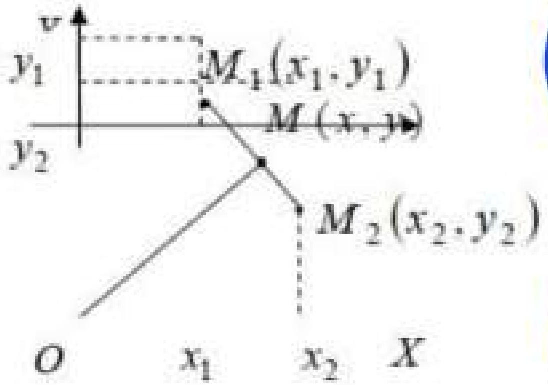
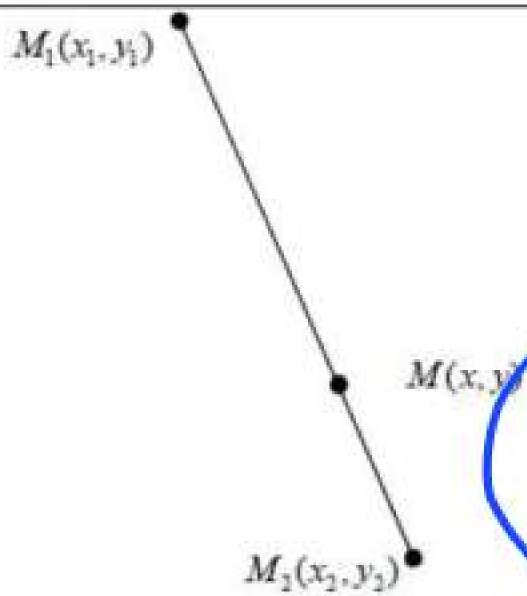
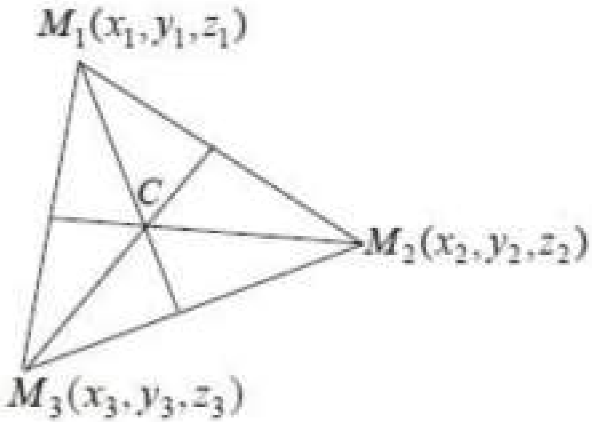
Метод координат на плоскости

Основные задачи	Поясняющий рисунок	Расчетная формула
Расстояние между точками		$d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$
Расстояние от точки до начала координат		$d_M=\sqrt{x^2+y^2}$
Координаты точки, деля-щей отрезок в данном отно-шении λ		$M_1M=\lambda MM_2$ или $\dfrac{M_1M}{MM_2}=\lambda$; $x_M=\dfrac{x_1+\lambda x_2}{1+\lambda}$, $y_M=\dfrac{y_1+\lambda y_2}{1+\lambda}$
Координаты середины отрезка		$M_1M=MM_2$, $\lambda=1$, $x_M=\dfrac{x_1+x_2}{2}$, $y_M=\dfrac{y_1+y_2}{2}$
Координаты центра тяже-сти треуголь-ника (C – точка пересе-чения медиан треугольника)		$x_C=\dfrac{x_1+x_2+x_3}{3}$, $y_C=\dfrac{y_1+y_2+y_3}{3}$

уравнение окр-ти радиуса R в центре $(x_0;y_0)$ $(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=R^2$

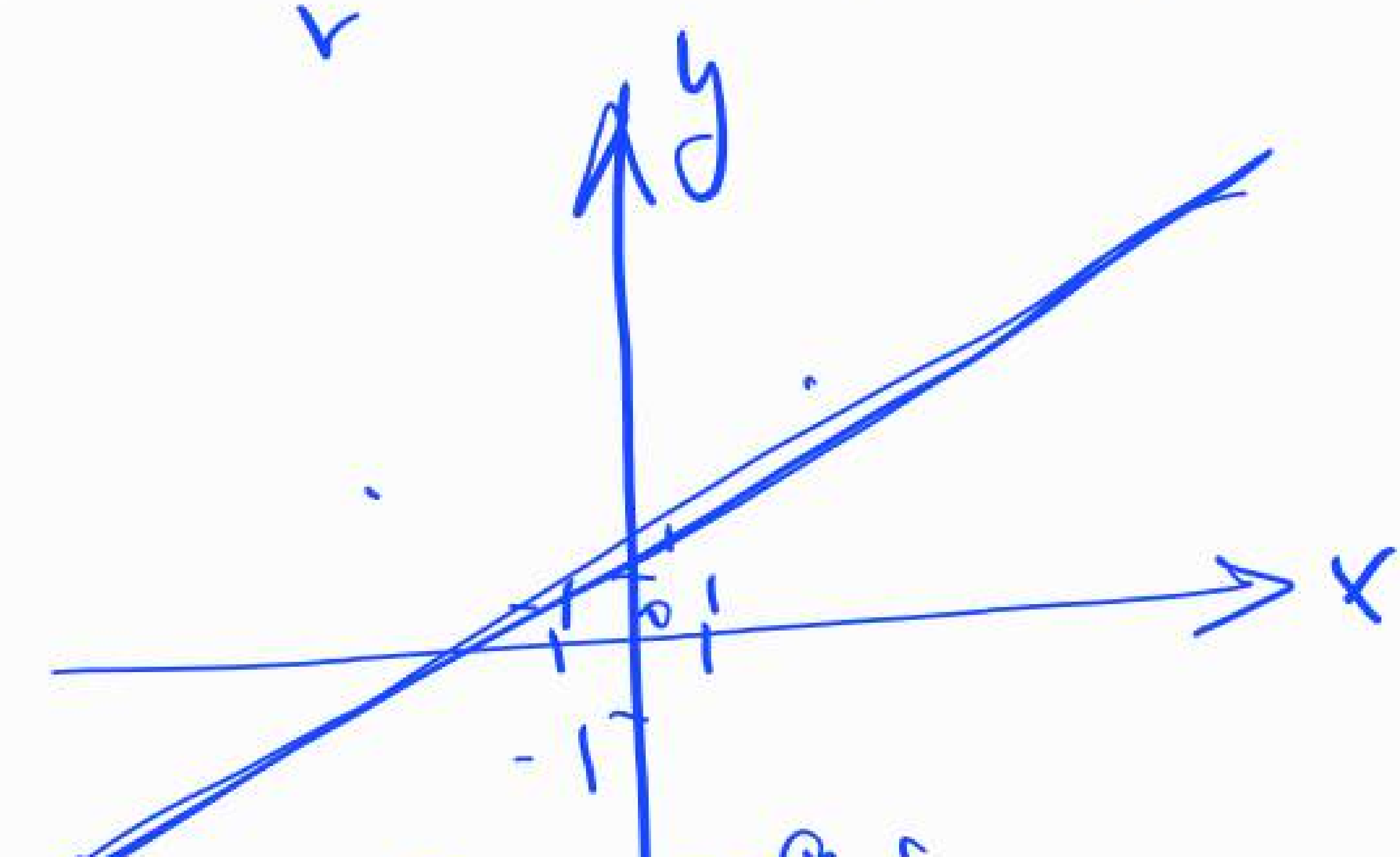
$(x-5)^2+(y-7)^2=25$

(5;7) 5

центр R

x y

Даны точки $A(0; -2)$, $B(-2;1)$, $C(0;0)$ и $D(2; -9)$. Укажите те из них, которые лежат на прямой $2x - 3y + 7 = 0$.



2 -9

A: -2 1

0 -2

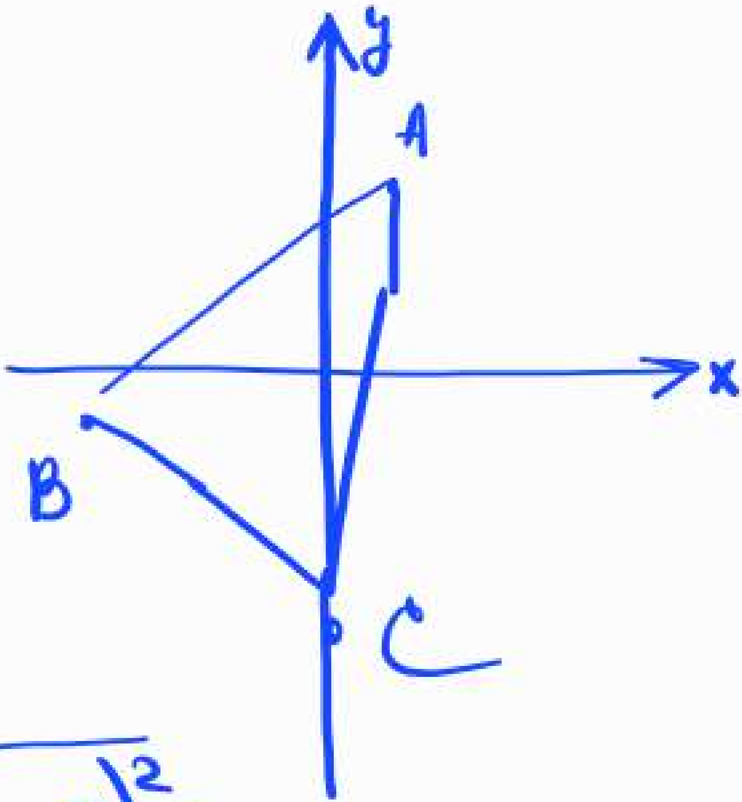
$$2x-3y+7=0$$

$$3y=2x+7$$

$$y=\frac{2}{3}x+\frac{7}{3}$$

$x_a\ y_a$ $x_b\ y_b$

Даны точки $A(3, 5)$, $B(-6, -2)$ и $C(0, -6)$. Докажите, что треугольник ABC равнобедренный.



$$|AB| = \sqrt{(-6-3)^2+(-2-5)^2} =$$
$$= \sqrt{9^2+7^2} = \sqrt{81+49} =$$
$$= \sqrt{130}$$

$$|AC| = \sqrt{(0-3)^2+(-6-5)^2} = \sqrt{130}$$

$AB = AC \Rightarrow \triangle ABC$ - равноб.

$$|BC| = \sqrt{(0-(-6))^2+(-6-(-2))^2} =$$
$$= \sqrt{52}$$

Даны точки $A(-1, 5)$ и $B(3, -7)$. Найдите расстояние от начала координат до середины отрезка AB.

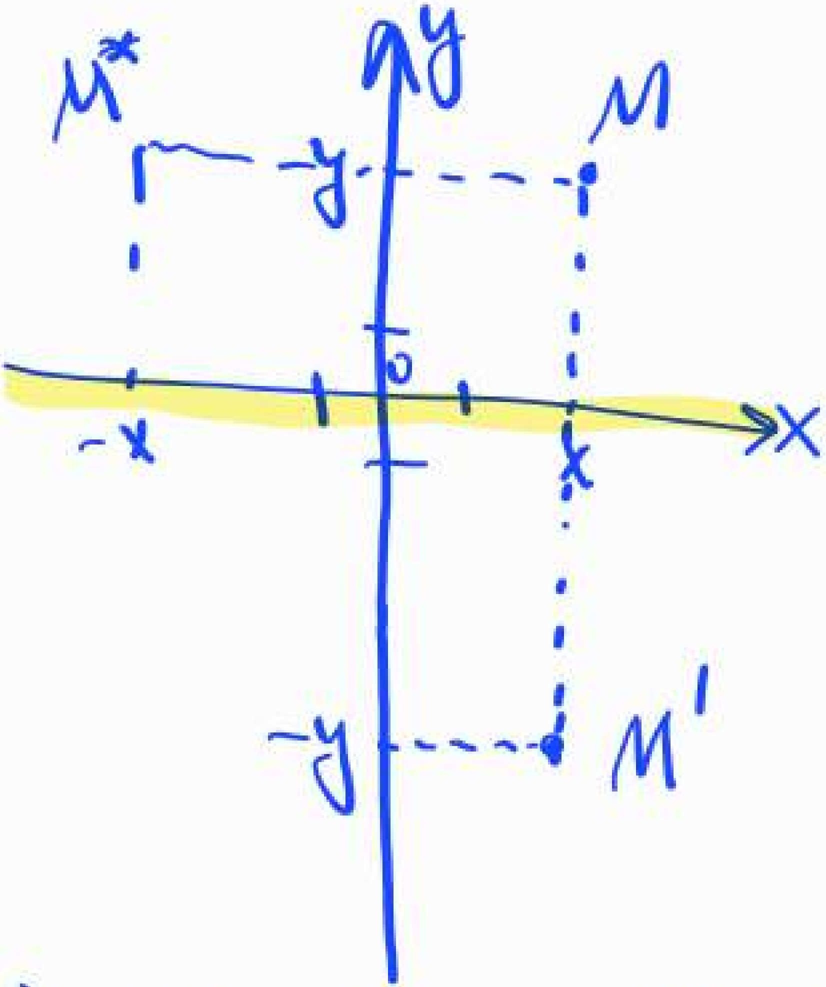
$AC = BC$

$C\left(\frac{-1+3}{2}; \frac{5+(-7)}{2}\right) =$

$= C(1; -1)$

$d = \sqrt{1^2 + (-1)^2} = \sqrt{2}.$

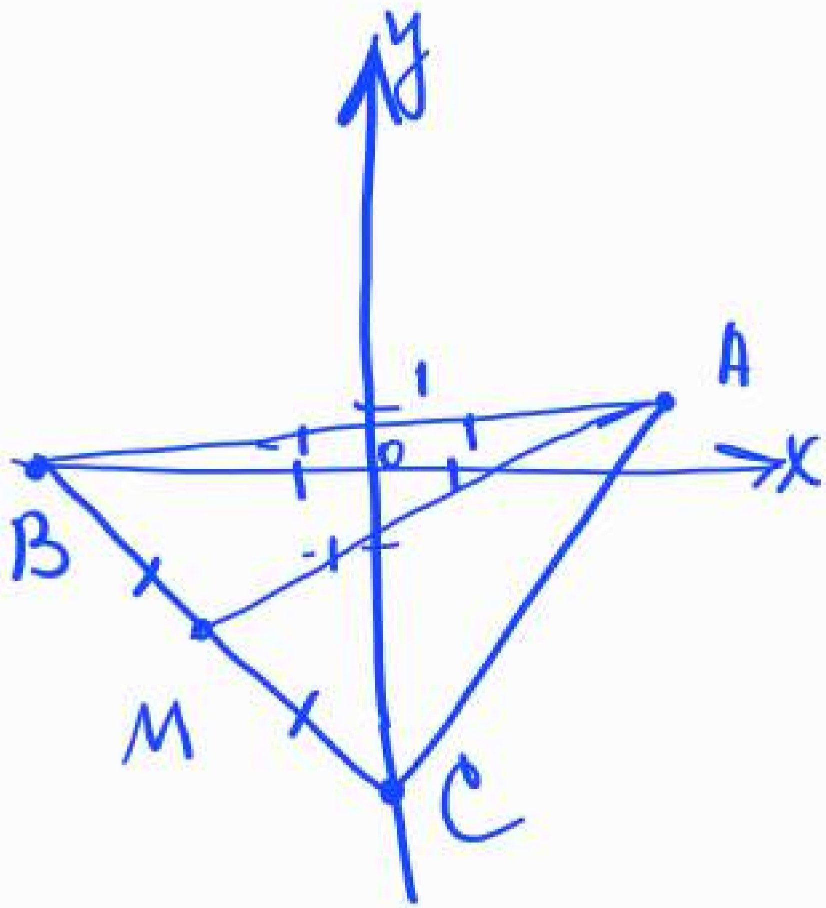
Дана точка $M(x;y)$. Найдите координаты точки, симметричной точке M относительно: а) оси OX; б) оси OY.



1) $M(x;y) \longmapsto M'(x;-y)$

2) $M(x;y) \longmapsto M^*(-x;y)$

Даны точки $A(4;1)$, $B(-8;0)$ и $C(0;-6)$. Составьте уравнение прямой, на которой лежит медиана AM треугольника ABC.



$$M\left(\frac{-8+0}{2}; \frac{0+(-6)}{2}\right) = M(-4;-3)$$

$$y = kx + b$$

$$\begin{cases} -3 = k\cdot(-4)+b \\ 1 = k\cdot 4 + b \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3 = -4k+b \\ 1 = 4k+b \end{cases}$$

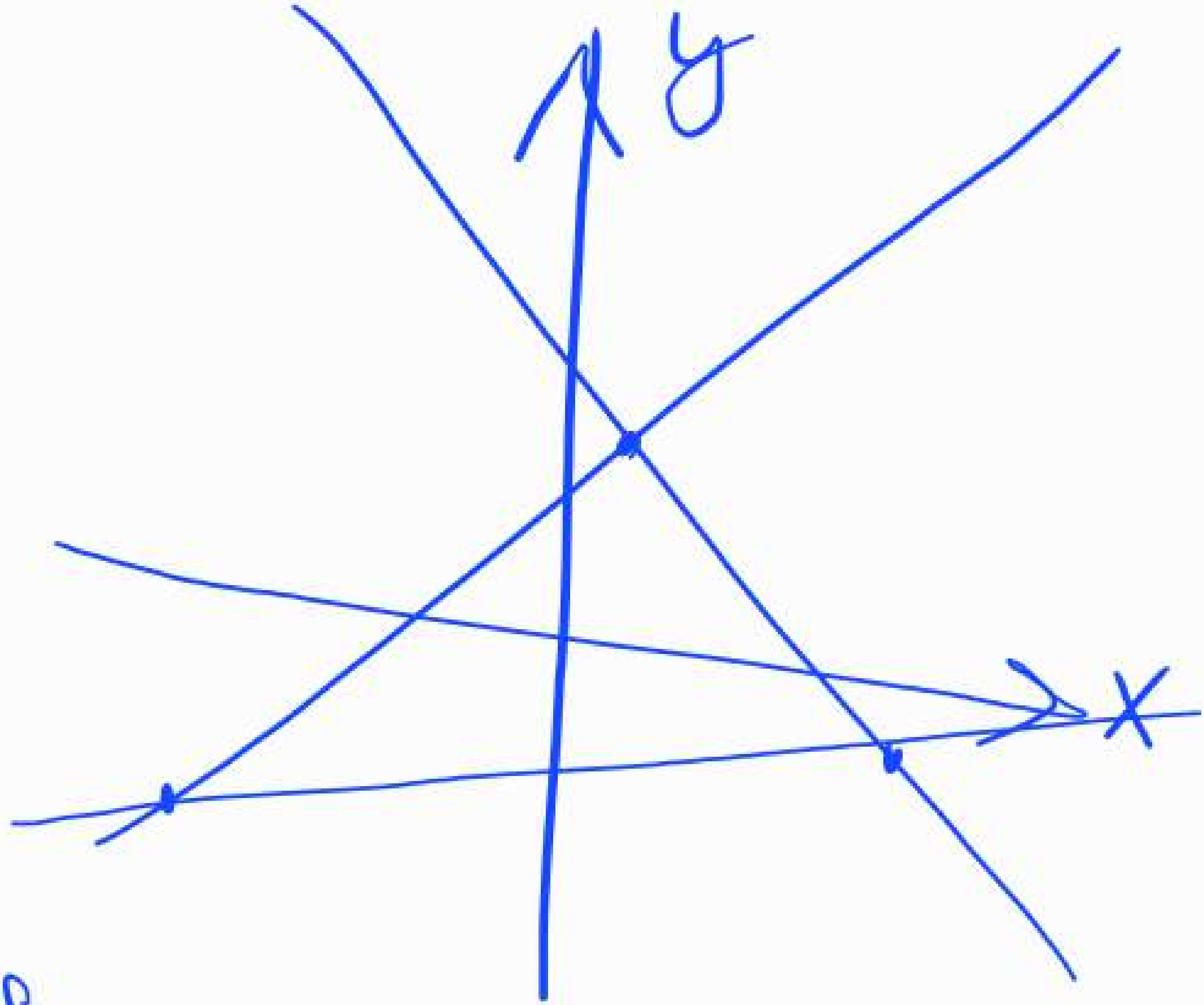
$$-2 = 2b$$

$$b = -1$$

$$k = 0,5$$

$$y = 0,5x - 1$$

Найдите координаты вершин треугольника, стороны которого лежат на прямых $2x + y - 6 = 0$, $x - y + 4 = 0$ и $y + 1 = 0$.



$\begin{cases} 2x + y - 6 = 0 \\ x - y + 4 = 0 \end{cases}$ $A\left(\frac{2}{3}; 4\frac{2}{3}\right)$

$\begin{cases} 2x + y - 6 = 0 \\ y + 1 = 0 \end{cases}$ $B(3,5; -1)$

$\begin{cases} x - y + 4 = 0 \\ y + 1 = 0 \end{cases}$ $C(-5; -1)$

на вне

Даны точки $A(0;0)$, $B(-2;1)$, $C(3;3)$, $D(2;-1)$ и окружность $(x-1)^2+(y+3)^2=25$. Выясните, где расположены эти точки: на окружности, внутри или вне окружности.

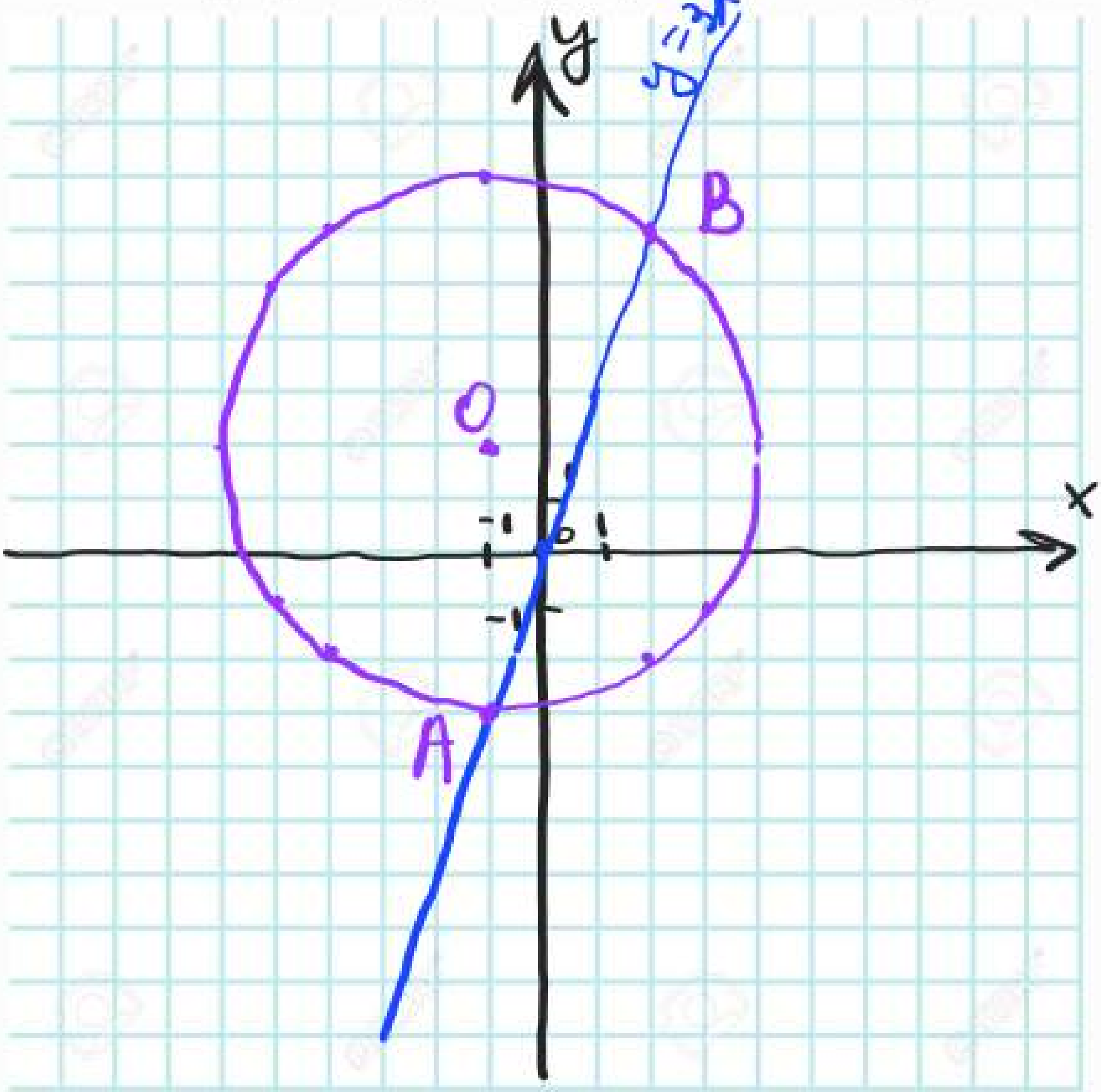
$(0-1)^2+(0+3)^2=10<25$

$(-2-1)^2+(1+3)^2=25$

$(3-1)^2+(3+3)^2=40>25$

$(2-1)^2+(-1;+3)^2=5<25$

Найдите длину хорды, которую на прямой $y = 3x$ высекает окружность $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 25$.



$y = 3x$

x	0	1
y	0	3

$(x+1)^2 + (y-2)^2 = 25$

$O(-1; 2)$

$R = 5$

$$\begin{cases} (x+1)^2+(y-2)^2=25 \\ y=3x \end{cases}$$

$A(-1;-3)$ $B(2;6)$

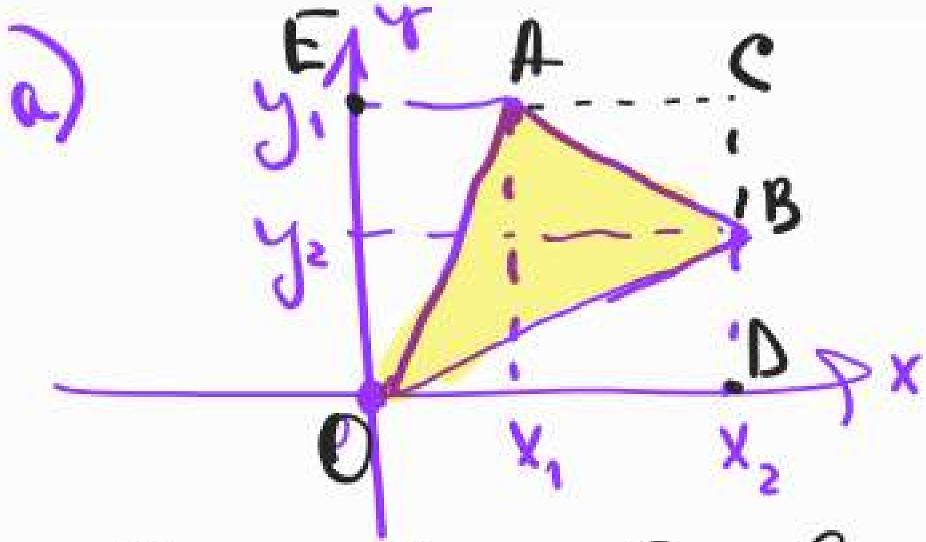
$$|AB|=\sqrt{(-1-2)^2+(-3-6)^2}=$$

$$=\sqrt{90}=3\sqrt{10}.$$

а) Докажите, что площадь треугольника с вершинами в точках $(0, 0)$, (x_1, y_1) и (x_2, y_2) равна $\frac{1}{2}|x_1y_2 - x_2y_1|$.

б) Докажите, что площадь треугольника с вершинами в точках (x_1, y_1), (x_2, y_2) и (x_3, y_3) равна

$$\frac{1}{2}|x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_1 - x_2y_1 - x_1y_3 - x_3y_2|.$$



$$S_{OAB} = S_{OECD} - S_{OEA} - S_{ACB} - S_{ODB} =$$

$$= y_1x_2 - \frac{1}{2}y_1x_1 - \frac{1}{2}(x_2 - x_1)\cdot(y_1 - y_2) - \frac{1}{2}x_2y_2 =$$

$$= y_1x_2 - \frac{1}{2}y_1x_1 - \frac{1}{2}(x_2y_1 - x_2y_2 - x_1y_1 + x_1y_2)$$

$$- \frac{1}{2}x_2y_2 = y_1x_2 - \cancel{\frac{1}{2}y_1x_1} - \frac{1}{2}x_2y_1 + \frac{1}{2}x_2y_2 +$$

$$+ \cancel{\frac{1}{2}x_1y_1} - \frac{1}{2}x_1y_2 = \frac{1}{2}x_2y_1 - \frac{1}{2}x_1y_2 =$$

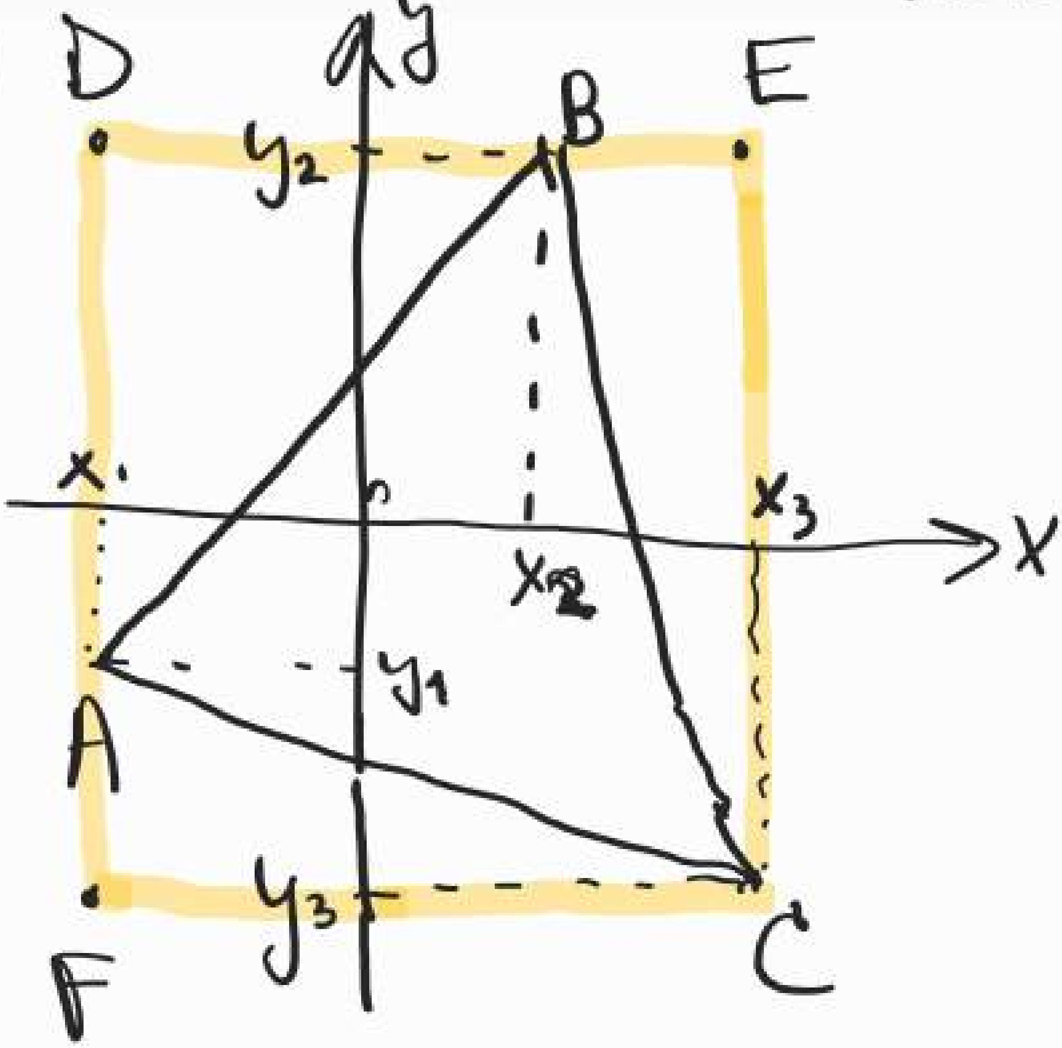
$$= \frac{1}{2}(x_2y_1 - x_1y_2)$$

а) Докажите, что площадь треугольника с вершинами в точках $(0, 0)$, (x_1, y_1) и (x_2, y_2) равна $\frac{1}{2}|x_1y_2 - x_2y_1|$.

б) Докажите, что площадь треугольника с вершинами в точках (x_1, y_1), (x_2, y_2) и (x_3, y_3) равна

$$\frac{1}{2}|x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_1 - x_2y_1 - x_1y_3 - x_3y_2|.$$

б)



$$S_{ABC} = S_{FDEC} - S_{ADB} - S_{BEC} - S_{AFC} =$$

$$= (y_2 + y_3) \cdot (x_1 + x_3) - \frac{1}{2} \cdot (y_2 + y_1) \cdot$$

$$\cdot (x_1 + x_2) - \frac{1}{2} \cdot (y_3 + y_2) \cdot (x_3 - x_2) -$$

$$- \frac{1}{2} \cdot (y_3 - y_1) \cdot (x_1 + x_3) =$$

$$= x_1y_2 + x_3y_2 + x_1y_3 + x_3y_3 -$$

$$- \frac{1}{2}\cdot(x_1y_2 + x_2y_2 + x_1y_1 + x_2y_1) -$$

$$- \frac{1}{2}(x_3y_3 - x_2y_3 + x_3y_2 - x_2y_2)$$

$$- \frac{1}{2}(x_1y_3 + x_3y_3 - x_1y_1 - x_3y_1) =$$

$$= x_1y_2 + x_3y_2 + x_1y_3 + x_3y_3 -$$

$$- \frac{1}{2}x_1y_2 - \frac{1}{2}x_2y_2 - \frac{1}{2}x_1y_1 - \frac{1}{2}x_2y_1 -$$

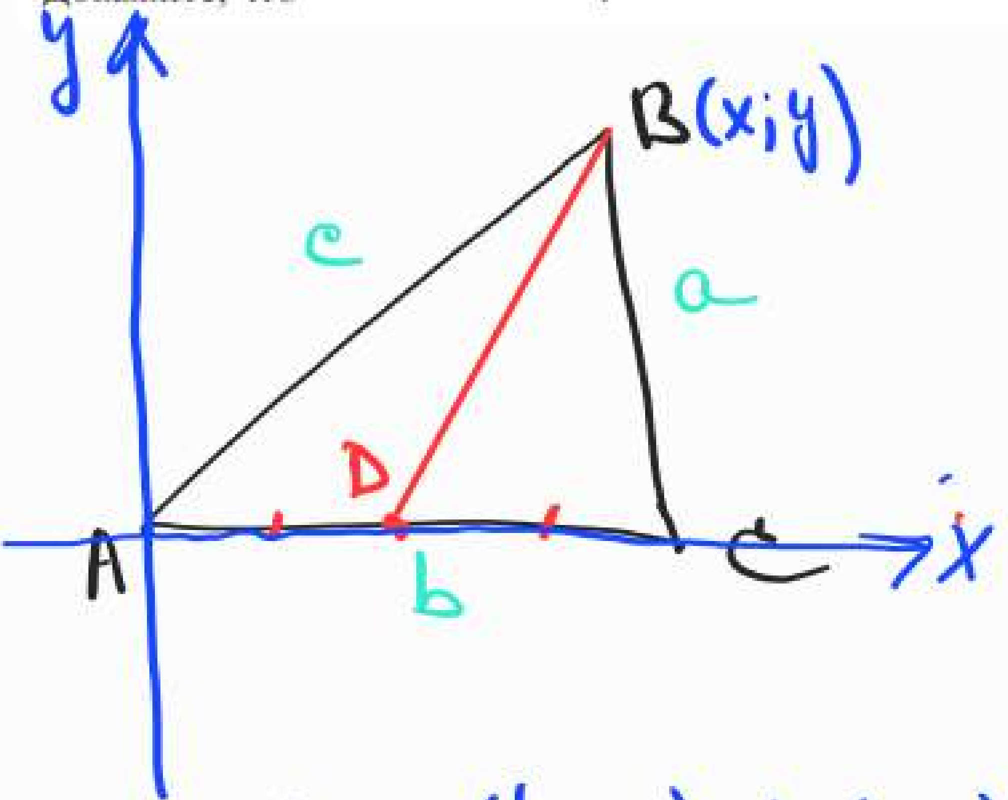
$$- \frac{1}{2}x_3y_3 + \frac{1}{2}x_2y_3 - \frac{1}{2}x_3y_2 + \frac{1}{2}x_2y_2 -$$

$$- \frac{1}{2}x_1y_3 - \frac{1}{2}x_3y_3 + \frac{1}{2}x_1y_1 + \frac{1}{2}x_3y_1 =$$

$$= \frac{1}{2}x_1y_2 + \frac{1}{2}x_1y_3 + \frac{1}{2}x_3y_2 -$$

$$-\frac{1}{2}x_2y_1+\frac{1}{2}x_2y_3+\frac{1}{3}x_3y_1$$

Задача. 1.В треугольнике ABC: AC=b, AB=c, BC=a, BD - медиана. Докажите, что $BD^2 = \frac{a^2+c^2}{2} - \frac{b^2}{4}$.



$A(0;0)$, $C(b;0)$, $B(x;y)$, $D(\frac{1}{2}b;0)$

$|AB| = \sqrt{(x-0)^2+(y-0)^2} =$

$= \sqrt{x^2+y^2} = c$

$x^2+y^2 = c^2$

$|BC| = \sqrt{(x-b)^2+(y-0)^2} =$

$= \sqrt{(x-b)^2+y^2} = a$

$(x-b)^2+y^2 = a^2$

$$\begin{cases} x^2+y^2=c^2 \quad | \cdot(-1) \\ (x-b)^2+y^2=a^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -x^2-y^2=-c^2 \\ (x-b)^2+y^2=a^2 \end{cases}$$

$$-x^2+(x-b)^2=-c^2+a^2$$

$$\cancel{-x^2}+\cancel{x^2}-2xb+b^2=-c^2+a^2$$

$$-2xb=-c^2+a^2-b^2$$

$$2xb=c^2+b^2-a^2$$

$$x=\frac{c^2+b^2-a^2}{2b}$$

$$x^2+y^2=c^2$$

$$y^2=c^2-x^2$$

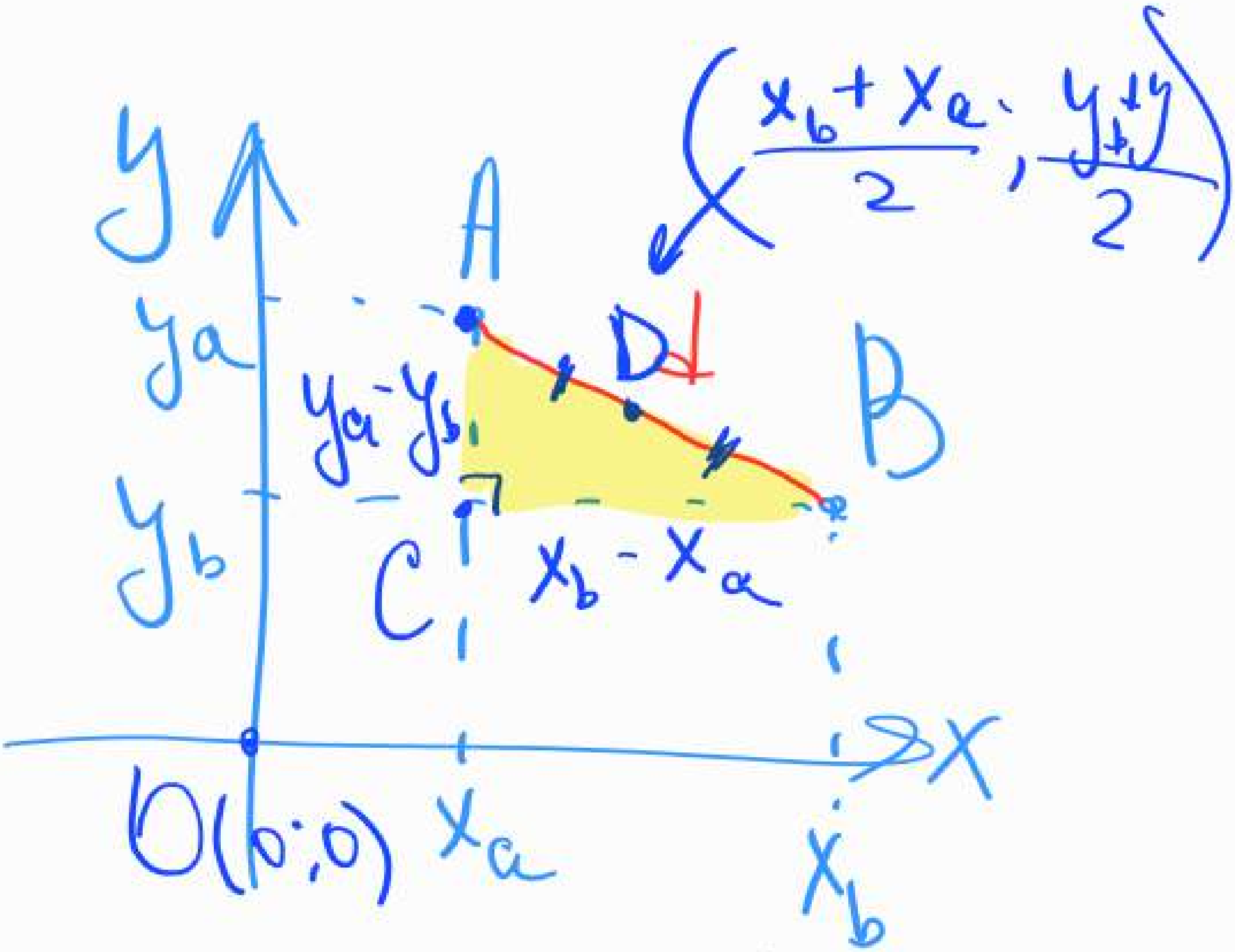
$$y^2=c^2-\left(\frac{c^2+b^2-a^2}{2b}\right)^2=c^2-\frac{(c^2+b^2-a^2)^2}{4b^2}$$

$$BD = \sqrt{(x_B - x_D)^2 + (y_B - y_D)^2}$$

$$BD^2 = (x_B - x_D)^2 + (y_B - y_D)^2 =$$

$$= \left(\frac{c^2 + b^2 - a^2}{2b} - \frac{1}{2} b \right)^2 +$$

$$+ \left(c^2 - \frac{(c^2 + b^2 - a^2)^2}{4b^2} - 0 \right)^2$$



$$AB^2 = AC^2 + CB^2 =$$

$$= (y_a - y_b)^2 + (x_b - x_a)^2$$

$$d = \sqrt{(y_a - y_b)^2 + (x_b - x_a)^2}$$

1 Докажите, что четырёхугольник $ABCD$ с вершинами в точках A (–3; 6), B (1; 10), C (4; 7) и D (0; 3) является прямоугольником.

$A(-3;6)$

$B(1;10)$

$C(4;7)$

$D(0;3)$

$|AB| = \sqrt{(-3-1)^2+(6-10)^2} = 4\sqrt{2}$

$|BC| = \sqrt{(4-1)^2+(7-10)^2} = 3\sqrt{2}$

$|CD| = \sqrt{(4-0)^2+(7-3)^2} = 4\sqrt{2}$

$|AD| = \sqrt{(-3-0)^2+(6-3)^2} = 3\sqrt{2}$

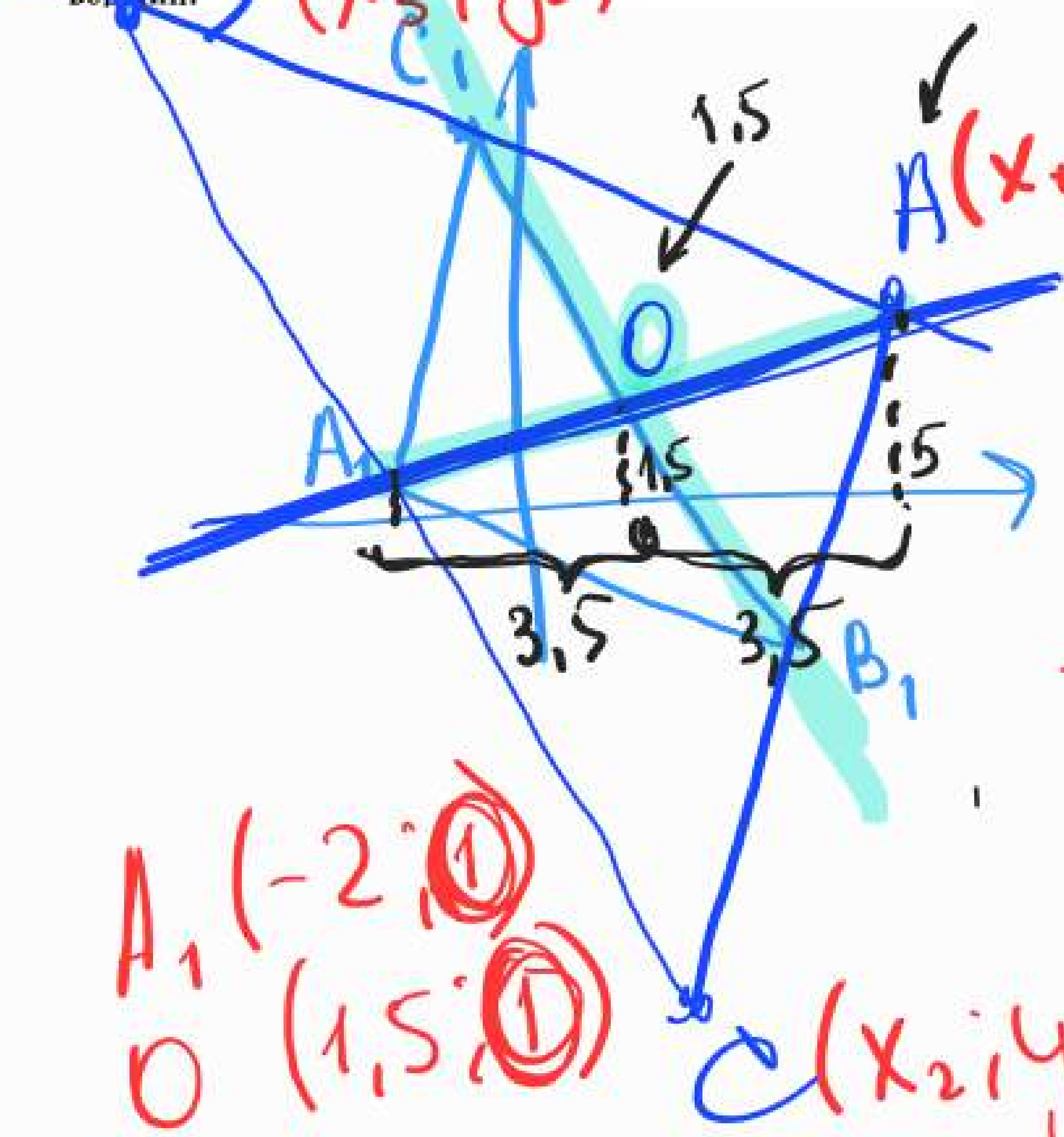
$\Rightarrow$ ABCD – параллелогр.

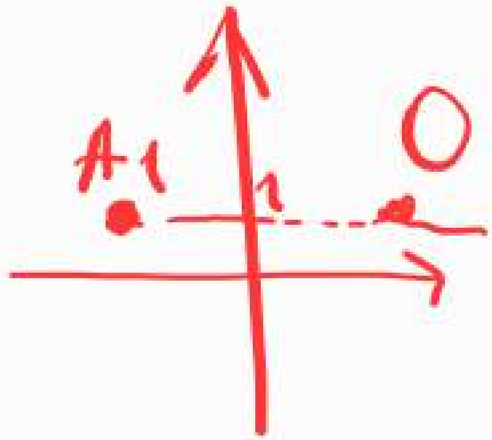
$|AC| = \sqrt{(-3-4)^2+(6-7)^2} = 5\sqrt{2}$

$|BD| = \sqrt{(1-0)^2+(10-3)^2} = 5\sqrt{2}$

$\Rightarrow$ ABCD – прямоугольн.

Точки A_1 (−2; 1), B_1 (4; −3) и C_1 (−1; 5) — середины сторон некоторого треугольника. Найдите координаты его вершин.





$A_1(-2;1)$

$O(1{,}5;1)$

Рассмотрим $A_1C_1AB_1$

$C_1O = OB_1$

$O\left(\frac{4+(-1)}{2};\frac{-3+5}{2}\right) = O(1{,}5;1)$

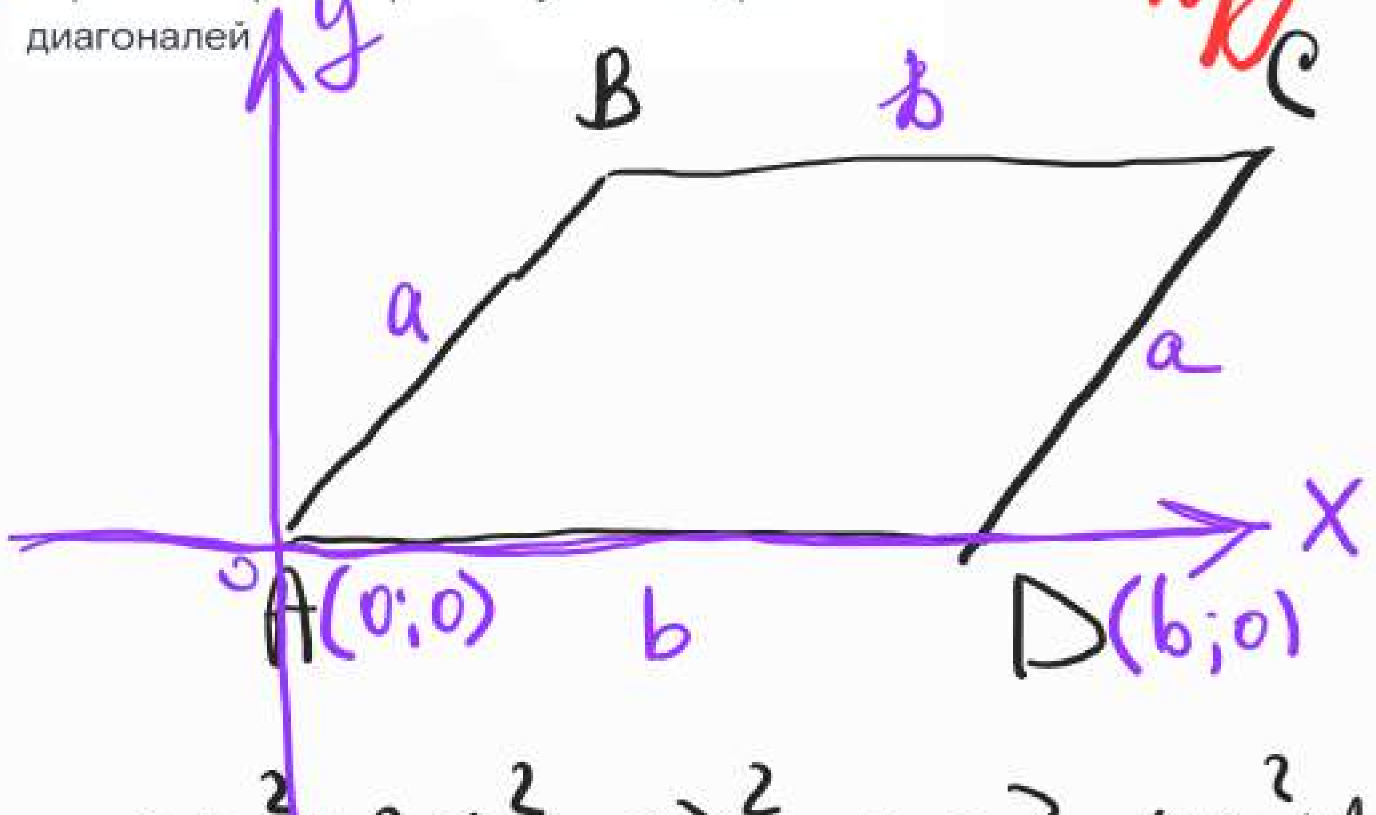
$|A_1O| = \sqrt{(-2-1{,}5)^2+(1-1)^2} = 3{,}5 =$

$= |AO| = \sqrt{(x_1-1{,}5)^2+(y_1-1)^2} = 3{,}5$

$x_1 = 5$ $\quad y_1 = 1$

3. Докажите, что сумма квадратов всех сторон параллелограмма равна сумме квадратов его диагоналей

ДЗ.



$$AB^2+BC^2+CD^2+AD^2=BD^2+AC^2$$

$$2a^2+2b^2$$

AB

$$|AB|=a=\sqrt{(x_B-0)^2+(y_B-0)^2}$$

A(0;0)

$$x_B^2+y_B^2=a^2$$

$$x_B^2=a^2-y_B^2$$

$$x_B=\sqrt{a^2-y_B^2}$$

$$B\left(\sqrt{a^2-y_B^2};\,y_B\right)$$

$$C\left(b+\sqrt{a^2-y_B^2}\ ;\ y_B\right)$$

$$BD^2=\left(\sqrt{a^2-y_B^2}-b\right)^2+\left(y_B-0\right)^2$$

$$=a^2-\cancel{y_B^2}-2b\cdot\sqrt{a^2-y_B^2}+b^2+$$

$$+\cancel{y_B^2}=a^2+b^2-2b\cdot\sqrt{a^2-y_B^2}$$

$$AC^2=\left(b+\sqrt{a^2-y_B^2}-0\right)^2+\left(y_B-0\right)^2=$$

$$=b^2+2b\cdot\sqrt{a^2-y_B^2}+a^2-y_B^2+y_B^2=$$

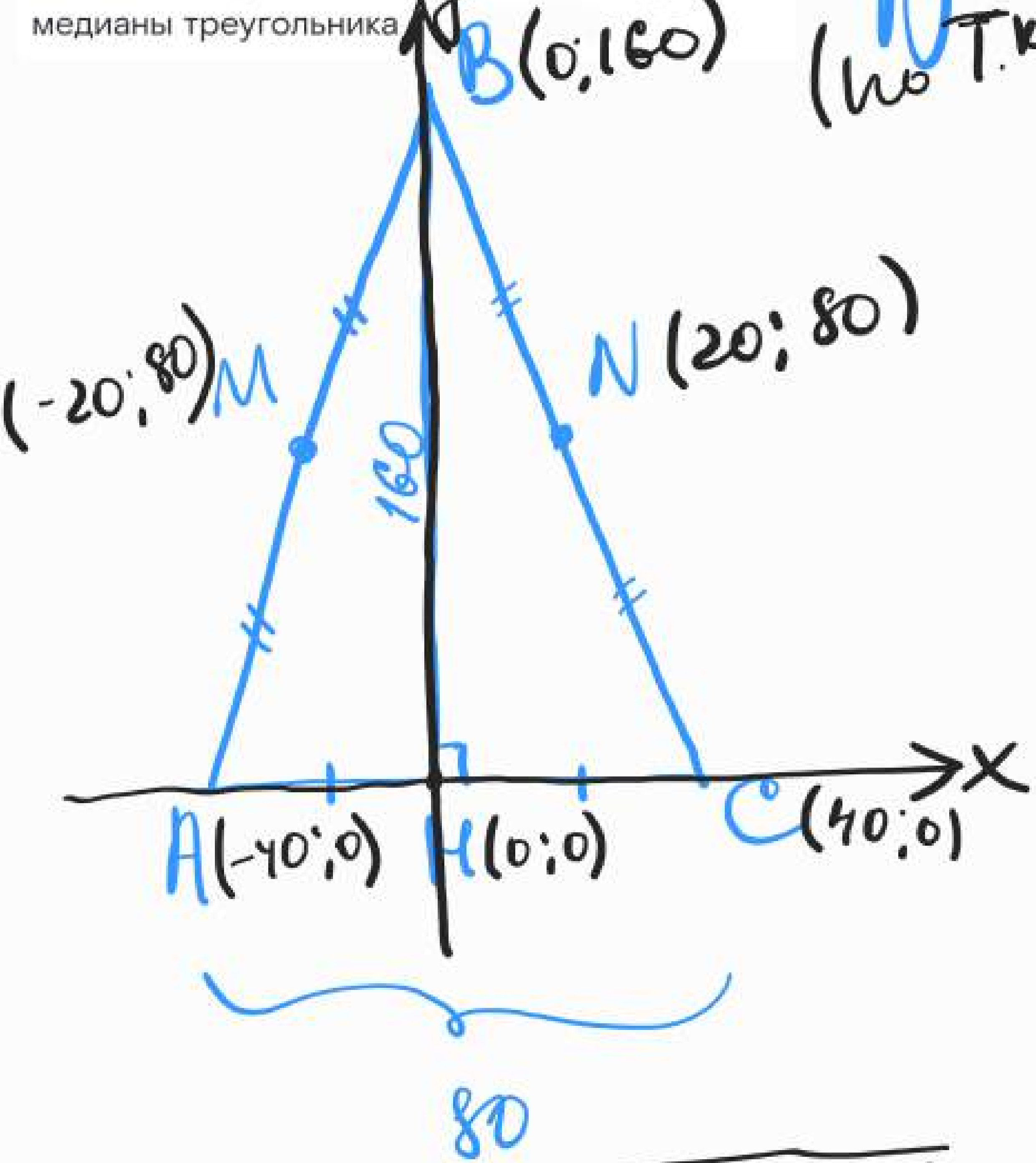
$$=b^2+a^2+2b\cdot\sqrt{a^2-y_B^2}$$

$$BD^2+AC^2=a^2+b^2\cancel{-2b\sqrt{a^2-y_B^2}}+$$

$$+b^2+a^2\cancel{+2b\sqrt{a^2-y_B^2}}=2a^2+2b^2$$

4 Медиана, проведенная к основанию равнобедренного треугольника, равна 160 см, а основание равно 80 см. Найти две другие медианы треугольника.

ДР (по т.кос)

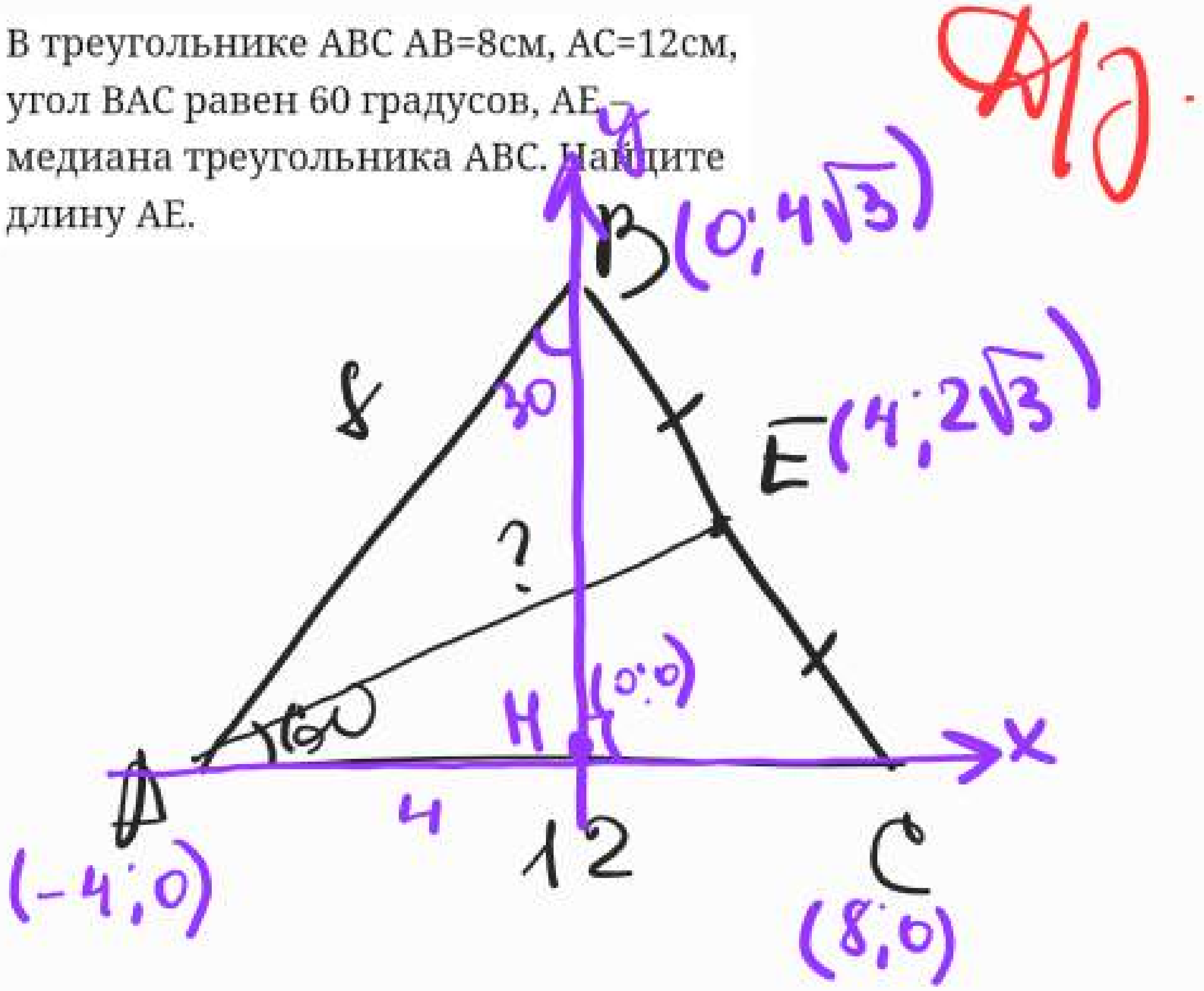


$$|AN| = \sqrt{(-40-20)^2 + (0-80)^2} =$$

$$= \sqrt{60^2 + 80^2} = \sqrt{6400 + 3600}$$

$$= 100 = |MC|.$$

В треугольнике ABC AB=8см, AC=12см, угол BAC равен 60 градусов, AE – медиана треугольника ABC. Найдите длину AE.

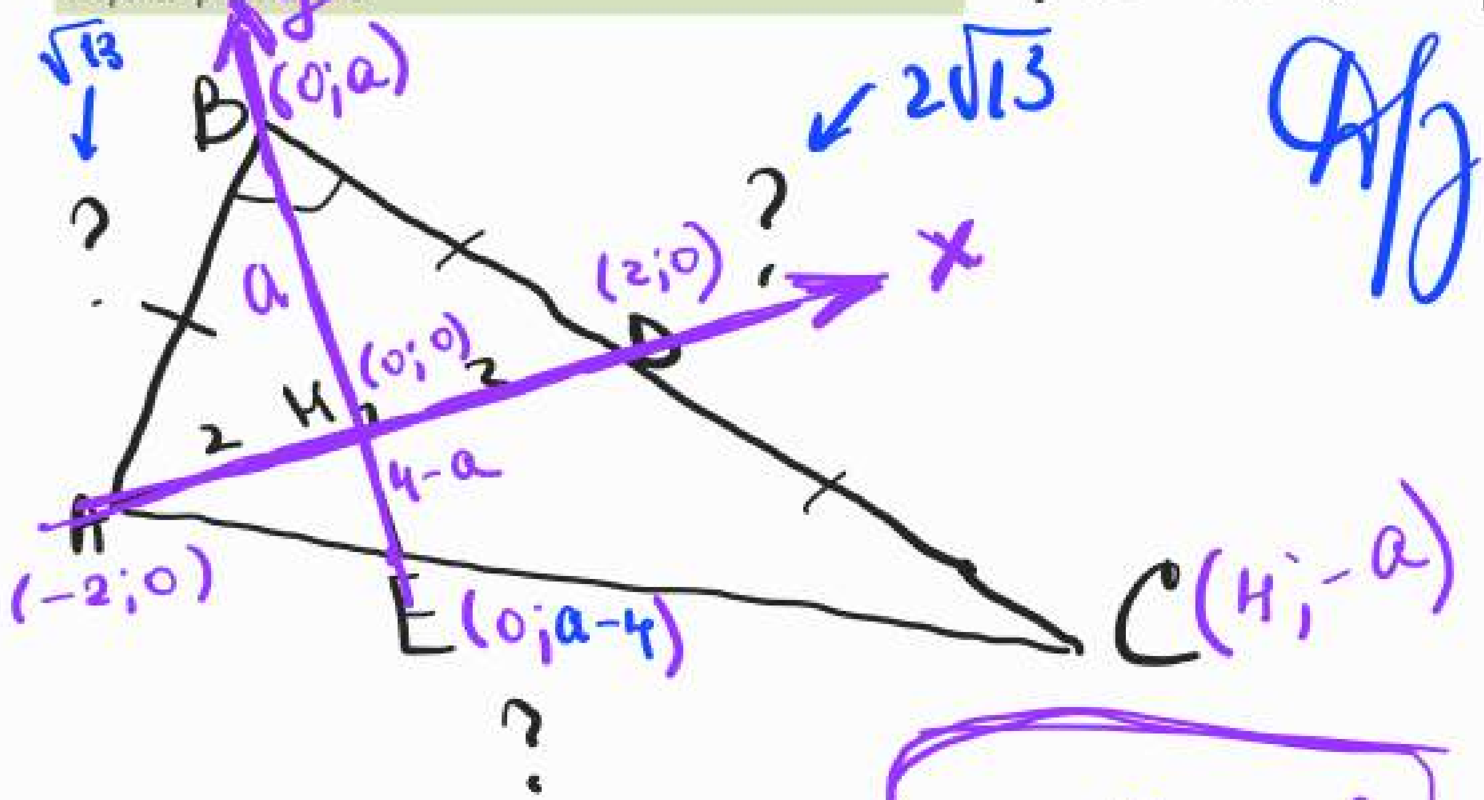


$$|AE| = \sqrt{(-4-4)^2 + (0-2\sqrt{3})^2} =$$

$$= \sqrt{64+12} = \sqrt{76}$$

Задача 1. В треугольнике ABC биссектриса BE и медиана AD перпендикулярны и имеют одинаковую длину, равную 4. Найти стороны треугольника.

$BE = AD = 4$



$$\boxed{y = \frac{-a}{6}x - \frac{a}{3}}$$

$$\boxed{BH:\ x = 0}$$

AC: $y = kx + b$

$$\begin{cases} -a = k \cdot 4 + b \\ 0 = k \cdot (-2) + b \end{cases}$$

$$\begin{cases} -a = 4k + b \\ 0 = 2k - b \end{cases}$$

$$-a = 6k$$

$$k = \frac{-a}{6};\ b = \frac{-a}{3}$$

$$\begin{cases} y = \frac{-a}{6}x - \frac{a}{3} \\ x = 0 \end{cases}$$

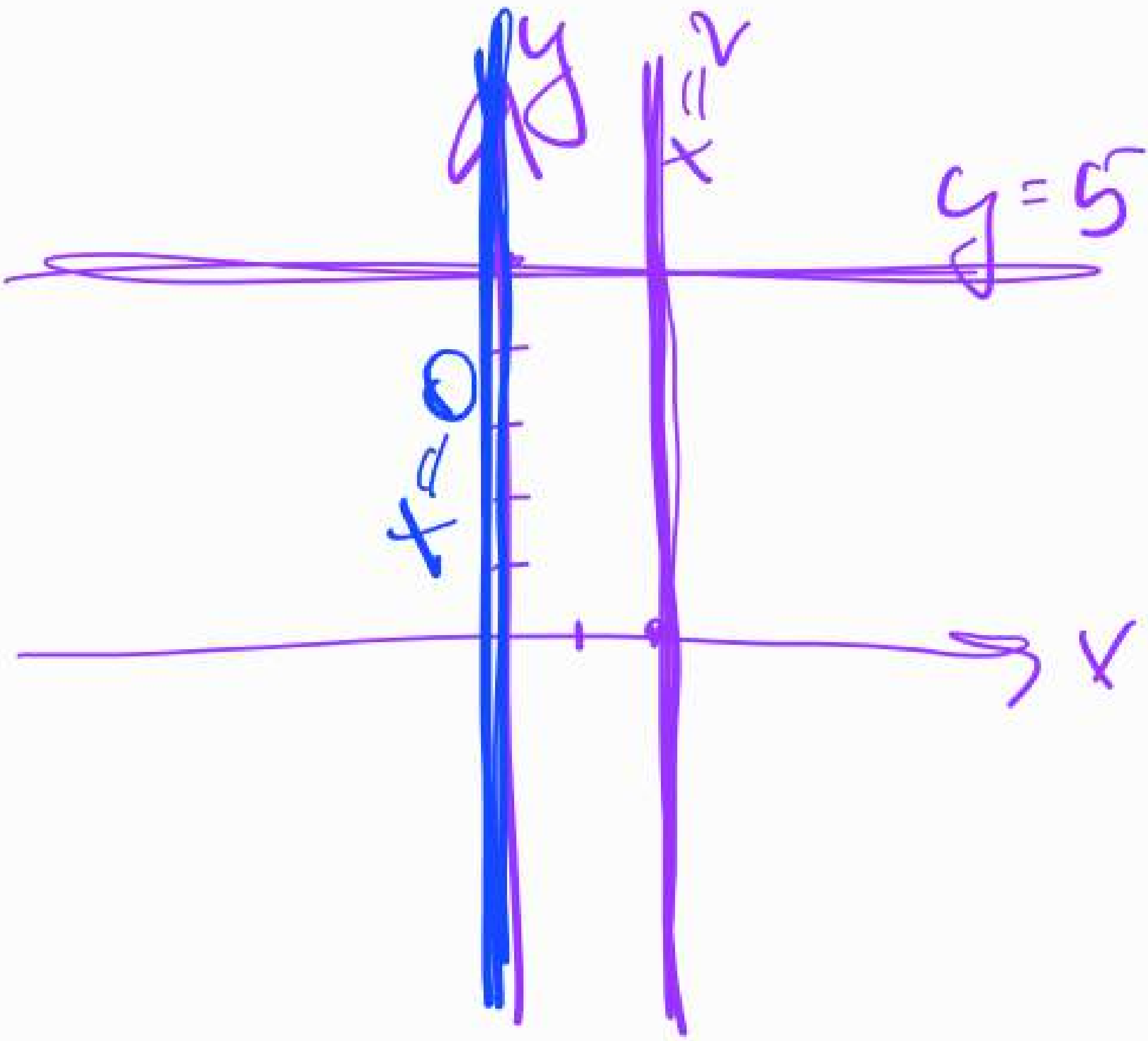
$$y = -\frac{a}{3}$$

$$\frac{-a}{3} = a - 4 \ \Big|\cdot 3$$

$$-a = 3a - 12$$

$$-4a = -12$$

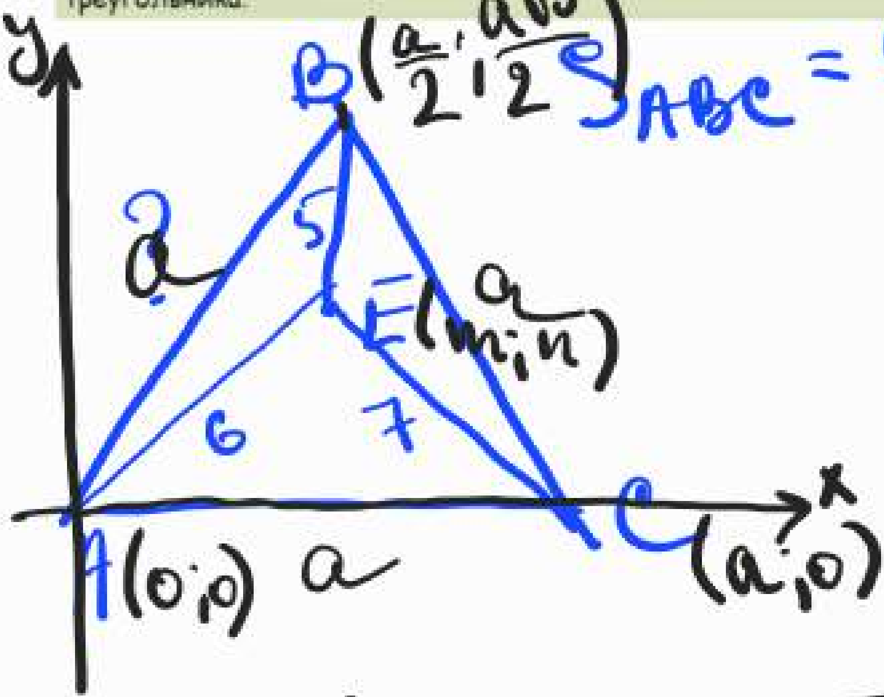
$$a = 3$$



$y=5$

$x=2$

Задача 2. Внутри правильного треугольника имеется точка, удаленная от его вершин на 5, 6 и 7. Найдите площадь этого треугольника.



$$S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

$$\left.\begin{aligned} |AE| &= \sqrt{(m-0)^2+(n-0)^2} = 6 \\ |CE| &= \sqrt{(a-m)^2+(n-0)^2} = 7 \\ |BE| &= \sqrt{\left(\frac{a}{2}-m\right)^2+\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}-n\right)^2} = 5 \end{aligned}\right\}$$

$$\begin{cases} m^2+n^2=36 \\ (m-a)^2+n^2=49 \\ \left(\frac{a}{2}-m\right)^2+\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}-n\right)^2=25 \end{cases}$$

$$n^2=36-m^2$$

$$(m-a)^2+36-m^2=49$$

$$\cancel{m^2} - 2am + a^2 + 36 - \cancel{m^2} = 49$$

$$a^2 - 2am = 13$$

$$2am = a^2 - 13$$

$$m = \frac{a^2-13}{2a}$$

$$h^2 = 36 - \left(\frac{a^2-13}{2a}\right)^2 = 36 - \frac{a^4 - 26a^2 + 169}{4a^2} =$$

$$= \frac{144a^2 - a^4 + 26a^2 - 169}{4a^2} =$$

$$= \frac{144a^2 - (a^2-13)^2}{4a^2} = \frac{(12a - a^2 + 13)(12a + a^2 - 13)}{4a^2}$$

$$h = \frac{\sqrt{(12a - a^2 + 13)(12a + a^2 - 13)}}{2a}$$

$$\left(\frac{a}{2} - \frac{a^2-13}{2a}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{\ldots}}{2a}\right)^2 = 25$$

$$\left(\frac{a^2 - a^2 + 13}{2a}\right)^2 + \left(\frac{a^2\sqrt{3} - \sqrt{\ldots}}{2a}\right)^2 = 25$$

$$\frac{169}{4a^2} + \frac{(a^2\sqrt{3} - \sqrt{\ldots})^2}{4a^2} = 25 \quad \Big| \cdot 4a^2$$

$$\cancel{169} + 3a^4 - 2a^2\sqrt{3}\cdot\sqrt{\ldots} + 144a^2 - a^4 +$$
$$+ 26a^2 - \cancel{169} = 100a^2$$

$$2a^4 + 70a^2 = 2a^2\sqrt{3}\cdot\sqrt{\ldots\ldots} \quad \Big| : 2a^2$$

$$(a^2 + 35)^2 = 3\cdot(144a^2 - a^4 + 26a^2 - 169)$$

$$a^4 + 70a^2 + 1225 = 432a^2 - 3a^4 + 78a^2 -$$
$$- 507$$

$$4a^4 - 440a^2 + 1732 = 0 \quad \Big| : 4$$

$$a^4 - 110a^2 + 433 = 0$$

$$a^2 = t$$

$$t^2 - 110t + 433 = 0$$

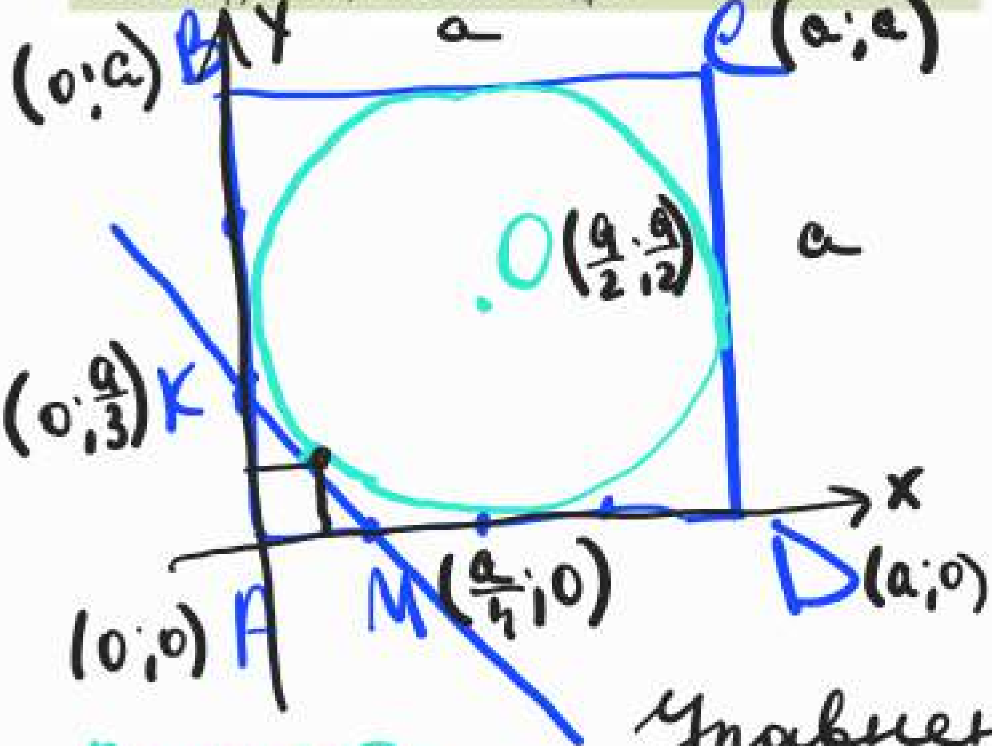
$$\Delta = 110^2 - 4\cdot 433 = 10368 = (72\sqrt{2})^2$$

$$t = \frac{110 + 72\sqrt{2}}{2} = 55 + 36\sqrt{2} = a^2$$

$$S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{(55+36\sqrt{2})\cdot\sqrt{3}}{4} =$$

$$= \frac{55\sqrt{3}+36\sqrt{6}}{4}.$$

Задача 3. На сторонах AB и AD квадрата $ABCD$ взяты точки K и M так, что $3AK = 4AM = AB$. Докажите, что прямая KM касается окружности, вписанной в квадрат.



Впис. окр-ть

$a+c=b+d$

Опис. окр-ть

$\angle A+\angle C=$
$=\angle B+\angle D=$
$=180$

Уравнение окружности:

$$\left(x-\frac{a}{2}\right)^2+\left(y-\frac{a}{2}\right)^2=\left(\frac{a}{2}\right)^2$$

Уравнение прямой KM:

$y=kx+b$

$$\begin{cases} \frac{a}{3}=k\cdot 0+b \\ 0=k\cdot\frac{a}{4}+b \end{cases} \Rightarrow b=\frac{a}{3}, \quad k=-\frac{4}{3}$$

$\frac{a}{4}\cdot k=-\frac{a}{3}$

$k=-\frac{a}{3}:\frac{a}{4}=$

$$y=-\frac{4}{3}x+\frac{a}{3} \quad \Big| \cdot 3$$

$$3y=-4x+a$$

$$\left.\begin{aligned} &3y+4x=a \\ &\left(x-\frac{a}{2}\right)^2+\left(y-\frac{a}{2}\right)^2=\left(\frac{a}{2}\right)^2 \end{aligned}\right\}$$

$$\left(x-\frac{3y+4x}{2}\right)^2+\left(y-\frac{3y+4x}{2}\right)^2=\frac{(3y+4x)^2}{4}$$

$$\left(\frac{2x-3y-4x}{2}\right)^2+\left(\frac{2y-3y-4x}{2}\right)^2=\frac{(3y+4x)^2}{4}$$

$$(-2x-3y)^2+(-y-4x)^2=(3y+4x)^2$$

$$4x^2+12xy+\cancel{9y^2}+y^2+8xy+\cancel{16x^2}=$$

$$=\cancel{9y^2}+24xy+\cancel{16x^2}$$

$$4x^2-4xy=0$$

$$4x(x-y)=0$$

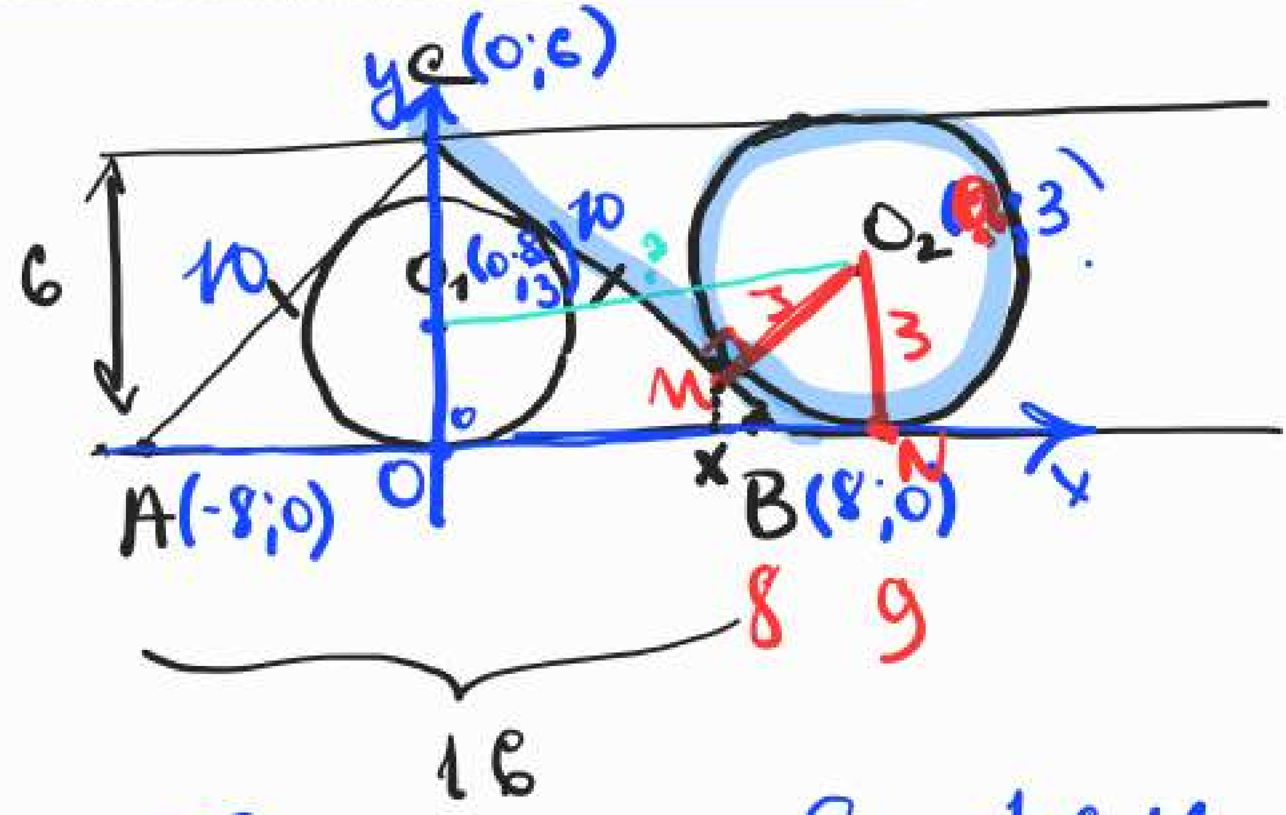
$$x=0 \qquad x-y=0$$

n.k. $\qquad \boxed{x=y}$

Задача 4. В равнобедренном треугольнике ABC ($AB = BC$) проведена высота BD. M – проекция точки D на сторону AB, точка K – середина отрезка DM, N – точка пересечения прямых BK и MC. Доказать, что угол BNC равен $90°$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Задача 5. Расстояние между параллельными прямыми равно 6. На одной из них лежит вершина C, на другой – основание AB равнобедренного треугольника ABC. Известно, что $AB = 16$. Найти расстояние между центрами окружностей, одна из которых вписана в треугольник ABC, а вторая касается данных параллельных прямых и боковой стороны треугольника ABC



$$S = pr \Rightarrow r = \frac{S}{p} = \frac{\frac{1}{2}\cdot 6\cdot 16}{18} = \frac{8}{3}$$

Уравнение окр-ти с центром т. $O_2(a;3)$ и $R = 3$.

$$(x-a)^2 + (y-3)^2 = 3^2.$$

Уравнение прямой BC:

$$y = kx + b$$

$$\begin{cases} 0 = k\cdot 8 + b \\ 6 = k\cdot 0 + b \end{cases}$$

$$b = 6$$

$$k = -\frac{6}{8} = -\frac{3}{4}$$

$$y = -\frac{3}{4}x + 6$$

$$\begin{cases} (x-a)^2 + (y-3)^2 = 9 \\ y = -\frac{3}{4}x + 6 \end{cases}$$

$$(x-a)^2 + \left(-\frac{3}{4}x + 6 - 3\right)^2 = 9$$

$$(x-a)^2 + \left(-\frac{3}{4}x + 3\right)^2 = 9$$

$$x^2 - 2ax + a^2 + \frac{9}{16}x^2 - \frac{9}{2}x + \cancel{9} = \cancel{9}$$

$$\frac{25}{16}x^2 - 2ax - \frac{9}{2}x + a^2 = 0$$

$$\frac{25}{16}x^2 - x\left(2a + \frac{9}{2}\right) + a^2 = 0$$

$$D = \left(2a + \frac{9}{2}\right)^2 - 4 \cdot \frac{25}{16} \cdot a^2 =$$

$$= 4a^2 + 18a + \frac{81}{4} - \frac{25}{4}a^2 =$$

$$= -\frac{9}{4}a^2 + 18a + \frac{81}{4} = 0 \,\Big|\cdot 4$$

$$-9a^2 + 72a + 81 = 0 \,\Big|:(-9)$$

$$a^2 - 8a - 9 = 0$$

$$\begin{cases} a_1 \cdot a_2 = -9 \\ a_1 + a_2 = 8 \end{cases} \quad \boxed{a_1 = 9} \quad a_2 = -1$$

$$O_1O_2 = \sqrt{(9-0)^2 + \left(3^{13} - \frac{8}{3}\right)^2} =$$

$$= \sqrt{81 + \left(\frac{1}{3}\right)^2} = \sqrt{81 + \frac{1}{9}} =$$

$$= \sqrt{\frac{729+1}{9}} = \frac{\sqrt{730}}{3}.$$

СР. СБ

$15^{30} - 17^{00}$ 5-6 $15^{30} - 17^{00}$

$17^{00} - 18^{30}$ 9кл $17^{00} - 18^{30}$

▷ 3. Найдите сумму всех целых m, удовлетворяющих неравенству

$$(m^2 - 3m - 2)(m^2 - 3m - 3) \le 2.$$

$\cancel{(m^2-3m-2)(m^2-3m-3)\le 2}$

$(3{,}9^2-3\cdot 3{,}9-2)\cdot(3{,}9^2-$

$(m^2-3m-2)(m^2-3m-3)=2$

$m^2-3m=x$

$(x-2)(x-3)=2$

$x^2-3x-2x+6=2$

$x^2-5x+4=0$

$x_1=1 \qquad x_2=4$

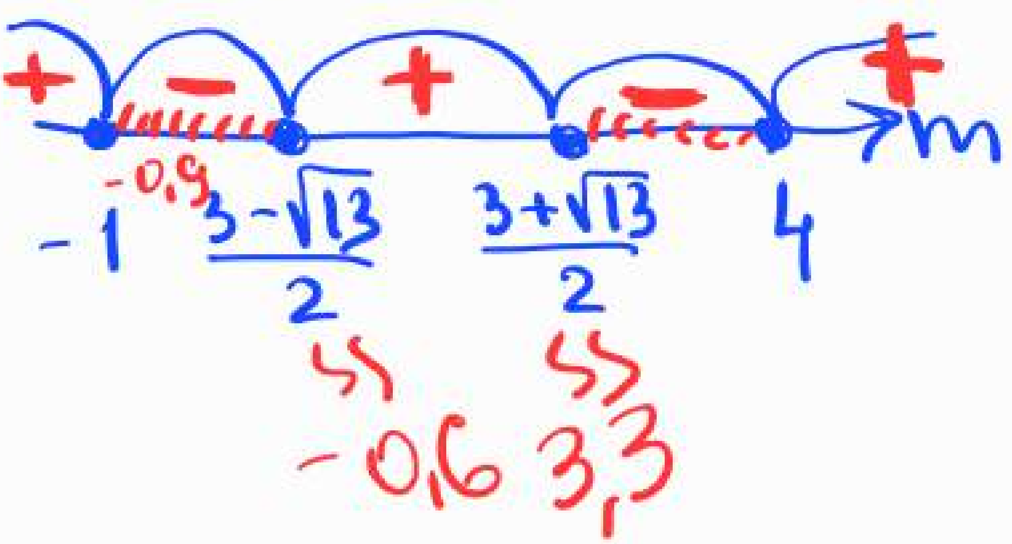
$m^2-3m=1 \qquad m^2-3m=4$

$m^2-3m-1=0 \qquad m^2-3m-4=0$

$m_1=\frac{3+\sqrt{13}}{2} \qquad m_3=4$

$m_2=\frac{3-\sqrt{13}}{2} \qquad m_4=-1$

$(5^2-3\cdot5-2)\cdot(5^2-3\cdot5-3)-2 \quad \begin{matrix}<0\\>0\end{matrix}$



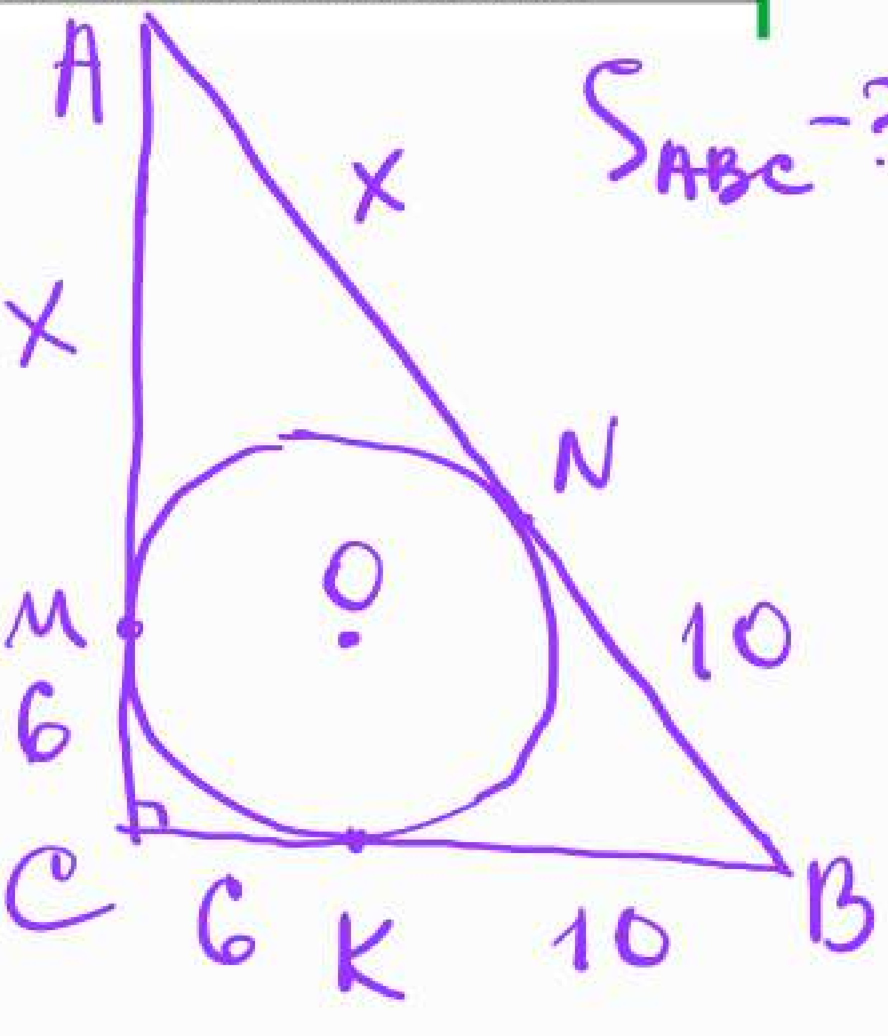
Ответ: 3

$$m \in \left[-1;\ \frac{3-\sqrt{13}}{2}\right] \cup \left[\frac{3+\sqrt{13}}{2};\ 4\right]$$

$\approx -0{,}6$ $\approx 3{,}3$

принадл объединение

▷ 4. В прямоугольный треугольник вписана окружность. Один из катетов делится точкой касания на отрезки 6 и 10, считая от вершины прямого угла. Найдите площадь данного треугольника.



S_{ABC} – ?

$x = 24$

$S = \frac{1}{2} \cdot 30 \cdot 16 = 240$

▷ **6.** Вычислить

$$\sqrt{|40\sqrt{2}-57|}-\sqrt{40\sqrt{2}+57}$$

.

$$|40\sqrt{2}-57|=57-40\sqrt{2}$$

$$\sqrt{57-40\sqrt{2}}-\sqrt{57+40\sqrt{2}}=$$

$$=\sqrt{(5-4\sqrt{2})^2}-\sqrt{(5+4\sqrt{2})^2}=$$

$$=\cancel{4\sqrt{2}}-5-5\cancel{-4\sqrt{2}}=-10.$$

$$\underset{25}{5^2}-\underset{2\cdot \underbrace{20\sqrt{2}}_{ab}}{40\sqrt{2}}+\underset{32}{(4\sqrt{2})^2}$$

$a \quad b$

$5 \quad 4\sqrt{2}$