

1.a) Bas $p \in \sigma \Rightarrow p$ formel
 \perp formel

Ind: Om φ formel, så $(\neg \varphi)$ formel

Ind: Om φ, ψ formeler, så $(\varphi \square \psi)$ formel,
 där $\square \in \{\vee, \wedge, \rightarrow, \leftrightarrow\}$.

b) En σ -struktur är en funktion $A: \sigma \rightarrow \{0, 1\}$.

c) φ är satisfierbar om det finns en σ -struktur A
 så att $A^*(\varphi) = 1$, där A^* är den kanoniska
 utvärdering av A från σ till alla formeler.

d) φ är sann i varje modell för Π .

dvs $A^*(\varphi) = 1$ för varje σ -struktur A s.a.

$A^*(\Pi) = 1$.

(dvs $A^*(\varphi) = 1$ för alla $\varphi \in \Pi$)

2.

A	B	C	$((A \leftrightarrow B) \rightarrow C) \rightarrow B$				
1	1	1	1	1	1	1	V
1	1	0	1	0	0	1	V
1	0	1	0	1	1	0	0
1	0	0	0	1	0	0	0
0	1	1	0	1	1	1	V
0	1	0	0	1	0	1	V
0	0	1	1	1	1	0	0
0	0	0	1	0	0	1	V

DNF: φ eq $(A \wedge B \wedge C) \vee (A \wedge B \wedge \neg C) \vee (\neg A \wedge B \wedge C) \vee (\neg A \wedge B \wedge \neg C) \vee (\neg A \wedge \neg B \wedge C)$
 eq $(A \wedge B) \vee (\neg A \wedge B) \vee (\neg A \wedge \neg B \wedge C)$
 eq $B \vee (\neg A \wedge \neg B \wedge C)$ DNF

KNF: $(B \vee \neg A) \wedge (B \vee \neg B) \wedge (B \vee C)$

eq $(B \vee \neg A) \wedge (B \vee C)$

KNF: $(\neg A \vee B \vee C) \wedge (\neg A \vee B \vee \neg C) \wedge (A \vee B \vee C)$ eq. $(\neg A \vee B) \wedge (A \vee B \vee C)$

$$3a) A \wedge B \vdash \neg(\neg A \vee \neg B)$$

$$\begin{array}{c}
 \textcircled{3} \quad \neg A \vee \neg B \quad \textcircled{1} \neg A \quad \frac{A \wedge B}{A} \wedge E \quad \textcircled{2} \neg B \quad \frac{A \wedge B}{B} \wedge E \\
 \hline
 \vdash \\
 \hline
 \vdash \neg(\neg A \vee \neg B) \quad \neg I \textcircled{3}
 \end{array}$$

$$b) B \wedge \neg \neg A \vdash A \wedge (B \vee A)$$

$$\begin{array}{c}
 \frac{B \wedge \neg \neg A}{\neg \neg A} \wedge E \quad \neg \neg A \quad \neg E \\
 \hline
 A \quad \textcircled{1} \\
 \hline
 A \wedge (B \vee A) \quad \wedge I
 \end{array}$$

$$4a) \neg A \vee \neg B, B \vee C \vdash (A \wedge C) \rightarrow B$$

$$\begin{array}{ccc}
 1 & 0 & 0 \\
 1 & 1 &
 \end{array}$$

Om A sann, C sann, B falsk är
 $\neg A \vee \neg B$ och $B \vee C$ sanna
 men $(A \wedge C) \rightarrow B$ är falsk Alltså \neq .

$$b) A \rightarrow (B \rightarrow C), \neg C \vdash \neg(B \wedge A)$$

1875, A. 115 - 116, 117

4b →

			φ_1	φ_2	Ψ
A	B	C	$A \rightarrow (B \rightarrow C)$	$\neg C$	$\neg(B \wedge A)$
1	1	1	1	0	
1	1	0	0	1	
1	0	1	1	0	
1	0	0	1	1	1
0	1	1	1	0	
0	1	0	1	1	1
0	0	1	1	0	
0	0	0	1	1	1

- Effekten $\neg(B \wedge A)$ är sann, nämligen de två första räkningarna, så gäller $\varphi_1, \varphi_2 \models \Psi$.
Beweis i naturligt språk.

$$\begin{array}{c}
 \frac{A \rightarrow (B \rightarrow C) \quad \frac{B \wedge A \text{ (1)} \quad \neg E}{A} \rightarrow E}{B \rightarrow C} \quad \frac{B \wedge A \text{ (2)} \quad \neg E}{B} \\
 \frac{B \rightarrow C \quad B}{C} \quad \neg C \\
 \frac{C \quad \neg C}{\perp} \neg I(1)(2) \\
 \perp \neg(B \wedge A)
 \end{array}$$

5a) $\Pi = \{C \rightarrow A, B \vee \neg A, \neg(C \wedge B), C\}$

$$\begin{array}{c}
 \frac{C \quad C \rightarrow A}{A} \rightarrow E \quad \frac{C \quad \neg A \text{ (2)}}{C \wedge \neg A} \neg E \\
 \frac{A \quad \neg A}{\perp} \neg I(2) \quad \frac{C \wedge \neg A}{\perp} \neg I(1) \\
 \frac{B \vee \neg A \quad \perp}{\perp} \vee E(1)(2)
 \end{array}$$

" $\Pi \vdash \perp$ " Π inkonsistent.

Sundhetsbevis $\Rightarrow \Pi \not\models \perp$, dvs Π är ej satisfierbar.
(ty då full skulle \perp kunna göras sann)

5b) $\Pi_2 = \{ \neg A, A \rightarrow B, B \rightarrow C \}$

Låt $H: \sigma \rightarrow \{0,1\}$ vara

$$H(A) = 0$$

$$H(B) = 0$$

$$H(C) = 0$$

Då är

$$\begin{cases} H^*(\neg A) = 1 \\ H^*(A \rightarrow B) = 1 \\ H^*(B \rightarrow C) = 1 \end{cases}$$

Alltså är Π_2 satisfierbar. $\Pi_2 \not\models \perp$

Enligt soundnessen följer att Π_2 är konsistent,

(ty annars skulle $\Pi_2 \vdash \perp$, soundhet ge $\Pi_2 \models \perp$,
 o: Π_2 skulle ej vara satisfierbar.).

Allt bör med 5a

Visa med tex sanningskalkyler att inga rad ger alla
 formuler samma.

Alltså är Π_1 ej satisfierbar, dvs $\Pi_1 \models \perp$.

Fullstadsen ger att $\Pi_1 \vdash \perp$, dvs att
 Π_1 är inkonsistent.

$$2 \rightarrow 4 \rightarrow 8 \rightarrow 16 \rightarrow 32 \rightarrow 64 \rightarrow 128 \rightarrow 256 \rightarrow 512 \rightarrow 1024 \rightarrow 2048 \rightarrow 4096 \rightarrow 8192 \rightarrow 16384 \rightarrow 32768 \rightarrow 65536 \rightarrow 131072 \rightarrow 262144 \rightarrow 524288 \rightarrow 1048576 \rightarrow 2097152 \rightarrow 4194304 \rightarrow 8388608 \rightarrow 16777216 \rightarrow 33554432 \rightarrow 67108864 \rightarrow 134217728 \rightarrow 268435456 \rightarrow 536870912 \rightarrow 1073741824 \rightarrow 2147483648 \rightarrow 4294967296 \rightarrow 8589934592 \rightarrow 17179869184 \rightarrow 34359738368 \rightarrow 68719476736 \rightarrow 137438953472 \rightarrow 274877906944 \rightarrow 549755813888 \rightarrow 1099511627776 \rightarrow 2199023255552 \rightarrow 4398046511104 \rightarrow 8796093022208 \rightarrow 17592186044416 \rightarrow 35184372088832 \rightarrow 70368744177664 \rightarrow 140737488355328 \rightarrow 281474976710656 \rightarrow 562949953421312 \rightarrow 1125899906842624 \rightarrow 2251799813685248 \rightarrow 4503599627370496 \rightarrow 9007199254740992 \rightarrow 18014398509481984 \rightarrow 36028797018963968 \rightarrow 72057594037927936 \rightarrow 144115188075855872 \rightarrow 288230376151711744 \rightarrow 576460752303423488 \rightarrow 1152921504606846976 \rightarrow 2305843009213693952 \rightarrow 4611686018427387904 \rightarrow 9223372036854775808 \rightarrow 18446744073709551616 \rightarrow 36893488147419103232 \rightarrow 73786976294838206464 \rightarrow 147573952589676412928 \rightarrow 295147905179352825856 \rightarrow 590295810358705651712 \rightarrow 1180591620717411303424 \rightarrow 2361183241434822606848 \rightarrow 4722366482869645213696 \rightarrow 9444732965739290427392 \rightarrow 18889465931478580854784 \rightarrow 37778931862957161709568 \rightarrow 75557863725914323419136 \rightarrow 151115727451828646838272 \rightarrow 302231454903657293676544 \rightarrow 604462909807314587353088 \rightarrow 1208925819614629174706176 \rightarrow 2417851639229258349412352 \rightarrow 4835703278458516698824704 \rightarrow 9671406556917033397649408 \rightarrow 19342813113834066795298816 \rightarrow 38685626227668133590597632 \rightarrow 77371252455336267181195264 \rightarrow 154742504910672534362390528 \rightarrow 309485009821345068724781056 \rightarrow 618970019642690137449562112 \rightarrow 1237940039285380274899124224 \rightarrow 2475880078570760549798248448 \rightarrow 4951760157141521099596496896 \rightarrow 9903520314283042199192993792 \rightarrow 19807040628566084398385987584 \rightarrow 39614081257132168796771975168 \rightarrow 79228162514264337593543950336 \rightarrow 158456325028528675187087900672 \rightarrow 316912650057057350374175801344 \rightarrow 633825300114114700748351602688 \rightarrow 1267650600228229401496703205376 \rightarrow 2535301200456458802993406410752 \rightarrow 5070602400912917605986812821504 \rightarrow 10141204801825835211973625643008 \rightarrow 20282409603651670423947251286016 \rightarrow 40564819207303340847894502572032 \rightarrow 81129638414606681695789005144064 \rightarrow 162259276829213363391578010288128 \rightarrow 324518553658426726783156020576256 \rightarrow 649037107316853453566312041152512 \rightarrow 1298074214633706907132624082305024 \rightarrow 2596148429267413814265248164610048 \rightarrow 5192296858534827628530496329220096 \rightarrow 10384593717069655257060992658440192 \rightarrow 20769187434139310514121985316880384 \rightarrow 41538374868278621028243970633760768 \rightarrow 83076749736557242056487941267521536 \rightarrow 166153499473114484112975882535043072 \rightarrow 332306998946228968225951765070086144 \rightarrow 664613997892457936451903530140172288 \rightarrow 1329227995784915872903807060280344576 \rightarrow 2658455991569831745807614120560689152 \rightarrow 5316911983139663491615228241121378304 \rightarrow 10633823966279326983230456482242756608 \rightarrow 21267647932558653966460912964485513216 \rightarrow 42535295865117307932921825928971026432 \rightarrow 85070591730234615865843651857942052864 \rightarrow 170141183460469231731687303715884105728 \rightarrow 340282366920938463463374607431768211456 \rightarrow 680564733841876926926749214863536422912 \rightarrow 1361129467683753853853498429727072845824 \rightarrow 2722258935367507707706996859454145691648 \rightarrow 5444517870735015415413993718908291383296 \rightarrow 10889035741470030830827987437816582766592 \rightarrow 21778071482940061661655974875633165533184 \rightarrow 43556142965880123323311949751266331066368 \rightarrow 87112285931760246646623899502532662132736 \rightarrow 174224571863520493293247799005065324265472 \rightarrow 348449143727040986586495598010130648530944 \rightarrow 696898287454081973172991196020261297061888 \rightarrow 1393796574908163946345982392040522594123776 \rightarrow 2787593149816327892691964784081045188247552 \rightarrow 5575186299632655785383929568162090376495104 \rightarrow 11150372599265311570767859136324180752990208 \rightarrow 22300745198530623141535718272648361505980416 \rightarrow 44601490397061246283071436545296723011960832 \rightarrow 89202980794122492566142873090593446023921664 \rightarrow 178405961588244985132285746181186892047843328 \rightarrow 356811923176489970264571492362373784095686656 \rightarrow 713623846352979940529142984724747568191373312 \rightarrow 1427247692705959881058285969449495136382746624 \rightarrow 2854495385411919762116571938898990272765493248 \rightarrow 5708990770823839524233143877797980545530986496 \rightarrow 11417981541647679048466287755595961091061972992 \rightarrow 22835963083295358096932575511191922182123945984 \rightarrow 45671926166590716193865151022383844364247891968 \rightarrow 91343852333181432387730302044767688728495783936 \rightarrow 182687704666362864775460604089535377456991567872 \rightarrow 365375409332725729550921208179070754913983135744 \rightarrow 730750818665451459101842416358141509827966271488 \rightarrow 1461501637330902918203684832716283019655932542976 \rightarrow 2923003274661805836407369665432566039311865085952 \rightarrow 5846006549323611672814739330865132078623730171904 \rightarrow 11692013098647223345629478661730264157247460343808 \rightarrow 23384026197294446691258957323460528314494920687616 \rightarrow 46768052394588893382517914646921056628989841375232 \rightarrow 93536104789177786765035829293842113257979682750464 \rightarrow 187072209578355573530071658587684226515959365500928 \rightarrow 374144419156711147060143317175368453031918731001856 \rightarrow 748288838313422294120286634350736906063837462003712 \rightarrow 1496577676626844588240573268701473812127674924007424 \rightarrow 2993155353253689176481146537402947624255349848014848 \rightarrow 5986310706507378352962293074805895248510699696029696 \rightarrow 11972621413014756705924586149611790497021399392059392 \rightarrow 23945242826029513411849172299223580994042798784118784 \rightarrow 47890485652059026823698344598447161988085597568237568 \rightarrow 95780971304118053647396689196894323976171195136475136 \rightarrow 191561942608236107294793378393788647952342390272950272 \rightarrow 383123885216472214589586756787577295904684780545900544 \rightarrow 766247770432944429179173513575154591809369561091801088 \rightarrow 1532495540865888858358347027150309183618739122183602176 \rightarrow 3064991081731777716716694054300618367237478244367204352 \rightarrow 6129982163463555433433388108601236734474956488734408704 \rightarrow 12259964326927110866866776217202473468949912977468817408 \rightarrow 24519928653854221733733552434404946937899825954937634816 \rightarrow 49039857307708443467467104868809893875799651909875269632 \rightarrow 98079714615416886934934209737619787751599303819750539264 \rightarrow 196159429230833773869868419475239575503198607639501078528 \rightarrow 392318858461667547739736838950479151006397215279002157056 \rightarrow 784637716923335095479473677900958302012794430558004314112 \rightarrow 1569275433846670190958947355801916604025588861116008628224 \rightarrow 3138550867693340381917894711603833208051177722232017256448 \rightarrow 6277101735386680763835789423207666416102355444464034512896 \rightarrow 12554203470773361527671578846415332832204710888928069025792 \rightarrow 25108406941546723055343157692830665664409421777856138051584 \rightarrow 50216813883093446110686315385661331328818843555712276103168 \rightarrow 100433627766186892221372630771322662657637687111424552206336 \rightarrow 200867255532373784442745261542645325315275374222849104412672 \rightarrow 401734511064747568885490523085290650630550748445698208825344 \rightarrow 803469022129495137770981046170581301261101496891396417650688 \rightarrow 1606938044258990275541962092341162602522202993782792835301376 \rightarrow 3213876088517980551083924184682325205044405987565585670602752 \rightarrow 6427752177035961102167848369364650410088811975131171341205504 \rightarrow 12855504354071922204335696738729300820177623950262342682411008 \rightarrow 25711008708143844408671393477458601640355247900524685364822016 \rightarrow 51422017416287688817342786954917203280710495801049370729644032 \rightarrow 102844034832575377634685573909834406561420991602098741459288064 \rightarrow 205688069665150755269371147819668813122841983204197482918576128 \rightarrow 411376139330301510538742295639337626245683966408394965837152256 \rightarrow 822752278660603021077484591278675252491367932816789931674304512 \rightarrow 1645504557321206042154969182557350504982735865633579863348609024 \rightarrow 3291009114642412084309938365114701009965471731267159726697218048 \rightarrow 6582018229284824168619876730229402019930943462534319453394436096 \rightarrow 13164036458569648337239753460458804039861886925068638906788872192 \rightarrow 26328072917139296674479506920917608079723773850137277813577744384 \rightarrow 52656145834278593348959013841835216159447547700274555627155488768 \rightarrow 105312291668557186697918027683670432318895095400549111254310977536 \rightarrow 210624583337114373395836055367340864637790190801098222508621955072 \rightarrow 421249166674228746791672110734681729275580381602196445017243910144 \rightarrow 842498333348457493583344221469363458551160763204392890034487820288 \rightarrow 1684996666696914987166688442938726917102321526408785780068975640576 \rightarrow 3369993333393829974333376885877453834204643052817571560137951281152 \rightarrow 6739986666787659948666753771754907668409286105635143120275902562304 \rightarrow 13479973333575319897333507543509815336818572211270286240551805124608 \rightarrow 26959946667150639794667015087019630673637144422540572481103610249216 \rightarrow 53919893334301279589334030174039261347274288845081144962207220498432 \rightarrow 107839786668602559178668060348078522694548577690162289924414440996864 \rightarrow 215679573337205118357336120696157045389097155380324579848828881993728 \rightarrow 431359146674410236714672241392314090778194310760649159697657763987456 \rightarrow 862718293348820473429344482784628181556388621521298319395315527974912 \rightarrow 1725436586697640946858688965569256363112777243042596638790631055949824 \rightarrow 3450873173395281893717377931138512726225554486085193277581262111899648 \rightarrow 6901746346790563787434755862277025452451108972170386555162524223799296 \rightarrow 13803492693581127574869511724554050904902217944340773110325048447598592 \rightarrow 27606985387162255149739023449108101809804435888681546220650096895197184 \rightarrow 55213970774324510299478046898216203619608871777363092441300193790394368 \rightarrow 110427941548649020598956093796432407239217743554726184882600387580788736 \rightarrow 220855883097298041197912187592864814478435487109452369765200775161577472 \rightarrow 441711766194596082395824375185729628956870974218904739530401550323154944 \rightarrow 883423532389192164791648750371459257913741948437809479060803100646309888 \rightarrow 1766847064778384329583297500742918515827483896875618958121606201292619776 \rightarrow 3533694129556768659166595001485837031654967793751237916243212402585239552 \rightarrow 7067388259113537318333190002971674063309935587502475832486424805170479104 \rightarrow 14134776518227074636666380005943348126619871175004951664972849610340958208 \rightarrow 28269553036454149273332760011886696253239742350009903329945699220681916416 \rightarrow 56539106072908298546665520023773392506479484700019806659891398441363832832 \rightarrow 113078212145816597093331040047546785012958969400039613319782796882727665664 \rightarrow 226156424291633194186662080095093570025917938800079226639565593765455331328 \rightarrow 452312848583266388373324160190187140051835877600158453279131187530910662656 \rightarrow 904625697166532776746648320380374280103671755200316906558262375061821325312 \rightarrow 1809251394333065553493296640760748560207343510400633813116524750123642650624 \rightarrow 3618502788666131106986593281521497120414687020801267626233049500247285301248 \rightarrow 7237005577332262213973186563042994240829374041602535252466099000494570602496 \rightarrow 14474011154664524427946373126085988481658748083205070504932198000989141204992 \rightarrow 28948022309329048855892746252171976963317496166410141009864396001978282409984 \rightarrow 57896044618658097711785492504343953926634992332820282019728792003956564819968 \rightarrow 115792089237316195423570985008687907853269984665640564039457584007913129639936 \rightarrow 231584178474632390847141970017375815706539969331281128078915168015826259279872 \rightarrow 463168356949264781694283940034751631413079938662562256157830336031652518559744 \rightarrow 926336713898529563388567880069503262826159877325124512315660672063305037119488 \rightarrow 1852673427797059126777135760139006525652319754650249024631321344126610074238976 \rightarrow 3705346855594118253554271520278013051304639509300498049262642688253220148477952 \rightarrow 7410693711188236507108543040556026102609279018600996098525285376506440296955904 \rightarrow 14821387422376473014217086081112052205218558037201992197050570753012880593911808 \rightarrow 29642774844752946028434172162224104410437116074403984394101141506025761187823616 \rightarrow 59285549689505892056868344324448208820874232148807968788202283012051522375647232 \rightarrow 118571099379011784113736688648896417641748464297615937576404566024103044751294464 \rightarrow 237142198758023568227473377297792835283496928595231875152809132048206089502588928 \rightarrow 474284397516047136454946754595585670566993857190463750305618264096412179005177856 \rightarrow 948568795032094272909893509191171341133987714380927500611236528192824358010355712 \rightarrow 1897137590064188545819787018382342682267975428761855001222473056385648716020711424 \rightarrow 3794275180128377091639574036764685364535950857523710002444946112771297432041422848 \rightarrow 7588550360256754183279148073529370729071901715047420004889892225542594864082845696 \rightarrow 15177100720513508366558296147058741458143803430094840009779784451085189728165691392 \rightarrow 30354201441027016733116592294117482916287606860189680019559568902170379456331382784 \rightarrow 607084028820540334662331845882349658325752137203$$