

Laboratorio di Fisica 1

R8: Misura di $|\vec{g}|$ mediante rotolamento puro

Gruppo 17: Bergamaschi Riccardo, Graiani Elia, Moglia Simone

19/03/2024 – 9/04/2024

Sommario

Il gruppo di lavoro ha misurato indirettamente il modulo del campo gravitazionale locale (g) studiando il moto di rotolamento di un corpo rigido.

0 Materiali e strumenti di misura utilizzati

Strumento di misura	Soglia	Portata	Sensibilità
Sistema a contatti elettrici con contatore di impulsi	1 μs	99 999 999 μs	1 μs
Metro a nastro	0.1 cm	300.0 cm	0.1 cm
Calibro ventesimale	0.05 mm	150.00 mm	0.05 mm
Bilancia di precisione	0.01 g	4200.00 g	0.01 g
Cellulare come goniometro	0.1°	45.0°	0.1°
Altro	Descrizione/Note		
Piano inclinato	Costituito da guide che permettono al campione di cadere da un contatto elettrico all'altro con un moto di rotolamento puro.		
Campione	Corpo rigido con simmetria assiale, assimilabile a una combinazione di cilindri e tronchi di cono coassiali.		
Cuscinetto	Posto a coprire il secondo contatto elettrico, attutisce l'impatto del campione contro di esso.		
Brugola e Lucidi	Utili per cambiare, rispettivamente, la distanza tra i contatti e l'angolo di inclinazione delle guide.		

1 Esperienza e procedimento di misura

1. Misuriamo la massa del campione con la bilancia di precisione e, con il calibro ventesimale, tutti i diametri e le altezze necessarie al calcolo del suo momento d'inerzia.
2. Fissiamo la distanza L tra i due contatti elettrici e l'angolo θ di inclinazione delle guide rispetto a un piano normale a \vec{g} . Allora, acceso e impostato adeguatamente il contatore di impulsi, misuriamo 50 volte il tempo di caduta del campione $t_{L,\theta}$.
3. Ripetiamo il punto precedente per svariate combinazioni di L e θ .

2 Analisi dei dati raccolti e conclusioni

2.1 Calcolo del momento d'inerzia del campione

Essendo il momento d'inerzia additivo, abbiamo calcolato I_{CM} sommando i singoli momenti d'inerzia rispetto al comune asse di simmetria dei cilindri e dei tronchi di cono che compongono il campione, dove la massa di ciascuno di essi è stata facilmente calcolata assumendo la densità del campione uniforme. Di seguito riportiamo tali misure:

#	Forma	h (mm)	$d_{1,2}$ (mm)	I (10^{-6} kg m ²)
1	Cilindro	30.45 ± 0.05	49.90 ± 0.05	154.6 ± 1.8
2	Tronco di cono	5.95 ± 0.10	49.90 ± 0.05 29.40 ± 0.05	13.7 ± 0.5
3	Cilindro	9.20 ± 0.10	25.85 ± 0.05	3.36 ± 0.08
4	Cilindro	10.80 ± 0.05	18.65 ± 0.05	1.07 ± 0.02
5	Tronco di cono	4.25 ± 0.05	34.55 ± 0.05 49.90 ± 0.05	11.8 ± 0.4
6	Cilindro	52.95 ± 0.05	49.90 ± 0.05	269 ± 3
7	Tronco di cono	4.25 ± 0.05	49.90 ± 0.05 36.35 ± 0.05	12.6 ± 0.4
8	Cilindro	10.80 ± 0.05	18.75 ± 0.05	1.09 ± 0.02
9	Cilindro	9.25 ± 0.10	25.90 ± 0.05	3.41 ± 0.08
10	Tronco di cono	5.95 ± 0.10	29.10 ± 0.05 49.90 ± 0.05	13.5 ± 0.5
11	Cilindro	30.40 ± 0.05	49.90 ± 0.05	154.4 ± 1.8

- Massa totale: $M = (2214.57 \pm 0.01)$ g

- Volume totale: $V = (2.654 \pm 0.017) \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$
- Densità media: $\rho = (8.34 \pm 0.05) \cdot 10^{-3} \text{ kg/m}^3$
- Momento d'inerzia totale: $I_{\text{CM}} = (6.38 \pm 0.09) \cdot 10^{-4} \text{ kg m}^2$

2.2 Distribuzione dei tempi di caduta

Riportiamo di seguito i grafici della distribuzione dei tempi di caduta $t_{L,\theta}$, accompagnati alle relative misure di L e θ .

2.3 Calcolo di g mediante la dinamica del corpo rigido

Fissato un sistema di riferimento cartesiano ortogonale solidale al piano inclinato, con origine nel punto di partenza del campione, asse x parallelo alle guide e asse y entrante nel piano inclinato, possiamo scrivere la legge del moto del centro di massa e le equazioni cardinali della dinamica del corpo rigido:

$$x_{\text{CM}}(t) = \frac{1}{2} a_{\text{CM}} t^2$$

$$\begin{cases} Mg \sin \theta - F_s = M a_{\text{CM}} \\ Mg \cos \theta - F_n = 0 \\ RMg \sin \theta = (I_{\text{CM}} + MR^2) \alpha \end{cases}$$

dove R è il raggio di contatto, \vec{F}_s è la forza di attrito statico tra il campione e le guide, mentre \vec{F}_n è la reazione vincolare delle guide, normale al piano.

Per poter descrivere il moto del campione come di rotolamento puro, dobbiamo assicurarci che $F_s \leq \mu_s F_n$, con μ_s il coefficiente di attrito statico tra il corpo rigido e le guide. Se questa condizione è verificata, possiamo utilizzare la relazione:

$$\alpha = \frac{a_{\text{CM}}}{R}$$

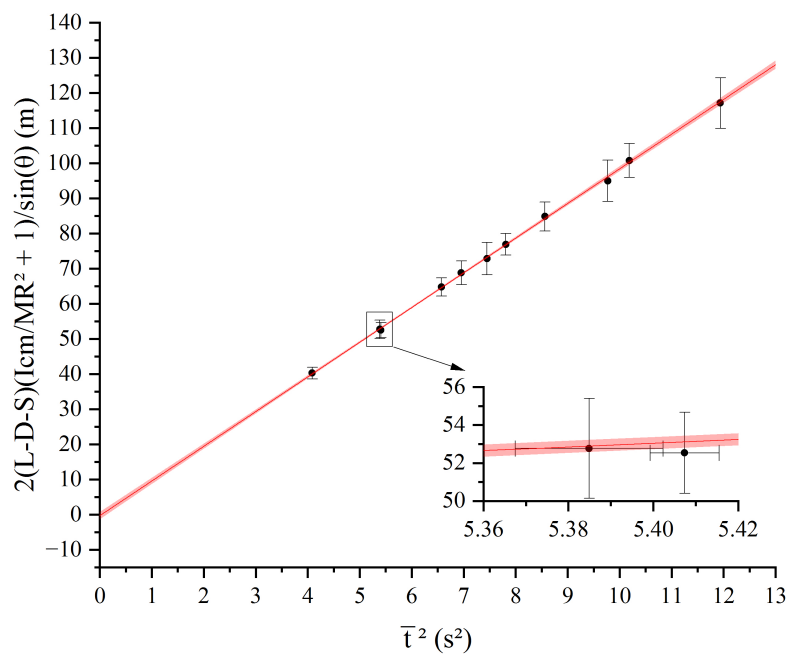
Risolvendo il sistema lineare e la disequazione di cui sopra si ottiene:

$$\begin{cases} a_{\text{CM}} = \frac{MR^2}{I_{\text{CM}} + MR^2} g \sin \theta \\ F_n = Mg \cos \theta \\ F_s = \frac{I}{I + MR^2} Mg \sin \theta \\ 0 \leq \alpha \leq \arctan \left(\mu_s \left(\frac{MR^2}{I_{\text{CM}}} + 1 \right) \right) \end{cases}$$

Ricordando ora che $L = x_{\text{CM}}(\bar{t}_{L,\theta}) + D + S$, dove D è il diametro più esterno del campione e S è lo spessore del cuscinetto, possiamo ricavare:

$$\frac{2(L - D - S)}{\sin \theta} \left(\frac{I_{\text{CM}}}{MR^2} + 1 \right) = g \cdot \bar{t}_{L,\theta}^2$$

Possiamo pertanto determinare il modulo di \vec{g} mediante una regressione lineare pesata¹:



In rosso la retta di regressione, in rosa la sua regione di incertezza. Nel grafico principale, le barre di errore lungo l'ascissa, date le loro dimensioni, non sono visibili.

Di seguito riportiamo i risultati della regressione lineare:

- Coefficiente angolare (g) = $(9.9 \pm 0.5) \text{ m/s}^2$
- Intercetta = $(0 \pm 3) \text{ m}$ (compatibile con 0, come ci si aspettava)

¹La scelta di una regressione lineare *pesata* è giustificata dal fatto che gli errori sull'ascissa, per quanto ridotti, sono diversi fra di loro.