

Laboratorio di Fisica 1

R10: Taratura di una termocoppia

Gruppo 15: Bergamaschi Riccardo, Moglia Simone, Graiani Elia

30/04/2024 – 07/05/2024

Sommario

Il gruppo di lavoro ha determinato la curva di calibrazione di una termocoppia sfruttando punti fissi, ovvero temperature note, di svariate sostanze chimiche.

0 Materiali e strumenti di misura utilizzati

Strumento di misura	Soglia	Portata	Sensibilità
Termocoppia (tipo K)	-6.03 mV	50.64 mV	0.01 mV
Cronometro	0.01 s	N./A.	0.01 s
Termometro ambientale	$-10.0\text{ }^{\circ}\text{C?}$	$50.64\text{ }^{\circ}\text{C?}$	$0.5\text{ }^{\circ}\text{C}$
Altro	Descrizione/Note		
Campioni di sostanze chimiche	Azoto liquido, acqua distillata, etanolo, galio, e indio.		
Amplificatore di voltaggio	Amplifica di un fattore 100 il voltaggio rilevato dalla termocoppia, rendendo possibile l'acquisizione dati.		
Fornelletto e pentolino	Per scaldare i campioni.		
Cacciavite	Utilizzato per collegare la termocoppia all'interfaccia.		
Guanto da forno, pinzette, presine e contenitori isolanti	Per maneggiare i campioni in sicurezza.		

1 Esperienza e procedimento di misura

1. Posizioniamo una giunzione della termocoppia (che d'ora in poi indicheremo come "giunzione fissa") in un miscuglio di acqua distillata (solida e liquida) alla temperatura costante di (273.1 ± 0.1) K.
2. Per ogni punto fisso, individuiamo il voltaggio ΔV misurato dalla termocoppia, con la giunzione libera immersa nel campione, quando quest'ultimo effettua la transizione di fase. Tale fenomeno è individuabile nel grafico di ΔV in funzione del tempo in quanto si presenta come un plateau: la temperatura è infatti costante fino al termine della transizione di fase.
3. Dopo ogni acquisizione, misuriamo la temperatura ambiente con il termometro ambientale, per assicurarci che non sia variata (al netto della sensibilità dello strumento). Per tutte le acquisizioni, abbiamo rilevato $(21.0 \pm 0.5)^\circ\text{C} = (294.1 \pm 0.5)$ K

Di seguito indichiamo i passaggi necessari, caso per caso, al raggiungimento dei diversi punti fissi, unitamente alle rispettive temperature (note a priori).

Acqua (fusione) e azoto (ebollizione)

Temperature: rispettivamente, (273.1 ± 0.1) K e (77.3 ± 0.1) K

Data la considerevole quantità di ghiaccio e azoto liquido ed essendo entrambe le temperature di transizione di fase minori della temperatura ambiente, i passaggi di stato avvengono spontaneamente e per lungo tempo.

Questo ha permesso al gruppo di lavoro, in entrambi i casi, di inserire direttamente la giunzione nella miscela tra le due fasi, senza la necessità di svolgere passaggi ulteriori.

Acqua (ebollizione)

Temperatura: (373.1 ± 0.1) K

L'unica differenza con il caso precedente è la spontaneità della transizione di fase: il gruppo di lavoro ha pertanto, preliminarmente, portato a bollire una considerevole quantità d'acqua distillata, scaldandola nel pentolino.

È stato poi sufficiente immergere la giunzione nell'acqua in ebollizione.

Etanolo, indio e gallio (fusione)

Temperature: rispettivamente, (158.8 ± 0.1) K, (302.9 ± 0.1) K e (429.7 ± 0.1) K

A differenza dei precedenti, in questi casi i campioni hanno massa relativamente ridotta, per cui la transizione di fase è breve. È necessario dunque svolgere i seguenti passaggi:

1. Per prima cosa, se il campione non era già allo stato liquido (è il caso di indio e gallio), lo abbiamo portato alla fusione una prima volta fornendogli calore.
2. Con il campione in fase liquida, è stato possibile immergervi completamente la giunzione libera della termocoppia, per poi portare il tutto alla solidificazione sottraendo calore al sistema.
3. Soltanto a questo punto è stato possibile portare nuovamente il campione al punto di fusione, dopo aver avviato l'acquisizione dati.

L'indio è stato scaldato in un crogiolo, a contatto con il fornello; il gallio, invece, è stato scaldato a bagnomaria, ovvero immerso nel pentolino pieno d'acqua. Entrambi sono stati invece raffreddati semplicemente lasciandoli riposare a temperatura ambiente.

L'etanolo, al contrario, essendo liquido a (294.1 ± 0.5) K, è stato raffreddato immergendolo nell'azoto liquido e riscaldato estraendolo da quest'ultimo.

***Nota.** Il gruppo di lavoro ha acquisito dati durante la fusione, e non direttamente durante il congelamento, per evitare di incorrere nel fenomeno del sottoraffreddamento: sostanze come l'etanolo e il gallio, infatti, possono raffreddarsi al di sotto del punto di fusione senza cambiare fase, per poi solidificare velocemente se perturbati.*

2 Analisi dei dati raccolti

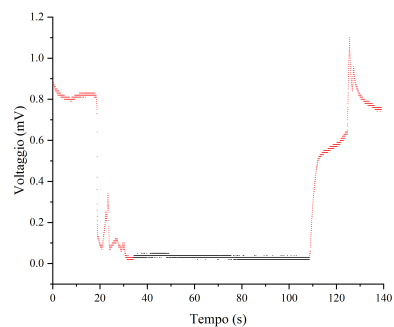
2.1 ΔV dei punti fissi

Di seguito riportiamo, per ogni punto fisso, il relativo grafico dei dati raccolti $\Delta V(t)$.

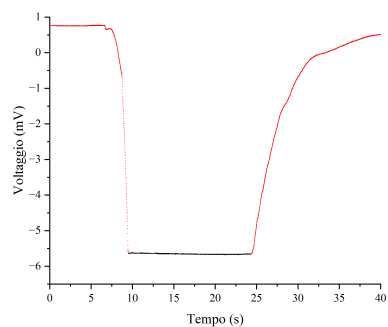
A causa della presenza di rumore, abbiamo scelto di considerare come variazione di potenziale associata ad ogni punto fisso la media di tutti i punti che compongono il rispettivo plateau (evidenziato in nero).¹

¹L'errore sulla media è stato pertanto calcolato come di consueto:

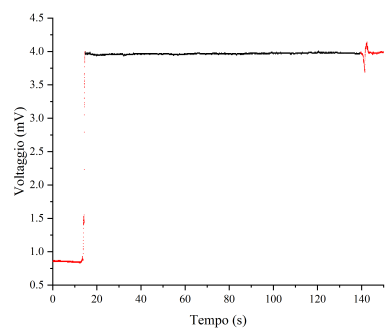
$$\sigma_{\overline{\Delta V}} = \frac{\sigma_{\Delta V}}{\sqrt{N}}$$



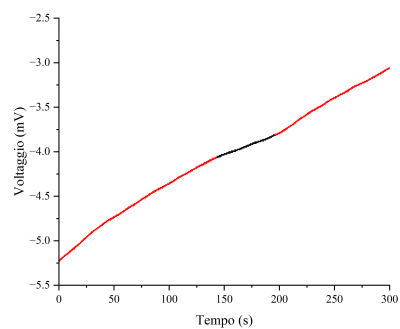
Acqua (fusione)
 $\Delta V = (0.032 \pm 0.007) \text{ mV}$



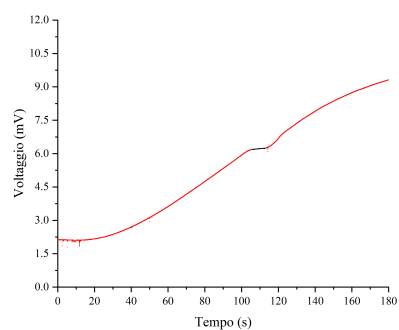
Azoto (ebollizione)
 $\Delta V = (-5.652 \pm 0.013) \text{ mV}$



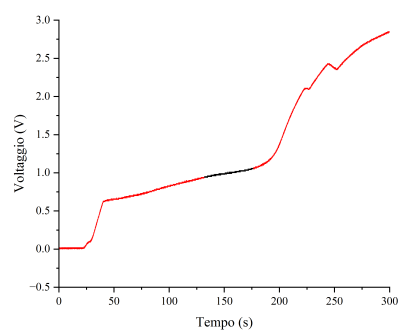
Acqua (ebollizione)
 $\Delta V = (3.967 \pm 0.010) \text{ mV}$



Etanolo (fusione)
 $\Delta V = (-3.94 \pm 0.07) \text{ mV}$



Indio (fusione)
 $\Delta V = (6.214 \pm 0.017) \text{ mV}$



Gallio (fusione)
 $\Delta V = (1.00 \pm 0.03) \text{ mV}$

2.2 Curva caratteristica della termocoppia

Per determinare la curva di calibrazione il gruppo di lavoro ha effettuato tre regressioni polinomiali, con polinomi di primo, secondo e terzo grado.

Abbiamo considerato come variabile indipendente la temperatura (in K) e come variabile dipendente la differenza di potenziale (in mV).

In alcune misurazioni di $\Delta V(t)$ (in particolare: ebollizione e fusione dell'acqua, ebollizione dell'azoto e fusione del gallio) avevamo iniziato ad acquisire dati a temperatura ambiente: questo ci ha permesso di effettuare una valutazione dell'accuratezza delle curve ottenute, determinando T_{ambiente} per interpolazione.

Quest'ultima è stata effettuata determinando, in tutti e tre i casi, l'unica soluzione accettabile dell'equazione (in $T_{\text{ambiente,interpolata}}$):

$$\Delta V_{\text{regressione}}(T_{\text{ambiente,interpolata}}) - \Delta V_{\text{ambiente}} = 0 \text{ mV}$$

con $\Delta V_{\text{ambiente}} = (0.85 \pm 0.01) \text{ mV}$, media delle differenze di potenziale registrate a temperatura ambiente. L'errore su $T_{\text{ambiente,interpolata}}$ è stato allora calcolato mediante la tradizionale propagazione degli errori.

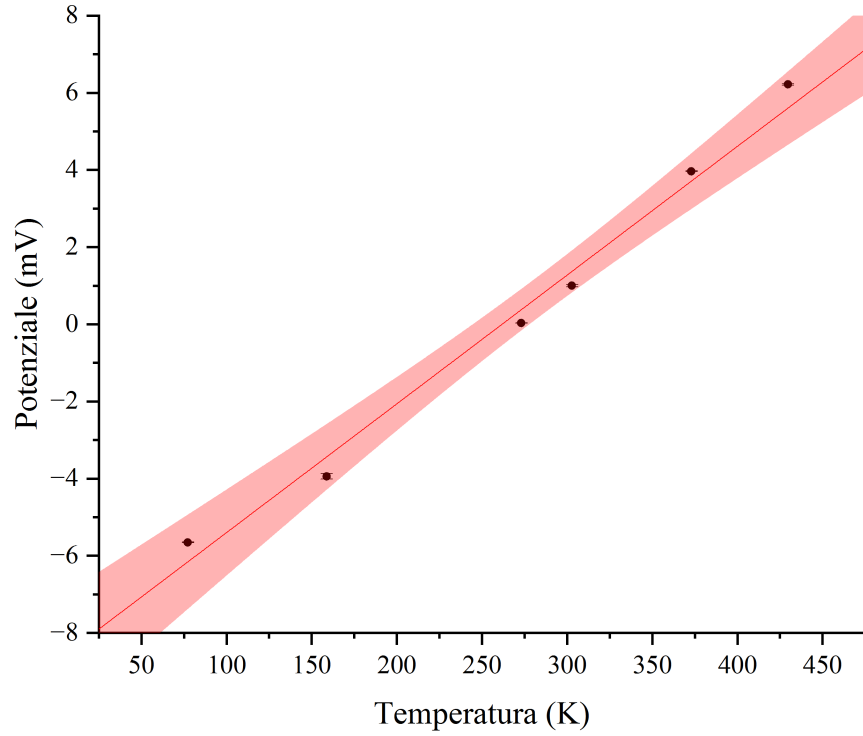
Infine, per valutare numericamente l'accuratezza di ogni curva, abbiamo calcolato, per ciascuna, il seguente valore (numero puro):

$$\varepsilon = \frac{(T_{\text{ambiente,interpolata}})_{\text{best}} - (T_{\text{ambiente,misurata}})_{\text{best}}}{\delta T_{\text{ambiente,interpolata}} + \delta T_{\text{ambiente,misurata}}}$$

Questo indice gode delle seguenti proprietà:

- $T_{\text{ambiente,interpolata}}$ è consistente con $T_{\text{ambiente,misurata}}$ se e solo se $|\varepsilon| \leq 1$.
- Se $\varepsilon > 0$, allora $T_{\text{ambiente,interpolata}}$ è una sovrastima di $T_{\text{ambiente,misurata}}$; viceversa, se $\varepsilon < 0$, allora si tratta di una sottostima.
- Più ε è vicino a 0, più accurata è la stima di T_{ambiente} ottenuta mediante interpolazione (e, di conseguenza, anche la stima della curva).

Di seguito riportiamo i grafici di tutte e tre le curve, accompagnati dalle rispettive equazioni e dai valori di $T_{\text{ambiente,interpolata}}$ e ε . Esplicitiamo, inoltre, l'errore relativo su $T_{\text{ambiente,interpolata}}$, in quanto indice della *precisione* dell'interpolazione — contrapposto al sopra citato ε .



In rosso, la curva di regressione; in rosa, la sua regione di incertezza.

Equazione della curva di regressione:

$$\Delta V_{\text{lineare}}(T) = (3.337 \pm 0.005) \cdot 10^{-2} \text{ mV K}^{-1} \cdot T + (-8.735 \pm 0.015) \text{ mV}$$

Soluzione di $\Delta V_{\text{lineare}}(T_{\text{ambiente}}) - \Delta V_{\text{ambiente}} = 0 \text{ mV}$:

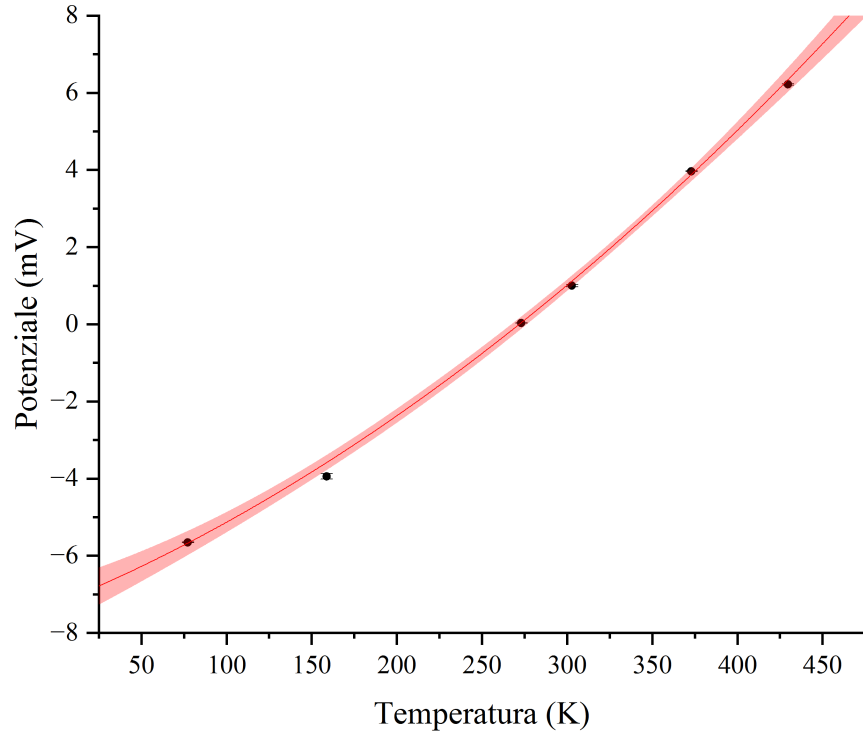
$$T_{\text{ambiente}} = (287.3 \pm 0.9) \text{ K} = (14.1 \pm 0.9) ^\circ\text{C}$$

Stima dell'accuratezza rispetto a $T_{\text{ambiente, misurata}}$:

$$\varepsilon_{\text{lineare}} \simeq -5.021$$

Stima della precisione (errore relativo):

$$\frac{\delta T_{\text{lineare}}}{T_{\text{lineare}}} \simeq 0.30\%$$



In rosso, la curva di regressione; in rosa, la sua regione di incertezza.

Equazione della curva di regressione:

$$\begin{aligned}\Delta V_{\text{quadratica}}(T) &= (3.13 \pm 0.04) \cdot 10^{-5} \text{ mV K}^{-2} \cdot T^2 \\ &\quad + (1.82 \pm 0.02) \cdot 10^{-2} \text{ mV K}^{-1} \cdot T \\ &\quad + (-7.26 \pm 0.02) \text{ mV}\end{aligned}$$

Soluzione (accettabile) di $\Delta V_{\text{quadratica}}(T_{\text{ambiente}}) - \Delta V_{\text{ambiente}} = 0 \text{ mV}$:

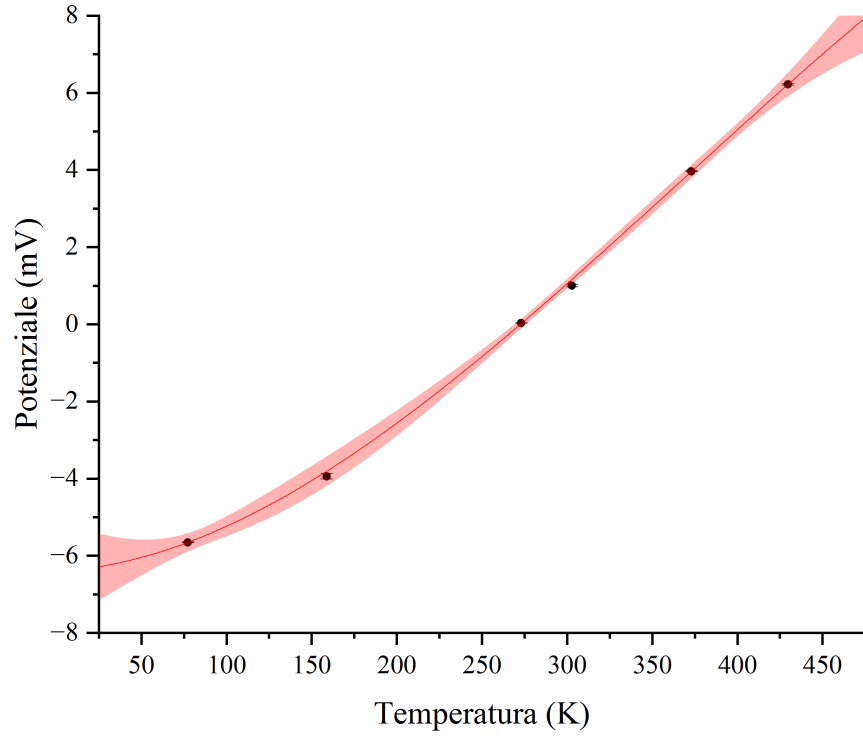
$$T_{\text{ambiente}} = (295.6 \pm 2.1) \text{ K} = (22.4 \pm 2.1) ^\circ\text{C}$$

Stima dell'accuratezza rispetto a $T_{\text{ambiente, misurata}}$:

$$\varepsilon_{\text{quadratica}} \simeq 0.558$$

Stima della precisione (errore relativo):

$$\frac{\delta T_{\text{quadratica}}}{T_{\text{quadratica}}} \simeq 0.72\%$$



In rosso, la curva di regressione; in rosa, la sua regione di incertezza.

Equazione della curva di regressione:

$$\begin{aligned}\Delta V_{\text{cubica}}(T) = & (-9.4 \pm 0.8) \cdot 10^{-8} \text{ mV K}^{-3} \cdot T^3 \\ & + (10.3 \pm 0.6) \cdot 10^{-5} \text{ mV K}^{-2} \cdot T^2 \\ & + (0.23 \pm 0.14) \cdot 10^{-2} \text{ mV K}^{-1} \cdot T \\ & + (-6.41 \pm 0.08) \text{ mV}\end{aligned}$$

Soluzione (accettabile) di $\Delta V_{\text{cubica}}(T_{\text{ambiente}}) - \Delta V_{\text{ambiente}} = 0 \text{ mV}$:

$$T_{\text{ambiente}} = (294.8 \pm 18.2) \text{ K} = (21.6 \pm 18.2) ^\circ\text{C}$$

Stima dell'accuratezza rispetto a $T_{\text{ambiente, misurata}}$:

$$\varepsilon_{\text{cubica}} \simeq 0.037$$

Stima della precisione (errore relativo):

$$\frac{\delta T_{\text{cubica}}}{T_{\text{cubica}}} \simeq 6.18\%$$

3 Conclusioni

Osservando i valori di ε risulta ben chiaro che T_{lineare} non è affatto compatibile con T_{misurata} : possiamo dedurne che il modello lineare non si adatta bene ai dati da noi raccolti.²

Al contrario, sia il modello quadratico che quello cubico ci hanno permesso di interpolare la temperatura ambiente con successo. Si osservi che $|\varepsilon_{\text{cubica}}| < |\varepsilon_{\text{quadratica}}|$: ciò suggerisce una maggiore accuratezza del modello cubico rispetto a quello quadratico.

Tuttavia, è semplice notare che l'errore relativo su T_{cubica} è nettamente superiore a quello di $T_{\text{quadratica}}$: il gruppo di lavoro ritiene che il motivo principale di questa differenza sia la complessità della funzione risolutiva utilizzata per calcolare $T_{\text{ambiente,interpolata}}$ e della sua derivata, utilizzata nel calcolo dell'errore.

Ricordiamo, inoltre, che nel modello cubico è presente, naturalmente, un parametro in più rispetto al modello quadratico; parametro a cui è associato un errore che contribuisce ulteriormente all'incertezza su $T_{\text{ambiente,interpolata}}$.

In conclusione, il gruppo di lavoro ha ritenuto l'esperienza avvenuta con successo.

²A dire il vero $\varepsilon_{\text{lineare}} < -1$ non ne è l'unico indizio: anche solo l'errore sui parametri della regressione, o la distribuzione dei punti nel grafico, suggeriscono un chiaro andamento (perlomeno) quadratico.