

Laboratorio di Fisica 1

R3: Misura del modulo del campo gravitazionale locale

Gruppo 17: Bergamaschi Riccardo, Graiani Elia, Moglia Simone

18/10/2023 – 25/10/2023

Sommario

Il gruppo di lavoro ha misurato indirettamente il modulo del campo gravitazionale locale (\vec{g}) con due metodi distinti: dapprima facendo cadere due palline da ferme, successivamente tenendo conto di distanze diverse e velocità iniziali diverse.

1 Materiali e strumenti di misura utilizzati

| Strumento di misura | Soglia | Portata | Sensibilità |
|--|--|--------------------------|-----------------|
| Due fototraguardi con contatore di impulsi | 1 μs | 99 999 999 μs | 1 μs |
| Metro a nastro | 0.1 cm | 300.0 cm | 0.1 cm |
| Micrometro ad asta filettata | 0.01 mm | 25.00 mm | 0.01 mm |
| Altro | Descrizione/Note | | |
| Sistema di sgancio elettropneumatico | Usato, tramite comando manuale, per rilasciare le sferette in modo riproducibile. | | |
| Livella | Utile per assicurarsi che i fototraguardi siano orizzontali. | | |
| Due sferette (con diametri distinti) | Indicheremo con A, B le due sferette e con $\varnothing_A, \varnothing_B$ i rispettivi diametri: $\varnothing_A = (24.63 \pm 0.01) \text{ mm}$ $\varnothing_B = (22.23 \pm 0.01) \text{ mm}$ | | |

2 Esperienza e procedimento di misura

2.1 Misurazione di \vec{g} con $v_0 = 0$

1. Misuriamo con il metro a nastro la distanza d_0 tra il centro del pistone del sistema di sgancio e un fototraguardo.
Nel nostro caso, $d_0 = (125.9 \pm 0.1) \text{ cm}$
2. Acceso e impostato adeguatamente il contatore di impulsi, misuriamo 100 volte il tempo di caduta t_i di ogni sferetta i dal sistema di sgancio fino al fototraguardo. La distanza percorsa dalla sferetta in questo intervallo di tempo sarà allora $d_0 - \frac{1}{2}\varnothing_i$.

Fissato un sistema di riferimento solidale all'apparato di misura, con origine nella posizione di partenza delle sferette e $\hat{x} = \hat{g}$, possiamo scrivere la seguente legge del moto:

$$x(t) = \frac{1}{2}gt^2$$

Per ogni sferetta i , posto $x(\overline{t_i}) = d_0 - \frac{1}{2}\varnothing_i$, la norma di \vec{g} è ricavabile da:

$$g = \frac{2d_0 - \varnothing_i}{(\overline{t_i})^2}$$

dove determiniamo l'errore su g propagando gli errori su d_0, \varnothing_i e $\overline{t_i}$, avendo posto

$$\delta\overline{t_i} = \sigma_{\overline{t_i}} = \frac{\sigma_{t_i}}{\sqrt{100}} = \frac{\sigma_{t_i}}{10}.$$

Di seguito riportiamo gli istogrammi dei tempi e i valori di g così ottenuti.

Figura 1: Istogrammi dei dati t_1 e t_2 raccolti

| i | \varnothing_i (mm) | $\overline{t_i}$ (s) | g (m/s ²) | ε |
|-----|----------------------|----------------------|-------------------------|---------------|
| A | 24.63 ± 0.01 | ???\pm??? | ???\pm??? | ??? |
| B | 22.23 ± 0.01 | ???\pm??? | ???\pm??? | ??? |

2.2 Misurazione del campo gravitazionale con $v_0 \neq 0$

1. Consideriamo la distanza tra i due fototraguardi e impostiamo i fotodiodi del contatore su A+B.
2. Usando solo
 - (a) Appeso il campione alla molla, allineiamo i due fototraguardi aiutandoci con la livella, in modo tale che possano rilevare le oscillazioni nel modo più accurato possibile;

- (b) Tiriamo leggermente il campione verso il basso e poi lo rilasciamo, in modo che il sistema molla inizi a oscillare con direzione il più possibile parallela a \vec{g} ;
 - (c) Attesa la stabilizzazione dell'oscillazione, avviamo l'acquisizione della misura di un tempo (20 periodi) $20T_i$.
 - (d) Ripetiamo molte volte (in tutto N_{20T_i}) i punti (b) e (c). In particolare, $N_{20T_A} = N_{20T_B} = 25$ e $N_{20T_C} = N_{20T_{A+B}} = 30$.
3. Infine, misuriamo con la bilancia, separatamente, la massa della molla m_m e la massa del gancio m_g .

Infatti, nel caso dinamico, il contributo di queste masse *non* si annulla; in particolare, la massa del gancio contribuisce appieno (in quanto è solidale col grave), mentre la massa della molla contribuisce per circa $\frac{1}{3}$. La massa effettiva da considerare per ogni grave sarà allora:

$$((m_{\text{eff}})_i)_{\text{best}} = (m_i)_{\text{best}} + (m_g)_{\text{best}} + \frac{1}{3}(m_m)_{\text{best}}$$

$$\delta(m_{\text{eff}})_i = \delta m_i + \delta m_g + \frac{1}{3}\delta m_m$$

Di seguito sono riportate le distribuzioni dei dati raccolti:

Figura 2: Istogrammi dei periodi delle oscillazioni di A e B

Figura 3: Istogrammi dei periodi delle oscillazioni di C e $A + B$

Poiché i nostri dati hanno assunto distribuzioni grossolanamente approssimabili a gaussiane, possiamo procedere al calcolo di k , utilizzando, per ogni grave i , i seguenti valori:

$$(20T_i)_{\text{best}} = \overline{20T_i} \quad \wedge \quad \delta(20T_i) = \sigma_{20T_i} = \frac{\sigma_{20T_i}}{\sqrt{N_{20T_i}}}$$

dove $\overline{20T_i}$ e σ_{20T_i} indicano rispettivamente media e deviazione standard dei tempi.

Per determinare la costante elastica della molla, abbiamo effettuato una regressione lineare (stavolta pesata) sui quadrati dei valori medi dei tempi (T_i^2) , con $\delta T_i^2 = 5 \cdot 10^{-3} (20T_i)_{\text{best}} \delta(20T_i)$ rispetto alla massa $(m_{\text{eff}})_i$, facendo riferimento alla relazione $T_i^2 = \frac{4\pi^2}{k} (m_{\text{eff}})_i$. Allora, detto b il coefficiente angolare

²La formula per l'errore su T_i^2 segue direttamente dalla propagazione degli errori:

$$\frac{\delta T_i^2}{(T_i^2)_{\text{best}}} = 2 \frac{\delta T_i}{(T_i)_{\text{best}}} \quad \delta T_i^2 = 2 (T_i)_{\text{best}} \delta T_i \quad \delta T_i^2 = \frac{(20T_i)_{\text{best}} (\delta 20T_i)}{200}$$

da cui quanto riportato sopra. Si osservi che δT_i^2 dipende da $(20T_i)_{\text{best}}$: proprio questo è il motivo dietro alla scelta del metodo pesato per la regressione lineare.

della retta di regressione, varrà:

$$k_{\text{best}} = \frac{4\pi^2}{b_{\text{best}}} \quad \wedge \quad \frac{\delta k}{k_{\text{best}}} = \frac{\delta b}{b_{\text{best}}}$$

Si noti che, anche in questo caso, l'intercetta a della retta dev'essere compatibile con 0.

Di seguito è riportata la retta di regressione, assieme ai risultati ottenuti:

Figura 4: La retta di regressione (in rosso) e la sua regione di incertezza (in rosa).

- $a = (0.02 \pm 0.19) \text{ cm}$ (compatibile con 0)
- $b = (4.604 \pm 0.002) \cdot 10^{-4} \text{ s}^2/\text{g} = (46.04 \pm 0.02) \cdot 10^{-2} \text{ s}^2/\text{kg}$
- $k = (85.74 \pm 0.04) \text{ N/m}$

3 Conclusioni

Per valutare numericamente la consistenza tra i due valori di k ottenuti, abbiamo calcolato il seguente valore (numero puro):

$$\varepsilon = \frac{|(k_{\text{statica}})_{\text{best}} - (k_{\text{dinamica}})_{\text{best}}|}{\delta k_{\text{statica}} + \delta k_{\text{dinamica}}}$$

Allora k_{statica} e k_{dinamica} sono consistenti se e solo se $\varepsilon \leq 1$.

Nel nostro caso, $\varepsilon = 1.33$. Il gruppo di lavoro ha ipotizzato che questa inconsistenza (comunque contenuta, seppur non trascurabile) fra le due misure possa essere ragionevolmente giustificata dalla difficoltà incontrata nel ridurre al minimo le oscillazioni in direzione perpendicolare a \vec{g} ; considerato inoltre che la posizione dei fototraguardi non era ottimale, ciò potrebbe avere ulteriormente influenzato la distribuzione dei tempi. È in effetti possibile osservare che le distribuzioni da noi ottenute non sono, il più delle volte, del tutto simmetriche: la moda sembra essersi spostata leggermente a sinistra – un possibile sintomo dell'influenza di un errore sistematico sulle misure.