अध्याय - 1

संख्या पद्धति

मुख्य बिन्दुएँ :-

* **प्राकृत संख्या (Natural Numbers) :-**

गिनती की संख्या को प्राकृत संख्या कहते है जो 1 से शुरु होती है।

जैसे :- 1, 2, 3, 4, 5, -------

* **पूर्ण संख्या (Whole Numbers) :-**

गिनती की संख्या को पूर्ण संख्या कहते है जो 0 से शुरु होती है।

जैसे :- 0, 1, 2, 3, 4, -------

* **सम संख्या (Even Number) :-**

जो संख्या 2 से पूर्णतः विभाजित हो अर्थात जिस संख्या के इकाई स्थान पर 0, 2, 4, 6, 8 अंक स्थित हो। वैसी संख्या सम संख्या कहलाती है।

जैसे :- 2, 4, 6, 8, 10, 22, 34, 46, 108, ---

* **विषम संख्या (Odd Numbers) :-**

जो संख्या 2 से पूर्णतः विभाजित नही हो अर्थात जिस संख्या के इकाई स्थान पर 1, 3, 5, 7, 9 अंक स्थित हो। वैसी संख्या विषम संख्या कहलाती है।

जैसे :- 1, 3, 5, 7, 9, 11, 153, 165, ---

* अभाज्य संख्या (Prime Number):-

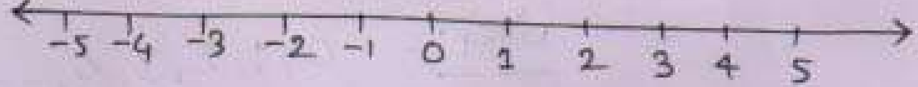
वैसी संख्या जो केवल 1 तथा स्वयं से विभाजित होता है, उसे अभाज्य संख्या कहते हैं।

जैसे:- 2, 3, 5, 7, 11, 13, ------

* पूर्णांक संख्या (Integers):-

प्राकृत संख्याओं के संग्रह में 0 (शून्य) तथा ऋण संख्याएँ -1, -2, -3, ---- को शामिल करने से प्राप्त संख्याएँ पूर्णांक संख्याएँ कहलाती हैं।

जैसे:- ----, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, ----



* परिमेय संख्याएँ (Rational Number):-

वह संख्या परिमेय संख्या कहलाती है जिसको $\frac{p}{q}$ के रूप में लिखा जा सके जहाँ p एवं q पूर्णांक है तथा $q \neq 0$ हो।

जैसे:- $\frac{1}{3}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{9}{5}$, $\frac{3}{7}$, ------

* परिमेय संख्याओं के बारे में कुछ महत्वपूर्ण जानकारी:-

(i) किसी परिमेय संख्या के हर को सदा धनात्मक माना जा सकता है।

जैसे:- $\frac{2}{-3}$ को $\frac{-2}{3}$ के रूप में लिख सकते हैं।

$\frac{-2}{-3}$ को $\frac{2}{3}$ के रूप में लिख सकते हैं।

अतः किसी परिमेय संख्या को $\frac{p}{q}$ माना जा सकता है जहाँ q सदा धनात्मक पूर्णांक है।

इस प्रकार, किसी परिमेय संख्या को $\frac{p}{q}$ मानने का अर्थ है कि p एवं q में कोई उभयनिष्ठ गुणनखंड नहीं है अर्थात् उभयनिष्ठ गुणनखंड केवल 1 होता है।

(ii) <u>पूर्णांक परिमेय संख्या के रूप में</u> :-

$\because \quad 3 = \frac{3}{1}, \quad 5 = \frac{5}{1}, \quad -2 = \frac{-2}{1}$

अतः किसी भी पूर्णांक को $\frac{p}{q}$ के रूप में लिखा जा सकता है जहाँ $q = 1$ हो।

$\therefore$ सभी पूर्णांक संख्याएँ परिमेय संख्याएँ हैं।

* दो परिमेय संख्याओ के बीच अन्य परिमेय संख्याएँ अर्थात् अपरिमित रूप से अनेक परिमेय संख्याएँ होती है।

प्रथम विधि :-

∵ यदि 'a' और 'b' दो भिन्न परिमेय संख्याएँ है।

∴ इनके बीच एक परिमेय संख्या $= \frac{a+b}{2}$ होता है

दुसरी विधि :-

यदि 'a' और 'b' दो भिन्न परिमेय संख्याएँ है। इनके बीच अनगिनत परिमेय संख्या निकालने के नियम :-

माना कि

बड़ी संख्या $= b$

छोटी संख्या $= a$

परिमेय संख्याओ की संख्या $= n$

तब,

$$d = \frac{b-a}{n+1}$$

अब,

अभीष्ट परिमेय संख्याएँ :-

$(a+d), (a+2d), (a+3d), (a+4d), \ldots$

उदाहरण → $\frac{1}{3}$ और $\frac{1}{2}$ के बीच छः परिमेय संख्याएँ ज्ञात करे –

Ans:- माना कि,

$$b = \frac{1}{2}$$
$$a = \frac{1}{3}$$
$$n = 6$$

$$\therefore \quad d = \frac{b-a}{n+1}$$
$$= \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}}{6+1}$$
$$= \frac{\frac{3-2}{6}}{7}$$
$$= \frac{1}{6\times 7}$$
$$= \frac{1}{42}$$

∴ अभीष्ट छः परिमेय संख्याएँ है -

$(a+d), (a+2d), (a+3d), (a+4d), (a+5d), (a+6d)$

∴ पहला परिमेय संख्या $= a+d$

$$= \frac{1}{3} + \frac{1}{42}$$
$$= \frac{14+1}{42}$$
$$= \frac{15}{42}$$

दुसरा परिमेय संख्या $= a+2d$

$$= \frac{1}{3} + 2\times\frac{1}{\cancel{42}_{21}}$$

$= \frac{1}{2} + \frac{1}{21}$

$= \frac{7+1}{21} = \frac{8}{21}$

तीसरा परिमेय संख्या $= a+3d$

$= \frac{1}{2} + 3 \times \frac{1}{\cancel{42}\,14}$

$= \frac{1}{2} + \frac{1}{14}$

$= \frac{14+3}{42} = \frac{17}{42}$

चौथा परिमेय संख्या $= a+4d$

$= \frac{1}{2} + 4 \times \frac{1}{42}$

$= \frac{1}{2} + \frac{4}{42}$

$= \frac{14+4}{42}$

$= \frac{\cancel{16}\,8}{\cancel{42}\,21} = \frac{8}{21}$

पाँचवा परिमेय संख्या $= a+5d$

$= \frac{1}{2} + 5 \times \frac{1}{42}$

$= \frac{1}{2} + \frac{5}{42}$

$= \frac{14+5}{42} = \frac{19}{42}$

छठा परिमेय संख्या $= a+6d$

$= \frac{1}{2} + 6 \times \frac{1}{\cancel{42}\,7}$

$= \frac{1}{2} + \frac{1}{7}$

$= \frac{7+3}{21} = \frac{10}{21}$

तीसरी विधि :- यदि a और b दो परिमेय संख्याएँ $(b>a)$ हों, तो उनके बीच अनगिनत परिमेय संख्याएँ होंगी —

बनाने की विधि :-

माना कि b = बड़ी संख्या

a = छोटी संख्या हो तो

अभीष्ट परिमेय संख्याएँ

$\dfrac{a+nb}{n+1}$ जहाँ $n = 1, 2, 3, 4, 5, \ldots$

उदाहरण :- $\frac{2}{3}$ और $\frac{3}{2}$ के बीच पाँच परिमेय संख्याएँ ज्ञात करें -

हल! माना कि $b = \frac{3}{2}$,

$a = \frac{2}{3}$

$n = 1, 2, 3, 4, 5$

पहली परिमेय संख्या $= \dfrac{a+nb}{n+1}$

$$= \frac{\frac{2}{3} + 1 \times \frac{3}{2}}{1+1}$$

$$= \frac{\frac{2}{3} + \frac{3}{2}}{2}$$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{2}{3} + \frac{3}{2}\right)$$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{4+9}{6}\right)$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{13}{6}$$

$$= \frac{13}{12}$$

दुसरी संख्या $= \dfrac{a+2b}{2+1}$

$= \dfrac{\frac{2}{3} + \cancel{2} \times \frac{3}{\cancel{2}}}{3}$

$= \dfrac{1}{3}\left(\dfrac{2}{3}+3\right)$

$= \dfrac{1}{3}\left(\dfrac{2+9}{3}\right)$

$= \dfrac{1}{3} \times \dfrac{11}{3}$

$= \dfrac{11}{9}$

तीसरी संख्या $= \dfrac{a+3b}{3+1}$

$= \dfrac{\frac{2}{3} + 3 \times \frac{3}{2}}{4}$

$= \dfrac{1}{4}\left(\dfrac{2}{3}+\dfrac{9}{2}\right)$

$= \dfrac{1}{4}\left(\dfrac{4+27}{6}\right)$

$= \dfrac{1}{4} \times \dfrac{31}{6} = \dfrac{31}{24}$

चौथी परिमेय संख्या $= \dfrac{a+4b}{4+1}$

$= \dfrac{\frac{2}{3} + \cancel{4}^{2} \times \frac{3}{\cancel{2}}}{5}$

$= \dfrac{1}{5}\left(\dfrac{2}{3}+6\right)$

$= \dfrac{1}{5}\left(\dfrac{2+18}{3}\right)$

$= \dfrac{1}{\cancel{5}} \times \dfrac{\cancel{20}^{4}}{3}$

$= \dfrac{4}{3}$

Exercise - 1.1

1. हाँ, शून्य (0) एक परिमेय संख्या है क्योंकि

$0 = \frac{0}{1}$, जो $\frac{p}{q}$ के रूप का है।

जहाँ $q \neq 0$

∴ अतः शून्य (0) के परिमेय संख्या है।

2. माना कि $b = 4$

$a = 3$
$n = 6$

$$\therefore d = \frac{b-a}{n+1}$$

$$= \frac{4-3}{6+1}$$

$$= \frac{1}{7}$$

अभीष्ट छः परिमेय संख्याएँ निम्न है -

$(a+d), (a+2d), (a+3d), (a+4d), (a+5d), (a+6d)$

पहला परिमेय संख्या $= a+d$

$$= 3 + \frac{1}{7}$$

$$= \frac{21+1}{7}$$

$$= \frac{22}{7}$$ Ans

दुसरा परिमेय संख्या $= a+2d$

$$= 3 + 2 \times \frac{1}{7}$$

$$= 3 + \frac{2}{7}$$

$$= \frac{21+2}{7}$$

$$= \frac{23}{7}$$ Ans

तीसरा परिमेय संख्या $= a+3d$

$= 3+3\times\frac{1}{7}$

$= 3+\frac{3}{7}$

$= \frac{21+3}{7}$

$= \frac{24}{7}$

चौथा परिमेय संख्या $= a+4d$

$= 3+4\times\frac{1}{7}$

$= 3+\frac{4}{7}$

$= \frac{21+4}{7}$

$= \frac{25}{7}$

पाँचवा परिमेय संख्या $= a+5d$

$= 3+5\times\frac{1}{7}$

$= 3+\frac{5}{7}$

$= \frac{21+5}{7}$

$= \frac{26}{7}$

छठा परिमेय संख्या $= a+6d$

$= 3+6\times\frac{1}{7}$

$= \frac{21+6}{7}$

$= \frac{27}{7}$

3) माना कि $a = \frac{3}{5}$

$b = \frac{4}{5}$

$n = 5$

$$\therefore d = \frac{b-a}{n+1}$$

$$= \frac{\frac{4}{5} - \frac{3}{5}}{5+1}$$

$$= \frac{\frac{4-3}{5}}{6}$$

$$= \frac{1}{5 \times 6}$$

$$= \frac{1}{30}$$

अभीष्ट पाँच परिमेय संख्याएँ -

$(a+d), (a+2d), (a+3d), (a+4d), (a+5d)$

पहला परिमेय संख्या $= a+d$

$$= \frac{3}{5} + \frac{1}{30}$$

$$= \frac{18+1}{30} = \frac{19}{30}$$ Ans

दुसरा परिमेय संख्या $= a+2d$

$$= \frac{3}{5} + \cancel{2} \times \frac{1}{\cancel{30}_{15}}$$

$$= \frac{3}{5} + \frac{1}{15}$$

$$= \frac{9+1}{15}$$

$$= \frac{\cancel{10}^{2}}{\cancel{15}_{3}} = \frac{2}{3}$$ Ans

तीसरा परिमेय संख्या = $a+3d$

$= \frac{3}{5} + \cancel{3} \times \frac{1}{\cancel{30}_{10}}$

$= \frac{3}{5} + \frac{1}{10}$

$= \frac{6+1}{10} = \frac{7}{10}$ Ans

चौथा परिमेय संख्या = $a+4d$

$= \frac{3}{5} + \cancel{4}^{2} \times \frac{1}{\cancel{30}_{15}}$

$= \frac{3}{5} + \frac{2}{15}$

$= \frac{9+2}{15} = \frac{11}{15}$ Ans

पाँचवा परिमेय संख्या = $a+5d$

$= \frac{3}{5} + \cancel{5} \times \frac{1}{\cancel{30}_{6}}$

$= \frac{3}{5} + \frac{1}{6}$

$= \frac{18+5}{30} = \frac{23}{30}$ Ans

4) (i) प्रत्येक प्राकृत संख्या एक पूर्ण संख्या होती है।

सत्य है क्योंकि पूर्ण संख्याओ के संग्रह मे सभी प्राकृत संख्याएँ होती है।

(ii) प्रत्येक पूर्णांक एक पूर्ण संख्या होती है।

असत्य है क्योकि पूर्णांक संख्याएँ धनात्मक एवं ऋणात्मक दोनो होती है लेकिन पूर्ण संख्याएँ केवल धनात्मक होती है।

(iii) प्रत्येक परिमेय संख्याएँ एक पूर्ण संख्या होती है।

असत्य है क्योंकि परिमेय संख्याएँ भिन्न तथा धनात्मक एवं ऋणात्मक ~~व~~ रुपो मे होता है लेकिन पूर्ण संख्याएँ केवल धनात्मक संख्याएँ होती है।