

Övningar 7, Uppg. 1 (g), (i), (j), (k).

(1)

(g)

$$\begin{array}{c}
 \frac{\frac{\frac{\forall x (P(x) \vee Q(x))}{P(y) \vee Q(y)} \quad \frac{\frac{P(y)' \quad \neg P(y)^2}{\perp}}{\exists x Q(x)} \quad \frac{Q(y)'}{\exists x Q(x)} (\vee E)'}{\exists x Q(x)} (\exists E)^2 \\
 \frac{\exists x \neg P(x)}{\exists x Q(x)}
 \end{array}$$

Obs! Fyll i resten av reglerna själva.

(i)

$$\begin{array}{c}
 \frac{\frac{\frac{\forall x (P(x) \wedge Q(x))}{P(y) \wedge Q(y)} \quad \frac{P(y)}{\neg P(y)'}}{\perp}}{\exists x \neg Q(x)} (\exists E)^1 \\
 \frac{\exists x \neg P(x)}{\exists x \neg Q(x)}
 \end{array}$$

(j) Jag ger härledningarna av båda implikationerna. Sedan är det lätt att sätta ihop dem till en härledning av den givna sekventen. (Fyll i reglerna som saknas själva.)

2

$$\begin{array}{c}
 \frac{P(y) \vee Q(y)}{\exists x P(x)} \text{ (EI)}^1 \quad \frac{Q(y)}{\exists x Q(x)} \text{ (EI)}^1 \\
 \frac{\exists x (P(x) \vee Q(x))}{\exists x P(x) \vee \exists x Q(x)} \text{ (VE)}^1 \\
 \frac{\exists x P(x) \vee \exists x Q(x)}{\exists x (P(x) \vee Q(x))} \text{ (EI)}^2 \\
 \frac{\exists x (P(x) \vee Q(x))}{\exists x (P(x) \vee Q(x)) \rightarrow (\exists x P(x) \vee \exists x Q(x))} \text{ (I)}^3
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 \frac{P(y)}{P(y) \vee Q(y)} \text{ (EI)}^1 \quad \frac{Q(y)}{P(y) \vee Q(y)} \text{ (EI)}^2 \\
 \frac{\exists x P(x)}{\exists x (P(x) \vee Q(x))} \text{ (EI)}^3 \quad \frac{\exists x Q(x)}{\exists x (P(x) \vee Q(x))} \text{ (EI)}^3 \\
 \frac{\exists x (P(x) \vee Q(x))}{\exists x (P(x) \vee Q(x))} \text{ (VE)}^3 \\
 \frac{\exists x (P(x) \vee Q(x))}{(\exists x P(x) \vee \exists x Q(x)) \rightarrow \exists x (P(x) \vee Q(x))} \text{ (I)}^4
 \end{array}$$

(3)

(k) Jag löser inre uppgiften,
utan ger härledningar för

$$\exists x P(x) \vdash \neg \forall x \neg P(x) \text{ och}$$

$$\neg \forall x \neg P(x) \vdash \exists x P(x),$$

så kan ni själva modifiera härledningarna
på lämpligt sätt (byt ' $P(x)$ ' mot ' $\neg P(x)$ '
och tvärtom) och sätta ihop resultaten
till en härledning av sekventen i uppgiften.

$$\frac{\frac{\frac{P(y)^2}{\exists x P(x)} \quad \frac{\frac{\cancel{\forall x \neg P(x)}^1}{\neg P(y)}}{\perp} (\neg I)^1}{\neg \forall x \neg P(x)} (\exists E)^2$$

Obs! Fyll i resten
av reglerna själva,
och reglerna kan
ändras då ni
modifierar.

$$\frac{\frac{\frac{P(y)^1}{\exists x P(x)} (\exists I) \quad \cancel{\neg \exists x P(x)}^2}{\perp} (\neg I)^1}{\neg \forall x \neg P(x)} (\exists E)^2$$