

# Laboratorio di Fisica 1

## R3: Misura del modulo del campo gravitazionale locale

Gruppo 17: Bergamaschi Riccardo, Graiani Elia, Moglia Simone

18/10/2023 – 25/10/2023

### Sommario

Il gruppo di lavoro ha misurato indirettamente il modulo del campo gravitazionale locale ( $\vec{g}$ ) con due metodi distinti: dapprima facendo cadere due palline da ferme, successivamente tenendo conto di distanze diverse e velocità iniziali diverse.

## 0 Materiali e strumenti di misura utilizzati

Strumento di misura	Soglia	Portata	Sensibilità
Due fototraguardi con contatore di impulsi	1 $\mu$ s	99 999 999 $\mu$ s	1 $\mu$ s
Metro a nastro	0.1 cm	300.0 cm	0.1 cm
Micrometro ad asta filettata	0.01 mm	25.00 mm	0.01 mm
Altro	Descrizione/Note		
Sistema di sgancio elettropneumatico	Usato, tramite comando manuale, per rilasciare le sferette in modo riproducibile.		
Livella	Utile per assicurarsi che i fototraguardi siano orizzontali.		
Due sferette	Indicheremo con $A, B$ le due sferette.		

## 1 Caduta libera dallo stato di quiete

### 1.1 Esperienza e procedimento di misura

1. Misuriamo con il metro a nastro la distanza  $d_0$  tra il centro del pistone del sistema di sgancio e un fototraguardo e con il micrometro ad asta filettata i diametri  $\varnothing_A, \varnothing_B$  delle due sferette.  
Nel nostro caso,  $d_0 = (125.8 \pm 0.3)$  cm.

**Nota.** Il gruppo di lavoro ha stimato  $\delta d_0 = 0.3 \text{ cm}$  nonostante la sensibilità del metro sia notevolmente inferiore, a causa della difficoltà nel determinare il centro del pistone e la posizione precisa del fascio a infrarossi del fototraguardo.

2. Acceso e impostato adeguatamente il contatore di impulsi, misuriamo 100 volte il tempo di caduta di ogni sferetta  $s \in \{A; B\}$  fra il sistema di sgancio e il fototraguardo.

**Notazione.** Indicheremo con  $(t_s)_i$  ogni  $i$ -esima misura del tempo di caduta ( $i \in [0; 100) \cap \mathbb{N}$ ), mentre con  $\overline{t_s}$  il tempo di caduta medio. In particolare:

$$\delta(\overline{t_s}) = \sigma_{\overline{t_s}} = \frac{\sigma_{t_s}}{\sqrt{100}} = \frac{\sigma_{t_s}}{10}.$$

**Osservazione.** Poiché il pistone tiene ferma la sferetta per la parte centrale, mentre il fototraguardo rileva il passaggio della pallina nel momento in cui il suo punto più basso interrompe il fascio di luce (infrarossa), la distanza percorsa dalla sferetta  $s$  nel tempo misurato non sarà semplicemente  $d_0$ , bensì  $d_0 - \frac{1}{2}\varnothing_s$ .

## 1.2 Analisi dei dati raccolti e conclusioni

Fissato un sistema di riferimento solidale all'apparato di misura, con origine nella posizione di partenza delle sferette e  $\hat{x} = \hat{g}$ , possiamo scrivere la seguente legge del moto:

$$x(t) = \frac{1}{2}gt^2$$

La norma di  $\vec{g}$  misurata indirettamente è allora ricavabile da:

$$g_s = \frac{2d_0 - \varnothing_i}{(\overline{t_s})^2} \quad (1)$$

dove l'errore su  $g_s$  segue dalla propagazione degli errori su  $d_0$ ,  $\varnothing_s$  e  $\overline{t_s}$ .

Di seguito riportiamo gli istogrammi dei tempi e i valori di  $g$  così ottenuti. Per confrontare queste misure indirette ( $g_A$  e  $g_B$ ) con il valore atteso, ovvero

$$g = (9.806 \pm 0.001) \text{ m/s}^2,$$

valutiamo, per ogni sferetta  $s$ , la seguente quantità:

$$\varepsilon_s = \frac{(g_s)_{\text{best}} - g_{\text{best}}}{\delta g_s + \delta g}$$

Allora la misura  $g_s$  da noi ottenuta è compatibile con  $g$  se e solo se  $|\varepsilon_s| \leq 1$ ; inoltre, dal segno di  $\varepsilon_s$  è possibile sapere se  $g_s$  misurata è una sovrastima ( $\varepsilon_s > 0$ ) o una sottostima ( $\varepsilon_s < 0$ ).

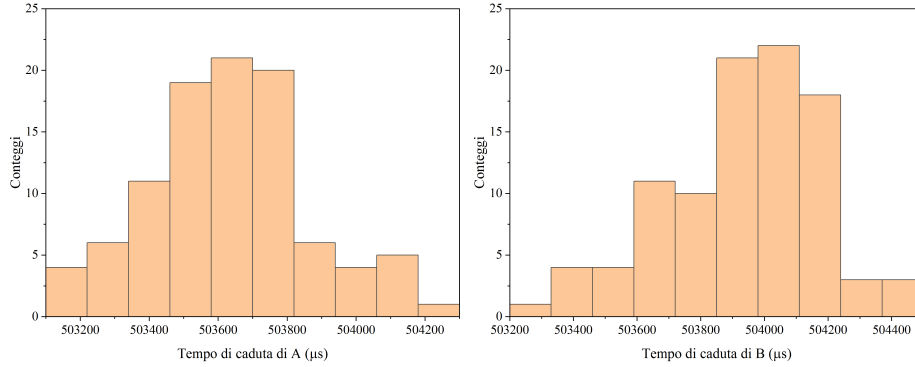


Figura 1: Istogrammi dei dati raccolti ( $t_A$  e  $t_B$ )

$s$	$\varnothing_s$ (mm)	$\bar{t}_s$ (ms)	$g_s$ (m/s <sup>2</sup> )	$\varepsilon_s$
A	$24.62 \pm 0.01$	$503.63 \pm 0.02$	$9.82 \pm 0.02$	$+0.68$
B	$22.23 \pm 0.01$	$503.93 \pm 0.02$	$9.82 \pm 0.02$	$+0.59$

Le misure di  $g$  ottenute sono pertanto ampiamente consistenti con il valore atteso.

**Osservazione.** Dai valori di  $\varepsilon$  non emerge una differenza significativa fra le due sferette. In particolare, sembra che l'attrito viscoso dell'aria abbia agito in maniera trascurabile (come ci aspettavamo).

Tuttavia, dopo una più attenta analisi, è comunque possibile notare una tendenza: in media, la sferetta con raggio maggiore ha percorso la stessa distanza in un tempo leggermente minore. Pertanto, ciò potrebbe suggerire un effetto molto ridotto dell'attrito dell'aria; questa tendenza però non è rispecchiata dai valori di  $\varepsilon$ , probabilmente a causa di una sovrastima della distanza  $d_0$ . Si noti infatti che dal segno degli  $\varepsilon$ , entrambe le misure di  $g$  sono risultate sovrastime, mentre, nell'equazione (1),  $d_0$  è al numeratore.

## 2 Caduta libera con velocità iniziale

1. Consideriamo la distanza tra i due fototraguardi e impostiamo i fotodiodi del contatore su A+B.
2. Usando solo
  - (a) Appeso il campione alla molla, allineiamo i due fototraguardi aiutandoci con la livella, in modo tale che possano rilevare le oscillazioni nel modo più accurato possibile;

- (b) Tiriamo leggermente il campione verso il basso e poi lo rilasciamo, in modo che il sistema molla inizi a oscillare con direzione il più possibile parallela a  $\vec{g}$ ;
  - (c) Attesa la stabilizzazione dell'oscillazione, avviamo l'acquisizione della misura di un tempo (20 periodi)  $20T_i$ .
  - (d) Ripetiamo molte volte (in tutto  $N_{20T_i}$ ) i punti (b) e (c). In particolare,  $N_{20T_A} = N_{20T_B} = 25$  e  $N_{20T_C} = N_{20T_{A+B}} = 30$ .
3. Infine, misuriamo con la bilancia, separatamente, la massa della molla  $m_m$  e la massa del gancio  $m_g$ .

Infatti, nel caso dinamico, il contributo di queste masse *non* si annulla; in particolare, la massa del gancio contribuisce appieno (in quanto è solidale col grave), mentre la massa della molla contribuisce per circa  $\frac{1}{3}$ . La massa effettiva da considerare per ogni grave sarà allora:

$$((m_{\text{eff}})_i)_{\text{best}} = (m_i)_{\text{best}} + (m_g)_{\text{best}} + \frac{1}{3}(m_m)_{\text{best}}$$

$$\delta(m_{\text{eff}})_i = \delta m_i + \delta m_g + \frac{1}{3}\delta m_m$$

Di seguito sono riportate le distribuzioni dei dati raccolti:

Figura 2: Istogrammi dei periodi delle oscillazioni di  $A$  e  $B$

Figura 3: Istogrammi dei periodi delle oscillazioni di  $C$  e  $A + B$

Poiché i nostri dati hanno assunto distribuzioni grossolanamente approssimabili a gaussiane, possiamo procedere al calcolo di  $k$ , utilizzando, per ogni grave  $i$ , i seguenti valori:

$$(20T_i)_{\text{best}} = \overline{20T_i} \quad \wedge \quad \delta(20T_i) = \sigma_{20T_i} = \frac{\sigma_{20T_i}}{\sqrt{N_{20T_i}}}$$

dove  $\overline{20T_i}$  e  $\sigma_{20T_i}$  indicano rispettivamente media e deviazione standard dei tempi.

Per determinare la costante elastica della molla, abbiamo effettuato una regressione lineare (stavolta pesata) sui quadrati dei valori medi dei tempi  $(T_i^2)$ , con  $\delta T_i^2 = 5 \cdot 10^{-3} (20T_i)_{\text{best}} \delta(20T_i)$  rispetto alla massa  $(m_{\text{eff}})_i$ , facendo riferimento alla relazione  $T_i^2 = \frac{4\pi^2}{k} (m_{\text{eff}})_i$ . Allora, detto  $b$  il coefficiente angolare

---

<sup>2</sup>La formula per l'errore su  $T_i^2$  segue direttamente dalla propagazione degli errori:

$$\frac{\delta T_i^2}{(T_i^2)_{\text{best}}} = 2 \frac{\delta T_i}{(T_i)_{\text{best}}} \quad \delta T_i^2 = 2 (T_i)_{\text{best}} \delta T_i \quad \delta T_i^2 = \frac{(20T_i)_{\text{best}} (\delta 20T_i)}{200}$$

da cui quanto riportato sopra. Si osservi che  $\delta T_i^2$  dipende da  $(20T_i)_{\text{best}}$ : proprio questo è il motivo dietro alla scelta del metodo pesato per la regressione lineare.

della retta di regressione, varrà:

$$k_{\text{best}} = \frac{4\pi^2}{b_{\text{best}}} \quad \wedge \quad \frac{\delta k}{k_{\text{best}}} = \frac{\delta b}{b_{\text{best}}}$$

Si noti che, anche in questo caso, l'intercetta  $a$  della retta dev'essere compatibile con 0.

Di seguito è riportata la retta di regressione, assieme ai risultati ottenuti:

Figura 4: La retta di regressione (in rosso) e la sua regione di incertezza (in rosa).

- $a = (0.02 \pm 0.19) \text{ cm}$  (compatibile con 0)
- $b = (4.604 \pm 0.002) \cdot 10^{-4} \text{ s}^2/\text{g} = (46.04 \pm 0.02) \cdot 10^{-2} \text{ s}^2/\text{kg}$
- $k = (85.74 \pm 0.04) \text{ N/m}$

### 3 Conclusioni

Per valutare numericamente la consistenza tra i due valori di  $k$  ottenuti, abbiamo calcolato il seguente valore (numero puro):

$$\varepsilon = \frac{|(k_{\text{statica}})_{\text{best}} - (k_{\text{dinamica}})_{\text{best}}|}{\delta k_{\text{statica}} + \delta k_{\text{dinamica}}}$$

Allora  $k_{\text{statica}}$  e  $k_{\text{dinamica}}$  sono consistenti se e solo se  $\varepsilon \leq 1$ .

Nel nostro caso,  $\varepsilon = 1.33$ . Il gruppo di lavoro ha ipotizzato che questa inconsistenza (comunque contenuta, seppur non trascurabile) fra le due misure possa essere ragionevolmente giustificata dalla difficoltà incontrata nel ridurre al minimo le oscillazioni in direzione perpendicolare a  $\vec{g}$ ; considerato inoltre che la posizione dei fototraguardi non era ottimale, ciò potrebbe avere ulteriormente influenzato la distribuzione dei tempi. È in effetti possibile osservare che le distribuzioni da noi ottenute non sono, il più delle volte, del tutto simmetriche: la moda sembra essersi spostata leggermente a sinistra – un possibile sintomo dell'influenza di un errore sistematico sulle misure.