Laboratorio di Fisica 1
R8: Misura di $|\vec{g}|$ mediante rotolamento puro

Gruppo 17: Bergamaschi Riccardo, Graiani Elia, Moglia Simone

19/03/2024 – 9/04/2024

Sommario

Il gruppo di lavoro ha misurato indirettamente il modulo del campo gravitazionale locale (g) studiando il moto di rotolamento di un corpo rigido.

0 Materiali e strumenti di misura utilizzati

Strumento di misura	Soglia	Portata	Sensibilità
Due fototraguardi con contatore di impulsi	1 µs	99 999 999 µs	1 µs
Metro a nastro	0.1 cm	300.0 cm	0.1 cm
Calibro ventesimale	0.05 mm	150.00 mm	0.05 mm
Bilancia di precisione	0.01 g	4200.00 g	0.01 g
Cellulare come goniometro	0.1°	45.0°	0.1°

Altro	Descrizione/Note
Piano inclinato	Costituito da guide che permettono al campione di cadere da un fototraguardo all'altro con un moto di rotolamento puro.
Campione	Corpo rigido con simmetria assiale, assimilabile a una combinazione di cilindri e tronchi di cono.
Brugola	Utile per cambiare la distanza tra i fototraguardi
Lucidi	Utili per cambiare l'angolo di inclinazione delle guide

1 Esperienza e procedimento di misura

1. Misuriamo la massa del campione con la bilancia di precisione e, con il calibro ventesimale, tutti i diametri e le altezze necessarie al calcolo del suo momento d'inerzia.
2. Fissiamo la distanza L tra i due fototraguardi e l'angolo θ di inclinazione delle guide rispetto a un piano normale a $\vec{g}$. Allora, acceso e impostato adeguatamente il contatore di impulsi, misuriamo 50 volte il tempo di caduta del campione.
3. Ripetiamo il punto precedente per svariate combinazioni di L e θ.

Notazione. *Indicheremo con* $(t_s)_i$ *ogni i-esima misura del tempo di caduta* ($i \in [0; 50) \cap \mathbb{N}$)*, mentre con* $\overline{t_s}$ *il tempo di caduta medio. In particolare:*

$$\delta\left(\overline{t_s}\right) = \sigma_{\overline{t_s}} = \frac{\sigma_{t_s}}{\sqrt{100}} = \frac{\sigma_{t_s}}{10}.$$

1.1 Analisi dei dati raccolti e conclusioni

Essendo il momento d'inerzia additivo, abbiamo calcolato I_{CM} sommando i momenti d'inerzia rispetto all'asse di simmetria

Fissato un sistema di riferimento solidale all'apparato di misura, con origine nel punto di partenza del campione, possiamo scrivere la legge del moto del campione, indicando con l la distanza tra i due fototraguardi:

$$l = \frac{1}{2} a_{\text{cm}} t^2$$

Ma noi conosciamo anche la forza ed il momento risultanti sul corpo[1]:

$$Mgsin(\theta) - F_s = Ma_{\text{cm}}$$

$$F_s R = I_{\text{cm}} \frac{a_{\text{cm}}}{R}$$

$$MgR^2 sin(\theta) = (I_{\text{cm}} + MR^2) a_{cm}$$

La norma di $\vec{g}$ misurata indirettamente è allora ricavabile da:

$$\frac{2l}{t^2} = \frac{MgR^2 sin(\theta)}{I_{\text{cm}} + MR^2}$$

dove l'errore su g segue dalla propagazione degli errori su $d_0, \varnothing_s$ e $\overline{t_s}$ (supponendo gli errori piccoli, casuali e indipendenti).

Di seguito riportiamo gli istogrammi dei tempi e i valori di g così ottenuti. Per confrontare queste misure indirette (g_A e g_B) con il valore atteso ($g_{\text{attesa}} = 9.806\,\text{m/s}^2$), valutiamo, per ogni sferetta s, la seguente quantità (adimensionale):

$$\varepsilon_s = \frac{(g_s)_{\text{best}} - g_{\text{attesa}}}{\delta g_s}$$

[1] con R indichiamo la distanza tra il suo centro di massa e il punto di contatto

Allora la misura g_s da noi ottenuta è compatibile con g_{attesa} se e solo se $|\varepsilon_s| \leq 1$; inoltre, dal segno di ε_s è possibile determinare se g_s misurata è una sovrastima ($\varepsilon_s > 0$) o una sottostima ($\varepsilon_s < 0$) del valore atteso.

Figura 1: Istogrammi dei dati raccolti (t_A e t_B)

s	$\varnothing_s$ (mm)	$\overline{t_s}$ (ms)	g_s (m/s^2)	ε_s
A	24.62 ± 0.01	503.63 ± 0.02	9.82 ± 0.02	$+0.67$
B	22.23 ± 0.01	503.93 ± 0.02	9.82 ± 0.02	$+0.57$

Le misure di g ottenute sono pertanto ampiamente consistenti con il valore atteso.

Osservazione. *Dai valori di ε non emerge una differenza significativa fra le due sferette. In particolare, sembra che l'attrito viscoso dell'aria abbia agito in maniera trascurabile (come ci aspettavamo).*
*Tuttavia, dopo una più attenta analisi, è comunque possibile notare una tendenza: in media, la sferetta con raggio maggiore ha percorso la stessa distanza in un tempo leggermente minore. Pertanto, ciò potrebbe suggerire un effetto molto ridotto dell'attrito dell'aria; questa tendenza però non è rispecchiata dai valore di ε, probabilmente a causa di una sovrastima della distanza d_0. Si noti infatti che, dal segno degli ε, entrambe le misure di g sono risultate sovrastime, mentre, nell'equazione (**??**), d_0 è al numeratore.*