Laboratorio di Fisica 1
R8: Misura di $|\vec{g}|$ mediante rotolamento puro

Gruppo 17: Bergamaschi Riccardo, Graiani Elia, Moglia Simone

19/03/2024 – 9/04/2024

Sommario

Il gruppo di lavoro ha misurato indirettamente il modulo del campo gravitazionale locale (g) studiando il moto di rotolamento di un corpo rigido.

0 Materiali e strumenti di misura utilizzati

Strumento di misura	**Soglia**	**Portata**	**Sensibilità**
Sistema a contatti elettrici con contatore di impulsi	1 µs	99 999 999 µs	1 µs
Metro a nastro	0.1 cm	300.0 cm	0.1 cm
Calibro ventesimale	0.05 mm	150.00 mm	0.05 mm
Bilancia di precisione	0.01 g	4200.00 g	0.01 g
Cellulare come goniometro	0.1°	45.0°	0.1°

Altro	**Descrizione/Note**
Piano inclinato	Costituito da guide che permettono al campione di cadere da un contatto elettrico all'altro con un moto di rotolamento puro.
Campione	Corpo rigido con simmetria assiale, assimilabile a una combinazione di cilindri e tronchi di cono coassiali.
Cuscinetto	Posto a coprire il secondo contatto elettrico, attutisce l'impatto del campione contro di esso.
Brugola e Lucidi	Utili per cambiare, rispettivamente, la distanza tra i contatti e l'angolo di inclinazione delle guide.

1 Esperienza e procedimento di misura

1. Misuriamo la massa del campione con la bilancia di precisione e, con il calibro ventesimale, tutti i diametri e le altezze necessarie al calcolo del suo momento d'inerzia.

2. Fissiamo la distanza L tra i due contatti elettrici e l'angolo θ di inclinazione delle guide rispetto a un piano normale a $\vec{g}$. Allora, acceso e impostato adeguatamente il contatore di impulsi, misuriamo 50 volte il tempo di caduta del campione $t_{L,\theta}$.

3. Ripetiamo il punto precedente per svariate combinazioni di L e θ.

2 Analisi dei dati raccolti e conclusioni

2.1 Calcolo del momento d'inerzia del campione

Essendo il momento d'inerzia additivo, abbiamo calcolato I_{CM} sommando i singoli momenti d'inerzia rispetto al comune asse di simmetria dei cilindri e dei tronchi di cono che compongono il campione, dove la massa di ciascuno di essi è stata facilmente calcolata assumendo la densità del campione uniforme. Di seguito riportiamo tali misure:

#	*Forma*	h (mm)	$d_{1,2}$ (mm)	I (10^{-6} kg m^2)
1	Cilindro	30.45 ± 0.05	49.90 ± 0.05	154.6 ± 1.8
2	Tronco di cono	5.95 ± 0.10	49.90 ± 0.05 29.40 ± 0.05	13.7 ± 0.5
3	Cilindro	9.20 ± 0.10	25.85 ± 0.05	3.36 ± 0.08
4	Cilindro	10.80 ± 0.05	18.65 ± 0.05	1.07 ± 0.02
5	Tronco di cono	4.25 ± 0.05	34.55 ± 0.05 49.90 ± 0.05	11.8 ± 0.4
6	Cilindro	52.95 ± 0.05	49.90 ± 0.05	269 ± 3
7	Tronco di cono	4.25 ± 0.05	49.90 ± 0.05 36.35 ± 0.05	12.6 ± 0.4
8	Cilindro	10.80 ± 0.05	18.75 ± 0.05	1.09 ± 0.02
9	Cilindro	9.25 ± 0.10	25.90 ± 0.05	3.41 ± 0.08
10	Tronco di cono	5.95 ± 0.10	29.10 ± 0.05 49.90 ± 0.05	13.5 ± 0.5
11	Cilindro	30.40 ± 0.05	49.90 ± 0.05	154.4 ± 1.8

- Massa totale: $M = (2214.57 \pm 0.01)$ g

- Volume totale: $V = (2.654 \pm 0.017) \cdot 10^{-4}\ \mathrm{m}^3$
- Densità media: $\rho = (8.34 \pm 0.05) \cdot 10^{-3}\ \mathrm{kg/m}^3$
- Momento d'inerzia totale: $I_{\mathrm{CM}} = (6.38 \pm 0.09) \cdot 10^{-4}\ \mathrm{kg\,m}^2$

2.2 Calcolo di g mediante la dinamica del corpo rigido

Fissato un sistema di riferimento cartesiano ortogonale solidale al piano inclinato, con origine nel punto di partenza del campione, asse x parallelo alle guide e asse y entrante nel piano inclinato, possiamo scrivere la legge del moto del centro di massa e le equazioni cardinali della dinamica del corpo rigido:

$$x_{\mathrm{CM}}(t) = \frac{1}{2} a_{\mathrm{CM}} t^2$$

$$\begin{cases} Mg\sin\theta - F_s = Ma_{\mathrm{CM}} \\ Mg\cos\theta - F_n = 0 \\ RMg\sin\theta = \left(I_{\mathrm{CM}} + MR^2\right)\alpha \end{cases}$$

dove R è il raggio di contatto, $\vec{F}_s$ è la forza di attrito statico tra il campione e le guide, mentre $\vec{F}_n$ è la reazione vincolare delle guide, normale al piano.

Per poter descrivere il moto del campione come di rotolamento puro, dobbiamo assicurarci che $F_s \leq \mu_s F_n$, con μ_s il coefficiente di attrito statico tra il corpo rigido e le guide. Se questa condizione è verificata, possiamo utilizzare la relazione:

$$\alpha = \frac{a_{\mathrm{CM}}}{R}$$

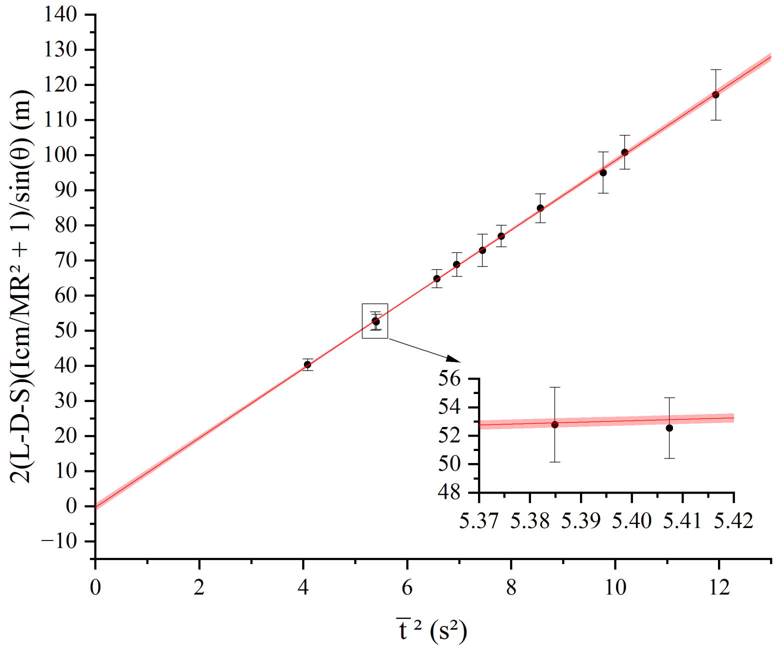
Risolvendo il sistema lineare e la disequazione di cui sopra si ottiene:

$$\begin{cases} a_{\mathrm{CM}} = \dfrac{MR^2}{I_{\mathrm{CM}} + MR^2} g \sin\theta \\ F_n = Mg\cos\theta \\ F_s = \dfrac{I}{I + MR^2} Mg\sin\theta \\ 0 \leq \alpha \leq \arctan\left(\mu_s\left(\dfrac{MR^2}{I_{\mathrm{CM}}} + 1\right)\right) \end{cases}$$

Ricordando ora che $L = x_{\mathrm{CM}}(\bar{t}_{L,\theta}) + D + S$, dove D è il diametro più esterno del campione e S è lo spessore del cuscinetto, possiamo ricavare:

$$\frac{2(L - D - S)}{\sin\theta}\left(\frac{I_{\mathrm{CM}}}{MR^2} + 1\right) = g\bar{t}^2_{L,\theta}$$

Possiamo pertanto determinare il modulo di $\vec{g}$ mediante una regressione lineare pesata:



In rosso la retta di regressione, in rosa la sua regione di incertezza.
Nel grafico principale, le barre di errore lungo l'ascissa, date le loro dimensioni, non sono visibili.