

# Laboratorio di Fisica 1

## R8: Misura di $|\vec{g}|$ mediante rotolamento puro

Gruppo 17: Bergamaschi Riccardo, Graiani Elia, Moglia Simone

19/03/2024 – 9/04/2024

### Sommario

Il gruppo di lavoro ha misurato indirettamente il modulo del campo gravitazionale locale ( $g$ ) studiando il moto di rotolamento di un corpo rigido.

## 0 Materiali e strumenti di misura utilizzati

Strumento di misura	Soglia	Portata	Sensibilità
Sistema a contatti elettrici con contatore di impulsi	1 $\mu\text{s}$	99 999 999 $\mu\text{s}$	1 $\mu\text{s}$
Metro a nastro	0.1 cm	300.0 cm	0.1 cm
Calibro ventesimale	0.05 mm	150.00 mm	0.05 mm
Bilancia di precisione	0.01 g	4200.00 g	0.01 g
Cellulare come goniometro	0.1°	45.0°	0.1°
Altro	Descrizione/Note		
Piano inclinato	Costituito da guide che permettono al campione di cadere da un contatto elettrico all'altro con un moto di rotolamento puro.		
Campione	Corpo rigido con simmetria assiale, assimilabile a una combinazione di cilindri e tronchi di cono coassiali.		
Cuscinetto	Posto a coprire il secondo contatto elettrico, attutisce l'impatto del campione contro di esso.		
Brugola e Lucidi	Utili per cambiare, rispettivamente, la distanza tra i contatti e l'angolo di inclinazione delle guide.		

## 1 Esperienza e procedimento di misura

1. Misuriamo la massa del campione con la bilancia di precisione e, con il calibro ventesimale, tutti i diametri e le altezze necessarie al calcolo del suo momento d'inerzia.
2. Fissiamo la distanza  $L$  tra i due contatti elettrici e l'angolo  $\theta$  di inclinazione delle guide rispetto a un piano normale a  $\vec{g}$ . Allora, acceso e impostato adeguatamente il contatore di impulsi, misuriamo 50 volte il tempo di caduta del campione  $t_{L,\theta}$ .
3. Ripetiamo il punto precedente per svariate combinazioni di  $L$  e  $\theta$ .

## 2 Analisi dei dati raccolti e conclusioni

### 2.1 Calcolo del momento d'inerzia del campione

Essendo il momento d'inerzia additivo, abbiamo calcolato  $I_{\text{CM}}$  sommando i singoli momenti d'inerzia rispetto al comune asse di simmetria dei cilindri e dei tronchi di cono che compongono il campione, dove la massa di ciascuno di essi è stata facilmente calcolata assumendo la densità del campione uniforme. Di seguito riportiamo tali misure:

#	Forma	$h$ (mm)	$d_{1,2}$ (mm)	$I$ ( $10^{-6}$ kg m <sup>2</sup> )
1	Cilindro	$30.45 \pm 0.05$	$49.90 \pm 0.05$	$154.6 \pm 1.8$
2	Tronco di cono	$5.95 \pm 0.10$	$49.90 \pm 0.05$ $29.40 \pm 0.05$	$13.7 \pm 0.5$
3	Cilindro	$9.20 \pm 0.10$	$25.85 \pm 0.05$	$3.36 \pm 0.08$
4	Cilindro	$10.80 \pm 0.05$	$18.65 \pm 0.05$	$1.07 \pm 0.02$
5	Tronco di cono	$4.25 \pm 0.05$	$34.55 \pm 0.05$ $49.90 \pm 0.05$	$11.8 \pm 0.4$
6	Cilindro	$52.95 \pm 0.05$	$49.90 \pm 0.05$	$269 \pm 3$
7	Tronco di cono	$4.25 \pm 0.05$	$49.90 \pm 0.05$ $36.35 \pm 0.05$	$12.6 \pm 0.4$
8	Cilindro	$10.80 \pm 0.05$	$18.75 \pm 0.05$	$1.09 \pm 0.02$
9	Cilindro	$9.25 \pm 0.10$	$25.90 \pm 0.05$	$3.41 \pm 0.08$
10	Tronco di cono	$5.95 \pm 0.10$	$29.10 \pm 0.05$ $49.90 \pm 0.05$	$13.5 \pm 0.5$
11	Cilindro	$30.40 \pm 0.05$	$49.90 \pm 0.05$	$154.4 \pm 1.8$

- Massa totale:  $M = (2214.57 \pm 0.01)$  g

- Volume totale:  $V = (2.654 \pm 0.017) \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$
- Densità media:  $\rho = (8.34 \pm 0.05) \cdot 10^{-3} \text{ kg/m}^3$
- Momento d'inerzia totale:  $I_{\text{CM}} = (6.38 \pm 0.09) \cdot 10^{-4} \text{ kg m}^2$

## 2.2 Distribuzione dei tempi di caduta

Riportiamo di seguito i grafici della distribuzione dei tempi di caduta  $t_{L,\theta}$ , accompagnati alle relative misure di  $L$  e  $\theta$ .

## 2.3 Calcolo di $g$ mediante la dinamica del corpo rigido

Fissato un sistema di riferimento cartesiano ortogonale solidale al piano inclinato, con origine nel punto di partenza del campione, asse  $x$  parallelo alle guide e asse  $y$  entrante nel piano inclinato, possiamo scrivere la legge del moto del centro di massa e le equazioni cardinali della dinamica del corpo rigido:

$$x_{\text{CM}}(t) = \frac{1}{2} a_{\text{CM}} t^2$$

$$\begin{cases} Mg \sin \theta - F_s = M a_{\text{CM}} \\ Mg \cos \theta - F_n = 0 \\ RMg \sin \theta = (I_{\text{CM}} + MR^2) \alpha \end{cases}$$

dove  $R$  è il raggio di contatto,  $\vec{F}_s$  è la forza di attrito statico tra il campione e le guide, mentre  $\vec{F}_n$  è la reazione vincolare delle guide, normale al piano.

Per poter descrivere il moto del campione come di rotolamento puro, dobbiamo assicurarci che  $F_s \leq \mu_s F_n$ , con  $\mu_s$  il coefficiente di attrito statico tra il corpo rigido e le guide. Se questa condizione è verificata, possiamo utilizzare la relazione:

$$\alpha = \frac{a_{\text{CM}}}{R}$$

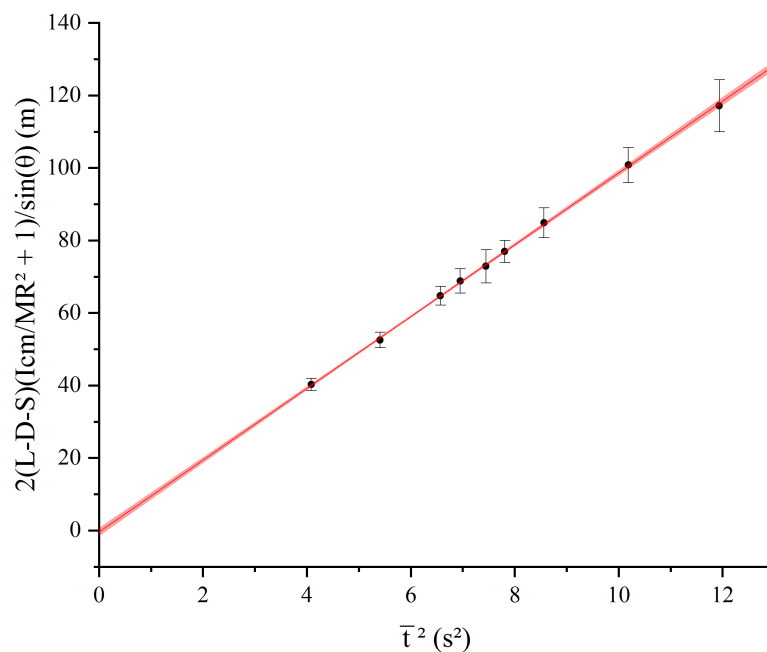
Risolvendo il sistema lineare e la disequazione di cui sopra si ottiene:

$$\begin{cases} a_{\text{CM}} = \frac{MR^2}{I_{\text{CM}} + MR^2} g \sin \theta \\ F_n = Mg \cos \theta \\ F_s = \frac{I}{I + MR^2} Mg \sin \theta \\ 0 \leq \alpha \leq \arctan \left( \mu_s \left( \frac{MR^2}{I_{\text{CM}}} + 1 \right) \right) \end{cases}$$

Ricordando ora che  $L = x_{\text{CM}}(\bar{t}_{L,\theta}) + D + S$ , dove  $D$  è il diametro più esterno del campione e  $S$  è lo spessore del cuscinetto, possiamo ricavare:

$$\frac{2(L - D - S)}{\sin \theta} \left( \frac{I_{\text{CM}}}{MR^2} + 1 \right) = g \cdot \bar{t}_{L,\theta}^2$$

Possiamo pertanto determinare il modulo di  $\vec{g}$  mediante una regressione lineare pesata<sup>1</sup>:



*In rosso la retta di regressione, in rosa la sua regione di incertezza.  
Nel grafico principale, le barre di errore lungo l'ascissa, date le loro dimensioni, non sono visibili.*

Di seguito riportiamo i risultati della regressione lineare:

- Coefficiente angolare ( $g$ ) =  $(9.9 \pm 0.5) \text{ m/s}^2$
- Intercetta =  $(0 \pm 3) \text{ m}$  (compatibile con 0, come ci si aspettava)

---

<sup>1</sup>La scelta di una regressione lineare *pesata* è giustificata dal fatto che gli errori sull'ascissa, per quanto ridotti, sono diversi fra di loro.