# Laboratorio di Fisica 1
# R5: Misura del modulo di scorrimento di un filo

Gruppo 17: Bergamaschi Riccardo, Graiani Elia, Moglia Simone

22/11/2023 – 29/11/2023

**Sommario**

Il gruppo di lavoro ha misurato la costante di torsione di diversi fili, in modo da ricavarne il modulo di scorrimento $G$.

## 1 Materiali e strumenti di misura utilizzati

| **Strumento di misura** | **Soglia** | **Portata** | **Sensibilità** |
|---|---|---|---|
| Sensore di rotazione | 0 rad? | 0 rad? | 0 rad? |
| Metro | 0.1 cm | 300.0 cm | 0.1 cm |
| Calibro ventesimale | 0.05 mm? | 150.00 mm | 0.05 mm |
| Micrometro ad asta filettata | 0.01 mm | 25.00 mm | 0.01 mm |
| Bilancia di precisione | 0.01 g? | 6200.00 g? | 0.01 g? |

| **Altro** | **Descrizione/Note** |
|---|---|
| Calorimetro | Isolato termicamente, quasi adiabatico. |
| Quattro fili | In particolare tre in alluminio e uno in rame, principalmente distiguibili per il diametro. |
| Tre cilindri (con masse distinte) | Indicheremo con $A, B, C$ i tre cilindri e con $\varnothing$, $A+B$, $A+C$, $B+C$ e $A+B+C$ le loro combinazioni. Tutti questi saranno qui chiamati "gravi". |

## 2 Esperienza e procedimento di misura

1.
2.
3.

Il valore di $\overline{x_i}$ è legato alla distanza $d_i$, al raggio $r$ della finestra del contatore, al tempo di dimezzamento $T_{\frac{1}{2}}$ del $^{232}_{90}\mathrm{Th}$ e al numero $N$ di atomi di $^{232}_{90}\mathrm{Th}$ secondo la seguente relazione[1]:

$$\overline{x_i} = \frac{Nr^2 \ln 2}{4d_i^2 T_{\frac{1}{2}}} + \overline{x_0}$$

D'ora in avanti indicheremo con $\xi$ la costante $\frac{Nr^2 \ln 2}{4T_{\frac{1}{2}}}$ (unità di misura: $\mathrm{m}^2/\mathrm{s}$). La relazione diventa allora:

$$\overline{x_i} = \xi d_i^{-2} + \overline{x_0}$$

Per ogni distanza $d_i$, il gruppo di lavoro ha acquisito ripetutamente il valore di $x_i$ per un tempo complessivo di circa un'ora[2] (3657 s); ha poi acquisito nuovamente $x_4$ col contatore Geiger rivolto in direzione opposta, per avere una stima diretta di $\overline{x_0}$.

Di seguito riportiamo gli istogrammi dei dati così raccolti, assieme ai valori attesi, calcolati mediante la distribuzione teorica.

Come si può osservare da questi grafici, i risultati ottenuti si allineano molto bene alle distribuzioni di Poisson. Per valutare l'accuratezza della nostra stima di $\overline{x_0}$, possiamo effettuare una regressione lineare (pesata) utilizzando l'equazione di $x_i$ in funzione di $d_i^{-2}$:

$$\overline{x_i} = \xi d_i^{-2} + \overline{x_0}$$

Di seguito riportiamo una tabella con i dati utilizzati per la regressione lineare, assieme a un grafico della retta di regressione stessa.

| $i$ | $d_i$ (cm) | $d_i^{-2}$ ($\mathrm{m}^{-2}$) | $\overline{x_i}$ |
|---|---|---|---|
| 1 | $9.5 \pm 0.1$ | $111 \pm 2$ | $0.809 \pm 0.015$ |
| 2 | $10.3 \pm 0.1$ | $94.3 \pm 1.8$ | $0.737 \pm 0.014$ |
| 3 | $26.5 \pm 0.1$ | $14.24 \pm 0.11$ | $0.272 \pm 0.009$ |
| 4 | $41.2 \pm 0.1$ | $5.89 \pm 0.03$ | $0.219 \pm 0.008$ |

[1] Il numero medio $\overline{X}$ di raggi $\gamma$ emessi dal campione è:

$$\overline{X} = \frac{N}{\tau} = \frac{N \ln 2}{T_{\frac{1}{2}}}$$

con $\tau = \frac{1}{\ln 2} T_{\frac{1}{2}}$ il tempo caratteristico del $^{232}_{90}\mathrm{Th}$. Tuttavia, poiché la superficie di acquisizione è $\pi r^2$, e non $4\pi d_i^2$, dobbiamo moltiplicare per il rapporto fra le aree:

$$\overline{x_i} = \frac{\pi r^2}{4\pi d_i^2} \overline{X} = \frac{Nr^2 \ln 2}{4d_i^2 T_{\frac{1}{2}}}$$

Infine, dobbiamo ricordare che il contatore Geiger non rileva soltanto le radiazioni emesse dal campione. Possiamo tenere conto di tutti gli altri contributi introducendo un termine costante $\overline{x_0}$, che chiameremo "media dei conteggi relativi alla radioattività ambientale". Si ottiene così la relazione riportata.

[2] Abbiamo scelto deliberatamente di acquisire esattamente 3657 secondi in quanto 3657 minimizza la funzione $f(x) = \left\{ \frac{x}{\pi} \right\} = \frac{x}{\pi} - \left\lfloor \frac{x}{\pi} \right\rfloor$ meglio di 3600.

Risultati della regressione lineare:

- $\overline{x_0} = 0.188 \pm 0.006$
- $\xi = (5.70 \pm 0.13) \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}^2/\mathrm{s}$

Per valutare numericamente la consistenza tra i due valori di $\overline{x_0}$ ottenuti, abbiamo calcolato il seguente valore (numero puro):

$$\varepsilon = \frac{(x_{0\,\mathrm{misurato}})_{\mathrm{best}} - (x_{0\,\mathrm{misurato}})_{\mathrm{best}}}{\delta x_{0\,\mathrm{misurato}} + \delta x_{0\,\mathrm{misurato}}}$$

Allora $x_{0\,\mathrm{misurato}}$ e $x_{0\,\mathrm{misurato}}$ sono consistenti se e solo se $|\varepsilon| \leq 1$.

Nel nostro caso, $\varepsilon = 1.33$. Il gruppo di lavoro ha ipotizzato che questa inconsistenza (comunque contenuta, seppur non trascurabile) fra le due misure possa essere ragionevolmente giustificata dalla difficoltà incontrata nel ridurre al minimo le oscillazioni in direzione perpendicolare a $\vec{g}$; considerato inoltre che la posizione dei fototraguardi non era ottimale, ciò potrebbe avere ulteriormente influenzato la distribuzione dei tempi. È in effetti possibile osservare che le distribuzioni da noi ottenute non sono, il più delle volte, del tutto simmetriche: la moda sembra essersi spostata leggermente a sinistra – un possibile sintomo dell'influenza di un errore sistematico sulle misure.