2(f)$ -fördelningen kallas frihetsgrader och kvantilerna betecknas  $\chi^2_{\alpha}(f)$ .

$$\chi^2(f) = \Gamma(f/2, 1/2), \quad \mu = f, \quad \sigma^2 = 2f.$$

Om  $X_1, X_2, ..., X_n$  är oberoende  $N(\mu, \sigma^2)$  och  $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$  så gäller:

1. 
$$\frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2 \sim \chi^2(n)$$
,

2. 
$$\frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \sim \chi^2(n-1),$$

3. 
$$\overline{X}$$
 och  $\sum_{i=1}^{n} (X_i - \overline{X})^2$  är oberoende.

Vidare, om  $U \sim \chi^2(f_1)$  och  $V \sim \chi^2(f_2)$  är oberoende så gäller  $U + V \sim \chi^2(f_1 + f_2)$ .

## t-fördelning

 $X \sim t(f)$  om

$$f_X(t) = C \cdot \left(1 + \frac{t^2}{f}\right)^{-(f+1)/2} \quad \text{för } -\infty < t < \infty.$$

$$\mu = 0 \text{ (om } f > 1), \quad \sigma^2 = \frac{f}{f - 2} \text{ (om } f > 2).$$

Om  $U \sim N(0, 1)$  och  $V \sim \chi^2(f)$  är oberoende så gäller:  $\frac{U}{\sqrt{V/f}} \sim t(f)$ . t-fördelningen med f frihetsgrader är symmetrisk med kvantiler  $t_{\alpha}(f)$ .

#### F-fördelning

$$X \sim F(f_1, f_2)$$
 om

$$f_X(t) = C \cdot t^{\frac{f_1}{2} - 1} \cdot (f_2 + f_1 t)^{-\frac{f_1 + f_2}{2}}$$
 för  $t > 0$ .

$$\mu = \frac{f_2}{f_2 - 2} \text{ (om } f_2 > 2), \quad \sigma^2 = \frac{2f_2^2(f_1 + f_2 - 2)}{f_1(f_2 - 2)^2(f_2 - 4)} \text{ (om } f_2 > 4).$$
 Om  $U \sim \chi^2(f_1)$  och  $V \sim \chi^2(f_2)$  är oberoende så gäller:  $\frac{U/f_1}{V/f_2} \sim F(f_1, f_2).$  Kvantilerna betecknas  $F_\alpha(f_1, f_2)$ .

### **Allmänt**

 $x_1, \ldots, x_n$  utgör ett (slumpmässigt) *stickprov* från X med fördelning F om de är observationer av oberoende slumpvariabler  $X_1, \ldots, X_n$ , alla med fördelning F.

#### Beteckningar

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i,$$

$$S_{xx} = \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2 = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^{n} x_i)^2}{n},$$

$$s^2 = \frac{S_{xx}}{n-1},$$

$$S_{xy} = \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = \sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \frac{(\sum_{i=1}^{n} x_i)(\sum_{i=1}^{n} y_i)}{n}.$$

## Inferens vid normalfördelning

#### Ett stickprov

 $x_1, x_2, \ldots, x_n$  slumpmässigt stickprov från  $N(\mu, \sigma^2)$ .

$$\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim \mathrm{N}(0,1) \quad (\sigma \text{ k\"{a}nd}),$$
 Referens variabler: 
$$\frac{\bar{X} - \mu}{s/\sqrt{n}} \sim t(n-1) \quad (\sigma \text{ ok\"{a}nd}),$$
 
$$\frac{(n-1)s_x^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n-1).$$

#### Två stickprov

 $x_1, x_2, \ldots, x_{n_1}$  slumpmässigt stickprov från  $N(\mu_1, \sigma_1^2)$ ,  $y_1, y_2, \ldots, y_{n_2}$  slumpmässigt stickprov från  $N(\mu_2, \sigma_2^2)$ .

Referensvariabler:

$$\begin{split} \frac{\bar{X} - \bar{Y} - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} &\sim \text{N}(0, 1) \quad (\sigma_1 \text{ och } \sigma_2 \text{ kända}), \\ \frac{\bar{X} - \bar{Y} - (\mu_1 - \mu_2)}{s_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} &\sim t(n_1 + n_2 - 2) \quad (\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma \text{ okänd}), \\ &\text{där} \quad s_p^2 = \frac{S_{xx} + S_{yy}}{n_1 + n_2 - 2}, \\ \frac{\bar{X} - \bar{Y} - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}} &\approx t(f) \quad (\sigma_1 \text{ och } \sigma_2 \text{ okända}), \\ &\text{där} \quad \frac{1}{f} = \frac{1}{n_1 - 1} \left( \frac{n_2 s_1^2}{n_2 s_1^2 + n_1 s_2^2} \right)^2 + \frac{1}{n_2 - 1} \left( \frac{n_1 s_2^2}{n_2 s_1^2 + n_1 s_2^2} \right)^2, \\ &\frac{s_1^2/\sigma_1^2}{s_2^2/\sigma_2^2} \sim F(n_1 - 1, n_2 - 1). \end{split}$$

## Stickprov i par

Genom att bilda differenser inom paren återförs detta fall på enstickprovsfallet.

## Normalapproximation

Om  $\theta^* \approx N(\theta, D^2(\theta^*))$  så används följande referensvariabler:

$$\begin{split} \frac{\theta^* - \theta}{D(\theta^*)} &\approx \mathrm{N}(0, 1) \quad (\text{om } D(\theta^*) \text{ känd}) \\ \frac{\theta^* - \theta}{d(\theta^*)} &\approx \mathrm{N}(0, 1) \quad (\text{om } D(\theta^*) \text{ okänd}) \\ \frac{\theta^* - \theta}{d(\theta^*)} &\approx t(f) \quad (\text{om variansskattningen } d^2(\theta^*) \text{ är baserad på en } \\ &\qquad \qquad \text{kvadratsumma med } f \text{ frihetsgrader.}) \\ &\qquad \qquad \text{T.ex. \"{ar } } f = n-1 \text{ om } d(\theta^*) = s/\sqrt{n} \end{split}$$

## Regression

 $y_i$  observation av  $Y_i = \alpha + \beta x_i + \epsilon_i$ , i = 1, 2, ..., n där  $\epsilon_i$  är oberoende  $N(0, \sigma^2)$ .

$$\beta^* = \frac{S_{xy}}{S_{xx}} \sim N(\beta, \frac{\sigma^2}{S_{xx}}),$$

$$\alpha^* = \bar{y} - \beta^* \bar{x} \sim N(\alpha, \sigma^2 \frac{\sum x_i^2}{n S_{xx}}),$$

$$(\sigma^2)^* = \frac{Q_0}{n-2}, \quad \text{där}$$

$$Q_0 = S_{yy} - \frac{S_{xy}^2}{S_{xx}} \quad \text{och} \quad \frac{Q_0}{\sigma^2} \sim \chi^2(n-2).$$

 $\mu_0 = \alpha + \beta x_0$  skattas med

$$\mu_0^* = \alpha^* + \beta^* x_0 \sim N\left(\mu_0, \sigma^2\left(\frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{S_{xx}}\right)\right).$$

Vidare är  $\bar{Y}$ ,  $\beta^*$  och  $Q_0$  oberoende.

Korrelationen

$$r_{xy} := \frac{S_{xy}}{\sqrt{S_{xx}S_{yy}}}.$$

Förklaringsgraden

$$R^2 := \frac{S_{yy} - Q_0}{S_{yy}} = \frac{S_{xy}^2}{S_{xx}S_{yy}} = r_{xy}^2.$$

## Rangsummetest

#### Wilcoxontest

 $x_1, \ldots, x_{n_1}$  och  $y_1, \ldots, y_{n_2}$  är oberoende stickprov från de kontinuerliga fördelningarna F och G. För att testa  $H_0: F = G$  används x-stickprovets rangsumma r, vilken är en observation från R, som under  $H_0$  har  $E(R) = n_1 \frac{N+1}{2}$  och  $V(R) = n_1 n_2 \frac{N+1}{12}$ , där  $N = n_1 + n_2$ , och är approximativt normalfördelad om  $n_1$  och  $n_2$  är tillräckligt stora. (" $n_i \ge 7$ ") Om det förekommer dubletter, dvs. e olika värden som förekommer  $d_1, d_2, \ldots, d_e$  gånger, blir

$$V(R) = n_1 n_2 \frac{N+1}{12} - \frac{n_1 n_2 \sum_{i=1}^{e} d_i (d_i^2 - 1)}{12N(N-1)}.$$

## **Teckenrangtest**

 $z_1, z_2, \ldots, z_n$  är t.ex. differenserna vid stickprov i par. Rangordna observationerna efter deras absolutbelopp och låt w vara rangsumman för de positiva observationerna.

Denna är en observation av W, som under  $H_0$  har  $E(W) = \frac{n(n+1)}{4}$  och  $V(W) = \frac{n(n+1)(2n+1)}{24}$  och är approximativt normalfördelad om n är tillräckligt stort. (" $n \ge 12$ ")

Vid dubletter (beteckningar, se ovan) blir

$$V(W) = \frac{n(n+1)(2n+1)}{24} - \frac{\sum_{i=1}^{e} d_i(d_i^2 - 1)}{48}.$$

$$\chi^2$$
-test

## Test av anpassning

Ett försök kan utfalla på r olika sätt. Försöket upprepas n oberoende gånger och man räknar antalet gånger,  $o_1, \ldots, o_r$ , de olika utfallen inträffar.

**A**  $H_0$ : "Sannolikheterna är  $p_1, \ldots, p_r$ " (givna med  $\sum p_i = 1$ ) testas med

$$Q := \sum_{i=1}^{r} \frac{(o_i - e_i)^2}{e_i}, \quad \text{där } e_i = np_i.$$

 $Q \approx \chi^2(r-1)$  under H<sub>0</sub>, om *n* är tillräckligt stort. (" $e_i \ge 5$ ")

**B**  $H_0$ : "Sannolikheterna är  $p_1(\theta), \ldots, p_r(\theta)$ " (med  $\sum p_i(\theta) = 1, \theta$  okänd) testas med

$$Q := \sum_{i=1}^{r} \frac{(o_i - e_i^*)^2}{e_i^*},$$

där  $e_i^* = np_i(\theta^*)$ .  $Q \approx \chi^2(r-2)$  under  $H_0$ , om n är tillräckligt stort (" $e_i^* \geq 5$ ") och  $\theta^*$  är en lämplig skattning (minimum- $\chi^2$ -skattningen). Om två parametrar skattas erhålls  $\chi^2(r-3)$  osv.

## **Homogenitetstest (Oberoendetest)**

H<sub>0</sub>: "Rad- och kolumnvariabler är oberoende" testas med

$$Q := \sum_{i=1}^{r} \sum_{j=1}^{k} \frac{(o_{ij} - \hat{e}_{ij})^2}{\hat{e}_{ij}} \approx \chi^2((r-1)(k-1))$$

under  $H_0$ , om n är tillräckligt stort. (" $\hat{e}_{ij} \ge 5$ ")

Här är 
$$\hat{e}_{ij} = \frac{\displaystyle\sum_{\nu=1}^k o_{i\nu} \displaystyle\sum_{\nu=1}^r o_{\nu j}}{n}.$$

## Test av oberoende

 $(x_1, y_1), \ldots, (x_n, y_n)$  är observationer från den tvådimensionella slumpvariabeln (X, Y). Låt  $u_i := \operatorname{rang}(x_i)$  och  $v_i := \operatorname{rang}(y_i)$ .

 $H_0$ : "X och Y är oberoende" kan testas med hjälp av Spearmans rangkorrelationskoefficient  $r_s := r_{u,v}$ .

Om det saknas dubbletter både bland x-värdena och bland y-värdena kan  $r_s$ 

beräknas som 
$$r_s := 1 - \frac{6S}{n^3 - n}$$
, där  $S := \sum_{j=1}^n d_j^2$  och  $d_j = u_j - v_j$ .

Om n är tillräckligt stort (" $n \ge 10$ ") gäller under  $H_0$  att

$$r_s \approx N(0, \frac{1}{n-1}).$$

## Test av slumpmässig ordning (run-test)

Observationerna är en följd av  $n_1 + n_2$  tecken, där endast två teckentyper förekommer,  $n_1$  resp.  $n_2$  gånger. En likaföljd (run) är en längsta möjliga följd av samma tecken.

 $H_0$ : "Tecknen har slumpmässig ordning" kan testas med hjälp av antalet likaföljder (runs) Z.

Under H<sub>0</sub> gäller att  $Z \approx N(\mu, \sigma^2)$ , om  $n_1$  och  $n_2$  är tillräckligt stora (" $n_i \ge 10$ "),

$$\operatorname{där} \mu = \frac{2n_1n_2}{n_1 + n_2} + 1 \text{ och } \sigma^2 = \frac{2n_1n_2(2n_1n_2 - n_1 - n_2)}{(n_1 + n_2)^2(n_1 + n_2 - 1)}.$$

Om speciellt  $n_1 = n_2 = m$  gäller under  $H_0$  att

$$P(Z = 2k) = \frac{2\binom{m-1}{k-1}\binom{m-1}{k-1}}{\binom{2m}{m}}$$

$$P(Z = 2k + 1) = \frac{2\binom{m-1}{k}\binom{m-1}{k-1}}{\binom{2m}{m}}.$$



# **Tabeller**

Tabell 1. Det grekiska alfabetet

alfa	A	α	iota	I	ı	rho	P	ρ, ο
beta	В	β	kappa	K	К	sigma	Σ	σ, ς
gamma	Γ	γ	lambda	Λ	λ	tau	T	τ
delta	Δ	δ	my	M	μ	ypsilon	Y	v
epsilon	$\boldsymbol{E}$	€, €	ny	N	ν	fi	Φ	φ, φ
zeta	Z	ζ	xi	Ξ	ξ	chi	X	χ
eta	H	η	omikron	0	0	psi	Ψ	Ψ
theta	Θ	θ, ϑ	pi	П	$\pi$	omega	Ω	ω

 $\textbf{Tabell 2.} \ Binomial f\"{o}r delningen$ 

Tabellen ger  $F(k) = P(X \le k)$  då  $X \sim \text{Bin}(n, p)$ , för  $0.05 \le p \le 0.5$ . För p > 0.5 utnyttjas att  $Y := n - X \sim \text{Bin}(n, 1 - p)$ .

n	$k \setminus p$	0.05	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3	0.4	0.5
2	0	0.9025	0.8100	0.7225	0.6400	0.5625	0.4900	0.3600	0.2500
	1	0.9975	0.9900	0.9775	0.9600	0.9375	0.9100	0.8400	0.7500
3	0	0.8574	0.7290	0.6141	0.5120	0.4219	0.3430	0.2160	0.1250
	1	0.9928	0.9720	0.9392	0.8960	0.8438	0.7840	0.6480	0.5000
	2	0.9999	0.9990	0.9966	0.9920	0.9844	0.9730	0.9360	0.8750
4	0	0.8145	0.6561	0.5220	0.4096	0.3164	0.2401	0.1296	0.0625
	1	0.9860	0.9477	0.8905	0.8192	0.7383	0.6517	0.4752	0.3125
	2	0.9995	0.9963	0.9880	0.9728	0.9492	0.9163	0.8208	0.6875
	3	1.0000	0.9999	0.9995	0.9984	0.9961	0.9919	0.9744	0.9375
5	0	0.7738	0.5905	0.4437	0.3277	0.2373	0.1681	0.0778	0.0312
	1	0.9774	0.9185	0.8352	0.7373	0.6328	0.5282	0.3367	0.1875
	2	0.9988	0.9914	0.9734	0.9421	0.8965	0.8369	0.6826	0.5000
	3	1.0000	0.9995	0.9978	0.9933	0.9844	0.9692	0.9130	0.8125
	4	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.9990	0.9976	0.9898	0.9688
6	0	0.7351	0.5314	0.3772	0.2621	0.1780	0.1176	0.0467	0.0156
	1	0.9672	0.8857	0.7765	0.6554	0.5339	0.4202	0.2333	0.1094
	2	0.9978	0.9842	0.9527	0.9011	0.8306	0.7443	0.5443	0.3438
	3	0.9999	0.9987	0.9941	0.9830	0.9624	0.9295	0.8208	0.6562
	4	1.0000	1.0000	0.9996	0.9984	0.9954	0.9891	0.9590	0.8906
	5	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9993	0.9959	0.9844
7	0	0.6983	0.4783	0.3206	0.2097	0.1335	0.0824	0.0280	0.0078
	1	0.9556	0.8503	0.7166	0.5767	0.4449	0.3294	0.1586	0.0625
	2	0.9962	0.9743	0.9262	0.8520	0.7564	0.6471	0.4199	0.2266
	3	0.9998	0.9973	0.9879	0.9667	0.9294	0.8740	0.7102	0.5000
	4	1.0000	0.9998	0.9988	0.9953	0.9871	0.9712	0.9037	0.7734
	5	1.0000	1.0000	0.9999	0.9996	0.9987	0.9962	0.9812	0.9375
	6	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9984	0.9922
8	0	0.6634	0.4305	0.2725	0.1678	0.1001	0.0576	0.0168	0.0039
	1	0.9428	0.8131	0.6572	0.5033	0.3671	0.2553	0.1064	0.0352
	2	0.9942	0.9619	0.8948	0.7969	0.6785	0.5518	0.3154	0.1445
	3	0.9996	0.9950	0.9786	0.9437	0.8862	0.8059	0.5941	0.3633
	4	1.0000	0.9996	0.9971	0.9896	0.9727	0.9420	0.8263	0.6367
	5	1.0000	1.0000	0.9998	0.9988	0.9958	0.9887	0.9502	0.8555
	6	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9996	0.9987	0.9915	0.9648
	7	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9993	0.9961

n	$k \setminus p$	0.05	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3	0.4	0.5
9	0	0.6302	0.3874	0.2316	0.1342	0.0751	0.0404	0.0101	0.0020
	1	0.9288	0.7748	0.5995	0.4362	0.3003	0.1960	0.0705	0.0195
	2	0.9916	0.9470	0.8591	0.7382	0.6007	0.4628	0.2318	0.0898
	3	0.9994	0.9917	0.9661	0.9144	0.8343	0.7297	0.4826	0.2539
	4	1.0000	0.9991	0.9944	0.9804	0.9511	0.9012	0.7334	0.5000
	5	1.0000	0.9999	0.9994	0.9969	0.9900	0.9747	0.9006	0.7461
	6	1.0000	1.0000	1.0000	0.9997	0.9987	0.9957	0.9750	0.9102
	7	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9996	0.9962	0.9805
	8	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9997	0.9980
10	0	0.5987	0.3487	0.1969	0.1074	0.0563	0.0282	0.0060	0.0010
	1	0.9139	0.7361	0.5443	0.3758	0.2440	0.1493	0.0464	0.0107
	2	0.9885	0.9298	0.8202	0.6778	0.5256	0.3828	0.1673	0.0547
	3	0.9990	0.9872	0.9500	0.8791	0.7759	0.6496	0.3823	0.1719
	4	0.9999	0.9984	0.9901	0.9672	0.9219	0.8497	0.6331	0.3770
	5	1.0000	0.9999	0.9986	0.9936	0.9803	0.9527	0.8338	0.6230
	6	1.0000	1.0000	0.9999	0.9991	0.9965	0.9894	0.9452	0.8281
	7	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9996	0.9984	0.9877	0.9453
	8	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9983	0.9893
	9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9990
11	0	0.5688	0.3138	0.1673	0.0859	0.0422	0.0198	0.0036	0.0005
	1	0.8981	0.6974	0.4922	0.3221	0.1971	0.1130	0.0302	0.0059
	2	0.9848	0.9104	0.7788	0.6174	0.4552	0.3127	0.1189	0.0327
	3	0.9984	0.9815	0.9306	0.8389	0.7133	0.5696	0.2963	0.1133
	4	0.9999	0.9972	0.9841	0.9496	0.8854	0.7897	0.5328	0.2744
	5	1.0000	0.9997	0.9973	0.9883	0.9657	0.9218	0.7535	0.5000
	6	1.0000	1.0000	0.9997	0.9980	0.9924	0.9784	0.9006	0.7256
	7	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	0.9988	0.9957	0.9707	0.8867
	8	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9994	0.9941	0.9673
	9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9993	0.9941
	10	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9995
12	0	0.5404	0.2824	0.1422	0.0687	0.0317	0.0138	0.0022	0.0002
	1	0.8816	0.6590	0.4435	0.2749	0.1584	0.0850	0.0196	0.0032
	2	0.9804	0.8891	0.7358	0.5583	0.3907	0.2528	0.0834	0.0193
	3	0.9978	0.9744	0.9078	0.7946	0.6488	0.4925	0.2253	0.0730
	4	0.9998	0.9957	0.9761	0.9274	0.8424	0.7237	0.4382	0.1938
	5	1.0000	0.9995	0.9954	0.9806	0.9456	0.8822	0.6652	0.3872
	6	1.0000	0.9999	0.9993	0.9961	0.9857	0.9614	0.8418	0.6128
	7	1.0000	1.0000	0.9999	0.9994	0.9972	0.9905	0.9427	0.8062
	8	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9996	0.9983	0.9847	0.9270
	9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	0.9972	0.9807
	10	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9997	0.9968
	11	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998

n	$k \setminus p$	0.05	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3	0.4	0.5
13	0	0.5133	0.2542	0.1209	0.0550	0.0238	0.0097	0.0013	0.0001
	1	0.8646	0.6213	0.3983	0.2336	0.1267	0.0637	0.0126	0.0017
	2	0.9755	0.8661	0.6920	0.5017	0.3326	0.2025	0.0579	0.0112
	3	0.9969	0.9658	0.8820	0.7473	0.5843	0.4206	0.1686	0.0461
	4	0.9997	0.9935	0.9658	0.9009	0.7940	0.6543	0.3530	0.1334
	5	1.0000	0.9991	0.9925	0.9700	0.9198	0.8346	0.5744	0.2905
	6	1.0000	0.9999	0.9987	0.9930	0.9757	0.9376	0.7712	0.5000
	7	1.0000	1.0000	0.9998	0.9988	0.9944	0.9818	0.9023	0.7095
	8	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	0.9990	0.9960	0.9679	0.8666
	9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9993	0.9922	0.9539
	10	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9987	0.9888
	11	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9983
	12	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999
14	0	0.4877	0.2288	0.1028	0.0440	0.0178	0.0068	0.0008	0.0001
	1	0.8470	0.5846	0.3567	0.1979	0.1010	0.0475	0.0081	0.0009
	2	0.9699	0.8416	0.6479	0.4481	0.2811	0.1608	0.0398	0.0065
	3	0.9958	0.9559	0.8535	0.6982	0.5213	0.3552	0.1243	0.0287
	4	0.9996	0.9908	0.9533	0.8702	0.7415	0.5842	0.2793	0.0898
	5	1.0000	0.9985	0.9885	0.9561	0.8883	0.7805	0.4859	0.2120
	6	1.0000	0.9998	0.9978	0.9884	0.9617	0.9067	0.6925	0.3953
	7	1.0000	1.0000	0.9997	0.9976	0.9897	0.9685	0.8499	0.6047
	8	1.0000	1.0000	1.0000	0.9996	0.9978	0.9917	0.9417	0.7880
	9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9997	0.9983	0.9825	0.9102
	10	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	0.9961	0.9713
	11	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9994	0.9935
	12	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9991
	13	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999
15	0	0.4633	0.2059	0.0874	0.0352	0.0134	0.0047	0.0005	0.0000
	1	0.8290	0.5490	0.3186	0.1671	0.0802	0.0353	0.0052	0.0005
	2	0.9638	0.8159	0.6042	0.3980	0.2361	0.1268	0.0271	0.0037
	3	0.9945	0.9444	0.8227	0.6482	0.4613	0.2969	0.0905	0.0176
	4	0.9994	0.9873	0.9383	0.8358	0.6865	0.5155	0.2173	0.0592
	5	0.9999	0.9978	0.9832	0.9389	0.8516	0.7216	0.4032	0.1509
	6	1.0000	0.9997	0.9964	0.9819	0.9434	0.8689	0.6098	0.3036
	7	1.0000	1.0000	0.9994	0.9958	0.9827	0.9500	0.7869	0.5000
	8	1.0000	1.0000	0.9999	0.9992	0.9958	0.9848	0.9050	0.6964
	9	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9992	0.9963	0.9662	0.8491
	10	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9993	0.9907	0.9408
	11	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9981	0.9824
	12	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9997	0.9963
	13	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9995
	14	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

n	$k \setminus p$	0.05	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3	0.4	0.5
16	0	0.4401	0.1853	0.0743	0.0281	0.0100	0.0033	0.0003	0.0000
	1	0.8108	0.5147	0.2839	0.1407	0.0635	0.0261	0.0033	0.0003
	2	0.9571	0.7892	0.5614	0.3518	0.1971	0.0994	0.0183	0.0021
	3	0.9930	0.9316	0.7899	0.5981	0.4050	0.2459	0.0651	0.0106
	4	0.9991	0.9830	0.9209	0.7982	0.6302	0.4499	0.1666	0.0384
	5	0.9999	0.9967	0.9765	0.9183	0.8103	0.6598	0.3288	0.1051
	6	1.0000	0.9995	0.9944	0.9733	0.9204	0.8247	0.5272	0.2272
	7	1.0000	0.9999	0.9989	0.9930	0.9729	0.9256	0.7161	0.4018
	8	1.0000	1.0000	0.9998	0.9985	0.9925	0.9743	0.8577	0.5982
	9	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	0.9984	0.9929	0.9417	0.7728
	10	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9997	0.9984	0.9809	0.8949
	11	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9997	0.9951	0.9616
	12	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9991	0.9894
	13	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9979
	14	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9997
	15	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
17	0	0.4181	0.1668	0.0631	0.0225	0.0075	0.0023	0.0002	0.0000
	1	0.7922	0.4818	0.2525	0.1182	0.0501	0.0193	0.0021	0.0001
	2	0.9497	0.7618	0.5198	0.3096	0.1637	0.0774	0.0123	0.0012
	3	0.9912	0.9174	0.7556	0.5489	0.3530	0.2019	0.0464	0.0064
	4	0.9988	0.9779	0.9013	0.7582	0.5739	0.3887	0.1260	0.0245
	5	0.9999	0.9953	0.9681	0.8943	0.7653	0.5968	0.2639	0.0717
	6	1.0000	0.9992	0.9917	0.9623	0.8929	0.7752	0.4478	0.1662
	7	1.0000	0.9999	0.9983	0.9891	0.9598	0.8954	0.6405	0.3145
	8	1.0000	1.0000	0.9997	0.9974	0.9876	0.9597	0.8011	0.5000
	9	1.0000	1.0000	1.0000	0.9995	0.9969	0.9873	0.9081	0.6855
	10	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9994	0.9968	0.9652	0.8338
	11	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9993	0.9894	0.9283
	12	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9975	0.9755
	13	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9995	0.9936
	14	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9988
	15	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999
	16	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

10	ls\ n	0.05	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3	0.4	0.5
n	$k \setminus p$		0.1	0.15	0.2	0.25		0.4	
18	0	0.3972	0.1501	0.0536	0.0180	0.0056	0.0016	0.0001	0.0000
	1	0.7735	0.4503	0.2241	0.0991	0.0395	0.0142	0.0013	0.0001
	2	0.9419	0.7338	0.4797	0.2713	0.1353	0.0600	0.0082	0.0007
	3 4	0.9891	0.9018	0.7202	0.5010	0.3057	0.1646	0.0328	0.0038
		0.9985	0.9718	0.8794	0.7164	0.5187	0.3327	0.0942	0.0154
	5	0.9998	0.9936	0.9581	0.8671	0.7175	0.5344	0.2088	0.0481
	6	1.0000	0.9988	0.9882	0.9487	0.8610	0.7217	0.3743	0.1189
	7	1.0000	0.9998	0.9973	0.9837	0.9431	0.8593	0.5634	0.2403
	8 9	1.0000	1.0000 1.0000	0.9995 0.9999	0.9957 0.9991	0.9807 0.9946	0.9404 0.9790	0.7368 0.8653	0.4073 0.5927
	10	1.0000	1.0000	1.0000	0.9991	0.9940	0.9790	0.8033	0.3927
	11	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	0.9986	0.9797	0.8811
	12	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000 1.0000	0.9997	0.9942	0.9519
	13 14	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000 1.0000		1.0000 1.0000	0.9987	0.9846 0.9962
			1.0000	1.0000		1.0000		0.9998	
	15	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9993
	16	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999
10	17	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
19	0	0.3774	0.1351	0.0456	0.0144	0.0042	0.0011	0.0001	0.0000
	1	0.7547	0.4203	0.1985	0.0829	0.0310	0.0104	0.0008	0.0000
	2	0.9335	0.7054	0.4413	0.2369	0.1113	0.0462	0.0055	0.0004
	3	0.9868	0.8850	0.6841	0.4551	0.2631	0.1332	0.0230	0.0022
	4	0.9980	0.9648	0.8556	0.6733	0.4654	0.2822	0.0696	0.0096
	5	0.9998	0.9914	0.9463	0.8369	0.6678	0.4739	0.1629	0.0318
	6	1.0000	0.9983	0.9837	0.9324	0.8251	0.6655	0.3081	0.0835
	7 8	1.0000	0.9997 1.0000	0.9959 0.9992	0.9767 0.9933	0.9225 0.9713	0.8180 0.9161	0.4878 0.6675	0.1796 0.3238
	9	1.0000	1.0000	0.9992	0.9933	0.9713	0.9101	0.8139	0.5238
	10	1.0000	1.0000	1.0000	0.9997	0.9977	0.9895	0.9115	0.6762
	11 12	1.0000	1.0000 1.0000	1.0000 1.0000	1.0000 1.0000	0.9995 0.9999	0.9972 0.9994	0.9648 0.9884	0.8204 0.9165
	13	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9994	0.9864	0.9103
	14	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9909	0.9082
	15	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9978
	16	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9978
	17	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
	18	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
	10	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

n	$k \setminus p$	0.05	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3	0.4	0.5
20	0	0.3585	0.1216	0.0388	0.0115	0.0032	0.0008	0.0000	0.0000
	1	0.7358	0.3917	0.1756	0.0692	0.0243	0.0076	0.0005	0.0000
	2	0.9245	0.6769	0.4049	0.2061	0.0913	0.0355	0.0036	0.0002
	3	0.9841	0.8670	0.6477	0.4114	0.2252	0.1071	0.0160	0.0013
	4	0.9974	0.9568	0.8298	0.6296	0.4148	0.2375	0.0510	0.0059
	5	0.9997	0.9887	0.9327	0.8042	0.6172	0.4164	0.1256	0.0207
	6	1.0000	0.9976	0.9781	0.9133	0.7858	0.6080	0.2500	0.0577
	7	1.0000	0.9996	0.9941	0.9679	0.8982	0.7723	0.4159	0.1316
	8	1.0000	0.9999	0.9987	0.9900	0.9591	0.8867	0.5956	0.2517
	9	1.0000	1.0000	0.9998	0.9974	0.9861	0.9520	0.7553	0.4119
	10	1.0000	1.0000	1.0000	0.9994	0.9961	0.9829	0.8725	0.5881
	11	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9991	0.9949	0.9435	0.7483
	12	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	0.9987	0.9790	0.8684
	13	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9997	0.9935	0.9423
	14	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9984	0.9793
	15	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9997	0.9941
	16	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9987
	17	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998
	18	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
	19	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

 Tabell 3. Poissonfördelningen

Tabellen ger  $F(k) = P(X \le k)$  då  $X \sim Po(\lambda)$ , för  $0.1 \le \lambda \le 15$ .

$k \setminus \lambda$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8
0	0.9048	0.8187	0.7408	0.6703	0.6065	0.5488	0.4966	0.4493
1	0.9953	0.9825	0.9631	0.9384	0.9098	0.8781	0.8442	0.8088
2	0.9998	0.9989	0.9964	0.9921	0.9856	0.9769	0.9659	0.9526
3	1.0000	0.9999	0.9997	0.9992	0.9982	0.9966	0.9942	0.9909
4	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9996	0.9992	0.9986
5	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998
$k \setminus \lambda$	0.9	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0	2.2
0	0.4066	0.3679	0.3012	0.2466	0.2019	0.1653	0.1353	0.1108
1	0.7725	0.7358	0.6626	0.5918	0.5249	0.4628	0.4060	0.3546
2	0.9371	0.9197	0.8795	0.8335	0.7834	0.7306	0.6767	0.6227
3	0.9865	0.9810	0.9662	0.9463	0.9212	0.8913	0.8571	0.8194
4	0.9977	0.9963	0.9923	0.9857	0.9763	0.9636	0.9473	0.9275
5	0.9997	0.9994	0.9985	0.9968	0.9940	0.9896	0.9834	0.9751
6	1.0000	0.9999	0.9997	0.9994	0.9987	0.9974	0.9955	0.9925
7	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.9994	0.9989	0.9980
8	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9995
9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999
10	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
$k \setminus \lambda$	2.4	2.6	2.8	3.0	3.2	3.4	3.6	3.8
0	0.0907	0.0743	0.0608	0.0498	0.0408	0.0334	0.0273	0.0224
1	0.3084	0.2674	0.2311	0.1991	0.1712	0.1468	0.1257	0.1074
2	0.5697	0.5184	0.4695	0.4232	0.3799	0.3397	0.3027	0.2689
3	0.7787	0.7360	0.6919	0.6472	0.6025	0.5584	0.5152	0.4735
4	0.9041	0.8774	0.8477	0.8153	0.7806	0.7442	0.7064	0.6678
5	0.9643	0.9510	0.9349	0.9161	0.8946	0.8705	0.8441	0.8156
6	0.9884	0.9828	0.9756	0.9665	0.9554	0.9421	0.9267	0.9091
7	0.9967	0.9947	0.9919	0.9881	0.9832	0.9769	0.9692	0.9599
8	0.9991	0.9985	0.9976	0.9962	0.9943	0.9917	0.9883	0.9840
9	0.9998	0.9996	0.9993	0.9989	0.9982	0.9973	0.9960	0.9942
10	1.0000	0.9999	0.9998	0.9997	0.9995	0.9992	0.9987	0.9981
11	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9998	0.9996	0.9994
12	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9998
13	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

# Poissonfördelningen, forts.

$k \setminus \lambda$	4.0	4.5	5.0	5.5	6.0	6.5	7.0	7.5
0	0.0183	0.0111	0.0067	0.0041	0.0025	0.0015	0.0009	0.0006
1	0.0916	0.0611	0.0404	0.0266	0.0174	0.0113	0.0073	0.0047
2	0.2381	0.1736	0.1247	0.0884	0.0620	0.0430	0.0296	0.0203
3	0.4335	0.3423	0.2650	0.2017	0.1512	0.1118	0.0818	0.0591
4	0.6288	0.5321	0.4405	0.3575	0.2851	0.2237	0.1730	0.1321
5	0.7851	0.7029	0.6160	0.5289	0.4457	0.3690	0.3007	0.2414
6	0.8893	0.8311	0.7622	0.6860	0.6063	0.5265	0.4497	0.3782
7	0.9489	0.9134	0.8666	0.8095	0.7440	0.6728	0.5987	0.5246
8	0.9786	0.9597	0.9319	0.8944	0.8472	0.7916	0.7291	0.6620
9	0.9919	0.9829	0.9682	0.9462	0.9161	0.8774	0.8305	0.7764
10	0.9972	0.9933	0.9863	0.9747	0.9574	0.9332	0.9015	0.8622
11	0.9991	0.9976	0.9945	0.9890	0.9799	0.9661	0.9467	0.9208
12	0.9997	0.9992	0.9980	0.9955	0.9912	0.9840	0.9730	0.9573
13	0.9999	0.9997	0.9993	0.9983	0.9964	0.9929	0.9872	0.9784
14	1.0000	0.9999	0.9998	0.9994	0.9986	0.9970	0.9943	0.9897
15	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9995	0.9988	0.9976	0.9954
16	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9996	0.9990	0.9980
17	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9996	0.9992
18	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9997
19	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999
20	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

# Poissonfördelningen, forts.

$k \setminus \lambda$	8.0	9.0	10.0	11.0	12.0	13.0	14.0	15.0
0	0.0003	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
1	0.0030	0.0012	0.0005	0.0002	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000
2	0.0138	0.0062	0.0028	0.0012	0.0005	0.0002	0.0001	0.0000
3	0.0424	0.0212	0.0103	0.0049	0.0023	0.0011	0.0005	0.0002
4	0.0996	0.0550	0.0293	0.0151	0.0076	0.0037	0.0018	0.0009
5	0.1912	0.1157	0.0671	0.0375	0.0203	0.0107	0.0055	0.0028
6	0.3134	0.2068	0.1301	0.0786	0.0458	0.0259	0.0142	0.0076
7	0.4530	0.3239	0.2202	0.1432	0.0895	0.0540	0.0316	0.0180
8	0.5925	0.4557	0.3328	0.2320	0.1550	0.0998	0.0621	0.0374
9	0.7166	0.5874	0.4579	0.3405	0.2424	0.1658	0.1094	0.0699
10	0.8159	0.7060	0.5830	0.4599	0.3472	0.2517	0.1757	0.1185
11	0.8881	0.8030	0.6968	0.5793	0.4616	0.3532	0.2600	0.1848
12	0.9362	0.8758	0.7916	0.6887	0.5760	0.4631	0.3585	0.2676
13	0.9658	0.9261	0.8645	0.7813	0.6815	0.5730	0.4644	0.3632
14	0.9827	0.9585	0.9165	0.8540	0.7720	0.6751	0.5704	0.4657
15	0.9918	0.9780	0.9513	0.9074	0.8444	0.7636	0.6694	0.5681
16	0.9963	0.9889	0.9730	0.9441	0.8987	0.8355	0.7559	0.6641
17	0.9984	0.9947	0.9857	0.9678	0.9370	0.8905	0.8272	0.7489
18	0.9993	0.9976	0.9928	0.9823	0.9626	0.9302	0.8826	0.8195
19	0.9997	0.9989	0.9965	0.9907	0.9787	0.9573	0.9235	0.8752
20	0.9999	0.9996	0.9984	0.9953	0.9884	0.9750	0.9521	0.9170
21	1.0000	0.9998	0.9993	0.9977	0.9939	0.9859	0.9712	0.9469
22	1.0000	0.9999	0.9997	0.9990	0.9970	0.9924	0.9833	0.9673
23	1.0000	1.0000	0.9999	0.9995	0.9985	0.9960	0.9907	0.9805
24	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	0.9993	0.9980	0.9950	0.9888
25	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.9990	0.9974	0.9938
26	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9995	0.9987	0.9967
27	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9994	0.9983
28	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.9991
29	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9996
30	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998
31	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999
32	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

Tabell 4. Normalfördelningens fördelningsfunktion,  $\Phi(t)$ 

Tabellen ger  $\Phi(t) = P(X \le t)$  då  $X \sim N(0, 1)$ , för  $0 \le t \le 3.9$ . För t < 0 utnyttjas att  $\Phi(-t) = 1 - \Phi(t)$ .

För stora t kan man utnyttja approximationen  $1 - \Phi(t) \approx \varphi(t)/t$ , där  $\varphi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-t^2/2}$ .

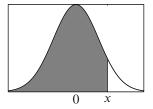
t	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990
3.1	$.9^{3}03$	$.9^{3}06$	$.9^{3}10$	$.9^{3}13$	$.9^{3}16$	$.9^{3}18$	$.9^{3}21$	$.9^{3}24$	$.9^{3}26$	$.9^{3}29$
3.2	$.9^{3}31$	$.9^{3}34$	$.9^{3}36$	$.9^{3}38$	$.9^{3}40$	$.9^{3}42$	$.9^{3}44$	$.9^{3}46$	$.9^{3}48$	$.9^{3}50$
3.3	$.9^352$	$.9^{3}53$	$.9^{3}55$	$.9^{3}57$	$.9^{3}58$	$.9^{3}60$	$.9^{3}61$	$.9^{3}62$	$.9^{3}64$	$.9^{3}65$
3.4	$.9^{3}66$	$.9^{3}68$	$.9^{3}69$	$.9^370$	$.9^{3}71$	$.9^372$	$.9^373$	$.9^{3}74$	$.9^{3}75$	$.9^376$
3.5	$.9^377$	$.9^{3}78$	$.9^{3}78$	$.9^{3}79$	$.9^{3}80$	$.9^{3}81$	$.9^{3}81$	$.9^{3}82$	$.9^{3}83$	$.9^{3}83$
3.6	$.9^{3}84$	$.9^{3}85$	$.9^{3}85$	$.9^{3}86$	$.9^{3}86$	$.9^{3}87$	$.9^{3}87$	$.9^{3}88$	$.9^{3}88$	$.9^{3}89$
3.7	$.9^{3}89$	$.9^{3}90$	$.9^{4}00$	$.9^{4}04$	$.9^{4}08$	$.9^412$	$.9^{4}15$	$.9^{4}18$	$.9^{4}22$	$.9^{4}25$
3.8	.9428	$.9^{4}31$	$.9^{4}33$	$.9^{4}36$	$.9^{4}38$	$.9^{4}41$	$.9^{4}43$	$.9^{4}46$	$.9^{4}48$	$.9^{4}50$
3.9	.9 <sup>4</sup> 52	$.9^{4}54$	$.9^{4}56$	$.9^{4}58$	$.9^{4}59$	$.9^{4}61$	$.9^{4}63$	$.9^{4}64$	$.9^{4}66$	$.9^{4}67$
4.0	.9468	$.9^470$	$.9^{4}71$	$.9^472$	$.9^473$	$.9^{4}74$	$.9^475$	$.9^476$	$.9^477$	$.9^478$

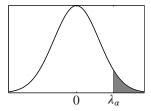
Ex.  $.9^468 = 0.999968$ 

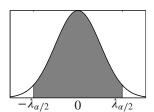
Tabell 5. Normalfördelningens kvantiler,  $\lambda_{\alpha}$ 

Tabellen ger  $\lambda_{\alpha}$  för  $\alpha \leq 0.5$ , där  $\lambda_{\alpha}$  definieras av att  $\Phi(\lambda_{\alpha}) = 1 - \alpha$ , eller alternativt att  $P(X > \lambda_{\alpha}) = \alpha$  då  $X \sim N(0, 1)$ . För  $\alpha > 0.5$  utnyttjas att  $\lambda_{\alpha} = -\lambda_{1-\alpha}$ .

α	$\lambda_{\alpha}$
u	$\lambda_{\alpha}$
0.5	0.0000
0.4	0.2533
0.3	0.5244
0.25	0.6745
0.2	0.8416
0.15	1.0364
0.1	1.2816
0.05	1.6449
0.025	1.9600
0.01	2.3263
0.005	2.5758
0.001	3.0902
0.0005	3.2905
0.0001	3.7190
0.00005	3.8906







**Figur 1.** Arean till vänster om x är  $\Phi(x)$ , arean till höger om  $\lambda_{\alpha}$  är  $\alpha$  och arean mellan  $-\lambda_{\alpha/2}$  och  $\lambda_{\alpha/2}$  är  $1-\alpha$ .

Tabell 6. t-fördelningens kvantiler,  $t_{\alpha}(f)$ 

a)	0.40	0.05	0.005	0.01	0.005	0.004	0.000#
$f \setminus \alpha$	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005	0.001	0.0005
1	3.0777	6.3138	12.7062	31.8205	63.6567	318.309	636.619
2	1.8856	2.9200	4.3027	6.9646	9.9248	22.3271	31.5991
3	1.6377	2.3534	3.1824	4.5407	5.8409	10.2145	12.9240
4	1.5332	2.1318	2.7764	3.7469	4.6041	7.1732	8.6103
5	1.4759	2.0150	2.5706	3.3649	4.0321	5.8934	6.8688
6	1.4398	1.9432	2.4469	3.1427	3.7074	5.2076	5.9588
7	1.4149	1.8946	2.3646	2.9980	3.4995	4.7853	5.4079
8	1.3968	1.8595	2.3060	2.8965	3.3554	4.5008	5.0413
9	1.3830	1.8331	2.2622	2.8214	3.2498	4.2968	4.7809
10	1.3722	1.8125	2.2281	2.7638	3.1693	4.1437	4.5869
11	1.3634	1.7959	2.2010	2.7181	3.1058	4.0247	4.4370
12	1.3562	1.7823	2.1788	2.6810	3.0545	3.9296	4.3178
13	1.3502	1.7709	2.1604	2.6503	3.0123	3.8520	4.2208
14	1.3450	1.7613	2.1448	2.6245	2.9768	3.7874	4.1405
15	1.3406	1.7531	2.1314	2.6025	2.9467	3.7328	4.0728
16	1.3368	1.7459	2.1199	2.5835	2.9208	3.6862	4.0150
17	1.3334	1.7396	2.1098	2.5669	2.8982	3.6458	3.9651
18	1.3304	1.7341	2.1009	2.5524	2.8784	3.6105	3.9216
19	1.3277	1.7291	2.0930	2.5395	2.8609	3.5794	3.8834
20	1.3253	1.7247	2.0860	2.5280	2.8453	3.5518	3.8495
21	1.3232	1.7207	2.0796	2.5176	2.8314	3.5272	3.8193
22	1.3212	1.7171	2.0739	2.5083	2.8188	3.5050	3.7921
23	1.3195	1.7139	2.0687	2.4999	2.8073	3.4850	3.7676
24	1.3178	1.7109	2.0639	2.4922	2.7969	3.4668	3.7454
25	1.3163	1.7081	2.0595	2.4851	2.7874	3.4502	3.7251
26	1.3150	1.7056	2.0555	2.4786	2.7787	3.4350	3.7066
27	1.3137	1.7033	2.0518	2.4727	2.7707	3.4210	3.6896
28	1.3125	1.7011	2.0484	2.4671	2.7633	3.4082	3.6739
29	1.3114	1.6991	2.0452	2.4620	2.7564	3.3962	3.6594
30	1.3104	1.6973	2.0423	2.4573	2.7500	3.3852	3.6460
35	1.3062	1.6896	2.0301	2.4377	2.7238	3.3400	3.5911
40	1.3031	1.6839	2.0211	2.4233	2.7045	3.3069	3.5510
45	1.3006	1.6794	2.0141	2.4121	2.6896	3.2815	3.5203
50	1.2987	1.6759	2.0086	2.4033	2.6778	3.2614	3.4960
60	1.2958	1.6706	2.0003	2.3901	2.6603	3.2317	3.4602
70	1.2938	1.6669	1.9944	2.3808	2.6479	3.2108	3.4350
80	1.2922	1.6641	1.9901	2.3739	2.6387	3.1953	3.4163
100	1.2901	1.6602	1.9840	2.3642	2.6259	3.1737	3.3905
120	1.2886	1.6577	1.9799	2.3578	2.6174	3.1595	3.3735
∞	1.2816	1.6449	1.9600	2.3263	2.5758	3.0902	3.2905

**Tabell 7.**  $\chi^2$ -fördelningens kvantiler,  $\chi^2_{\alpha}(f)$ 

$f \setminus \alpha$	0.9995	0.999	0.995	0.99	0.975	0.95	0.9	0.75	0.5
1	$0.0^639$	$0.0^{5}16$	0.439	$0.0^316$	$0.0^398$	0.0039	0.0158	0.1015	0.4549
2			0.0100			0.1026			1.3863
3	0.0153	0.0243	0.0717			0.3518		1.2125	2.3660
4	0.0639	0.0908	0.2070	0.2971	0.4844	0.7107	1.0636	1.9226	3.3567
5	0.1581	0.2102	0.4117	0.5543	0.8312	1.1455	1.6103	2.6746	4.3515
6	0.2994	0.3811	0.6757	0.8721	1.2373	1.6354	2.2041	3.4546	5.3481
7	0.4849	0.5985	0.9893	1.2390	1.6899	2.1673	2.8331	4.2549	6.3458
8	0.7104	0.8571	1.3444	1.6465	2.1797	2.7326	3.4895	5.0706	7.3441
9	0.9717	1.1519	1.7349	2.0879	2.7004	3.3251	4.1682	5.8988	8.3428
10	1.2650	1.4787	2.1559	2.5582	3.2470	3.9403	4.8652	6.7372	9.3418
11	1.5868	1.8339	2.6032	3.0535	3.8157	4.5748	5.5778	7.5841	10.341
12	1.9344	2.2142	3.0738	3.5706	4.4038	5.2260	6.3038	8.4384	11.340
13	2.3051	2.6172	3.5650	4.1069	5.0088	5.8919	7.0415	9.2991	12.340
14	2.6967	3.0407	4.0747	4.6604	5.6287	6.5706	7.7895	10.165	13.339
15	3.1075	3.4827	4.6009	5.2293	6.2621	7.2609	8.5468	11.037	14.339
16	3.5358	3.9416	5.1422	5.8122	6.9077	7.9616	9.3122	11.912	15.338
17	3.9802	4.4161	5.6972	6.4078	7.5642	8.6718	10.085	12.792	16.338
18	4.4394	4.9048	6.2648				10.865		17.338
19		5.4068	6.8440	7.6327	8.9065	10.117	11.651		18.338
20	5.3981	5.9210	7.4338	8.2604	9.5908	10.851	12.443	15.452	19.337
21	5.8957				10.283	11.591	13.240		20.337
22	6.4045						14.041	17.240	21.337
23	6.9237	7.5292	9.2604		11.689		14.848	18.137	22.337
24	7.4527	8.0849	9.8862	10.856	12.401	13.848	15.659	19.037	23.337
25		8.6493	10.520		13.120	14.611	16.473	19.939	
26	8.5379		11.160		13.844		17.292		25.336
27	<u> </u>	9.8028			14.573			21.749	
28	1		12.461						
29			13.121						
30	10.804	11.588				18.493			
35	l		17.192						
40	1		20.707						
45			24.311 27.991						
50 60			35.534						
70 80			43.275						69.334
90	1		51.172 59.196						
100	l		67.328						
100	27.090	01.710	01.328	70.003	14.222	11.749	04.330	70.133	77.334

 $\chi^2$ -fördelningens kvantiler,  $\chi^2_{\alpha}(f)$ , forts.

$f \setminus \alpha$	0.25	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005	0.001	0.0005
1	1.3233	2.7055	3.8415	5.0239	6.6349	7.8794	10.828	12.116
2	2.7726	4.6052	5.9915	7.3778	9.2103	10.597	13.816	15.202
3	4.1083	6.2514	7.8147	9.3484	11.345	12.838	16.266	17.730
4	5.3853	7.7794	9.4877	11.143	13.277	14.860	18.467	19.997
5	6.6257	9.2364	11.070	12.833	15.086	16.750	20.515	22.105
6	7.8408	10.645	12.592	14.449	16.812	18.548	22.458	24.103
7	9.0371	12.017	14.067	16.013	18.475	20.278	24.322	26.018
8	10.219	13.362	15.507	17.535	20.090	21.955	26.124	27.868
9	11.389	14.684	16.919	19.023	21.666	23.589	27.877	29.666
10	12.549	15.987	18.307	20.483	23.209	25.188	29.588	31.420
11	13.701	17.275	19.675	21.920	24.725	26.757	31.264	33.137
12	14.845	18.549	21.026	23.337	26.217	28.300	32.909	34.821
13	15.984	19.812	22.362	24.736	27.688	29.819	34.528	36.478
14	17.117	21.064	23.685	26.119	29.141	31.319	36.123	38.109
15	18.245	22.307	24.996	27.488	30.578	32.801	37.697	39.719
16	19.369	23.542	26.296	28.845	32.000	34.267	39.252	41.308
17	20.489	24.769	27.587	30.191	33.409	35.718	40.790	42.879
18	21.605	25.989	28.869	31.526	34.805	37.156	42.312	44.434
19	22.718	27.204	30.144	32.852	36.191	38.582	43.820	45.973
20	23.828	28.412	31.410	34.170	37.566	39.997	45.315	47.498
21	24.935	29.615	32.671	35.479	38.932	41.401	46.797	49.011
22	26.039	30.813	33.924	36.781	40.289	42.796	48.268	50.511
23	27.141	32.007	35.172	38.076	41.638	44.181	49.728	52.000
24	28.241	33.196	36.415	39.364	42.980	45.559	51.179	53.479
25	29.339	34.382	37.652	40.646	44.314	46.928	52.620	54.947
26	30.435	35.563	38.885	41.923	45.642	48.290	54.052	56.407
27	31.528	36.741	40.113	43.195	46.963	49.645	55.476	57.858
28	32.620	37.916	41.337	44.461	48.278	50.993	56.892	59.300
29	33.711	39.087	42.557	45.722	49.588	52.336	58.301	60.735
30	34.800	40.256	43.773	46.979	50.892	53.672	59.703	62.162
35	40.223	46.059	49.802	53.203	57.342	60.275	66.619	69.199
40	45.616	51.805	55.758	59.342	63.691	66.766	73.402	76.095
45	50.985	57.505	61.656	65.410	69.957	73.166	80.077	82.876
50	56.334	63.167	67.505	71.420	76.154	79.490	86.661	89.561
60	66.981	74.397	79.082	83.298	88.379	91.952	99.607	102.69
70	77.577	85.527	90.531	95.023	100.43	104.21	112.32	115.58
80	88.130	96.578	101.88	106.63	112.33	116.32	124.84	128.26
90	98.650	107.57	113.15	118.14	124.12	128.30	137.21	140.78
100	109.14	118.50	124.34	129.56	135.81	140.17	149.45	153.17
110	119.61	129.39	135.48	140.92	147.41	151.95	161.58	165.44
120	130.05	140.23	146.57	152.21	158.95	163.65	173.62	177.60

Tabell 8. F-fördelningens kvantiler,  $F_{\alpha}(f_1, f_2)$   $\alpha = 0.05$ 

Observera att  $F_{1-\alpha}(f_1, f_2) = 1/F_{\alpha}(f_2, f_1)$ .

$f_2 \backslash f_1$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	161.4	199.5	215.7	224.6	230.2	234.0	236.8	238.9	240.5	241.9	243.0	243.9
2	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.35	19.37	19.38	19.40	19.40	19.41
3	10.13	9.552	9.277	9.117	9.013	8.941	8.887	8.845	8.812	8.786	8.763	8.745
4	7.709	6.944	6.591	6.388	6.256	6.163	6.094	6.041	5.999	5.964	5.936	5.912
5	6.608	5.786	5.409	5.192	5.050	4.950	4.876	4.818	4.772	4.735	4.704	4.678
6	5.987	5.143	4.757	4.534	4.387	4.284	4.207	4.147	4.099	4.060	4.027	4.000
7	5.591	4.737	4.347	4.120	3.972	3.866	3.787	3.726	3.677	3.637	3.603	3.575
8	5.318	4.459	4.066	3.838	3.687	3.581	3.500	3.438	3.388	3.347	3.313	3.284
9	5.117	4.256	3.863	3.633	3.482	3.374	3.293	3.230	3.179	3.137	3.102	3.073
10	4.965	4.103	3.708	3.478	3.326	3.217	3.135	3.072	3.020	2.978	2.943	2.913
11	4.844	3.982	3.587	3.357	3.204	3.095	3.012	2.948	2.896	2.854	2.818	2.788
12	4.747	3.885	3.490	3.259	3.106	2.996	2.913	2.849	2.796	2.753	2.717	2.687
13	4.667	3.806	3.411	3.179	3.025	2.915	2.832	2.767	2.714	2.671	2.635	2.604
14	4.600	3.739	3.344	3.112	2.958	2.848	2.764	2.699	2.646	2.602	2.565	2.534
15	4.543	3.682	3.287	3.056	2.901	2.790	2.707	2.641	2.588	2.544	2.507	2.475
16	4.494	3.634	3.239	3.007	2.852	2.741	2.657	2.591	2.538	2.494	2.456	2.425
17	4.451	3.592	3.197	2.965	2.810	2.699	2.614	2.548	2.494	2.450	2.413	2.381
18	4.414	3.555	3.160	2.928	2.773	2.661	2.577	2.510	2.456	2.412	2.374	2.342
19	4.381	3.522	3.127	2.895	2.740	2.628	2.544	2.477	2.423	2.378	2.340	2.308
20	4.351	3.493	3.098	2.866	2.711	2.599	2.514	2.447	2.393	2.348	2.310	2.278
21	4.325	3.467	3.072	2.840	2.685	2.573	2.488	2.420	2.366	2.321	2.283	2.250
22	4.301	3.443	3.049	2.817	2.661	2.549	2.464	2.397	2.342	2.297	2.259	2.226
23	4.279	3.422	3.028	2.796	2.640	2.528	2.442	2.375	2.320	2.275	2.236	2.204
24	4.260	3.403	3.009	2.776	2.621	2.508	2.423	2.355	2.300	2.255	2.216	2.183
25	4.242	3.385	2.991	2.759	2.603	2.490	2.405	2.337	2.282	2.236	2.198	2.165
26	4.225	3.369	2.975	2.743	2.587	2.474	2.388	2.321	2.265	2.220	2.181	2.148
27	4.210	3.354	2.960	2.728	2.572	2.459	2.373	2.305	2.250	2.204	2.166	2.132
28	4.196	3.340	2.947	2.714	2.558	2.445	2.359	2.291	2.236	2.190	2.151	2.118
29	4.183	3.328	2.934	2.701	2.545	2.432	2.346	2.278	2.223	2.177	2.138	2.104
30	4.171	3.316	2.922	2.690	2.534	2.421	2.334	2.266	2.211	2.165	2.126	2.092
35	4.121	3.267	2.874	2.641	2.485	2.372	2.285	2.217	2.161	2.114	2.075	2.041
40	4.085	3.232	2.839	2.606	2.449	2.336	2.249	2.180	2.124	2.077	2.038	2.003
45	4.057	3.204	2.812	2.579	2.422	2.308	2.221	2.152	2.096	2.049	2.009	1.974
50	4.034	3.183	2.790	2.557	2.400	2.286	2.199	2.130	2.073	2.026	1.986	1.952
60	4.001	3.150	2.758	2.525	2.368	2.254	2.167	2.097	2.040	1.993	1.952	1.917
70	3.978	3.128	2.736	2.503	2.346	2.231	2.143	2.074	2.017	1.969	1.928	1.893
80	3.960	3.111	2.719	2.486	2.329	2.214	2.126	2.056	1.999	1.951	1.910	1.875
100	3.936	3.087	2.696	2.463	2.305	2.191	2.103	2.032	1.975	1.927	1.886	1.850
120	3.920	3.072	2.680	2.447	2.290	2.175	2.087	2.016	1.959	1.910	1.869	1.834
∞	3.841	2.996	2.605	2.372	2.214	2.099	2.010	1.938	1.880	1.831	1.789	1.752

F-fördelningens kvantiler,  $F_{\alpha}(f_1, f_2)$   $\alpha=0.05$ , forts. Observera att  $F_{1-\alpha}(f_1, f_2)=1/F_{\alpha}(f_2, f_1)$ .

$f_2 \backslash f_1$	13	14	15	18	20	25	30	40	60	80	120	∞
1	244.7	245.4	245.9	247.3	248.0	249.3	250.1	251.1	252.2	252.7	253.3	254.3
2	19.42	19.42	19.43	19.44	19.45	19.46	19.46	19.47	19.48	19.48	19.49	19.50
3	8.729	8.715	8.703	8.675	8.660	8.634	8.617	8.594	8.572	8.561	8.549	8.526
4	5.891	5.873	5.858	5.821	5.803	5.769	5.746	5.717	5.688	5.673	5.658	5.628
5	4.655	4.636	4.619	4.579	4.558	4.521	4.496	4.464	4.431	4.415	4.398	4.365
6	3.976	3.956	3.938	3.896	3.874	3.835	3.808	3.774	3.740	3.722	3.705	3.669
7	3.550	3.529	3.511	3.467	3.445	3.404	3.376	3.340	3.304	3.286	3.267	3.230
8	3.259	3.237	3.218	3.173	3.150	3.108	3.079	3.043	3.005	2.986	2.967	2.928
9	3.048	3.025	3.006	2.960	2.936	2.893	2.864	2.826	2.787	2.768	2.748	2.707
10	2.887	2.865	2.845	2.798	2.774	2.730	2.700	2.661	2.621	2.601	2.580	2.538
11	2.761	2.739	2.719	2.671	2.646	2.601	2.570	2.531	2.490	2.469	2.448	2.404
12	2.660	2.637	2.617	2.568	2.544	2.498	2.466	2.426	2.384	2.363	2.341	2.296
13	2.577	2.554	2.533	2.484	2.459	2.412	2.380	2.339	2.297	2.275	2.252	2.206
14	2.507	2.484	2.463	2.413	2.388	2.341	2.308	2.266	2.223	2.201	2.178	2.131
15	2.448	2.424	2.403	2.353	2.328	2.280	2.247	2.204	2.160	2.137	2.114	2.066
16	2.397	2.373	2.352	2.302	2.276	2.227	2.194	2.151	2.106	2.083	2.059	2.010
17	2.353	2.329	2.308	2.257	2.230	2.181	2.148	2.104	2.058	2.035	2.011	1.960
18	2.314	2.290	2.269	2.217	2.191	2.141	2.107	2.063	2.017	1.993	1.968	1.917
19	2.280	2.256	2.234	2.182	2.155	2.106	2.071	2.026	1.980	1.955	1.930	1.878
20	2.250	2.225	2.203	2.151	2.124	2.074	2.039	1.994	1.946	1.922	1.896	1.843
21	2.222	2.197	2.176	2.123	2.096	2.045	2.010	1.965	1.916	1.891	1.866	1.812
22	2.198	2.173	2.151	2.098	2.071	2.020	1.984	1.938	1.889	1.864	1.838	1.783
23	2.175	2.150	2.128	2.075	2.048	1.996	1.961	1.914	1.865	1.839	1.813	1.757
24	2.155	2.130	2.108	2.054	2.027	1.975	1.939	1.892	1.842	1.816	1.790	1.733
25	2.136	2.111	2.089	2.035	2.007	1.955	1.919	1.872	1.822	1.796	1.768	1.711
26	2.119	2.094	2.072	2.018	1.990	1.938	1.901	1.853	1.803	1.776	1.749	1.691
27	2.103	2.078	2.056	2.002	1.974	1.921	1.884	1.836	1.785	1.758	1.731	1.672
28	2.089	2.064	2.041	1.987	1.959	1.906	1.869	1.820	1.769	1.742	1.714	1.654
29	2.076	2.050	2.027	1.973	1.945	1.891	1.854	1.806	1.754	1.726	1.698	1.638
30	2.063	2.037	2.015	1.960	1.932	1.878	1.841	1.792	1.740	1.712	1.683	1.622
35	2.012	1.989	1.963	1.907	1.878	1.824	1.786	1.735	1.681	1.652	1.623	1.558
40	1.974	1.948	1.924	1.868	1.839	1.783	1.744	1.693	1.637	1.608	1.577	1.509
45	1.945						1.713					1.470
50	1.921	1.895	1.871				1.687					1.438
60	1.887	1.860	1.836	1.778	1.748	1.690	1.649	1.594	1.534	1.502	1.467	1.389
70	1.863	1.836	1.812	1.753	1.722	1.664	1.622	1.566	1.505	1.471	1.435	1.353
80	1.845	1.817	1.793	1.734	1.703	1.644	1.602	1.545	1.482	1.448	1.411	1.325
100	1.819	1.792	1.768	1.708	1.676	1.616	1.573	1.515	1.450	1.415	1.376	1.283
120	!				1.659		1.554					1.254
$\infty$	1.720	1.692	1.666	1.604	1.571	1.506	1.459	1.394	1.318	1.273	1.221	1.000

F-fördelningens kvantiler,  $F_{\alpha}(f_1, f_2)$   $\alpha = 0.01$ Observera att  $F_{1-\alpha}(f_1, f_2) = 1/F_{\alpha}(f_2, f_1)$ .

$f_2 \backslash f_1$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	4052	5000	5403	5625	5764	5859	5928	5981	6022	6056	6083	6106
2	98.50	99.00	99.17	99.25	99.30	99.33	99.36	99.37	99.39	99.40	99.41	99.42
3	34.12	30.82	29.46	28.71	28.24	27.91	27.67	27.49	27.35	27.23	27.13	27.05
4	21.20	18.00	16.69	15.98	15.52	15.21	14.98	14.80	14.66	14.55	14.45	14.37
5	16.26	13.27	12.06	11.39	10.97	10.67	10.46	10.29	10.16	10.05	9.963	9.888
6	13.75	10.92	9.780	9.148	8.746	8.466	8.260	8.102	7.976	7.874	7.790	7.718
7	12.25	9.547	8.451	7.847	7.460	7.191	6.993	6.840	6.719	6.620	6.538	6.469
8	11.26	8.649	7.591	7.006	6.632	6.371	6.178	6.029	5.911	5.814	5.734	5.667
9	10.56	8.022	6.992	6.422	6.057	5.802	5.612	5.467	5.351	5.257	5.178	5.111
10	10.04	7.559	6.552	5.994	5.636	5.386	5.200	5.057	4.942	4.849	4.772	4.706
11	9.646	7.206	6.217	5.668	5.316	5.069	4.886	4.744	4.632	4.539	4.462	4.397
12	9.330	6.927	5.953	5.412	5.064	4.821	4.640	4.499	4.388	4.296	4.220	4.155
13	9.074	6.701	5.739	5.205	4.862	4.620	4.441	4.302	4.191	4.100	4.025	3.960
14	8.862	6.515	5.564	5.035	4.695	4.456	4.278	4.140	4.030	3.939	3.864	3.800
15	8.683	6.359	5.417	4.893	4.556	4.318	4.142	4.004	3.895	3.805	3.730	3.666
16	8.531	6.226	5.292	4.773	4.437	4.202	4.026	3.890	3.780	3.691	3.616	3.553
17	8.400	6.112	5.185	4.669	4.336	4.102	3.927	3.791	3.682	3.593	3.519	3.455
18	8.285	6.013	5.092	4.579	4.248	4.015	3.841	3.705	3.597	3.508	3.434	3.371
19	8.185	5.926	5.010	4.500	4.171	3.939	3.765	3.631	3.523	3.434	3.360	3.297
20	8.096	5.849	4.938	4.431	4.103	3.871	3.699	3.564	3.457	3.368	3.294	3.231
21	8.017	5.780	4.874	4.369	4.042	3.812	3.640	3.506	3.398	3.310	3.236	3.173
22	7.945	5.719	4.817	4.313	3.988	3.758	3.587	3.453	3.346	3.258	3.184	3.121
23	7.881	5.664	4.765	4.264	3.939	3.710	3.539	3.406	3.299	3.211	3.137	3.074
24	7.823	5.614	4.718	4.218	3.895	3.667	3.496	3.363	3.256	3.168	3.094	3.032
25	7.770	5.568	4.675	4.177	3.855	3.627	3.457	3.324	3.217	3.129	3.056	2.993
26	7.721	5.526	4.637	4.140	3.818	3.591	3.421	3.288	3.182	3.094	3.021	2.958
27	7.677	5.488	4.601	4.106	3.785	3.558	3.388	3.256	3.149	3.062	2.988	2.926
28	7.636	5.453	4.568	4.074	3.754	3.528	3.358	3.226	3.120	3.032	2.959	2.896
29	7.598	5.420	4.538	4.045	3.725	3.499	3.330	3.198	3.092	3.005	2.931	2.868
30	7.562	5.390	4.510	4.018	3.699	3.473	3.304	3.173	3.067	2.979	2.906	2.843
35			4.396									
40			4.313									
45			4.249									
50			4.199									
60	7.077	4.977	4.126	3.649	3.339	3.119	2.953	2.823	2.718	2.632	2.559	2.496
70	7.011	4.922						2.777				2.450
80			4.036									
100			3.984									
120			3.949									
$\infty$	6.635	4.605	3.782	3.319	3.017	2.802	2.639	2.511	2.407	2.321	2.248	2.185

F-fördelningens kvantiler,  $F_{\alpha}(f_1, f_2)$   $\alpha = 0.01$ , forts. Observera att  $F_{1-\alpha}(f_1, f_2) = 1/F_{\alpha}(f_2, f_1)$ .

$f_2 \backslash f_1$	13	14	15	18	20	25	30	40	60	80	120	$\infty$
1	6126	6143	6157	6192	6209	6240	6261	6287	6313	6326	6339	6366
2	99.42	99.43	99.43	99.44	99.45	99.46	99.47	99.47	99.48	99.49	99.49	99.50
3	26.98	26.92	26.87	26.75	26.69	26.58	26.50	26.41	26.32	26.27	26.22	26.13
4	14.31	14.25	14.20	14.08	14.02	13.91	13.84	13.75	13.65	13.61	13.56	13.46
5	9.825	9.770	9.722	9.610	9.553	9.449	9.379	9.291	9.202	9.157	9.112	9.020
6	7.657	7.605	7.559	7.451	7.396	7.296	7.229	7.143	7.057	7.013	6.969	6.880
7	6.410	6.359	6.314	6.209	6.155	6.058	5.992	5.908	5.824	5.781	5.737	5.650
8	5.609	5.559	5.515	5.412	5.359	5.263	5.198	5.116	5.032	4.989	4.946	4.859
9	5.055	5.005	4.962	4.860	4.808	4.713	4.649	4.567	4.483	4.441	4.398	4.311
10	4.650	4.601	4.558	4.457	4.405	4.311	4.247	4.165	4.082	4.039	3.996	3.909
11	4.342	4.293	4.251	4.150	4.099	4.005	3.941	3.860	3.776	3.734	3.690	3.602
12	4.100	4.052	4.010	3.909	3.858	3.765	3.701	3.619	3.535	3.493	3.449	3.361
13	3.905	3.857	3.815	3.716	3.665	3.571	3.507	3.425	3.341	3.298	3.255	3.165
14	3.745	3.698	3.656	3.556	3.505	3.412	3.348	3.266	3.181	3.138	3.094	3.004
15	3.612	3.564	3.522	3.423	3.372	3.278	3.214	3.132	3.047	3.004	2.959	2.868
16	3.498	3.451	3.409	3.310	3.259	3.165	3.101	3.018	2.933	2.889	2.845	2.753
17	3.401	3.353	3.312	3.212	3.162	3.068	3.003	2.920	2.835	2.791	2.746	2.653
18	3.316	3.269	3.227	3.128	3.077	2.983	2.919	2.835	2.749	2.705	2.660	2.566
19	3.242	3.195	3.153	3.054	3.003	2.909	2.844	2.761	2.674	2.630	2.584	2.489
20	3.177	3.130	3.088	2.989	2.938	2.843	2.778	2.695	2.608	2.563	2.517	2.421
21	3.119	3.072	3.030	2.931	2.880	2.785	2.720	2.636	2.548	2.503	2.457	2.360
22	3.067	3.019	2.978	2.879	2.827	2.733	2.667	2.583	2.495	2.450	2.403	2.306
23	3.020	2.973	2.931	2.832	2.781	2.686	2.620	2.535	2.447	2.401	2.354	2.256
24	2.977	2.930	2.889	2.789	2.738	2.643	2.577	2.492	2.403	2.357	2.310	2.211
25	2.939	2.892	2.850	2.751	2.699	2.604	2.538	2.453	2.364	2.317	2.270	2.169
26	2.904	2.857	2.815	2.715	2.664	2.569	2.503	2.417	2.327	2.281	2.233	2.131
27	2.871	2.824	2.783	2.683	2.632	2.536	2.470	2.384	2.294	2.247	2.198	2.097
28	2.842	2.795	2.753	2.653	2.602	2.506	2.440	2.354	2.263	2.216	2.167	2.064
29	2.814	2.767	2.726	2.626	2.574	2.478	2.412	2.325	2.234	2.187	2.138	2.034
30	2.789	2.742	2.700	2.600	2.549	2.453	2.386	2.299	2.208	2.160	2.111	2.006
35	2.686	2.639	2.597	2.497	2.445	2.348	2.281	2.193	2.099	2.050	2.000	1.891
40	2.611	2.563	2.522	2.421	2.369	2.271	2.203	2.114	2.019	1.969	1.917	1.805
45	2.553	2.506	2.464	2.363	2.311	2.213	2.144	2.054	1.958	1.907	1.853	1.737
50			2.419									1.683
60	2.442	2.394	2.352	2.251	2.198	2.098	2.028	1.936	1.836	1.783	1.726	1.601
70	2.395	2.348	2.306	2.204	2.150	2.050	1.980	1.886	1.785	1.730	1.672	1.540
80	2.361	2.313	2.271	2.169	2.115	2.015	1.944	1.849	1.746	1.690	1.630	1.494
100	2.313	2.265	2.223	2.120	2.067	1.965	1.893	1.797	1.692	1.634	1.572	1.427
120	2.282	2.234	2.192	2.089	2.035	1.932	1.860	1.763	1.656	1.597	1.533	1.381
$\infty$	2.130	2.082	2.039	1.934	1.878	1.773	1.696	1.592	1.473	1.404	1.325	1.000

Tabell 9. Kritiska gränser för Wilcoxons tvåstickprovstest

Den första halvan av tabellen ger kritiska gränser, K, vid ensidiga test av typen  $R \le K$ , där R är rangsumman för det mindre stickprovet av storlek  $n_1$ . Den andra halvan, se nästa sida, ger gränser för ensidiga test av typen  $R \ge K$ . Vid tvåsidiga test används båda olikheterna och felrisken blir  $2\alpha$ .

$n_1$	$n_2 \setminus \alpha$	0.0005	0.001	0.005	0.01	0.025	0.05	0.10
2	3	_	_	_	_	_	_	3
	4	_	_	_	_	-	_	3
I	5	_	_	_	_	_	3	4
	6	_	_	_	_	_	3	4
	7	_	_	_	_	_	3	4
	8	_	_	_	_	3	4	5
	9	_	_	_	_	3	4	5
	10	_			_	3	4	6
3	3	_	_	_	_	_	6	7
	4	_	_	_	_	_	6	7
	5	_	_	_	_	6 7	7 8	8
	6 7	_	_	_	6	7	8	9 10
	8	_	_	_	6	8	9	11
	9			6	7	8	10	11
	10	_	_	6	7	9	10	12
4	4	_	_	_	_	10	11	13
	5	_	_	_	10	11	12	14
	6	_	_	10	11	12	13	15
	7	_	_	10	11	13	14	16
	8	_	_	11	12	14	15	17
	9	_	_	11	13	14	16	19
	10	_	10	12	13	15	17	20
5	5	_	_	15	16	17	19	20
	6	_	_	16	17	18	20	22
	7	_	_	16	18	20	21	23
	8	_	15	17	19	21	23	25
	9	15	16	18	20	22	24	27
	10	15	16	19	21	23	26	28
6	6	_	_	23	24	26	28	30
	7	- 21	21	24	25	27	29	32
	8 9	21	22	25	27	29	31	34
	10	22 23	23 24	26 27	28 29	31 32	33 35	36 38
7	7	28	29	32	34	36	39	41
'	8	28 29	30	32 34	3 <del>4</del> 35	38	39 41	41 44
	9	30	31	35	33 37	38 40	43	44 46
	10	31	33	37	39	42	45	49
8	8	38	40	43	45	49	51	55
	9	40	41	45	47	51	54	58
	10	41	42	47	49	53	56	60
9	9	50	52	56	59	62	66	70
	10	52	53	58	61	65	69	73
10	10	63	65	71	74	78	82	87

Kritiska gränser för Wilcoxons tvåstickprovstest, forts. Kritiska gränser för ensidiga test av typen  $R \geq K$ .

$n_1$	$n_2 \setminus \alpha$	0.0005	0.001	0.005	0.01	0.025	0.05	0.10
2	3	_	_	_	_	_	_	9
	4	_	_	_	_	_	_	11
1	5	_	_	_	_	_	13	12
	6	_	_	_	_	_	15	14
	7	_	_	_	_	_	17	16
	8	_	-	_	_	19	18	17
	9	_	_	_	_	21	20	19
	10	_				23	22	20
3	3	_	-	_	_	_	15	14
	4	_	_	_	_	_	18	17
	5	_	_	_	_	21	20	19
	6	_	-	_	_	23	22	21
	7	_	_	_	27	26	25	23
	8	_	_	_	30	28	27	25
	9	_	_	33	32	31	29	28
	10	_		36	35	33	32	30
4	4	_	_	_	_	26	25	23
	5	_	_	-	30	29	28	26
	6	_	_	34	33	32	31	29
	7	_	_	38	37	35	34	32
	8 9	_	_	41	40	38	37	35
	10	_	50	45 48	43 47	42 45	40 43	37 40
		_	30					
5	5 6	_	_	40 44	39 43	38 42	36 40	35
	7	_	_	44 49	43 47	45	40 44	38 42
1	8	_	55	53	51	49	47	45
1	9	60	59	57	55	53	51	48
	10	65	64	61	59	57	54	52
6	6			55	54	52	50	48
	7		63	60	59	57	55	52
	8	69	68	65	63	61	59	56
1	9	74	73	70	68	65	63	60
	10	79	78	75	73	70	67	64
7	7	77	76	73	71	69	66	64
'	8	83	82	78	77	74	71	68
	9	89	88	84	82	79	76	73
	10	95	93	89	87	84	81	77
8	8	98	96	93	91	87	85	81
	9	104	103	99	97	93	90	86
	10	111	110	105	103	99	96	92
9	9	121	119	115	112	109	105	101
	10	128	127	122	119	115	111	107
10	10	147	145	139	136	132	128	123
	10	11/	110	10)	150	134	120	140

**Tabell 10.** Kritiska gränser för teckenrangtestet

Den övre halvan av tabellen ger kritiska gränser, K, vid ensidiga test av typen  $T \le K$ , där T är rangsumman. Den undre halvan ger gränser för ensidiga test av typen  $T \ge K$ .

Vid tvåsidiga test används båda olikheterna och felrisken blir  $2\alpha$ .

$n \setminus \alpha$	0.0005	0.001	0.005	0.01	0.025	0.05	0.10
4	_	_	_	_	_	_	0
5	_	_	_	_	_	0	2
6	_	_	_	_	0	2	3
7	_	_	_	0	2	3	5
8	_	_	0	1	3	5	8
9	_	_	1	3	5	8	10
10	_	0	3	5	8	10	14
11	0	1	5	7	10	13	17
12	1	2	7	9	13	17	21
13	2	4	9	12	17	21	26
14	4	6	12	15	21	25	31
15	6	8	15	19	25	30	36
16	8	11	19	23	29	35	42
17	11	14	23	27	34	41	48
18	14	18	27	32	40	47	55
19	18	21	32	37	46	53	62
20	21	26	37	43	52	60	69
$n \setminus \alpha$	0.0005	0.001	0.005	0.01	0.025	0.05	0.10
$n \setminus \alpha$							0.10
<i>n</i> \α 4						0.05	0.10
n\α 4 5					0.025	0.05 - 15	0.10 10 13
n\α 4 5 6				0.01 - - -	0.025 - - 21	0.05 - 15 19	0.10 10 13 18
n\α 4 5 6 7			0.005	0.01 - - - 28	0.025 - - 21 26	0.05 - 15 19 25	0.10 10 13 18 23
n\α 4 5 6 7 8			0.005 - - - - 36	0.01 - - - 28 35	0.025 - - 21 26 33	0.05 - 15 19 25 31	0.10 10 13 18 23 28
n\α 4 5 6 7 8 9		0.001	0.005 - - - - 36 44	0.01 - - - 28 35 42	0.025 - 21 26 33 40	0.05  - 15 19 25 31 37	0.10 10 13 18 23 28 35
n\α 4 5 6 7 8 9 10	0.0005 - - - - - -	0.001 - - - - - - - 55	0.005 - - - 36 44 52	0.01 - - 28 35 42 50	0.025 - 21 26 33 40 47	0.05  - 15 19 25 31 37 45	0.10 10 13 18 23 28 35 41
n\α 4 5 6 7 8 9 10	0.0005 - - - - - - - - - - - - -	0.001 - - - - - - 55 65	0.005 - - - 36 44 52 61	0.01 28 35 42 50 59	0.025 - 21 26 33 40 47 56	0.05  - 15 19 25 31 37 45 53	0.10 10 13 18 23 28 35 41 49
$n \setminus \alpha$ 4  5  6  7  8  9  10  11  12	0.0005 - - - - - - - 66 77	0.001 - - - - - 55 65 76	0.005  36 44 52 61 71	0.01  28 35 42 50 59 69	0.025  - 21 26 33 40 47 56 65	0.05  - 15 19 25 31 37 45 53 61	0.10 10 13 18 23 28 35 41 49 57
n\α 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13	0.0005 - - - - - - 66 77 89	0.001 - - - - - 55 65 76 87	0.005  36 44 52 61 71 82	0.01 28 35 42 50 59 69 79	0.025 - 21 26 33 40 47 56 65 74	0.05  - 15 19 25 31 37 45 53 61 70	0.10 10 13 18 23 28 35 41 49 57 65
$n \setminus \alpha$ 4  5  6  7  8  9  10  11  12  13  14	0.0005  66 77 89 101	0.001 - - - - - 55 65 76 87 99	0.005  36 44 52 61 71 82 93	0.01  28 35 42 50 59 69 79 90	0.025  - 21 26 33 40 47 56 65 74 84	0.05  - 15 19 25 31 37 45 53 61 70 80	0.10 10 13 18 23 28 35 41 49 57 65 74
n\α 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15	0.0005  66 77 89 101 114	0.001  55 65 76 87 99 112	0.005  36 44 52 61 71 82 93 105	0.01  28 35 42 50 59 69 79 90 101	0.025  - 21 26 33 40 47 56 65 74 84 95	0.05  - 15 19 25 31 37 45 53 61 70 80 90	0.10 10 13 18 23 28 35 41 49 57 65 74 84
n\α 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16	0.0005  66 77 89 101 114 128	0.001  55 65 76 87 99 112 125	0.005  36 44 52 61 71 82 93 105 117	0.01  28 35 42 50 59 69 79 90 101 113	0.025  - 21 26 33 40 47 56 65 74 84 95 107	0.05  - 15 19 25 31 37 45 53 61 70 80 90 101	0.10 10 13 18 23 28 35 41 49 57 65 74 84 94
n\α 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17	0.0005  66 77 89 101 114 128 142	0.001  55 65 76 87 99 112 125 139	0.005  36 44 52 61 71 82 93 105 117 130	0.01  28 35 42 50 59 69 79 90 101 113 126	0.025  - 21 26 33 40 47 56 65 74 84 95 107 119	0.05  - 15 19 25 31 37 45 53 61 70 80 90 101 112	0.10 10 13 18 23 28 35 41 49 57 65 74 84 94 105

## Tabell 11. Slumptal

Tabellen ger decimala slumptal, dvs. talen  $0, \ldots, 9$  med sannolikhet 1/10 vardera. För att erhålla slumptal från Re(0, 1) kan man gruppera talen med önskat antal decimaler, så att t.ex. 9306 ger talet 0.9306.

9306760328417938907467607376029769985847545947323921547401222382462382119064442414851972751563982353 $3\,2\,4\,7\,3\,2\,6\,5\,8\,4\,1\,6\,3\,9\,7\,9\,9\,5\,4\,1\,6\,4\,5\,3\,9\,3\,1\,3\,0\,9\,1\,6\,5\,5\,3\,7\,7\,7\,8\,1\,9\,4\,7\,6\,5\,8\,6\,5\,0\,1$  $9\,0\,6\,6\,0\,4\,5\,8\,0\,5\,2\,2\,6\,8\,3\,3\,7\,9\,8\,9\,3\,3\,4\,3\,0\,3\,0\,4\,7\,8\,7\,0\,4\,0\,5\,4\,0\,3\,1\,2\,4\,4\,4\,7\,3\,6\,5\,7\,5\,5$  $6\,8\,1\,4\,7\,0\,5\,9\,6\,5\,5\,0\,8\,4\,0\,7\,7\,6\,4\,0\,7\,0\,7\,5\,1\,1\,2\,1\,9\,2\,4\,8\,3\,4\,4\,7\,8\,0\,0\,7\,0\,4\,8\,9\,7\,5\,7\,2\,5\,0$  $7\,3\,8\,7\,7\,9\,2\,9\,2\,8\,8\,6\,2\,3\,0\,5\,2\,8\,8\,2\,8\,8\,5\,4\,1\,3\,0\,8\,1\,1\,2\,8\,7\,9\,9\,2\,8\,9\,3\,8\,4\,0\,7\,0\,5\,6\,1\,6\,6\,1$  $0\,4\,4\,3\,9\,2\,1\,6\,3\,1\,2\,6\,0\,3\,1\,3\,0\,8\,2\,3\,0\,1\,0\,5\,8\,7\,4\,6\,7\,2\,2\,1\,5\,8\,1\,1\,5\,6\,7\,1\,9\,6\,6\,5\,5\,6\,4\,6\,0\,0$ 39376724794068380289712040642068200546258929425946 $6\,2\,1\,9\,2\,8\,9\,3\,9\,1\,5\,2\,6\,6\,9\,5\,2\,8\,5\,0\,1\,5\,8\,6\,7\,7\,6\,9\,8\,5\,4\,1\,4\,1\,4\,3\,0\,5\,4\,9\,8\,5\,8\,4\,6\,9\,9\,4\,7\,9$ 35357541513563431500391293433626706139184196868699 57568464004897149254804105956927851429443541136580 $7\,7\,7\,6\,5\,5\,2\,0\,6\,2\,5\,5\,6\,3\,3\,7\,8\,5\,7\,6\,8\,8\,9\,0\,7\,3\,0\,5\,0\,9\,7\,2\,0\,8\,9\,9\,4\,7\,3\,8\,4\,8\,6\,1\,5\,4\,9\,8\,1\,3$ 37817463819090238375676108449841470103437722176192 $1\,4\,0\,8\,7\,9\,5\,4\,9\,5\,5\,3\,3\,5\,8\,0\,2\,3\,8\,0\,4\,7\,2\,6\,7\,5\,9\,9\,9\,6\,9\,7\,6\,2\,8\,4\,5\,1\,9\,9\,1\,9\,2\,4\,5\,1\,3\,2\,6\,1$  $5\,0\,5\,8\,9\,0\,9\,9\,0\,3\,9\,6\,3\,4\,1\,8\,0\,7\,1\,8\,2\,9\,6\,9\,0\,4\,1\,3\,2\,3\,5\,5\,1\,8\,4\,7\,0\,4\,8\,4\,5\,0\,7\,0\,5\,2\,9\,7\,9\,8$ 67638729755887847762619117433244376608823412508375 $0\,3\,3\,8\,6\,6\,2\,6\,7\,5\,9\,9\,3\,8\,9\,6\,7\,0\,4\,0\,9\,2\,7\,1\,4\,8\,8\,8\,5\,2\,5\,8\,6\,7\,6\,7\,0\,7\,8\,7\,0\,6\,9\,8\,7\,0\,9\,6\,5\,9$  $3\,5\,2\,4\,0\,4\,7\,9\,7\,3\,2\,7\,2\,6\,7\,1\,3\,0\,4\,9\,0\,7\,7\,7\,3\,0\,8\,2\,7\,8\,7\,2\,5\,9\,3\,0\,7\,7\,6\,0\,7\,5\,0\,8\,9\,9\,7\,0\,5\,4$ 34174997696512180929814336944385492499905652575226 $9\,8\,6\,9\,9\,2\,1\,9\,2\,7\,8\,4\,7\,6\,6\,6\,3\,5\,5\,8\,9\,7\,0\,6\,2\,9\,6\,1\,4\,0\,5\,6\,8\,1\,8\,2\,7\,4\,2\,3\,6\,7\,1\,9\,9\,5\,1\,0\,3\,0$ 37481324852539188399339183263146545623611217180428  $9\,0\,5\,2\,0\,5\,6\,9\,0\,2\,7\,4\,4\,2\,0\,9\,5\,4\,8\,5\,0\,3\,5\,9\,6\,7\,1\,5\,4\,8\,6\,3\,7\,7\,9\,4\,6\,1\,4\,9\,7\,2\,8\,5\,7\,4\,6\,0\,6\,9$ 26320955055250478530554706014912621930361416437693 $7\,2\,2\,3\,4\,0\,1\,4\,8\,6\,5\,6\,5\,3\,7\,8\,6\,9\,9\,3\,6\,4\,1\,4\,9\,6\,4\,8\,0\,6\,8\,0\,5\,7\,8\,3\,4\,8\,4\,3\,6\,8\,1\,1\,6\,4\,8\,3\,3\,9$  $8\,5\,1\,7\,8\,4\,1\,9\,8\,9\,3\,8\,0\,5\,9\,7\,8\,0\,1\,7\,2\,8\,4\,8\,1\,6\,1\,9\,4\,8\,4\,7\,6\,0\,8\,1\,7\,6\,5\,6\,6\,5\,6\,2\,6\,6\,7\,4\,8\,0$ 55659432399203842536929634816777360680625579846825  $7\,0\,4\,7\,1\,6\,1\,0\,4\,2\,4\,7\,7\,5\,4\,9\,6\,1\,6\,7\,0\,8\,5\,8\,1\,6\,7\,5\,2\,5\,2\,5\,8\,8\,0\,6\,6\,6\,0\,8\,2\,5\,2\,2\,8\,6\,5\,3\,6\,5$ 65313285348334255798240285079586500062836120054801 $0\,4\,6\,9\,4\,9\,5\,5\,0\,9\,4\,2\,9\,0\,3\,1\,3\,3\,4\,4\,6\,2\,4\,1\,1\,6\,7\,8\,8\,5\,3\,9\,5\,4\,3\,9\,4\,0\,1\,3\,9\,3\,6\,8\,9\,4\,2\,8\,1\,7$  $1\,4\,6\,4\,4\,5\,9\,2\,3\,4\,5\,3\,9\,0\,4\,3\,8\,2\,2\,3\,3\,8\,0\,8\,4\,7\,0\,0\,3\,7\,9\,5\,4\,0\,6\,7\,9\,4\,9\,5\,7\,8\,0\,3\,0\,6\,8\,9\,0\,7$ 17907755689630556021026209839691581890064197625471  $1\,4\,3\,8\,2\,2\,9\,5\,6\,6\,3\,2\,6\,1\,7\,8\,2\,6\,2\,0\,1\,0\,5\,3\,6\,6\,6\,1\,2\,3\,9\,8\,4\,4\,2\,3\,9\,2\,2\,3\,7\,0\,3\,3\,8\,3\,0\,5\,8\,3$  $1\,1\,0\,5\,3\,5\,9\,7\,6\,0\,6\,3\,7\,2\,0\,5\,3\,3\,9\,5\,4\,0\,4\,6\,7\,5\,7\,9\,4\,7\,3\,5\,1\,3\,7\,8\,2\,2\,4\,2\,5\,1\,5\,4\,2\,8\,0\,7\,8\,3$ 070715933403342278189033836314731608264934087637996445728742955455396749800048640601064078784584155948768203368414324155477967399812382653566020476514 $0\,4\,5\,5\,7\,7\,5\,4\,8\,2\,4\,7\,1\,7\,3\,7\,4\,7\,1\,9\,9\,2\,9\,9\,2\,7\,4\,9\,1\,1\,9\,0\,0\,7\,2\,4\,6\,0\,1\,0\,4\,4\,1\,5\,7\,9\,0\,1\,7\,8$  $6\,5\,2\,9\,2\,2\,9\,7\,9\,4\,4\,4\,1\,8\,5\,0\,3\,0\,9\,0\,4\,5\,7\,0\,9\,3\,6\,3\,0\,0\,3\,9\,2\,3\,7\,5\,6\,1\,5\,1\,7\,2\,1\,0\,9\,6\,4\,6\,4\,1$ 48180752617002808312451945593600049628466372968062 $7\,2\,5\,0\,2\,7\,3\,2\,7\,5\,8\,3\,8\,6\,4\,2\,1\,9\,3\,1\,6\,4\,6\,2\,0\,8\,3\,2\,2\,4\,6\,1\,5\,3\,3\,1\,4\,6\,4\,7\,9\,1\,6\,8\,7\,4\,0\,2\,8\,5$