

Laboratorio di Fisica 1

R6: Calorimetro delle mescolanze

Gruppo 17: Bergamaschi Riccardo, Graiani Elia, Moglia Simone

6/12/2023 – 13/12/2023

Sommario

Il gruppo di lavoro ha misurato il calore specifico di tre solidi distinti per risalirne alla natura; a questo fine, è stato necessario determinare le caratteristiche termiche del calorimetro (capacità termica, tempo caratteristico e conducibilità).

0 Materiali e strumenti di misura utilizzati

| Strumento di misura | Soglia | Portata | Sensibilità |
|-------------------------|---------------------------------|------------|-------------|
| Termometro digitale | 0.1 °C | N./A. | 0.1 °C |
| Cronometro | 0.5 s | N./A. | 0.5 s |
| Barometro | N./A. | 14 000 hPa | 1 hPa |
| Cilindro graduato | 1 mL | 100 mL | 1 mL |
| Bilancia di precisione | 0.01 g | 4100.00 g | 0.01 g |
| Altro | Descrizione/Note | | |
| Calorimetro | Quasi adiabatico. | | |
| Fornelletto e pentolino | Per scaldare acqua e campioni. | | |
| Tre campioni metallici | Li chiameremo A , B e C . | | |

1 Misurazione della massa equivalente

Il calorimetro, per quanto isolante termicamente, comunque non è completamente adiabatico. Pertanto, prima di procedere con la misura indiretta dei calori specifici dei campioni di materiale ignoto, è necessario ottenere una stima della capacità termica del calorimetro C_{cal} .

Per semplificare i calcoli, abbiamo definito “massa (d’acqua) equivalente (in senso termico) al calorimetro” come la quantità:

$$m_{\text{eq}} := \frac{C_{\text{cal}}}{c_{\text{H}_2\text{O}}}$$

Osservazione. La massa equivalente ci dà anche un'idea di quanto il calorimetro disturbi le misure.

1.1 Esperienza e procedimento di misura

Nota. La temperatura di ebollizione (T_{eb}) dell'acqua distillata dipende dalla pressione atmosferica. Per questo motivo, abbiamo misurato la pressione atmosferica, ottenendo un valore di (992 ± 1) hPa, al quale, secondo la letteratura, corrisponde un punto di ebollizione dell'acqua di (99.4 ± 0.1) °C.

1. Misuriamo, mediante la bilancia di precisione, la massa del calorimetro vuoto (coperchio compreso): $m_{cal} = (781.91 \pm 0.01)$ g
2. Versiamo, aiutandoci col cilindro graduato, circa 100 mL di acqua distillata ($c_{H_2O} = 4186 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$) a temperatura ambiente T_{amb} nel calorimetro. Per avere una stima più accurata di questa quantità di acqua, misuriamo la massa complessiva del calorimetro dopo questa operazione. In questo modo, otteniamo indirettamente la massa d'acqua "fredda": $m_{fredda} = (99.35 \pm 0.02)$ g
3. Scaldiamo nel pentolino altri 100 mL, circa, di acqua distillata, fino al punto di ebollizione.
4. Inserito nel calorimetro il termometro digitale, avviamo l'acquisizione dati. Riapriamo poi il calorimetro e vi versiamo all'interno, velocemente, l'acqua calda.
5. Chiuso il calorimetro, mescoliamo lentamente l'acqua per assicurarci una distribuzione omogenea del calore, senza però introdurre una quantità significativa di energia all'interno del sistema.
6. Dopo una decina di minuti, interrompiamo l'acquisizione, estraiamo il termometro e misuriamo nuovamente la massa del sistema. In questo modo, per differenza, otteniamo la massa dell'acqua calda che avevamo versato nel calorimetro¹: $m_{calda} = (85.12 \pm 0.03)$ g

Osservazione. È meglio che i due volumi d'acqua siano molto simili e che la loro somma sia pressoché pari al volume che utilizzeremo nella seconda parte dell'esperimento, in modo che il calorimetro si bagni allo stesso modo.

1.2 Analisi dei dati raccolti e conclusioni

Detta T_{eq} la temperatura di equilibrio del sistema, vale:

$$m_{calda}(T_{eb} - T_{eq}) = (m_{fredda} + m_{eq})(T_{eq} - T_{amb})$$

¹Si noti che questa massa è minore di quella che avevamo versato nel pentolino, poiché una parte dell'acqua è evaporata. Misurare la massa alla fine dell'esperimento, per differenza, ci permette di non doverne tener conto successivamente. Possiamo infatti considerare il calorimetro come un sistema chiuso: finché non lo apriamo, la massa complessiva non cambia.

da cui:

$$m_{\text{eq}} = \frac{T_{\text{eb}} - T_{\text{eq}}}{T_{\text{eq}} - T_{\text{amb}}} m_{\text{calda}} - m_{\text{fredda}}$$

Di seguito riportiamo, in un grafico, i dati raccolti dal termometro digitale.

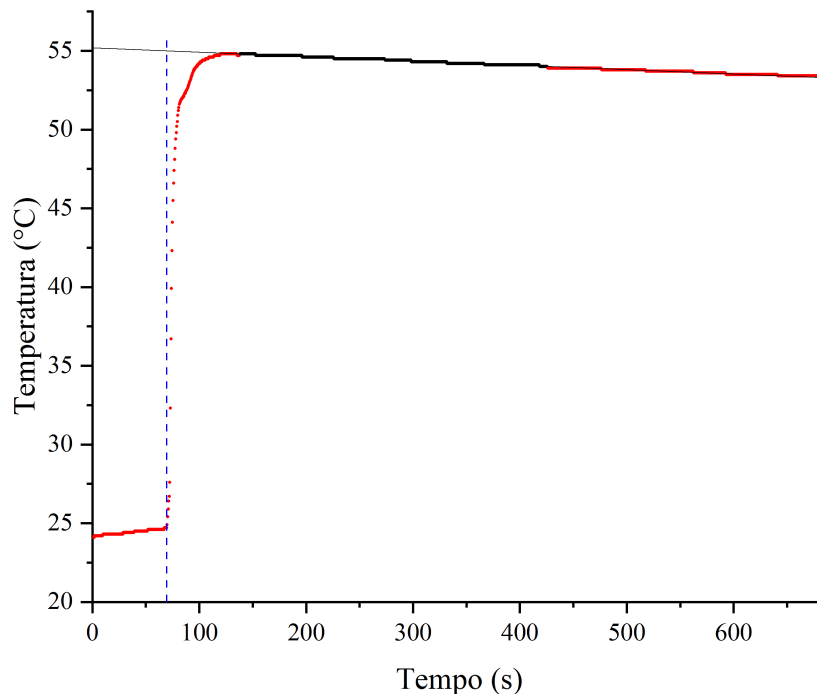


Figura 1: I dati raccolti col termometro. In nero, appena visibile, una retta di regressione sull'intervallo di dati indicato in nero. In blu, l'istante di tempo nel quale abbiamo inserito l'acqua calda. L'ordinata del punto di intersezione fra le due rette è la temperatura di equilibrio.

Abbiamo ottenuto $T_{\text{eq}} = (55.0 \pm 0.1)^\circ\text{C}$. Utilizzando le relazioni sopra esposte, abbiamo calcolato² $m_{\text{eq}} = (25 \pm 3) \text{ g}$.

Possiamo ora proseguire con la stima dei calori specifici dei vari campioni metallici.

²Avendo stimato gli errori come piccoli, casuali e indipendenti, abbiamo utilizzato la propagazione degli errori per calcolare tutte le incertezze delle misure indirette. Questo vale anche per le sezioni successive.

2 Misurazione del calore specifico dei campioni

2.1 Esperienza e procedimento di misura

Per ogni campione $i \in \{A, B, C\}$:

1. Versiamo nel pentolino una quantità d'acqua tale da permettere l'immersione completa del campione in essa e la portiamo ad ebollizione.
2. Con l'aiuto del calibro ventesimale e di una cordicella, sospendiamo il campione all'interno dell'acqua, nel pentolino, in modo tale che non tocchi il fondo e, contemporaneamente, sia immerso completamente.
3. Versiamo circa 200 mL di acqua distillata, a temperatura ambiente (T_{amb}), nel calorimetro (vuoto e asciutto). Ne misuriamo la massa $m_{\text{H}_2\text{O}}$ per differenza, secondo quanto descritto al paragrafo 1.1.
4. Misuriamo la massa m_i del campione con la bilancia di precisione.
5. Quando il campione raggiunge la stessa temperatura dell'acqua (T_{eb}), inseriamo il termometro nel calorimetro e avviamo l'acquisizione dati. Poi, apriamo velocemente il calorimetro per inserirvi il campione.
6. Chiuso il calorimetro, mescoliamo lentamente l'acqua, come descritto al paragrafo 1.1.
7. Dopo una decina di minuti, interrompiamo l'acquisizione.

2.2 Analisi dei dati raccolti e conclusioni

Detta T_{eq} la temperatura di equilibrio, per ogni campione $i \in \{A, B, C\}$ vale:

$$c_i m_i (T_{\text{eb}} - T_{\text{eq}}) = c_{\text{H}_2\text{O}} (m_{\text{H}_2\text{O}} + m_{\text{eq}}) (T_{\text{eq}} - T_{\text{amb}})$$

dove c_i è il calore specifico del campione. Risolvendo in c_i otteniamo:

$$c_i = c_{\text{H}_2\text{O}} \cdot \frac{m_{\text{H}_2\text{O}} + m_{\text{eq}}}{m_i} \cdot \frac{T_{\text{eq}} - T_{\text{amb}}}{T_{\text{eb}} - T_{\text{eq}}}$$

Nella seguente tabella riportiamo quanto calcolato a partire dai dati raccolti. In tutti i casi, T_{eq} è stata calcolata secondo quanto descritto al paragrafo 1.2.

| i | $m_{\text{H}_2\text{O}}$ (g) | m_i (g) | T_{amb} (°C) | T_{eq} (°C) | c_i (J kg ⁻¹ K ⁻¹) |
|-----|------------------------------|--------------|-----------------------|----------------------|---|
| A | 197.54 ± 0.02 | 12.43 ± 0.01 | 24.7 ± 0.1 | 25.2 ± 0.1 | 500 ± 200 |
| B | 194.81 ± 0.02 | 28.73 ± 0.01 | 25.1 ± 0.1 | 25.9 ± 0.1 | 350 ± 100 |
| C | 194.00 ± 0.02 | 44.86 ± 0.01 | 25.6 ± 0.1 | 26.0 ± 0.1 | 110 ± 60 |

Per capire di che materiale siano composti i campioni abbiamo confrontato i valori di c_i calcolati con le misure indicate in letteratura (c_{met}).

Per valutare numericamente la consistenza dei risultati ottenuti con i valori attesi, abbiamo calcolato, per ogni combinazione campione-materiale, il seguente valore (numero puro):

$$\varepsilon = \frac{c_i - c_{\text{met}}}{\delta c_i + \delta c_{\text{met}}}$$

Allora c_i è consistente con c_{met} se e solo se $|\varepsilon| \leq 1$.

| i | c_i ($\text{J kg}^{-1}\text{K}^{-1}$) | Metallo m | c_m ($\text{J kg}^{-1}\text{K}^{-1}$) | ε |
|-----|---|--------------|---|---------------|
| A | 500 ± 200 | Acciaio inox | 502 ± 1 | +0.018 |
| B | 350 ± 100 | Ottone | 377 ± 1 | -0.279 |
| | | Rame | 385 ± 1 | -0.359 |
| | | Zinco | 388 ± 1 | -0.389 |
| C | 110 ± 60 | Piombo | 130 ± 1 | -0.305 |

Osservazione. È interessante notare come ottone, rame e zinco abbiano calori specifici piuttosto vicini fra loro e siano tutti compatibili con le nostre misure: in effetti, l'ottone è proprio una lega di rame e zinco. Riteniamo che il nostro campione sia di ottone, principalmente a causa della sua colorazione.

3 Misurazione del tempo caratteristico del calorimetro

3.1 Esperienza e procedimento di misura

1. Scaldiamo, nel pentolino, circa 200 mL di acqua distillata fino al punto di ebollizione.
2. Inseriamo il termometro nel calorimetro, vuoto e asciutto, e avviamo l'acquisizione dati.
3. Aperto il calorimetro, vi versiamo l'acqua, per poi richiuderlo velocemente. Acquisiamo dati per un tempo complessivo di $(2.8450 \pm 0.0005) \cdot 10^4$ s, ovvero $47 \text{ min } 25.0 \text{ s} \pm 0.5 \text{ s}$.
4. Al termine dell'acquisizione, prima di riaprire il calorimetro, estraiamo il termometro e misuriamo nuovamente la massa complessiva, sempre per determinare la quantità d'acqua calda inizialmente introdotta.

3.2 Analisi dei dati raccolti e conclusioni

Su larga scala, l'andamento della temperatura all'interno del calorimetro in funzione del tempo è esponenziale. In particolare, $T(t)$ segue questa legge:

$$T(t) = (T_0 - T_{\text{amb}})e^{-\frac{t}{\tau}} + T_{\text{amb}}$$

dove τ è il cosiddetto “tempo caratteristico”, un parametro legato alla conducibilità termica: vale infatti

$$\kappa = \frac{C_{\text{cal}}}{\tau} = \frac{c_{\text{H}_2\text{O}}m_{\text{eq}}}{\tau}$$

Riarrangiando l'equazione precedente, si ottiene³:

$$\ln(T(t) - T_{\text{amb}}) = -\frac{1}{\tau}t + \ln(T_0 - T_{\text{amb}})$$

È pertanto possibile determinare τ mediante una regressione lineare (pesata⁴):

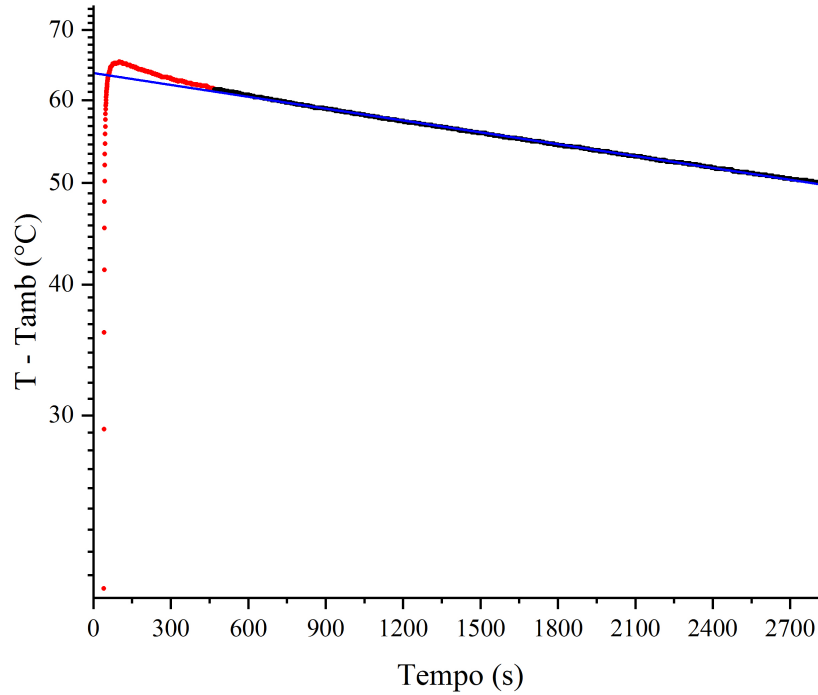


Figura 2: *I dati che abbiamo utilizzato per la regressione lineare. In blu, la retta di regressione sull'intervallo di dati indicato in nero.*

³A patto, ovviamente, che $T(t) > 0 \quad \forall t$. Nel caso dei nostri dati, ciò è vero in particolare a partire dal momento in cui $T(t)$ assume l'andamento esponenziale.

⁴A causa della trasformazione applicata ai dati ($T \mapsto \ln(T - T_{\text{amb}})$), gli errori assoluti sull'ordinata variano notevolmente.

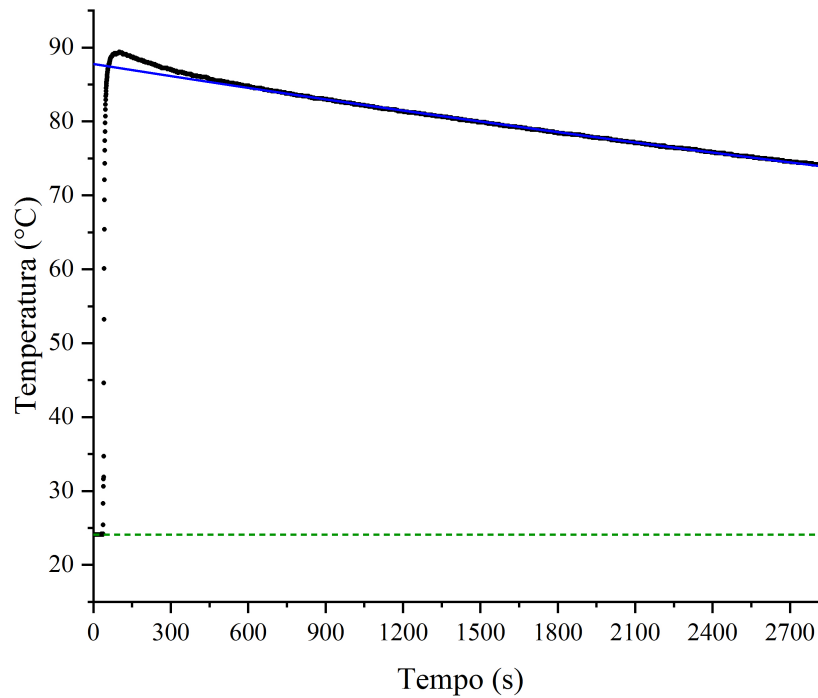


Figura 3: *I dati raccolti col termometro. In blu, la curva esponenziale così ottenuta. In verde, la temperatura ambiente.*

Dalla regressione lineare emerge che:

$$\tau = (1.1510 \pm 0.0014) \cdot 10^4 \text{ s} = 3 \text{ h } 11 \text{ min } 50 \text{ s} \pm 14 \text{ s}$$

Pertanto:

$$\kappa = (9.3 \pm 1.1) \text{ W K}^{-1}$$

Nota. Per leggibilità, non abbiamo riportato le barre di errore nei grafici; tuttavia, abbiamo considerato le incertezze in ogni calcolo, utilizzando, ove necessario, la propagazione degli errori, come indicato alla nota ².