

Envariabelanalys 1MA210

Observera att detta dokument kommer att uppdateras kontinuerligt. Datum för senaste ändring hittar ni längst ned på varje sida.

Föreläsare och lektionsledare: Erik Lindgren

epost: erik.lindgren@math.uu.se

Kontor: 14240

Kurslitteratur

- Läroboken är "Endimensionell analys" skriven av Jonas Månsson, Patrik Nordbeck, Studentlitteratur, Upplaga 1:8 och med följande "Övningar i endimensionell analys".
- Kompendium av Tomas Ekholm (TE):
<https://people.kth.se/~tomase/booklets/envariabelanalys.pdf>
- Extramaterial som kommer att vara tillgängligt i Studium..

Kurshemsida

Allt material finns eller kommer att läggas i studium, och kommer att vara synliga för alla registrerade studenter.

Förkunskaper

I regel förväntas det att studenterna har goda kunskaper i gymnasiematematik eller motsvarande. Ansvar för att fräscha upp gymnasiekunskaperna åligger studenten själv, dock för att underlätta repetitionsprocessen något, så föreslår föreläsarna i envariabel- och flervariabelanalys att man tittar igenom följande avsnitt från läroboken Endimensionell analys, av Månsson och Nordbeck:

- *Kvadratrötter, potenser*: Kap 2, Avsnitt 2.2 (och lägg särskilt märke till formel (2.7) på sidan 16 och avsnitt 2.3).
- *Ekvationer, olikheter*: Kap 3 (hela kapitlet är av stor vikt och lägg särskilt märke till hur man ställer upp en teckentabell).
- *Summor*: Kap 4, Avsnitt 4.1 och avsnitt 4.2 bara t.o.m sats 4.3 på sidan 57.
- *Geometri*: Kap 5 (hela kapitlet).
- *Trigonometri*: Kap 8, Avsnittet om trigonometriska ekvationer (dvs sid 151-156).

Uppgifter som kan vara bra att öva på för förkunskapernas skull (man behöver absolut inte göra alla):

Kap 2

2.1, 2.6, 2.8, 2.13, 2.14, 2.18, 2.19, 2.23, 2.30, 2.34, 2.35, 2.37

Kap 3

3.1, 3.7, 3.8, 3.11, 3.14

Kap 4

4.1, 4.2, 4.3, 4.4, 4.7, 4.9, 4.14, 4.15, 4.16

Kap 5

5.1, 5.2, 5.7, 5.8, 5.12, 5.15, 5.16, 5.17, 5.27, 5.32

Kap 8

8.40, 8.41, 8.44, 8.45

Avsnitt i läroboken och kursmaterial som ingår i kursen

- Reella tal, följder och funktioner: Kapitel 2, 3.1-3.3 och 4.1,4.5 i TE.
- Funktioner på den reella linjen: Detta motsvarar hela kapitel 7 i läroboken, samt kapitel 3.1-3.3 i TE.
- Elementära funktioner och deras inverser: Detta motsvarar avsnitt 8.1-8.3 i läroboken (förutom basbyte av logaritmer), avsnitt 8.4 (förutom diskussionen av trigonometriska ekvationer som skall repeteras av studenten själv enligt anvisningarna i förkunskapskraven ovan) och avsnitt 8.5-8.6.
- Gränsvärde och kontinuitet: Detta motsvarar hela kapitel 9 i läroboken och 7.1 (framtom sats 7.5)-7.2 i TE.
- Derivata och dess tillämpningar: Detta motsvarar hela kapitel 10 i läroboken och även kapitel 8 i TE.
- Numeriska serier: Detta motsvarar kapitel 10 i TE och material i Studium under rubriken "extramaterial om serier/serier.pdf".
- Taylors formel med tillämpningar: Detta motsvarar kapitel 9 i TE samt hela kapitel 11 i läroboken.
- Potensserier: Detta motsvarar material i Studium under rubriken "extramaterial om serier/potensserier.pdf".
- Primitiv funktion: Detta motsvarar hela kapitel 12.
- Riemannintegralen: Detta motsvarar hela kapitel 13 samt kapitel 11.1-11.7 i TE.
- Integralkalkylens tillämpningar: Detta motsvarar avsnitt 14.1-14.2 samt 14.4 i läroboken.

Undervisning

Ges i form av 35 föreläsningar och 15 lektioner.

Föreläsningar

På föreläsningarna kommer föreläsaren att gå igenom huvuddelen av kursinnehållet, diskutera och illustrera de införda begreppen och sambanden mellan dessa, bevisa de grundläggande satserna, samt gå igenom så många exempel som möjligt. Efter att allt stoff i kursen har gåtts igenom, så kommer de återstående schemalagda föreläsningarna att ägnas åt repetitioner och exempel. Till föreläsningar där nya begrepp införs finns en eller flera förberedande filmer. Tanken är att man tittar på filmen före föreläsningen.

Lektioner

Lektionerna består av genomgång av utvalda uppgifter från övningsboken och/eller annat läromaterial (som i förekommande fall angivits explicit), och att besvara eventuella frågor (även av teoretisk natur). Ett stort antal problem har föreslagits till varje lektionstillfälle. Det är naturligtvis så att man inte har tid att gå igenom alla dessa problem under lektionen. Lektionsledaren väljer problemen, baserat på studenternas önskemål och/eller vad han anser vara viktigt att ta upp för tillfället. Men det är **mycket viktigt att studenten försöker att lösa så många problem som möjligt** på egen hand och **gå på lektionerna** för att få handledning. Se nedan för föreslagna uppgifter.

Examination

Kursen examineras med en salskrivning i slutet av kursen. Datum för detta meddelas när det har blivit fastställt av institutionen.

Dessutom kommer det att finnas två frivilliga inlämningsuppgifter under kursen. Varje inlämningsuppgift kan ge upp till två bonuspoäng till tentan. Inlämningsuppgift 1 ska lämnas fysiskt till mig (eller i mitt postfack) senast 15 oktober. Inlämningsuppgift 2 ska lämnas fysiskt till mig (eller i mitt postfack) i början av december, datum fastställs senare.

Anmälan till tentamen skall göras senast 12 dagar före tentamensdagen.

Planering (kan komma att ändras)

Numrerade kapitel refererar till kursboken och de med (TE) efter refererar till Tomas Ekholms kompendium. Klicka på "Film" för att komma den förberedande film som hör till föreläsningen.

F	Innehåll	Avsnitt	Film
1	Mängder, implikationer, matematisk struktur, intervall, omgivningar	1	Film
2	Definitionsmängd, värdemängd, funktionsegenskaper, absolutbelopp	7.1, 7.3, 2.2 (TE),	Film
3	Funktioner forts, talföljder	7.2, 7.3, 4.3, 3.2-3.3 (TE)	
4	Talföljder forts	4.1 (TE)	
5	Gränsvärden	9.1-9.2, 4.5 (TE)	Film
6	Gränsvärde forts	9.2	
7	Gränsvärde forts	9.2	
8	Kontinuitet	9.3, 7.1-7.2 (TE)	Film
9	Kontinuitet forts	9.3, 7.1-7.2 (TE)	
10	Derivata, tangentlinje	10.1-10.3	Film
11	Linjär approximation, medelvärdessatsen	10.6, 10.7	Film
12	MVS forts, högre derivator, implicit derivering, tolkningar av derivata	10.1, 10.4-10.6	Film
13	Derivata av invers, potenser, exp, log	8.2-8.4, 10.2-10.3	Film
14	Några gränsvärden, trigonometriska och arcusfkn	9.4, 8.4-8.5, 10.3	
15	Tillämpningar av derivata, Newton-Raphson, L'Hôpital, förändringstakter, analys av funktioner	8.8-8.9 (TE), 10.9	Film
16	Analys av funktioner, max/min, skissa funktioner	10.9, 8.9-13	Film
17	Analys av funktioner, max/min, problemlösning	10.9, 8.9-13	
18	Taylorserier, Taylors formel	11, 9 (TE)	Film
19	Taylor fortsättning, stora ordo	11, 9 (TE)	
20	Serier intro, geometrisk serie, konvergenstest	10.1-10.3 (TE)	Film
21	Konvergenstest, absolutkonvergens, Taylorserier	10.3-10.5 (TE) + extra om serier	
22	Absolutkonvergens, potensserier, Taylorserier	10.3-10.5 (TE) + extra om serier	
23	Potensserier, Taylorserier, integralens def.	extra om serier, 10.5, 11.1-11.2 (TE)	Film
24	Integralens def.	11.1-11.3 (TE)	
25	Int av kont. fknrm Egenskaper hos integraler	11.4-11.7 (TE)	Film
26	MVS för integraler, Analysens huvudsats, primitiva funktioner	11.6-7 (TE)	Fi1
27	Variabelsubstitution, partiell integration	12.1-3, 12.5	Fi1 Fi2
28	Partialbråksuppdelning	12.4	Film
29	Generaliserade integraler, jämförelser med serier	13.6-7	Film
30	Jämförelser av integraler, absolutkonvergens, tillämpningar av integraler	13.6, 14.1-14.3	Film
31	Tillämpningar av integraler	14.3-14.4	Film
32	Mer integrationstekniker, tips och tricks		
33	Repetition		
34	Repetition		
35	Pluggtips och extendor		

Preliminär lektionsplan

L	Innehåll	Avsnitt
1	Matematikens språk. Reella talen. Funktioner, grafer.	Kap 1, 7.1-7.3 och 2.2,3.2-3.3 (TE)
2	Talföljder. Gränsvärden.	Kap 4.3, 9.1-9.2 och 4.1, 4.5 (TE)
3	Kontinuitet.	Kap 9.3, 7.1-7.2 (TE)
4	Kont forts + Derivata	10.1-10.3
5	Derivata forts, MVS, högre derivator, implicit derivering, tolkningar	10.1-10.3, 10.6
6	Gränsvärden med e^x och $\ln x$, derivata av invers, arcusfunktioner, Newton-Raphson	8.2-8.5, 9.4, 10.2-10.3 och 8.8 (TE)
7	L'Hôpital, Tillämpningar av derivata, analys funktioner, max/min	10.9 och 8.9-13 (TE)
8	Max/min, kurvritning, Taylorserier, Taylors formel	11, 9 (TE)
9	Taylorserier och serier	10.3-10.5 (TE) + extra om serier
10	Potensserier	10.5 (TE) + extra om serier
11	Integralens definition, integrerbarhet, likf kont, Analysens huvudsats, MVS,	11.1-11.7 (TE)
12	Variabelsubstitution, Partiell integration, partialbråksuppdelning	12.1-12.5
13	Generaliserade integraler, jämförelser med serier	13.6-7
14	Tillämpningar av integraler	14.1-4
15	Repetition/frågor	

Övningsuppgifter

Lektion 1

Kap 1: 1.1, 1.3, 1.4, 1.5

Kap 7: 7.7, 7.11, 7.15a,b, 7.20, 7.21

2 (TE): 2.1, 2.4

3 (TE): 3.1

Extra: Kap 1: 1.7, 1.9

Kap 7: 7.3, 7.9, 7.15, 7.17, 7.22, 7.25, 7.26, 7.27, 7.29

2 (TE): 2.3, 2.6

3 (TE): 3.2, 3.5, 3.6, 3.7, 3.25, 3.28a2, b2, c2

Lektion 2

4 (TE): 4.1a, 4.2, 4.15, 4.16

Problem: Bestäm (om det finns) gränsvärdet för a_n som ges av

$$a_1 = 2, \quad a_{n+1}^2 = a_n, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Kap 9: 9.1a,d,e,f, 9.2, 9.9,9.13, 9.14

Extra: Kap 9: 9.3, 9.7, 9.10
4 (TE): 4.4, 4.11, 4.17

Lektion 3

Kap 9: 9.16, 9.21b, 9.25, 9.27
7 (TE): 7.1, 7.2a,b,c, 7.7, 7.10

Extra: Kap 9: 9.19, 9.22a-c, 9.28, 9.29
7 (TE): 7.5, 7.8a, 7.14, 7.15

Lektion 4

7 (TE): 7.12-7.15
Kap 10: 10.1, 10.2a,b, 10.4, 10.5, , 10.8d,e,f,g, 10.11c,d,e, 10.63, 10.69, 10.77

Extra: Kap 10: 10.3, 10.7, 10.10e,f,g, 10.14b,c,d,e,f, 10.73acd, 10.74adefgh, 10.75, 10.78, 10.79

Lektion 5

Kap 10: 10.18-19, 10.52, 10.59
8 (TE): 8.11, 8.27, 8.28, 8.29, 8.30

Extra: Kap 10: 10.16-17, 10.20-22
8 (TE): 8.1ad, 8.2
Extrauppgifter som finns i Studium, uppgift

Lektion 6

Kap 8: 8.8, 8.13, 8.17, 8.18
Kap 9: 9.5, 9.8, 9.11, 9.17, 9.22d, 9.24c,d
Kap 10: 10.8, 10.9, 10.10

Extra: Extrauppgifter som finns i Studium
Kap 9: 9.6, 9.12, 9.17, 9.18, 9.21, 9.23, 9.41, 9.43
Kap 10: 10.11, 10.12, 10.13, 10.72

Lektion 7

8 (TE): 8.8, 8.9, 8.10, 8.11
Kap 10: 10.24, 10.34, 10.35,10.36

Extra: Extrauppgifter som finns i Studium

Lektion 8

8 (TE): 8.13

9 (TE): 9.2

Kap 10: 10.28, 10.33, 10.40

Kap 11: 11.2, 11.3, 11.6, 11.13, 11.33, 11.34, 11.37

Extra: Kap 10: 10.26, 10.27, 10.31, 10.32, 11.38, 10.42, 10.44, 10.48, 10.51, 10.52, 10.54, 10.58, 10.61

Kap 11: 11.4, 11.5, 11.8, 11.9, 11.11, 11.33, 11.34, 11.37

Extrauppgifter som finns i Studium

Lektion 9

Kap 11: 11.14, 11.19, 11.21, 11.22, 11.43

9 (TE): 9.8

10 (TE): 1, 2

Extrauppgifter som finns i Studium: 1, 3, 4

Extra: Kap 11: 11.15, 11.16, 11.23, 11.24

Lektion 10

Extrauppgifter som finns i Studium (i filen ExtrauppgifterLektion10), alla utom uppgift 2

Kap 11: 11.30-32

Lektion 11

Kap 13: 13.1-6 ,13.7-13.13

11 (TE): 11.1-11.5

Extrauppgifter som finns i Studium (Numrerade Lektion 11)

Lektion 12

Kap 12: 12.1,12.4,12.6,12.8,12.12,12.19,12.20,12.21,12.24,12.25,12.31

Extra:

Kap 12: 12.2,12.3,12.5,12.7,12.9,12.10,12.11-12.16, 12.17,12.18, 12.22,12.23,12.26,12.27

Lektion 13

Kap 13: 13.22,13.24,13.25,13.27,13.31,13.33,13.37

Extra:

Kap 13: 13.23,13.26,13.32,13.35,13.36

Lektion 14

Kap 14: 14.1,14.2,14.6,14.7, 14.26,14.27,14.29,14.30, 14.35,14.36,
(Överkurs: om man vill se tillämpning på masscentrum, 14.17-14.25)

Extra:

Kap 14: 14.3,14.4,14.8,14.9,14.11,14.28,14.37,14.38,14.46,14.47,14.60-14.63

Tips på studeteknik

- Innan föreläsningen: Läs aktuella avsnittet samt se film.
- Under föreläsningen: Genomgång och aktivt arbete med uppgifter.
- Efter föreläsningen: Arbete med uppgifter i boken, samt förståelse. Bearbeta varje föreläsning, helst samma dag men senast till nästa föreläsning, genom att läsa dina föreläsningsanteckningar och genom att läsa de motsvarande avsnitten i kursboken och/eller läromaterialen i Studium. Anteckna det som är oklart och fråga vid nästa undervisningstillfälle.
- Under lektionerna: Föreslagna uppgifter och hårt arbete. Många av dessa kommer ej att genomgåas på lektionerna p.g.a tidsbrist. Se till att du löser så många av de föreslagna problemen som du bara kan. Fråga om du inte lyckas lösa något problem efter flera försök.
- Diskutera gärna uppgifter och teori med dina kurskamrater. Om något är oklart under en föreläsning eller en lektion, fråga föreläsaren/lektionsledaren direkt.
- Ta vara på den s.k. *Mattesupporten*. Där finns amanuenser som erbjuder hjälp inom samtliga matematikkurser på grundnivå just per epost.