

# Laboratorio di Fisica 1

## R11: Calorimetro ad azoto liquido

Gruppo 15: Bergamaschi Riccardo, Graiani Elia, Moglia Simone

14/05/2024 – 21/05/2024

### Sommario

Mediante un calorimetro ad azoto liquido, il gruppo di lavoro ha misurato i calori specifici di quattro campioni; preliminarmente, è stato necessario determinare il calore latente di vaporizzazione dell'azoto.

## 0 Materiali e strumenti di misura utilizzati

Strumento di misura	Soglia	Portata	Sensibilità
Amperometro	0.001 A	N./A.	0.001 A
Voltmetro	0.01 V	N./A.	0.01 V
Cronometro	0.01 s	99.99 s	0.01 s
Bilancia di precisione	0.01 g	4000.0 g	0.01 g <sup>1</sup>

Altro	Descrizione/Note
Calorimetro	Quasi adiabatico, dotato di un coperchio con un foro centrale per potervi immergere i materiali e permettere la fuoriuscita dell'azoto gassoso.
Azoto liquido	Contenuto nel calorimetro
Resistenza	Fissata all'interno del coperchio, fornisce calore all'azoto liquido.
Videocamera	Utilizzata per acquisire i dati mostrati dal cronometro e della bilancia di precisione contemporaneamente.
Generatore	Fornisce corrente elettrica al circuito, composto dall'amperometro (collegato in serie) e da voltmetro e resistenza (collegati in parallelo).
Quattro campioni metallici noti	Li chiameremo $\Xi$ , $\Delta$ , $\aleph$ , $\nabla$ .

---

<sup>1</sup>Per misure superiori a 2000.00 g, la sensibilità è 0.1 g

# 1 Misura del calore latente di vaporizzazione dell'azoto

## 1.1 Esperienza e procedimento di misura

1. Posto il calorimetro sopra alla bilancia di precisione, avviamo l'acquisizione del filmato.
2. Dopo almeno una decina di secondi, accendiamo il generatore in modo da fornire calore all'azoto per mezzo della resistenza.
3. Mediante il voltmetro e l'amperometro, misuriamo, rispettivamente, la differenza di potenziale ( $\Delta V$ ) ai capi della resistenza e l'intensità di corrente ( $i$ ) sviluppate dal generatore<sup>1</sup>.
4. Passato circa un minuto, spegniamo il generatore per interrompere lo scambio di calore e, dopo almeno un'altra decina di secondi, terminiamo la registrazione del filmato.

Il gruppo di lavoro ha effettuato questi passaggi due volte: la prima, chiudendo il foro del coperchio con un tappo; la seconda, lasciandolo aperto.

## 1.2 Analisi dei dati raccolti

Essendo l'azoto a temperatura di ebollizione, possiamo esprimere la quantità di calore assorbito ( $\delta Q$ ) in un intervallo di tempo  $\Delta t$  in funzione della massa di azoto evaporata ( $-\Delta m$ ):

$$\delta Q = -\lambda_{\text{vap}} \Delta m$$

dove la costante  $\lambda_{\text{vap}}$  è detta "calore latente di vaporizzazione".

Assumendo le dispersioni di energia trascurabili, possiamo considerare  $\delta Q$  pari al calore sviluppato dalla resistenza per effetto Joule. Vale allora:

$$\delta Q = \mathcal{P} \cdot \Delta t = i \cdot \Delta V \cdot \Delta t$$

da cui:

$$\lambda_{\text{vap}} = \frac{i \cdot \Delta V \cdot \Delta t}{-\Delta m} = \frac{i \cdot \Delta V}{-\gamma} \quad \text{avendo posto} \quad \gamma = \frac{\Delta m}{\Delta t}.$$

Visionando il filmato, il gruppo di lavoro ha raccolto, a intervalli di tempo regolari, la misura della massa di azoto liquido indicata dalla bilancia.

Chiaramente, non essendo il calorimetro perfettamente adiabatico, la massa di azoto diminuisce anche quando la resistenza è spenta. Per tenere conto di questo errore sistematico, abbiamo effettuato tre regressioni lineari (con coefficienti angolari  $\alpha_1, \beta, \alpha_2$ ) sui dati raccolti, rispettivamente prima, durante e dopo lo scambio di calore con la resistenza. Abbiamo quindi calcolato:

$$\gamma = \beta - \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}.$$

---

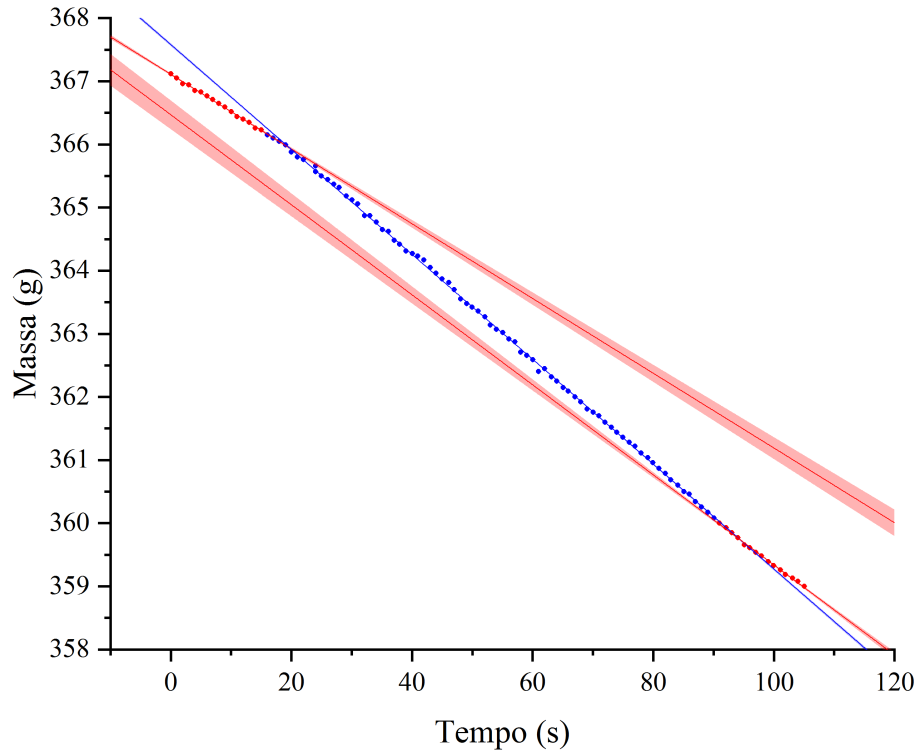
<sup>1</sup>In entrambe le misurazioni, abbiamo rilevato  $\Delta V = (3.27 \pm 0.01) \text{ V}$  e  $i = (1.636 \pm 0.001) \text{ A}$ .

Di seguito riportiamo graficamente i dati acquisiti, accompagnati dalle rette di regressione e dai valori di  $\gamma$  e  $\lambda_{\text{vap}}$  calcolati.

**Nota.** La struttura di entrambi i grafici è la seguente:

- in blu, i dati raccolti con la resistenza accesa e la relativa retta di regressione (la cui zona di incertezza, estremamente ridotta, è rappresentata in azzurro);
- in rosso, i dati raccolti con la resistenza spenta e le rispettive rette di regressione (le cui zone di incertezza sono rappresentate in rosa);
- sono inoltre riportate le barre di errore, tuttavia così ridotte da risultare invisibili.

### 1.2.1 Prima acquisizione: foro chiuso

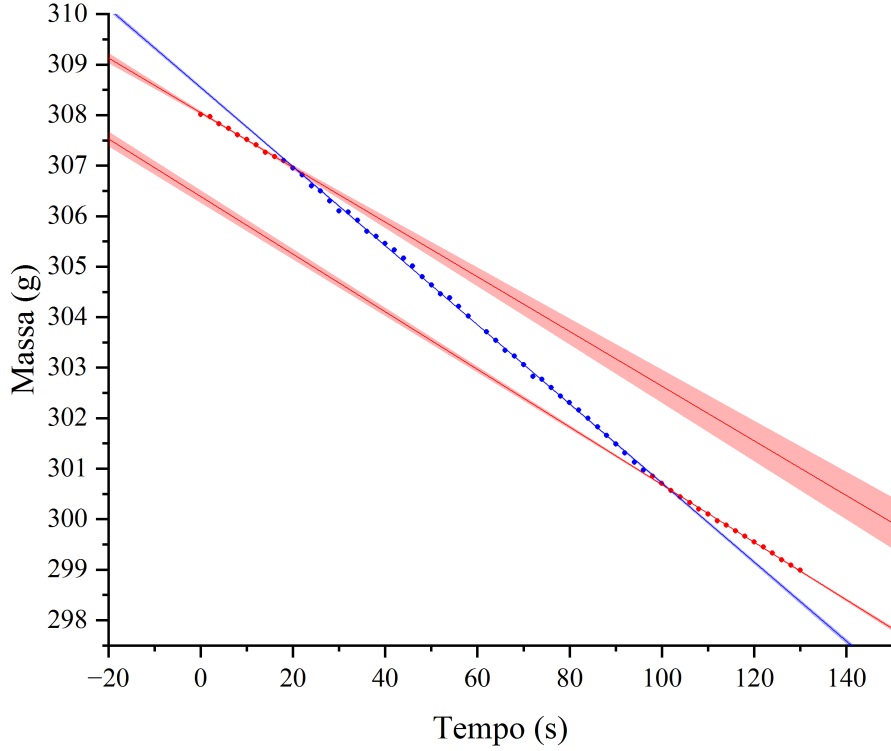


$$\alpha_{1,\text{chiuso}} = (-59.2 \pm 0.5) \cdot 10^{-6} \text{ kg/s} \quad \beta_{\text{chiuso}} = (-83.06 \pm 0.05) \cdot 10^{-6} \text{ kg/s}$$

$$\alpha_{2,\text{chiuso}} = (-71.3 \pm 0.5) \cdot 10^{-6} \text{ kg/s} \quad \gamma_{\text{chiuso}} = (-17.8 \pm 0.6) \cdot 10^{-6} \text{ kg/s}$$

$$\lambda_{\text{vap,chiuso}} = (3.00 \pm 0.11) \cdot 10^5 \text{ J/kg}$$

### 1.2.2 Seconda acquisizione: foro aperto



$$\alpha_{1,\text{aperto}} = (-54.1 \pm 0.6) \cdot 10^{-6} \text{ kg/s} \quad \beta_{\text{aperto}} = (-78.28 \pm 0.07) \cdot 10^{-6} \text{ kg/s}$$

$$\alpha_{2,\text{aperto}} = (-57.0 \pm 0.2) \cdot 10^{-6} \text{ kg/s} \quad \gamma_{\text{aperto}} = (-22.7 \pm 0.5) \cdot 10^{-6} \text{ kg/s}$$

$$\lambda_{\text{vap,aperto}} = (2.35 \pm 0.06) \cdot 10^5 \text{ J/kg}$$

### 1.3 Conclusioni

Confrontando i due valori di  $\lambda_{\text{vap}}$  così ottenuti con il valore atteso  $\lambda_{\text{vap,atteso}} = (1.9856 \pm 0.0001) \cdot 10^5 \text{ J/kg}$ , possiamo osservare che nessuno dei due risulta compatibile con quest'ultimo.

Per quanto riguarda  $\lambda_{\text{vap,chiuso}}$ , il gruppo di lavoro ritiene che la presenza del tappo abbia impedito a una parte significativa dell'azoto gassoso di fuoriuscire dal sistema, portando la bilancia a misurare, in ogni momento, una massa di azoto superiore a quella ancora in fase liquida. Ma, soprattutto, la variazione di massa rispetto al tempo misurata mediante la retta di regressione è risultata essere minore di quella effettiva, portandoci a sovrastimare  $\lambda_{\text{vap}}$  (ricordiamo che  $\gamma$  è al denominatore).

Questa ipotesi è coerente col fatto che  $\lambda_{\text{vap,aperto}}$ , pur risultando anch'esso non compatibile, si avvicina di più al valore di  $\lambda_{\text{vap,atteso}}$ .

Invece, riguardo a  $\lambda_{\text{vap,aperto}}$ , il gruppo di lavoro ritiene che, durante l'esperienza, la resistenza non fosse completamente immersa nell'azoto liquido: di conseguenza, parte del calore sviluppato per effetto Joule è stato disperso, probabilmente assorbito dall'azoto già in fase gassosa. Di conseguenza, nell'analisi di cui sopra il calore assorbito dall'azoto è stato sovrastimato – e, con esso, anche  $\lambda_{\text{vap}}$ .

Questa ipotesi è sostenuta dal fatto che, come è possibile osservare dal grafico, la massa totale iniziale di azoto si aggirava attorno ai 308 g, quando il calorimetro ne avrebbe potuto contenere ben di più.

## 2 Misura dei calori specifici dei campioni

### 2.1 Esperienza e procedimento di misura

Per ogni campione:

1. Avviamo l'acquisizione del filmato, dopo aver posizionato il calorimetro sopra alla bilancia di precisione.
2. Dopo circa una decina di secondi, inseriamo il campione nel calorimetro tramite il foro nel coperchio, fissandolo con il tappo.
3. Attesi non meno di due minuti, per assicurarci che lo scambio di calore con l'azoto sia terminato da almeno una decina di secondi, interrompiamo la registrazione.

### 2.2 Analisi dei dati raccolti

Analogamente a quanto detto prima, possiamo esprimere la quantità di calore assorbito dall'azoto come:

$$\delta Q = -\lambda_{\text{vap}} \Delta m.$$

Assumendo le dispersioni di energia trascurabili, possiamo considerare  $\delta Q$  pari al calore ceduto dal campione, che passa da temperatura ambiente  $T_{\text{amb}} = (25 \pm 1)^\circ\text{C}$  ad una temperatura di equilibrio, che possiamo assumere  $T_{\text{eq}} \simeq T_{\text{eb,azoto}} = (-196 \pm 1)^\circ\text{C}$ . Vale allora<sup>2</sup>:

$$\delta Q = c \mu \Delta T \quad \text{con} \quad \Delta T = T_{\text{amb}} - T_{\text{eb,azoto}} = (221 \pm 2) \text{ K},$$

dove  $\mu$  è la massa del campione.

Risolviendo in  $c$  si ottiene:

$$c = -\frac{\lambda_{\text{vap}} \Delta m}{\mu \Delta T} = -\frac{\lambda_{\text{vap}} \gamma \Delta t}{\mu \Delta T} \quad \text{avendo posto} \quad \gamma = \frac{\Delta m}{\Delta t}.$$

---

<sup>2</sup>In realtà il calore specifico  $c(T)$  di un materiale dipende dalla temperatura, mentre qua lo stiamo trattando come costante: in questa sede, con il simbolo  $c$  indicheremo infatti una stima della “media” di  $c(T)$  sull'intervallo di temperature considerato ( $[-196^\circ\text{C}, 25^\circ\text{C}]$ ).

Visionando il filmato, il gruppo di lavoro ha raccolto, a intervalli di tempo regolari, la misura della massa del sistema indicata dalla bilancia.

Il valore di  $\gamma$  è stato quindi calcolato come nella prima parte dell'esperienza:

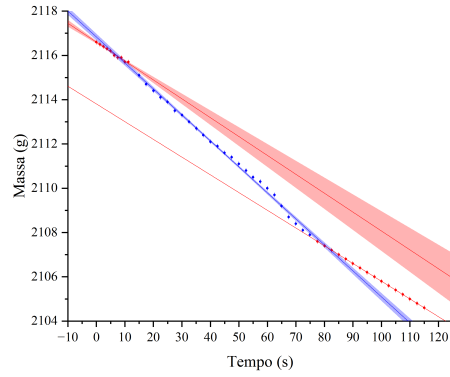
$$\gamma = \beta - \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}.$$

$\Delta t$  è stato invece calcolato come differenza fra i valori indicati dal cronometro nell'istante di termine dello scambio di calore (individuabile dal grafico) e il momento di immersione del campione nel calorimetro (stimabile, con un certo errore, sulla base del filmato).

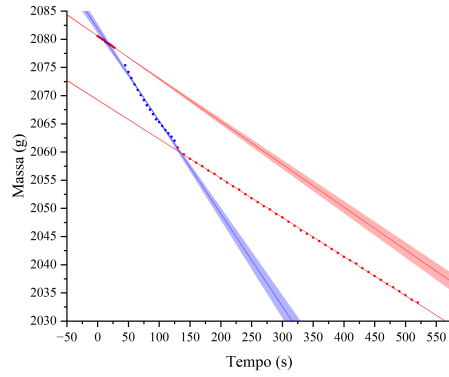
Di seguito riportiamo graficamente i dati acquisiti, accompagnati dalle rette di regressione e dai valori di  $\gamma$  e  $\lambda_{\text{vap}}$  calcolati.

**Nota.** La struttura di entrambi i grafici è la seguente:

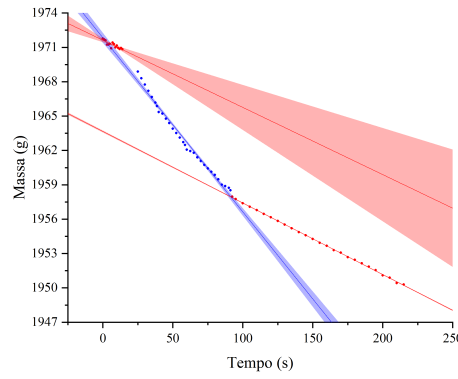
- in blu, i dati raccolti durante lo scambio di calore e la relativa retta di regressione (la cui zona di incertezza, estremamente ridotta, è rappresentata in azzurro);
- in rosso, i dati raccolti prima e dopo lo scambio di calore e le rispettive rette di regressione (le cui zone di incertezza sono rappresentate in rosa);
- sono inoltre riportate le barre di errore, tuttavia così ridotte da risultare invisibili.



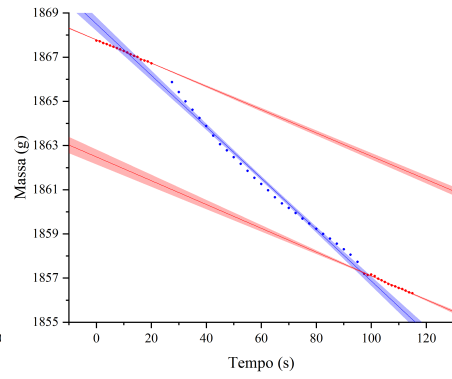
Campione  $\Xi$  (piombo)  
 $\gamma = (-35 \pm 7) \cdot 10^{-6} \text{ kg/s}$   
 $\Delta t = (62 \pm 3) \text{ s}$



Campione  $\Delta$  (ottone)  
 $\gamma = (-92 \pm 3) \cdot 10^{-6} \text{ kg/s}$   
 $\Delta t = (90 \pm 5) \text{ s}$



Campione  $\aleph$  (alluminio)  
 $\gamma = (-91.4 \pm 0.4) \cdot 10^{-6} \text{ kg/s}$   
 $\Delta t = (73.5 \pm 1.3) \text{ s}$



Campione  $\nabla$  (rame)  
 $\gamma = (-63.1 \pm 0.5) \cdot 10^{-6} \text{ kg/s}$   
 $\Delta t = (74 \pm 4) \text{ s}$

	Materiale	$m$ (g)	$c_{\text{mis}}$ ( $\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$ )	$c_{\text{att}}$ ( $\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$ )
$\Xi$	piombo	$15.55 \pm 0.01$	$107 \pm 30$	$130 \pm 1$
$\Delta$	ottone	$28.73 \pm 0.01$	$391 \pm 53$	$377 \pm 1$
$\aleph$	alluminio	$10.46 \pm 0.01$	$876 \pm 62$	$880 \pm 1$
$\nabla$	rame	$27.25 \pm 0.01$	$408 \pm 44$	$385 \pm 1$

Il periodo dell'oscillazione è stato misurato individuando  $N + 1$  zeri consecutivi di  $\theta(t)$ , diciamo  $\{t_0, t_1, \dots, t_N\}$ . Allora, poiché tra uno zero e l'altro corre metà periodo, è possibile calcolare  $T$  in questo modo:  $T = \frac{2}{N}(t_N - t_0)$

Il gruppo di lavoro ha scelto  $N$  di volta in volta, in modo tale che fosse proporzionale al numero di oscillazioni compiute dal pendolo prima di fermarsi. Complessivamente,  $N$  ha assunto valori da 30 a 180.

Come descritto sopra, il gruppo di lavoro ha calcolato, per ogni configurazione  $\Gamma$ , i valori di  $\frac{I_z^{\text{tot}}}{Mr_{\text{CM}}}$  e  $\frac{T^2}{4\pi^2}$ , riportati nel grafico seguente.

Come è possibile osservare dalla relazione che le lega, la dipendenza tra queste due grandezze è lineare: questo ci permette di determinare il valore di  $g$  come coefficiente angolare di una retta di regressione.

Figura 1: *In rosso, la retta di regressione lineare e in rosa, appena visibile, la sua regione di incertezza. (le barre di errore sull'ascissa sono così ridotte da risultare invisibili)*

- Intercetta =  $(0.003 \pm 0.005)$  m
- Coefficiente angolare  $g = (9.68 \pm 0.13)$  m/s<sup>2</sup>



I risultati della regressione lineare sono chiaramente compatibili con i valori attesi. Infatti:

- Secondo il modello fisico utilizzato, l'intercetta dovrebbe essere nulla; in effetti,  $(0.003 \pm 0.005)$  m è compatibile con 0 m.
- Il valore di  $g$  atteso è  $9.806 \text{ m/s}^2$ ; si può osservare facilmente che il valore misurato,  $(9.68 \pm 0.13) \text{ m/s}^2$ , è compatibile con esso.

Possiamo pertanto concludere che l'esperienza ha avuto successo: mediante l'apparato sperimentale abbiamo ottenuto una misura di  $g$  compatibile con quella attesa.