

Lektion 4
Svar/lösningsförslag

①

1. G_1 :

(a) De 9 kortaste är $\varepsilon, ab, aa, bb, aaaa, bbbb, aabb, abaa, abbb$.

(b) $S \Rightarrow XY \Rightarrow aXbY \Rightarrow aaXbbY \Rightarrow$
 $aabbY \Rightarrow aabbaaY \Rightarrow aabbaabbY \Rightarrow$
 $aabbaabbbbY \Rightarrow aabbaabbbb$

(c) $L(G_1) = L_1 L_2$ där
 $L_1 = \{a^n b^n : n \in \mathbb{N}\}$ och
 $L_2 = (aa \cup bb)^*$.

G_2 :

(a) De 7 kortaste är $pI, pII, pIII, pIIII,$
 $pIIIII, (\neg pI), (\neg pII)$. Som 8:e finns
flera val, tex. $pIIIIII$.

(b) $S \Rightarrow (\neg S) \Rightarrow (\neg (S \wedge S)) \Rightarrow$
 $(\neg ((\neg S) \wedge S)) \Rightarrow (\neg ((\neg pN) \wedge S)) \Rightarrow$
 $(\neg ((\neg pI) \wedge pN)) \Rightarrow^* (\neg ((\neg pI) \wedge pII)).$

(c) $L(G_2)$ består av alla strängar som är satslogiska formler som bara använder konnektiven ' \neg ' och ' \wedge ' om ' p_i ' kodar satsvariabeln ' p_i '.

G_3 :

(a) $\varepsilon, ab, ba, a^2b^2, b^2a^2, abab, baba$ och exempelvis a^3b^3 .

(b) $S \Rightarrow aSb \Rightarrow aaSbb \Rightarrow aaTbb$
 $\Rightarrow aabTabb \Rightarrow aabbTaabb \Rightarrow$
 $\Rightarrow aabbSaabb \Rightarrow aabbaSbaabb$
 $\Rightarrow aabbabaaabb$.

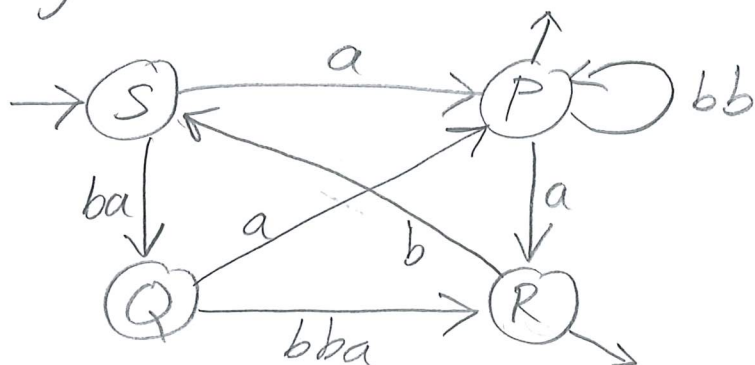
(c) Om $w \in \{a, b\}^*$ så låt w^{inv} beteckna strängen som fås genom att ersätta varje ' a ' i w med ' b ' och ersätta varje ' b ' i w med ' a '.

Ex. $(abaa)^{inv} = babb$.

Då har vi att

$$L(G_3) = \{ w (w^{inv})^{rev} : w \in \{a, b\}^* \}.$$

2. De icke-terminerande symbolerna motsvarar tillstånd och produktionsregler motsvarar tillståndsovergångar:



Tillstånden P och R är accepterande eftersom $P \rightarrow \epsilon$ och $R \rightarrow \epsilon$ är regler i den givna grammatiken.

3. (a) $S \rightarrow bbT$
 $T \rightarrow ab \mid ba$

(b) $S \rightarrow baT$
 $T \rightarrow aaT \mid bbT \mid abaT \mid U$
 $U \rightarrow bbV$
 $V \rightarrow bV \mid \epsilon$

(c) De icke-terminerande symbolerna A, B, C namnger NFA:ns tillstånd
 Län vänster till höger:

(4)

$S \rightarrow A \mid B$ (Starttillstånden är A och B)

$A \rightarrow aB \mid \varepsilon$

$B \rightarrow bA \mid aaC \mid \varepsilon$

$C \rightarrow aC \mid bC \mid \varepsilon$

Reglema "kodlar" tillståndsovergångarna, utom reglema $A \rightarrow \varepsilon$, $B \rightarrow \varepsilon$, $C \rightarrow \varepsilon$ som finns för att alla tillstånd är accepterande.

(d) $S \rightarrow aaaSba \mid T$

$T \rightarrow cT \mid \varepsilon$

(e) $S \rightarrow UV$

$U \rightarrow aaUb \mid T$

$T \rightarrow Tb \mid \varepsilon$

$V \rightarrow aV \mid bV \mid \varepsilon$

Om man tänker efter lite så innehåller språket i del (e) alla strängar över $\{a, b\}$.
Så en enklare grammatik för språket är $S \rightarrow aS \mid bS \mid \varepsilon$.

(5)

$$(f) \quad S \rightarrow TS \mid \varepsilon \quad (\text{producerar valfritt antal } T:n)$$

$$T \rightarrow OT1 \mid T1 \mid \varepsilon$$

(Varje T ger upphov till ett block av nollor följt av minst lika många ettor.)

4. Första PDA:n:

(a) $(aa)^n(bb)^n, n=0,1,2,\dots,7.$

(b) tape stack

aaaaabbbb	ε
Δ aaaaabbbb	x
Δ aaaaabbbb	xx
Δ aaaaabbbb	x
Δ aaaaabbbb Δ	ε

(c) Den accepterar språket
 $\{(aa)^n(bb)^n : n \in \mathbb{N}\}.$

Andra PDA:n:

(a) $(aa)^nb^n, n=0,1,2,\dots,7.$

(6)

(b) <u>tape</u>	<u>stack</u>
aaaaaaabbbb	ε
Δ aaaaaaabb	x
aaaaaaabbb	xx
Δ aaaaaaabb	xxx
aaaaaaabbb	xxxx
Δ aaaaaaabb	xxx
aaaaaaabbb	xx
Δ aaaaaaabb	x
aaaaaaabbb Δ	ε

(c) Den accepterar språket
 $\{(aa)^n b^n : n \in \mathbb{N}\}$.

Tredje PDA:n:

(a) $\varepsilon, cc, ccc, acc, bcc, accc, bccc, cccc$.

(b)	<u>tape</u>	<u>stack</u>
	abbcccc	ϵ
	Δ abbcccc	x
	ab Δ bcccc	xx
	abb Δ cccc	xxx
	abbcccc Δ	xx
	abbcccc Δ	x
	abbcccc Δ	ϵ
	abbcccc Δ	ϵ

(c) PDA:n accepterar språket

$\{w \in \{a,b,c\}^* : w \text{ innehåller fler } c:n \text{ än summan av antalet } a:n \text{ och antalet } b:n \text{ och inget } a \text{ eller } b \text{ kommer efter ett } c\}$

Fjärde PDA:n:

(a) $\epsilon, c, cc, ccc, cccc, ccccc, aaaba, ccccc$.

(c) PDA:n accepterar språket

$\{(aaa)^n c^k, (ba)^n : n, k \in \mathbb{N}\}$.

Femte PDA: n :

(a) $\epsilon, 1, 1^2, 1^3, 01^2, 1^4, 01^3, 101^2$.

(b) I körningen, så skriver jag bara upp det som är kvar att avläsa på input-strängen.

<u>tape</u>	<u>stack</u>	<u>tillstånd</u>
01101111 Δ	ϵ	vänster
01101111 Δ	γ	mitten
1101111 Δ	$xx\gamma$	mitten
101111 Δ	$x\gamma$	höger
01111 Δ	γ	höger
01111 Δ	ϵ	vänster
01111 Δ	γ	mitten
1111 Δ	$xx\gamma$	mitten
111 Δ	$x\gamma$	höger
11 Δ	γ	höger
1 Δ	γ	höger
Δ	γ	höger
Δ	ϵ	höger

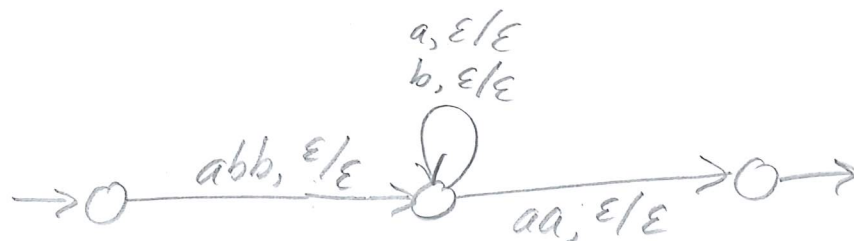
(c) PDA:ns språk kan beskrivas som
 mängden av alla $w \in \{0,1\}^*$ så att
 varje "block" av nollor i w följs av ett
 block med minst dubbelt så många
 ettor

eller som
 mängden av alla $w \in \{0,1\}^*$ på formen

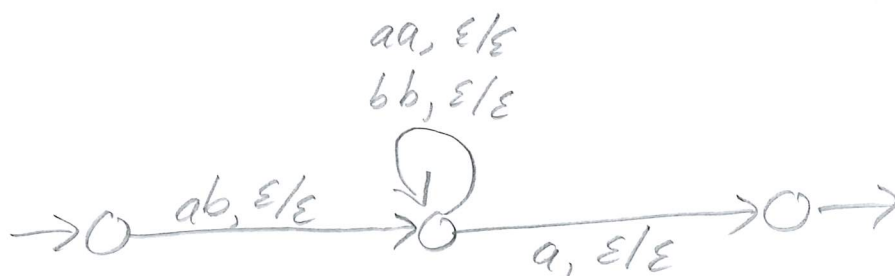
$$w = 1^{n_1} 0^{n_2} 1^{m_2} \dots 0^{n_k} 1^{m_k}$$

där $k, n_1, n_2, m_2, \dots, n_k, m_k \in \mathbb{N}$ och
 $2n_i \leq m_i$ för alla $i = 2, 3, \dots, k$.

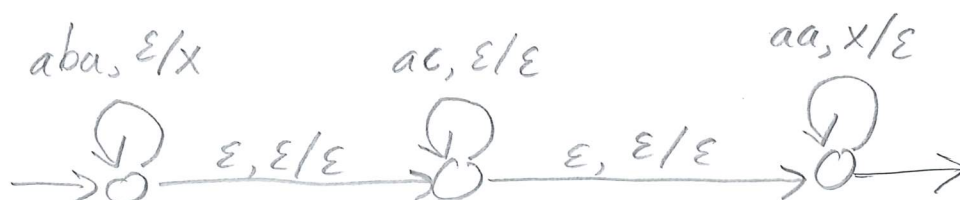
5. (a)



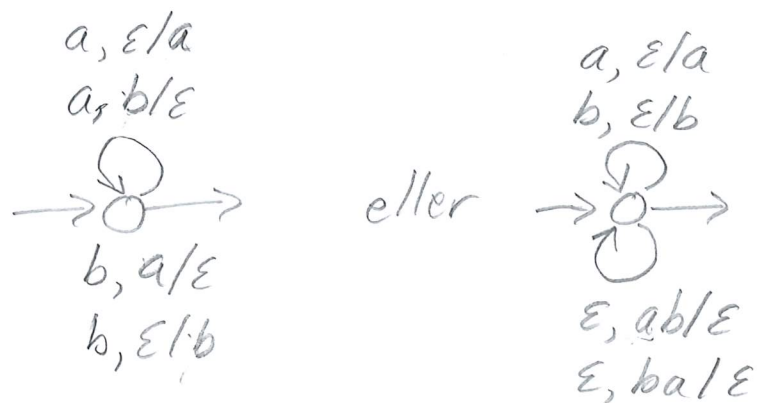
(b)



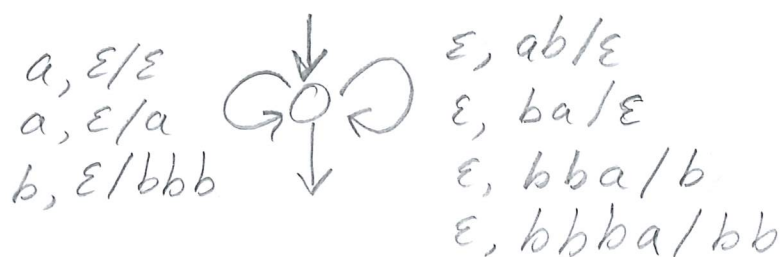
(c)



(d)



(e)

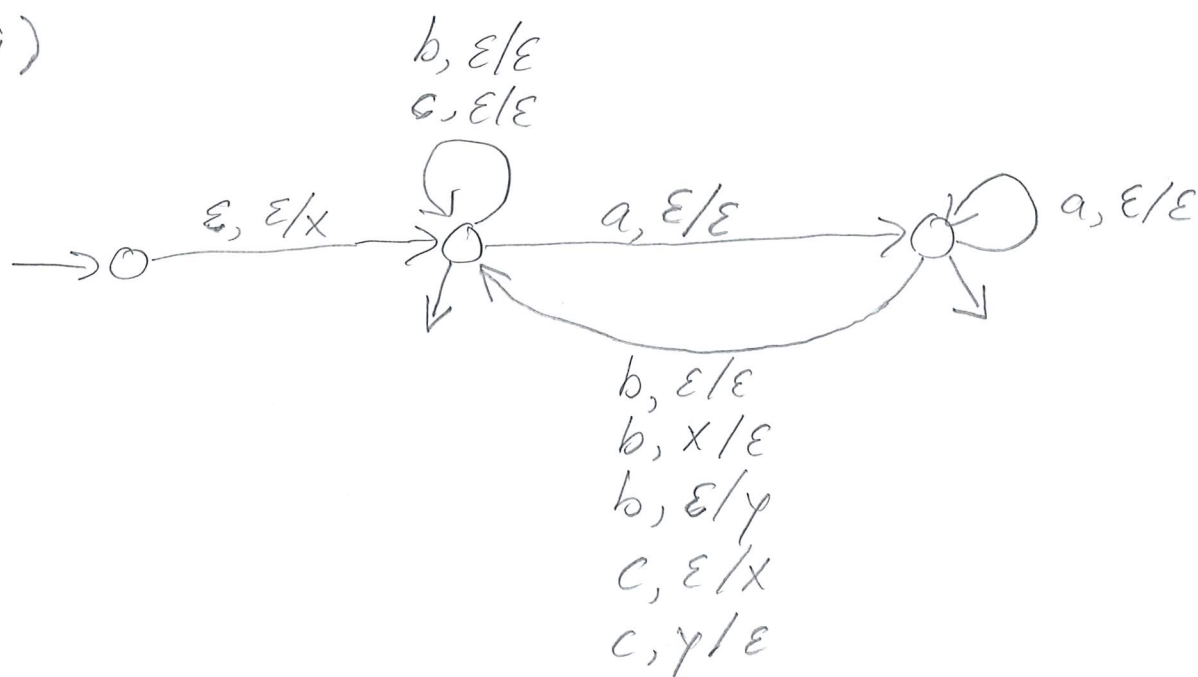


Kommentar: Övergångarna till vänster placerar (om man vill) ett 'a' på stacken när ett 'a' avläses och placerar 3 b:n på stacken för varje 'b' som avläses. Övergångarna till höger används för att ta bort ett 'a' och ett 'b' när det är möjligt.

(f)



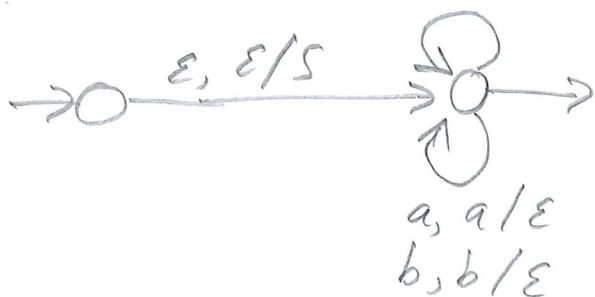
(g)



6. En top-down parser för G :

$\epsilon, S/XY$
 $\epsilon, X/aXb$
 $\epsilon, X/\epsilon$
 $\epsilon, Y/aaY$
 $\epsilon, Y/bbY$
 $\epsilon, Y/\epsilon$

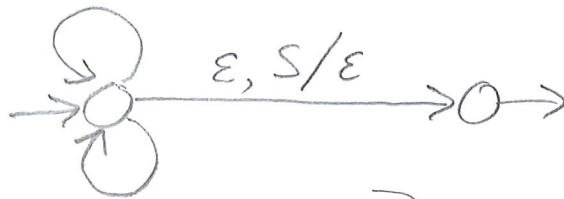
"härmar" reglerna som G har på stacken.



En bottom-up parser för G :

(12)

$a, \epsilon/a$
 $b, \epsilon/b$



$\epsilon, YX/S$
 $\epsilon, bXa/X$
 $\epsilon, \epsilon/X$
 $\epsilon, Yaa/Y$
 $\epsilon, Ybb/Y$
 $\epsilon, \epsilon/Y$

"härmar" reglerna för G ,
"baklänges".

7. Se svar/lösningstörslag i kursboken.