class-IX
Ex-6.3

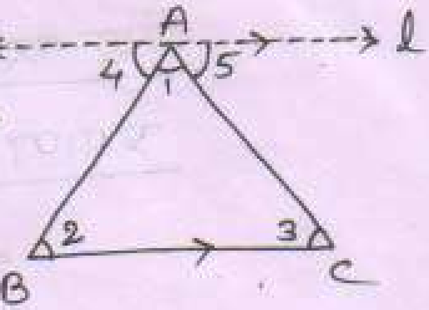
class - IX

प्रमेय :- 6.7 → किसी त्रिभुज के तीनो कोणो का योगफल 180° होता है।

[The Sum of the three angles of a triangles is 180°.]

दिया है:- ABC एक त्रिभुज है।

सिद्ध करना है:- $\angle A + \angle B + \angle C = 180°$



रचना:- शीर्ष बिन्दु A से भुजा BC के समान्तर एक रेखा l खींचा।

प्रमाण:- $\because$ BC ∥ l तथा AB एक तिर्यक रेखा है।

$\therefore \angle 2 = \angle 4$ — (I) [एकान्तर कोण]

फिर,

$\because$ BC ∥ l तथा AC एक तिर्यक रेखा है।

$\therefore \angle 3 = \angle 5$ — (II) [एकान्तर कोण]

$\because$ l एक रेखा है।

$\therefore \angle 4 + \angle 1 + \angle 5 = 180°$

$\Rightarrow \angle 2 + \angle 1 + \angle 3 = 180°$ [समी० (I) और (II) से]

$\Rightarrow \angle B + \angle A + \angle C = 180°$

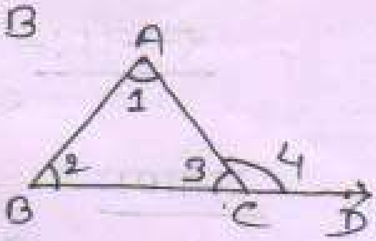
$\Rightarrow \angle A + \angle B + \angle C = 180°$

सिद्ध

प्रमेय :- 6.8 → यदि किसी त्रिभुज की एक भुजा बढ़ाई जाय तो इस प्रकार बना कोण बहिष्कोण सुदूर अंतः कोणों के योगफल के बराबर होता है।

दिया है :- ΔABC की BC भुजा बिन्दु D तक बढ़ाई गई है जिससे बहिष्कोण $\angle 4$ बनता है।

सिद्ध करना है :- $\angle ACD = \angle A + \angle B$



प्रमाण :- हम जानते हैं कि त्रिभुज के तीनो कोणों का योग 180 होता है।

$$\therefore \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ \quad \text{—(I)}$$

और,

$$\angle 3 + \angle 4 = 180^\circ \quad \text{—(II)}$$ [रैखिक युग्म]

समी॰ (I) तथा (II) से,

$$\angle 1 + \angle 2 + \cancel{\angle 3} = \cancel{\angle 3} + \angle 4$$

$$\Rightarrow \angle 1 + \angle 2 = \angle 4$$

$$\Rightarrow \angle 4 = \angle 1 + \angle 2$$

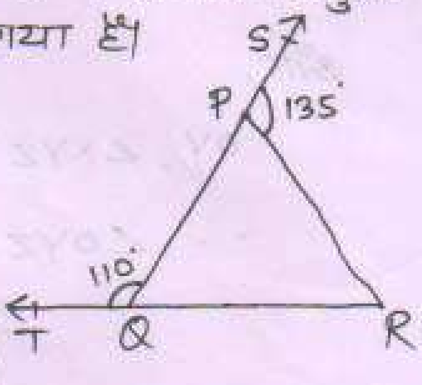
$$\Rightarrow \angle ACD = \angle A + \angle B$$

सिद्ध

Ex-6.3

(1) दिया है:- ΔPQR में,

भुजाओ PQ और RQ को क्रमश: बिन्दुओ S और T तक बढ़ाया गया है।



$\angle SPR = 135°$

$\angle PQT = 110°$

$\angle PRQ = ?$

$\because \angle SPR + \angle QPR = 180°$ [रैखिक युग्म]

$\Rightarrow 135° + \angle QPR = 180°$

$\Rightarrow \angle QPR = 180° - 135° = 45°$

फिर,

$\because$ भुजा RQ को बिन्दु T तक बढ़ाने पर एक बहिष्कोण $\angle PQT$ बनता है।

$\therefore \angle PQT = \angle QPR + \angle PRQ$ [बहिष्कोण के गुण से]

$\Rightarrow 110° = 45° + \angle PRQ$

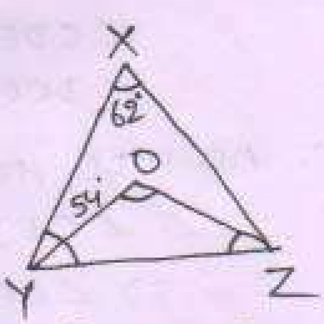
$\Rightarrow \angle PRQ = 110° - 45° = 65°$ Ans

(2) दिया है:- $\angle X = 62°$

$\angle XYZ = 54°$

$\angle OZY = ?$

$\angle YOZ = ?$



$\because \Delta XYZ$ में,

$\angle X + \angle XYZ + \angle XZY = 180°$ [त्रिभुज के गुण से]

$\Rightarrow 62° + 54° + \angle XZY = 180°$

$\Rightarrow 116° + \angle XZY = 180°$

$\Rightarrow \angle XZY = 180° - 116° = 64°$

~~$\because$ ZO, $\angle XYZ$ को समद्विभाजित करता है~~

~~$\therefore \angle OZY$ ... $\angle XYZ$~~

~~$\because$ ZO, $\angle XZY$ को समद्विभाजित करता है~~

~~$\therefore \angle OZY = \frac{1}{2} \angle XZY$~~

~~$= \frac{1}{2} \times 64$~~

~~$\angle OZY = 32$~~

②

∵ OZ, $\angle XZY$ को समद्विभाजित करता है

∴ $\angle OZY = \frac{1}{2}\angle XZY$

$= \frac{1}{\cancel{2}} \times \cancel{64}^{32}$

$= 32°$

और,

OY, $\angle XYZ$ को समद्विभाजित करता है

∴ $\angle OYZ = \frac{1}{2}\angle XYZ$

$= \frac{1}{\cancel{2}} \times \cancel{54}^{27}$

$= 27°$

ΔOYZ में,

$\angle OYZ + \angle OZY + \angle YOZ = 180°$ [त्रिभुज के गुण से]

$\Rightarrow 27° + 32° + \angle YOZ = 180°$

$\Rightarrow 59° + \angle YOZ = 180°$

$\Rightarrow \angle YOZ = 180° - 59°$

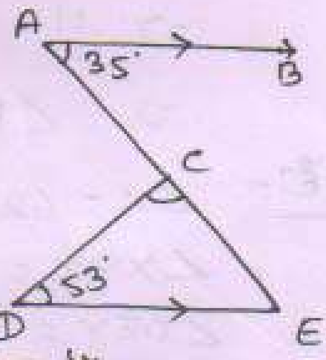
$\Rightarrow \angle YOZ = 121°$ Ans

③ दिया है:- $AB \parallel DE$

$\angle BAC = 35°$

$\angle CDE = 53°$

$\angle DCE = ?$



∵ $AB \parallel DE$ तथा AE एक तिर्यक रेखा है।

∴ $\angle CED = \angle BAC$ [एकान्तर कोण]

$\Rightarrow \angle CED = 35°$

ΔCDE में,

$\angle DCE + \angle CDE + \angle DEC = 180°$ [त्रिभुज के गुण से]

$\Rightarrow \angle DCE + 53° + 35° = 180°$

$\Rightarrow \angle DCE + 88° = 180°$

$\Rightarrow \angle DCE = 180° - 88°$

$\Rightarrow \angle DCE = 92°$ Ans

(5) दिया है:- रेखाएँ PQ और RS बिन्दु T पर प्रतिच्छेद करती हैं।

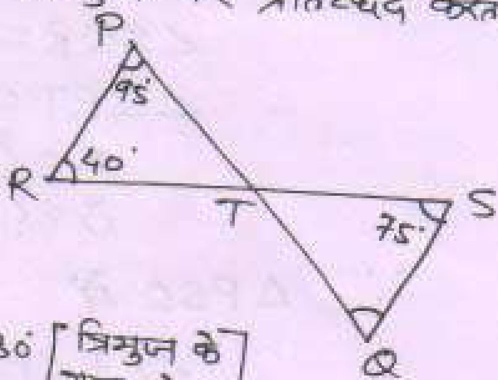
$\angle PRT = 40^\circ$

$\angle RPT = 95^\circ$

$\angle TSQ = 75^\circ$

$\angle SQT = ?$

(3)



$\because$ ΔPRT में,

$\angle PRT + \angle RPT + PTR = 180^\circ$ [त्रिभुज के गुण से]

$\Rightarrow 40^\circ + 95^\circ + \angle PTR = 180^\circ$

$\Rightarrow 135^\circ + \angle PTR = 180^\circ$

$\Rightarrow \angle PTR = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$

~~किन्तु~~ लेकिन,

$\angle PTR = \angle STQ$ [शीर्षाभिमुख कोण]

$\Rightarrow 45^\circ = \angle STQ$

$\Rightarrow \angle STQ = 45^\circ$

फिर

ΔSTQ में,

$\angle STQ + \angle SQT + \angle TSQ = 180^\circ$ [त्रिभुज के गुण से]

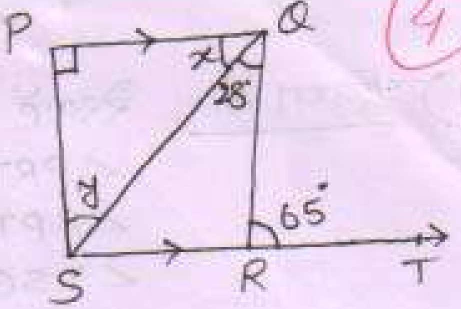
$\Rightarrow 45^\circ + \angle SQT + 75^\circ = 180^\circ$

$\Rightarrow \angle SQT + 120^\circ = 180^\circ$

$\Rightarrow \angle SQT = 180^\circ - 120^\circ$

$\Rightarrow \angle SQT = 60^\circ$ Ans

(5) (4)



दिया है :- $PQ \perp PS$

$PQ \parallel SR$

$\angle SQR = 28°$

$\angle QRT = 65°$

$x = ?$

$y = ?$

$\because$ ΔPSQ में,

$\angle P + \angle PQS + \angle PSQ = 180°$ [त्रिभुज के गुण से]

$\Rightarrow 90° + x + y = 180°$

$\Rightarrow x + y = 180° - 90°$

$\Rightarrow x + y = 90°$ — (1)

$\because$ ΔQSR में,

भुजा SR को बिन्दु T तक बढाने पर एक बहिष्कोण $\angle QRT$ बनता है

$\therefore \angle QRT = \angle SQR + \angle QSR$

$\Rightarrow 65° = 28° + \angle QSR$

$\Rightarrow 65° - 28 = \angle QSR$

$\Rightarrow 37° = \angle QSR$

$\Rightarrow \angle QSR = 37°$

$\because$ $PQ \parallel SR$ तथा QS एक तिर्यक रेखा है

$\therefore \angle PQS = \angle QSR$ [एकान्तर कोण]

$\Rightarrow x = 37°$

समी० (1) से,

$x + y = 90°$

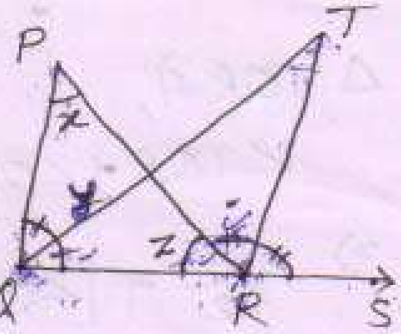
$\Rightarrow 37° + y = 90°$

$\Rightarrow y = 90° - 37°$

$\Rightarrow y = 53°$

$\therefore \left.\begin{array}{l} x = 37° \\ y = 53° \end{array}\right\}$ उ०

6 दिया है:- ΔPQR में,
भुजा QR को
S बिन्दु तक बढ़ाया गया है।
$\angle PQR$ और $\angle PRS$ का समद्विभाजक
बिन्दु T पर मिलते हैं।



सिद्ध करना है:- $\angle QTR = \frac{1}{2} \angle QPR$

प्रमाण :- माना कि ΔPQR में,

$\angle QPR = x$

$\angle PQR = y$

$\angle PRQ = z$

$\because$ QT, $\angle PQR$ को समद्विभाजित करता है।

$\therefore \angle PQT = \angle TQR = \frac{1}{2} \angle PQR$

$\Rightarrow \angle TQR = \frac{1}{2} y = \frac{y}{2}$ — (I)

और,

RT, $\angle PRS$ को समद्विभाजित करता है।

$\therefore \angle PRT = \angle TRS = \frac{1}{2} \angle PRS$ — (II)

$\because$ बहिष्कोण सामने के दोनों अन्तः कोणों के योग के बराबर होता है

$\therefore \angle PRS = \angle QPR + \angle PQR$

$\Rightarrow \angle PRS = x + y$ — (III)

समी (II) से,

$\therefore \angle PRT = \frac{1}{2}(x+y)$

$= \frac{1}{2}(180^\circ - z)$ [क्योंकि $x+y+z = 180^\circ$ $\Rightarrow x+y = 180^\circ - z$]

$= \frac{1}{2} \times \overset{90^\circ}{\cancel{180^\circ}} - \frac{1}{2} z$

$= 90^\circ - \frac{1}{2} z$ — (IV)

6

ΔTQR में,

$\angle TQR + \angle QRT + \angle QTR = 180°$ [त्रिभुज के गुण से]

$\Rightarrow \frac{y}{2} + [\angle PRQ + \angle PRT] + \angle QTR = 180°$

$\Rightarrow \frac{y}{2} + [z + (90° - \frac{1}{2}z)] + \angle QTR = 180°$

$\Rightarrow \frac{y}{2} + [z + 90° - \frac{1}{2}z] + \angle QTR = 180°$

$\Rightarrow \frac{y}{2} + [(z - \frac{1}{2}z) + 90°] + \angle QTR = 180°$

$\Rightarrow \frac{y}{2} + [(\frac{2z - z}{2}) + 90°] + \angle QTR = 180°$

$\Rightarrow \frac{y}{2} + [\frac{z}{2} + 90°] + \angle QTR = 180°$

$\Rightarrow \frac{y}{2} + \frac{z}{2} + 90° + \angle QTR = 180°$

$\Rightarrow \frac{1}{2}(y + z) + \angle QTR = 180° - 90°$

$\Rightarrow \frac{1}{2}(180° - x) + \angle QTR = 90°$ $\left[\because x + y + z = 180° \Rightarrow y + z = 180° - x\right]$

$\Rightarrow \cancel{\frac{1}{2}} \times \overset{90°}{\cancel{180°}} - \frac{1}{2}x + \angle QTR = 90°$

$\Rightarrow 90° - \frac{1}{2}x + \angle QTR = 90°$

$\Rightarrow \angle QTR = \cancel{90°} - \cancel{90°} + \frac{1}{2}x$

$\Rightarrow \angle QTR = \frac{1}{2}x$

$\therefore \angle QTR = \frac{1}{2}\angle QPR$

सिद्ध