UPPSALA UNIVERSITET Matematiska institutionen Inger Sigstam

Skrivtid: 13.00 - 16.00. Tillåtna hjälpmedel: Bara pennor, radergummi, linjal och papper (det sistnämnda tillhandahålles). De explicita kursmål som kan bli avklarade på duggan är 1-6. Om poängsumman är minst 12 så erhålls 2 bonuspoäng som får användas på de tre tentamenstillfällena som hör till denna kursinstans (maj och augusti 2018 samt påsk 2019).

- **1.** Låt σ vara en satslogisk signatur.
 - (a) Redogör för hur formler i LP(σ) byggs upp.
 - (b) Förklara vad som menas med en σ -struktur.
 - (c) Låt φ vara en formel i LP(σ). Vad menas med att φ är satisfierbar?
 - (d) Låt Γ vara en mängd av formler och låt φ vara en formel i LP(σ). Vad menas med att $\Gamma \models \varphi$?

I resterande uppgifter, låt den satslogiska signaturen vara $\sigma = \{A, B, C\}$.

2. Skriv följande sats på konjunktiv normalform (KNF), och på disjunktiv normalform (DNF). Förklara hur du kommit fram till ditt svar!

$$((A \longleftrightarrow B) \longrightarrow C) \longrightarrow B \tag{4}$$

- 3. Konstruera formella bevis i naturlig deduktion för följande påståenden.
 - (a) $A \wedge B \vdash \neg(\neg A \vee \neg B)$

(b)
$$B \land \neg \neg A \vdash A \land (B \lor A)$$

4. Avgör om följande slutledningar på formen $\Gamma \models \sigma$ är giltiga. För varje slutledning som inte är giltig, ange en σ -struktur som är motexempel. För varje slutledning som är giltig, konstruera att bevis i naturlig deduktion som vittnar om att $\Gamma \vdash \sigma$.

(a)
$$\neg A \lor \neg B, B \lor C \models (A \land C) \longrightarrow B$$

(b) $A \longrightarrow (B \longrightarrow C), \neg C \models \neg (B \land A)$ (4)

5. En mängd av formler Γ kallas *inkonsistent* om $\Gamma \vdash \bot$, och *konsistent* om $\Gamma \not\vdash \bot$. För följande mängder, avgör om mängden är konsistent och om den är satisfierbar.

(a)
$$\Gamma_1 = \{C \longrightarrow A, B \lor \neg A, \neg(C \land B), C\}.$$

(b)
$$\Gamma_2 = {\neg A, A \longrightarrow B, B \longrightarrow C}.$$

Motivera dina svar noggrant!

(4)