Laboratorio di Fisica 1
R12: Misura della velocità del suono

Gruppo 15: Bergamaschi Riccardo, Graiani Elia, Moglia Simone

28/05/2024 – 04/06/2024

Sommario

Il gruppo di lavoro ha misurato la velocità del suono mediante un apparato sperimentale detto "tubo di Kundt", sfruttando due fenomeni ondulatori: risonanza ed eco.

0 Materiali e strumenti di misura utilizzati

Strumento di misura	**Soglia**	**Portata**[1]	**Sensibilità**
Metro a nastro	0.1 cm	300.0 cm	0.1 cm
Calibro ventesimale	0.05 mm	150.00 mm	0.05 mm
Termometro ambientale	0.5 °C	+50.0 °C −20.0 °C	0.5 °C
Oscilloscopio[2]	2.5 ms	N./A.	2.5 ms

Altro	**Descrizione/Note**
Tubo in plastica	Nel quale facciamo propagare le onde sonore.
Pistone	Utilizzato per chiudere un'estremità del tubo.
Generatore di onde	Ci permette di regolare frequenza, ampiezza e forma d'onda delle onde generate.
Altoparlante	Posto a un'estremità del tubo, riceve un segnale elettrico dall'oscilloscopio e, vibrando, lo emette sottoforma di onde sonore.
Microfono a condensatore	Mobile, utilizzato per rilevare le onde di pressione.
Oscilloscopio	Riceve le onde sottoforma di segnali elettrici, sia dal generatore che dal microfono: permette quindi di visualizzare sia la forma d'onda emessa che quella rilevata.

[1] Più precisamente, gli estremi dell'intervallo di funzionamento (si veda, in particolare, il termometro).

[2] Riportiamo qua la sensibilità della scala temporale più ridotta che abbiamo utilizzato.

1 Misura mediante le frequenze di risonanza

1.1 Esperienza e procedimento di misura

Ripetiamo cinque volte i seguenti passaggi (la prima, lasciando il tubo aperto; le altre, chiudendo l'estremità opposta all'altoparlante tramite il pistone):

1. Mediante il termometro, misuriamo la temperatura ambiente T_{amb}.
2. Con il metro a nastro, misuriamo la lunghezza L della colonna d'aria all'interno del tubo, mentre con il calibro ventesimale il diametro interno di quest'ultimo $\varnothing = (38.20 \pm 0.05)\,\text{mm}$.
3. Accesi l'oscilloscopio e il generatore di onde, impostiamo una forma d'onda sinusoidale; regoliamo poi l'ampiezza in modo da poter percepire un suono.
4. Inseriamo il microfono dentro al tubo in modo che riesca a rilevare le onde chiaramente, assicurandoci che, in presenza di onde stazionarie, non si trovi in corrispondenza di un nodo.
5. Aumentiamo la frequenza fino a trovare, mediante l'oscilloscopio, il primo massimo relativo nell'ampiezza del segnale rilevato dal microfono: questa sarà la prima frequenza di risonanza, ovvero l'armonica fondamentale.
6. Ripetiamo più volte il passaggio precedente, in modo da ottenere le prime armoniche (multiple della fondamentale).

1.2 Analisi dei dati raccolti

Nota. *Avendo valutato gli errori sulle grandezze misurate direttamente come piccoli, casuali e indipendenti, per svolgere ogni calcolo abbiamo utilizzato, qui e successivamente, la tradizionale propagazione degli errori.*

La frequenza emessa è una delle frequenze di risonanza del tubo se e solo se all'interno di quest'ultimo si forma un'onda stazionaria. In tal caso:

- se il tubo è aperto a entrambi gli estremi, lì la pressione è costante (quella atmosferica) e si formano due nodi. La lunghezza d'onda sarà allora della forma:
$$\lambda_n^{\text{a}} = \frac{2L}{n}, \quad n \in \mathbb{N}$$
- se invece il tubo è chiuso ad un estremo, lì si forma un ventre, mentre all'altro estremo (dove la pressione è quella atmosferica, costante) si forma un nodo:
$$\lambda_n^{\text{c}} = \frac{4L}{n}, \quad n \in \mathbb{N} \text{ dispari}$$

Tuttavia, non trattandosi di nodi e ventri ideali, è necessario effettuare una correzione empirica:

$$\lambda_n^{\mathrm{a}} = \frac{2L + 1.6\varnothing}{n}, \quad n \in \mathbb{N}; \qquad \lambda_n^{\mathrm{c}} = \frac{4L + 1.6\varnothing}{n}, \quad n \in \mathbb{N} \text{ dispari}$$

Moltiplicando ambo i membri per la rispettiva frequenza di risonanza (ν_n^{a} o ν_n^{c}) e ricordando che $\lambda_n^{\mathrm{a}}\,\nu_n^{\mathrm{a}} = \lambda_n^{\mathrm{c}}\,\nu_n^{\mathrm{c}} = v$, la velocità del suono:

$$v = \frac{\nu_n^{\mathrm{a}}}{n}(2L + 1.6\varnothing), \quad n \in \mathbb{N}; \qquad v = \frac{\nu_n^{\mathrm{c}}}{n}(4L + 1.6\varnothing), \quad n \in \mathbb{N} \text{ dispari}$$

Riarrangiando i termini, si ottiene:

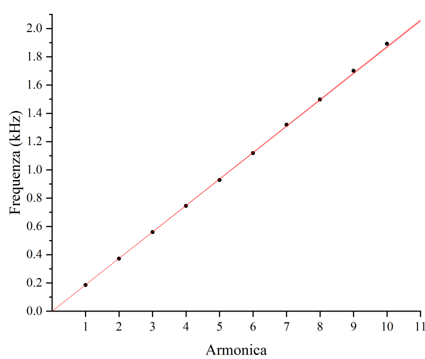
$$\nu_n^{\mathrm{a}} = \xi^{\mathrm{a}} n, \quad n \in \mathbb{N}; \qquad \nu_n^{\mathrm{c}} = \xi^{\mathrm{c}} n, \quad n \in \mathbb{N} \text{ dispari}$$

avendo posto, rispettivamente:

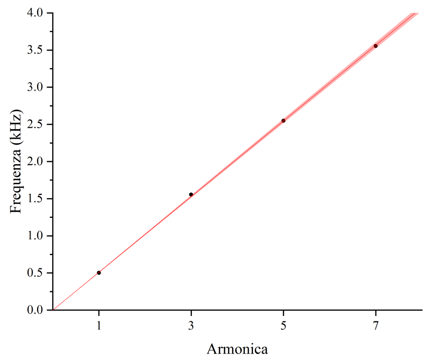
$$\xi^{\mathrm{a}} = \frac{v}{2L + 1.6\varnothing}; \qquad \xi^{\mathrm{c}} = \frac{v}{4L + 1.6\varnothing}$$

Poiché la dipendenza di ν_n da n è, in entrambi i casi, di proporzionalità diretta, per determinare ξ^{a} e ξ^{c} il gruppo di lavoro ha effettuato, per ogni valore di L, una regressione lineare, fissando l'intercetta a 0.

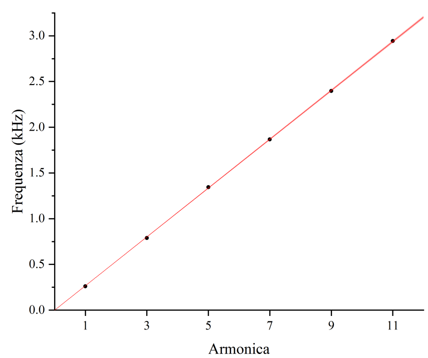
Di seguito riportiamo, in grafico, i dati raccolti, accompagnati dalle rispettive rette di regressione e dai valori di L, ξ e v ottenuti.



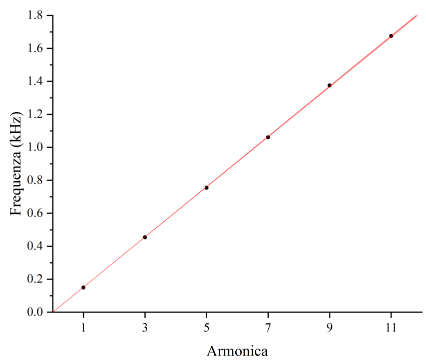
$L = (90.0 \pm 0.1)$ cm (tubo aperto)
$\xi^{\mathrm{a}} = (187.004 \pm 0.008)\,\mathrm{Hz}$
$v = (348.0 \pm 0.5)\,\mathrm{m/s}$



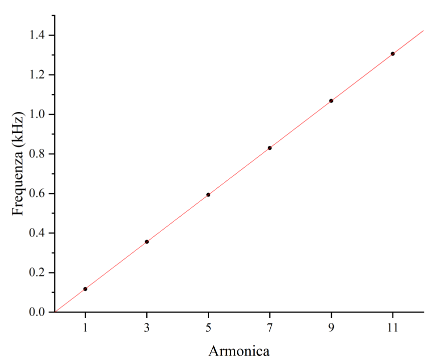
$L = (15.4 \pm 0.1)$ cm
$\xi^{c} = (509.5 \pm 0.1)$ Hz
$v = (345 \pm 2)$ m/s



$L = (30.8 \pm 0.1)$ cm
$\xi^{c} = (267.00 \pm 0.06)$ Hz
$v = (345.3 \pm 1.1)$ m/s



$L = (55.4 \pm 0.1)$ cm
$\xi^{c} = (152.12 \pm 0.06)$ Hz
$v = (346.4 \pm 0.7)$ m/s



$L = (71.3 \pm 0.1)$ cm
$\xi^{c} = (118.64 \pm 0.06)$ Hz
$v = (345.6 \pm 0.6)$ m/s

In rosso le rette di regressione e in rosa le rispettive regioni di incertezza. Le barre di errore, pur riportate, sono troppo ridotte per risultare visibili.

Osservazione. *È immediato notare, sulla base di questi grafici, che le rette di regressione, passanti per l'origine, descrivono accuratamente i dati raccolti: ciò suggerisce che la frequenza di risonanza più bassa da noi misurata sia effettivamente la fondamentale.*

1.3 Conclusioni

Per valutare l'affidabilità delle misure di v ottenute è possibile confrontarle con la velocità del suono attesa v_{att}, calcolata sulla base della temperatura ambientale T_{amb} durante l'esperienza, mediante una relazione empirica:

$$v_{\text{att}}(T_{\text{amb}}) = (331.5 + 0.607\,^{\circ}\mathrm{C}^{-1}\,T_{\text{amb}})\,\mathrm{m/s}$$

Per quanto riguarda la prima misura, l'unica col tubo aperto, la temperatura misurata era $T^{\mathrm{a}}_{\mathrm{amb}} = (26.0 \pm 0.5)\,^{\circ}\mathrm{C}$: ne segue che $v^{\mathrm{a}}_{\mathrm{att}} = (347.3 \pm 0.3)\,\mathrm{m/s}$.

Le altre misure, invece, sono state acquisite ad una temperatura ambiente leggermente inferiore: $T^{\mathrm{c}}_{\mathrm{amb}} = (24.5 \pm 0.5)\,^{\circ}\mathrm{C}$, da cui $v^{\mathrm{c}}_{\mathrm{att}} = (346.4 \pm 0.3)\,\mathrm{m/s}$.

Come è possibile osservare comparando questi risultati a quelli sopra riportati, tutti i valori di v ottenuti risultano compatibili con i rispettivi valori attesi.

2 Misura mediante l'eco

2.1 Esperienza e procedimento di misura

Ripetiamo quattro volte i seguenti passaggi:

1. Mediante il termometro ambientale, misuriamo la temperatura ambiente T_{amb} (in questo caso, abbiamo ottenuto, per tutte le misure, $T_{\mathrm{amb}} = (25.5 \pm 0.5)\,^{\circ}\mathrm{C}$).

2. Chiusa l'estremità del tubo opposta all'altoparlante tramite il pistone, misuriamo la lunghezza L della colonna d'aria all'interno del tubo.

3. Accesi l'oscilloscopio e il generatore di onde, impostiamo una forma d'onda quadra e una frequenza di $(10 \pm 1)\,\mathrm{Hz}$. Regoliamo poi l'ampiezza fino a percepire un suono.

4. Fissiamo il microfono appena sotto all'altoparlante, rivolto verso l'interno del tubo.

5. Misuriamo, grazie all'oscilloscopio, un intervallo di tempo δt immediatamente successivo all'emissione dell'onda, in modo tale che i segnali delle eco siano chiaramente distinguibili. Contiamo allora, in quell'intervallo di tempo, il numero di picchi N rilevati.

2.2 Analisi dei dati raccolti

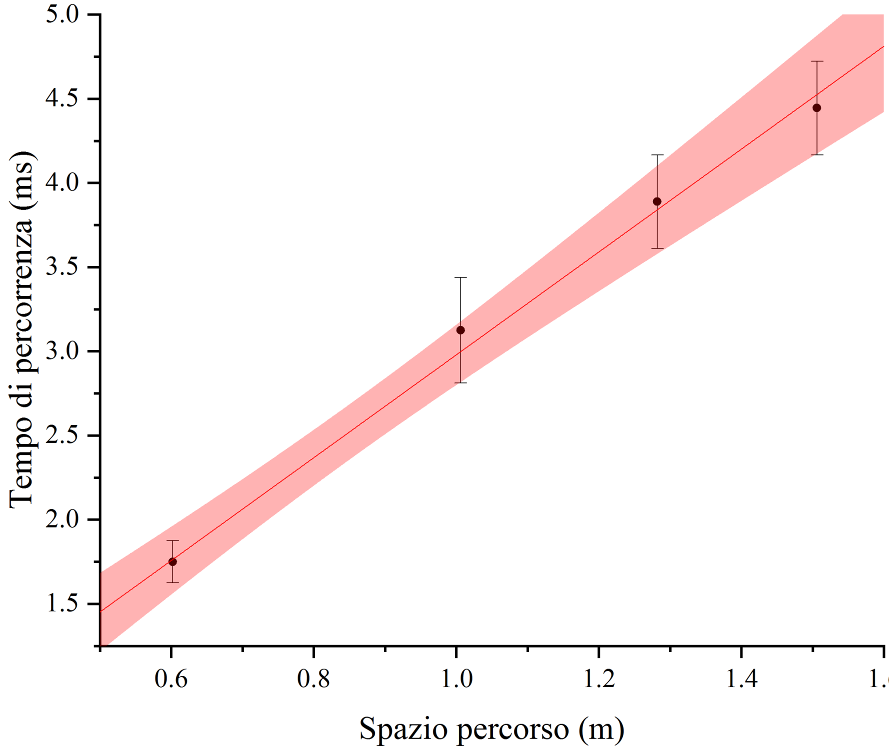
Sia L_0 la distanza percorsa dall'onda e sia Δt_0 il tempo impiegato. Allora, chiaramente,

$$L_0 = 2L, \qquad \Delta t_0 = \frac{\Delta t}{N} \quad \text{e} \quad v = \frac{L_0}{\Delta t_0}.$$

È quindi possibile stimare v come il reciproco del coefficiente angolare ψ di una retta di regressione:

$$\Delta t_0 = \psi L_0 \qquad \text{per cui} \quad v = \frac{1}{\psi}$$

Di seguito riportiamo i valori di L_0 e Δt_0 da noi ottenuti, accompagnati dai risultati della regressione lineare (pesata).



In rosso la retta di regressione, in rosa la sua regione di incertezza. Le barre di errore sull'ascissa, per quanto riportate nel grafico, non sono di dimensioni apprezzabili.

- Intercetta $= (-0.75 \pm 2.63) \cdot 10^{-4}\,\mathrm{s}$
- Coefficiente angolare $\psi = (3.05 \pm 0.29) \cdot 10^{-3}\,\mathrm{s/m}$

da cui:

$$v = (327 \pm 31)\,\mathrm{m/s}$$

2.3 Conclusioni

Osservazione. *L'intercetta di questa retta di regressione è risultata compatibile con* 0*, come ci si aspettava dalla relazione* $\delta t_0 = \psi L_0$.

Per valutare l'affidabilità della stima di v misurata, possiamo confrontarla con un valore atteso v_{att}, calcolato sulla base di T_{amb} come mostrato nella sezione precedente.

In questo caso, $v_{\text{att}} = (347.0 \pm 0.3)\,\text{m/s}$: possiamo quindi affermare che la velocità del suono misurata è abbondantemente compatibile con il valore atteso.

Possiamo pertanto concludere che l'esperienza ha avuto successo: mediante l'apparato sperimentale il gruppo di lavoro ha ottenuto misure della velocità del suono compatibili con quelle attese.