Laboratorio di Fisica 1

R8: Misura di $|\vec{g}|$ mediante rotolamento puro

Gruppo 17: Bergamaschi Riccardo, Graiani Elia, Moglia Simone

19/03/2024 – 9/04/2024

Sommario

Il gruppo di lavoro ha misurato indirettamente il modulo del campo gravitazionale locale (g) studiando il moto di rotolamento di un corpo rigido.

0 Materiali e strumenti di misura utilizzati

Strumento di misura	**Soglia**	**Portata**	**Sensibilità**
Due fototraguardi con contatore di impulsi	1 µs	99 999 999 µs	1 µs
Metro a nastro	0.1 cm	300.0 cm	0.1 cm
Calibro ventesimale	0.05 mm	150.00 mm	0.05 mm
Bilancia di precisione	0.01 g	4200.00 g	0.01 g
Cellulare come goniometro	0.1°	45.0°	0.1°

Altro	**Descrizione/Note**
Piano inclinato	Costituito da guide che permettono al campione di cadere da un fototraguardo all'altro con un moto di rotolamento puro.
Campione	Corpo rigido con simmetria assiale, assimilabile a una combinazione di cilindri e tronchi di cono coassiali.
Brugola e Lucidi	Utili per cambiare, rispettivamente, la distanza tra i fototraguardi e l'angolo di inclinazione delle guide.

1 Esperienza e procedimento di misura

1. Misuriamo la massa del campione con la bilancia di precisione e, con il calibro ventesimale, tutti i diametri e le altezze necessarie al calcolo del suo momento d'inerzia.

2. Fissiamo la distanza L tra i due fototraguardi e l'angolo θ di inclinazione delle guide rispetto a un piano normale a $\vec{g}$. Allora, acceso e impostato adeguatamente il contatore di impulsi, misuriamo 50 volte il tempo di caduta del campione.

3. Ripetiamo il punto precedente per svariate combinazioni di L e θ.

Notazione. *Fissati L e θ, indicheremo con $(t_{L,\theta})_i$ ogni i-esima misura del tempo di caduta ($i \in [0; 50) \cap \mathbb{N}$), mentre con $\bar{t}_{L,\theta}$ il tempo di caduta medio. Calcoloremo l'errore su $\bar{t}_{L,\theta}$ in questo modo:*

$$\delta\big(\bar{t}_{L,\theta}\big) = \sigma_{\bar{t}_{L,\theta}} = \frac{\sigma_{t_{L,\theta}}}{\sqrt{50}}.$$

1.1 Analisi dei dati raccolti e conclusioni

Essendo il momento d'inerzia additivo, abbiamo calcolato I_{CM} sommando i singoli momenti d'inerzia rispetto al comune asse di simmetria dei cilindri e dei tronchi di cono che compongono il campione, dove la massa di ciascuno di essi è stata facilmente calcolata assumendo la densità del campione uniforme. Di seguito riportiamo tali misure:

- Massa totale: $M = (2214.57 \pm 0.01)$ g
- Volume totale: $V = (2.654 \pm 0.017) \cdot 10^{-4}$ m^3
- Densità media: $\rho = (8.34 \pm 0.05) \cdot 10^{-3}$ kg/m^3

#	*Forma*	h (mm)	$d_{1,2}$ (mm)	I (mg m^2)
1	Cilindro	30.45 ± 0.05	49.90 ± 0.05	154.6 ± 1.8
2	Tronco di cono	5.95 ± 0.10	49.90 ± 0.05 29.40 ± 0.05	13.7 ± 0.5
3	Cilindro	9.20 ± 0.10	25.85 ± 0.05	3.36 ± 0.08
4	Cilindro	10.80 ± 0.05	18.65 ± 0.05	1.07 ± 0.02
5	Tronco di cono	4.25 ± 0.05	34.55 ± 0.05 49.90 ± 0.05	11.8 ± 0.4
6	Cilindro	52.95 ± 0.05	49.90 ± 0.05	269 ± 3
7	Tronco di cono	4.25 ± 0.05	49.90 ± 0.05 36.35 ± 0.05	12.6 ± 0.4
8	Cilindro	10.80 ± 0.05	18.75 ± 0.05	1.09 ± 0.02
9	Cilindro	9.25 ± 0.10	25.90 ± 0.05	3.41 ± 0.08
10	Tronco di cono	5.95 ± 0.10	29.10 ± 0.05 49.90 ± 0.05	13.5 ± 0.5
11	Cilindro	30.40 ± 0.05	49.90 ± 0.05	154.4 ± 1.8

Fissato un sistema di riferimento cartesiano ortogonale solidale al piano inclinato, con origine nel punto di partenza del campione, possiamo scrivere la legge del moto del centro di massa e le equazioni cardinali del corpo rigido:

$$x = \frac{1}{2} a_{\mathrm{CM}} t^2$$

Ma noi conosciamo anche la forza ed il momento risultanti sul corpo[1]:

$$Mgsin(\theta) - F_s = Ma_{\mathrm{cm}}$$

$$F_s R = I_{\mathrm{cm}} \frac{a_{\mathrm{cm}}}{R}$$

$$MgR^2 sin(\theta) = (I_{\mathrm{cm}} + MR^2) a_{cm}$$

La norma di $\vec{g}$ misurata indirettamente è allora ricavabile da:

$$\frac{2L}{t^2} = \frac{MgR^2 \sin(\theta)}{I_{\mathrm{cm}} + MR^2}$$

dove l'errore su g segue dalla propagazione degli errori su d_0, $\varnothing_s$ e $\overline{t_s}$ (supponendo gli errori piccoli, casuali e indipendenti).

[1] con R indichiamo la distanza tra il suo centro di massa e il punto di contatto