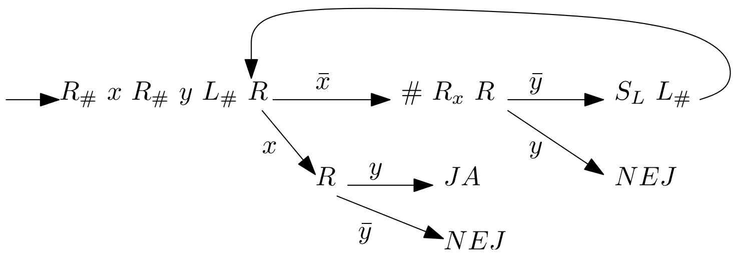
UPPSALA UNIVERSITET
Matematiska institutionen
Vera Koponen

Automatateori

Lektion 6 och 7

1. Betrakta följande TM vars inputalfabetet är $\{a, b\}$ och vars tapealfabetet är $\{a, b, \#, x, y\}$. Vi påminner oss om följande: För varje tecken σ så betecknas "om inte σ avläses" med $\xrightarrow{\bar{\sigma}}$. Om vänstershiftaren S_L startas i konfigurationen $\#u\underset{\triangle}{\sigma}v\#$ (där σ är ett tecken) så stannar den i konfigurationen $\#uv\underset{\triangle}{\#}$. Vi antar också att JA suddar tapen och sedan skriver ja, medan NEJ suddar tapen och sedan skriver nej.



   (a) Kör maskinen på $abb\#aaa$ och på $ab\#aaa$ och notera speciellt om svaret ja eller nej ges.

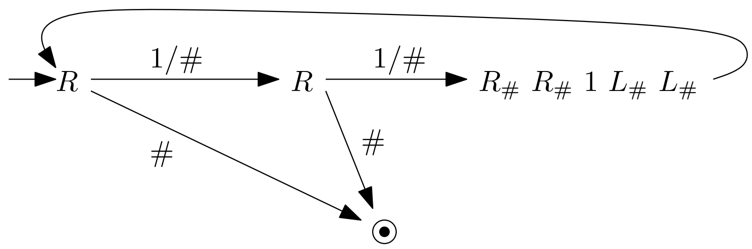
   (b) Vilken fråga besvarar maskinen? Med andra ord, vid start på $\underset{\triangle}{\#}u\#v$, när ges svaret ja och när ges svaret nej?

2. (a) Gör en provkörning när följande TM får strängen 11111 som input (dvs startas i tape-konfigurationen $\underset{\triangle}{\#}11111$).

   (b) Denna TM beräknar en funktion $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ om tal representeras unärt[1]. Beskriv denna funktion, alltså säg vad $f(n)$ är för godtyckligt $n \in \mathbb{N}$.

3. I kursboken: Test 4.2 och 4.3.
   Övning 4.4.

[1] I *1-systemet*, som också kallas det *unära systemet*, så representeras ett naturligt tal n av strängen 1^n (dvs. n ettor), så speciellt så representeras 0 av den tomma strängen ε.



4. Låt $L = \{w \in \{a, b\}^* : \; w \text{ innehåller lika många } a \text{ som } b\}$.
   (a) Konstruera en TM som *avgör* L.
   (b) Konstruera en TM som *accepterar* L.
5. Konstruera en TM M som i 1-systemet avgör om ett naturligt tal är större än ett annat tal. Mer precist, givet $\underset{\triangle}{\#}1^m\#1^n$ så ska M stanna med output $\underset{\triangle}{\#}ja$ om $m > n$ och i annat fall ska M stanna med output $\underset{\triangle}{\#}nej$.
6. I kursboken: Övning 4.4 – 4.8.
7. Ordna språkklasserna nedan så att om A, B, C, D, E, F betecknar dessa språkklasser i rätt ordning så $A \subset B = C \subset D \subset E = F$.[2] Språkklasserna som ska ordnas är: *TM-avgörbara, reguljära, restriktionsfria, sammanhangsfria, TM-accepterbara, PDA-accepterbara.*
8. I kursboken: Test 7.1.
9. Visa med hjälp av Rices sats att det inte finns någon TM som för en godtycklig TM M avgör
   (a) om $L(M)$ innehåller någon sträng av längd högst 8.
   (b) om M accepterar ε (dvs om $\varepsilon \in L(M)$).
   (c) om M accepterar alla strängar av jämn längd.
10. Vart och ett av problemen i föregående uppgift motsvarar ett språk som är TM-oavgörbart[3]. Till exempel: om K_M är koden för en TM så motsvaras problemet i del (b) av språket

$$L = \{K_M : \; M \text{ är en TM som accepterar } \varepsilon\}$$

[2] Med $X \subset Y$ menar jag att X är en delmängd av Y och $X \neq Y$.
[3] Man kan också bara säga *oavgörbart*.

som i föregående uppgift har visats (om man löst den) vara TM-oavgörbar.

(a) Förklara med hänvisning till Church-Turings tes att L (som ovan definierad) är TM-accepterbar (dvs beskriv informellt en algoritm som terminerar för exakt de strängar som tillhör L).

(b) Är $\overline{L}$ TM-avgörbar? Är $\overline{L}$ TM-accepterbar? Motivera svaret.

11. Visa med hänvisning till Church-Turings tes att det finns en TM som för en godtycklig DFA M avgör

    (a) om $L(M)$ innehåller någon sträng av längd högst 8.

    (b) om M accepterar ε.

    (c) om M accepterar alla strängar av jämn längd. (Denna uppgift saknar lösning.)

12. Finns det någon TM som avgör för en godtycklig TM M och gotycklig sträng w (över M:s inputalfabet) om M någonsin skriver över ett tecken med ett annat tecken.

13. Finns det någon TM som avgör för en godtycklig TM M och godtyckilig sträng w om M någonsin skriver # efter start på w.

14. I kursboken: Övningar 7.1 a) – i), 7.2.