

Guess Question With Solve

(1) युक्लिड विभाजन एल्गोरिथ्म का प्रयोग करके निम्न का HCF ज्ञात करें :-

(i) 165, 395

$$\begin{array}{r} 165 \overline{) 395} (2 \\ \underline{330} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \overline{) 165} (2 \\ \underline{130} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \overline{) 65} (1 \\ \underline{35} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \overline{) 35} (1 \\ \underline{30} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \overline{) 30} (6 \\ \underline{30} \\ \hline \end{array}$$

युक्लिड विभाजन एल्गोरिथ्म से,

$$395 = 165 \times 2 + 65$$

$$165 = 65 \times 2 + 35$$

$$65 = 35 \times 1 + 30$$

$$35 = 30 \times 1 + 5$$

$$30 = 5 \times 6 + 0$$

$$\therefore \text{शेष} = 0$$

$$\therefore \text{HCF} = \underline{\underline{5 \text{ Ans}}}$$

(i) 1350, 2250

$$\begin{array}{r}
 1350 \overline{) 2250} (1 \\
 \underline{1350} \\
 900 \\
 1350 \overline{) 900} (1 \\
 \underline{900} \\
 450 \\
 900 \overline{) 450} (2 \\
 \underline{900} \\
 xxx
 \end{array}$$

युक्लिड विभाजन एल्गोरिथ्म से,
 $2250 = 1350 \times 1 + 900$
 $1350 = 900 \times 1 + 450$
 $900 = 450 \times 2 + 0$

\therefore शेषफल = 0
 $HCF = 450$ Ans

(ii) 4052, 12576

$$\begin{array}{r}
 4052 \overline{) 12576} (3 \\
 \underline{12156} \\
 420 \\
 4052 \overline{) 420} (9 \\
 \underline{3780} \\
 420 \\
 420 \overline{) 272} (1 \\
 \underline{272} \\
 148 \\
 272 \overline{) 148} (1 \\
 \underline{148} \\
 124 \\
 148 \overline{) 124} (1 \\
 \underline{124} \\
 24 \\
 124 \overline{) 24} (5 \\
 \underline{120} \\
 4 \\
 24 \overline{) 4} (6 \\
 \underline{24} \\
 x
 \end{array}$$

युक्लिड विभाजन एल्गोरिथ्म से,
 $12576 = 4052 \times 3 + 420$
 $4052 = 420 \times 9 + 272$
 $420 = 272 \times 1 + 148$
 $272 = 148 \times 1 + 124$
 $148 = 124 \times 1 + 24$
 $124 = 24 \times 5 + 4$
 $24 = 4 \times 6 + 0$

\therefore शेषफल = 0
 $\therefore HCF = 4$ Ans

Guess Question with Answer

(iv) 108, 132, 440

$$\begin{array}{r} 108 \overline{)132} \quad (1 \\ \underline{108} \\ \times 24 \overline{)108} \quad (4 \\ \underline{96} \\ 12 \overline{)24} \quad (2 \\ \underline{24} \\ \times \times \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \overline{)440} \quad (36 \\ \underline{36} \\ \times 80 \\ 72 \\ \times 8 \overline{)12} \quad (1 \\ \underline{8} \\ 4 \overline{)8} \quad (2 \\ \underline{8} \\ \times \end{array}$$

युक्लिड विभाजन एल्गोरिथ्म से,

$$132 = 108 \times 1 + 24$$

$$108 = 24 \times 4 + 12$$

$$24 = 12 \times 2 + 0$$

फिर,

$$440 = 12 \times 36 + 8$$

$$12 = 8 \times 1 + 4$$

$$8 = 4 \times 2 + 0$$

\therefore शेषफल = 0

$$HCF = 4 \text{ Ans}$$

(v) 875, 625

$$\begin{array}{r} 625 \overline{)875} \quad (1 \\ \underline{625} \\ 250 \overline{)625} \quad (2 \\ \underline{500} \\ 125 \overline{)250} \quad (2 \\ \underline{250} \\ \times \times \times \end{array}$$

युक्लिड विभाजन एल्गोरिथ्म से,

$$875 = 625 \times 1 + 250$$

$$625 = 250 \times 2 + 125$$

$$250 = 125 \times 2 + 0$$

\therefore शेषफल = 0

$$HCF = 125 \text{ Ans}$$

(vi)

13, 26, 29

(4)

$$\begin{array}{r} 13 \overline{) 26} \quad (2 \\ \underline{26} \\ \times \times \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 13 \overline{) 29} \quad (2 \\ \underline{26} \\ \times 3 \overline{) 13} \quad (4 \\ \underline{12} \end{array}$$

युक्लिड विभाजन एल्गोरिथ्म से, $\begin{array}{r} \times 1 \overline{) 3} \quad (3 \\ \underline{3} \\ \times \end{array}$

$$26 = 13 \times 2 + 0$$

फिर,

$$29 = 13 \times 2 + 3$$

$$13 = 3 \times 4 + 1$$

$$3 = 1 \times 3 + 0$$

$$\therefore \text{शेषफल} = 0$$

$$\text{HCF} = 1$$

(vii)

870, 225

$$\begin{array}{r} 225 \overline{) 870} \quad (3 \\ \underline{675} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 195 \overline{) 225} \quad (1 \\ \underline{195} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 30 \overline{) 195} \quad (6 \\ \underline{180} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 15 \overline{) 30} \quad (2 \\ \underline{30} \\ \times \times \end{array}$$

युक्लिड विभाजन एल्गोरिथ्म से,

$$870 = 225 \times 3 + 195$$

$$225 = 195 \times 1 + 30$$

$$195 = 30 \times 6 + 15$$

$$30 = 15 \times 2 + 0$$

$$\therefore \text{शेषफल} = 0$$

$$\text{HCF} = 15$$

Guess Question with solve

(viii) 960, 432

$$\begin{array}{r} 432 \overline{) 960} (2 \\ \underline{864} \\ 96 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 96 \overline{) 432} (4 \\ \underline{384} \\ 48 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 48 \overline{) 96} (2 \\ \underline{96} \\ 0 \end{array}$$

युक्लिड विभाजन एल्गोरिथ्म से,

$$960 = 432 \times 2 + 96$$

$$432 = 96 \times 4 + 48$$

$$96 = 48 \times 2 + 0$$

$$\therefore \text{शेषफल} = 0$$

$$\therefore \text{HCF} = 48$$

(ix) 180, 192

$$\begin{array}{r} 180 \overline{) 192} (1 \\ \underline{180} \\ 12 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 12 \overline{) 180} (15 \\ \underline{12} \\ 60 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 60 \overline{) 120} (2 \\ \underline{120} \\ 0 \end{array}$$

युक्लिड विभाजन एल्गोरिथ्म से,

$$192 = 180 \times 1 + 12$$

$$180 = 12 \times 15 + 0$$

$$\therefore \text{शेषफल} = 0$$

$$\text{HCF} = 12$$

(X)

216, 1176

(6)

$$\begin{array}{r}
 216 \overline{) 1176} \quad (5 \\
 \underline{1080} \\
 96 \\
 216 \overline{) 96} \quad (2 \\
 \underline{192} \\
 96 \\
 96 \overline{) 96} \quad (4 \\
 \underline{96} \\
 0
 \end{array}$$

युक्लिड विभाजन एल्गोरिथ्म से,

$$1176 = 216 \times 5 + 96$$

$$216 = 96 \times 2 + 24$$

$$96 = 24 \times 4 + 0$$

$$\therefore \text{शेषफल} = 0$$

$$\therefore \text{HCF} = 24$$

(2) सिद्ध करें कि एक विषम धन पूर्णांक जो $(8K+1)$ के रूप में हो, एक पूर्ण वर्ग होता है।

हल:- माना कि विषम धन पूर्णांक $= a$

$$\therefore b = 8$$

युक्लिड विभाजन एल्गोरिथ्म से,

$$a = bq + r \text{ जहाँ } 0 \leq r < b$$

$$\Rightarrow a = 8q + r \text{ जहाँ } 0 \leq r < 8$$

$$\therefore r = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$$

यदि $r = 0$

$$a = 8q + 0 = 8q$$

$$a^2 = (8q)^2$$

$$= 64q^2$$

$$= 8(8q^2)$$

$$= 8K \text{ [}\because K = 8q^2 \text{ एक पूर्णांक है]} \quad \square$$

Given Question with Solve

यदि $x = 1$

$$a = 8x + 1$$

$$a^2 = (8x + 1)^2$$

$$= (8x)^2 + 2 \times 8x \times 1 + 1^2$$

$$= 64x^2 + 16x + 1$$

$$= 8(8x^2 + 2x) + 1$$

$$= 8K + 1 \quad [\because K = 8x^2 + 2x \text{ एक पूर्णांक है}]$$

अतः विषम धन पूर्णांक $(8K + 1)$ के रूप का होता है जो एक पूर्ण वर्ग होता है।

(3.) निम्नलिखित संख्याओं को अभाज्य गुणनखण्डों के गुणनफल के रूप में व्यक्त करें—

(i) 4320

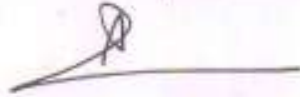
2	4320
2	2160
2	1080
2	540
2	270
3	135
3	45
3	15
5	5
	1

$$4320 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5$$



(iii) 32760

$$\therefore 32760 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7 \times 13$$



2	32760
2	16380
2	8190
3	4095
3	1365
5	455
7	91
13	13
	1

(v) 5240

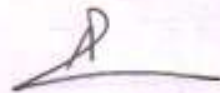
$$5240 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 13$$



2	5240
2	2620
2	1310
5	655
13	131
	1

(vii) 980

$$\therefore 980 = 2 \times 2 \times 5 \times 7 \times 7$$



2	980
2	490
5	245
7	49
7	7
	1

Guess question with solve

(ii) 7560

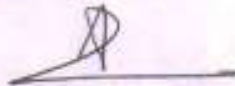
$$\therefore 7560 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7$$



$$\begin{array}{r|l} 2 & 7560 \\ \hline 2 & 3780 \\ \hline 2 & 1890 \\ \hline 3 & 945 \\ \hline 3 & 315 \\ \hline 3 & 105 \\ \hline 5 & 21 \\ \hline 7 & 3 \\ \hline & 1 \end{array}$$

(iv) 2520

$$\therefore 2520 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7$$



$$\begin{array}{r|l} 2 & 2520 \\ \hline 2 & 1260 \\ \hline 2 & 630 \\ \hline 3 & 210 \\ \hline 3 & 70 \\ \hline 5 & 14 \\ \hline 7 & 2 \\ \hline & 1 \end{array}$$

(vi) 7007

$$\begin{array}{r|l} 7 & 7007 \\ \hline 11 & 1001 \\ \hline 7 & 143 \\ \hline 13 & 11 \\ \hline & 1 \end{array}$$

$$\therefore 7007 = 7 \times 7 \times 11 \times 13$$



(viii)

21252

(10)

3	21252
2	7084
2	3542
7	1771
11	253
23	23
	1

$$\therefore 21252 = 3 \times 2 \times 2 \times 7 \times 11 \times 23$$



(4) अभाज्य गुणखण्ड विधि द्वारा HCF एवं LCM ज्ञात करें—

(i) 60, 75, 105

2	60
2	30
3	15
5	5
	1

3	75
5	25
5	5
	1

3	105
5	35
7	7
	1

$$\therefore 60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 2^2 \times 3 \times 5$$

$$75 = 3 \times 5 \times 5 = 3 \times 5^2$$

$$105 = 3 \times 5 \times 7$$

$$\text{HCF} = 3 \times 5 = 15$$

$$\text{LCM} = 2^2 \times 3 \times 5^2 \times 7$$

$$= 4 \times 3 \times 25 \times 7$$

$$= 2100$$



Guess Question with solve

(ii) 260, 910

$$\begin{array}{r|l} 2 & 260 \\ \hline 2 & 130 \\ \hline 5 & 65 \\ \hline 13 & 13 \\ \hline & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 910 \\ \hline 5 & 455 \\ \hline 7 & 91 \\ \hline 13 & 13 \\ \hline & 1 \end{array}$$

$$\therefore 260 = 2 \times 2 \times 5 \times 13 = 2^2 \times 5 \times 13$$

$$910 = 2 \times 5 \times 7 \times 13$$

$$\therefore \text{HCF} = 2 \times 5 \times 13 = 130 \underline{A}$$

$$\text{LCM} = 2^2 \times 5 \times 7 \times 13$$

$$= 4 \times 35 \times 13$$

$$= 1820$$

(iii) 1485, 4356

$$\begin{array}{r|l} 3 & 1485 \\ \hline 3 & 495 \\ \hline 3 & 165 \\ \hline 5 & 55 \\ \hline 11 & 11 \\ \hline & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 4356 \\ \hline 2 & 2178 \\ \hline 3 & 1089 \\ \hline 3 & 363 \\ \hline 11 & 121 \\ \hline 11 & 11 \\ \hline & 1 \end{array}$$

$$\therefore 1485 = 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 11 = 3^3 \times 5 \times 11$$

$$4356 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 11 \times 11 = 2^2 \times 3^2 \times 11^2$$

$$\therefore \text{HCF} = 3^2 \times 11 = 99 \underline{A} \quad \text{LCM} = 2^2 \times 3^3 \times 11^2 \times 5 = 65340 \underline{A}$$

(iv) 87, 145

$$\begin{array}{r|l} 3 & 87 \\ \hline 29 & 29 \\ \hline & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 5 & 145 \\ \hline 29 & 29 \\ \hline & 1 \end{array}$$

$$\therefore 87 = 3 \times 29$$

$$145 = 5 \times 29$$

$$\therefore \text{HCF} = 29$$

$$\text{LCM} = 3 \times 5 \times 29 = 435$$

(v) 96, 404

$$\begin{array}{r|l} 2 & 96 \\ \hline 2 & 48 \\ \hline 2 & 24 \\ \hline 2 & 12 \\ \hline 2 & 6 \\ \hline 3 & 3 \\ \hline & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 404 \\ \hline 2 & 202 \\ \hline 101 & 101 \\ \hline & 1 \end{array}$$

$$\therefore 96 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 2^5 \times 3$$

$$404 = 2 \times 2 \times 101 = 2^2 \times 101$$

$$\therefore \text{HCF} = 2^2 = 4$$

$$\text{LCM} = 2^5 \times 3 \times 101$$

$$= 32 \times 303$$

$$= 9696$$

Guess question with solve

(vi) 32, 36, 100

$$\begin{array}{r|l} 2 & 32 \\ \hline 2 & 16 \\ \hline 2 & 8 \\ \hline 2 & 4 \\ \hline 2 & 2 \\ \hline & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 36 \\ \hline 2 & 18 \\ \hline 3 & 9 \\ \hline 3 & 3 \\ \hline & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 100 \\ \hline 2 & 50 \\ \hline 5 & 25 \\ \hline 5 & 5 \\ \hline & 1 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \therefore 32 &= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5 \\ 36 &= 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 2^2 \times 3^2 \\ 100 &= 2 \times 2 \times 5 \times 5 = 2^2 \times 5^2 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{HCF} = 2^2 = 4$$

$$\begin{aligned} \text{LCM} &= 2^5 \times 3^2 \times 5^2 \\ &= 32 \times 9 \times 25 \\ &= 7200 \end{aligned}$$

(vii) 570, 1425

$$\begin{array}{r|l} 2 & 570 \\ \hline 3 & 285 \\ \hline 5 & 95 \\ \hline 19 & 19 \\ \hline & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 3 & 1425 \\ \hline 5 & 475 \\ \hline 5 & 95 \\ \hline 19 & 19 \\ \hline & 1 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \therefore 570 &= 2 \times 3 \times 5 \times 19 \\ 1425 &= 3 \times 5 \times 5 \times 19 = 3 \times 5^2 \times 19 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{HCF} = 3 \times 5 = 15$$

$$\text{LCM} = 2 \times 3 \times 5^2 \times 19 = 2850$$

(viii)

640, 872, 940

(14)

$$\begin{array}{r}
 2 \overline{) 640} \\
 2 \overline{) 320} \\
 2 \overline{) 160} \\
 2 \overline{) 80} \\
 2 \overline{) 40} \\
 2 \overline{) 20} \\
 2 \overline{) 10} \\
 5 \overline{) 5} \\
 1
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 2 \overline{) 872} \\
 2 \overline{) 436} \\
 2 \overline{) 218} \\
 109 \overline{) 109} \\
 1
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 2 \overline{) 940} \\
 2 \overline{) 470} \\
 5 \overline{) 235} \\
 47 \overline{) 47} \\
 1
 \end{array}$$

$$\therefore 640 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 = 2^7 \times 5$$

$$872 = 2 \times 2 \times 2 \times 109 = 2^3 \times 109$$

$$940 = 2 \times 2 \times 5 \times 47 = 2^2 \times 5 \times 47$$

$$\therefore \text{HCF} = 2^2 = 4$$

$$\text{LCM} = 2^7 \times 5 \times 47 \times 109$$

$$= 3278720$$

(ix) 20, 24, 36

$$\begin{array}{r}
 2 \overline{) 20} \\
 2 \overline{) 10} \\
 5 \overline{) 5} \\
 1
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 2 \overline{) 24} \\
 2 \overline{) 12} \\
 2 \overline{) 6} \\
 3 \overline{) 3} \\
 1
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 2 \overline{) 36} \\
 2 \overline{) 18} \\
 3 \overline{) 9} \\
 3 \overline{) 3} \\
 1
 \end{array}$$

$$\therefore 20 = 2 \times 2 \times 5 = 2^2 \times 5$$

$$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 2^3 \times 3$$

$$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 2^2 \times 3^2$$

$$\therefore \text{HCF} = 2^2 = 4$$

$$\text{LCM} = 2^3 \times 3^2 \times 5$$

$$= 8 \times 9 \times 5 = 360$$

Given Question with Solve

(5) दो संख्याओं का HCF = 15 तथा LCM = 300 है। यदि उनमें एक संख्या 60 है, तो दूसरी संख्या क्या होगी।

हल:-

$$\because \text{HCF} = 15$$

$$\text{LCM} = 300$$

$$\text{एक संख्या} = 60$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{दूसरी संख्या} &= \frac{\text{HCF} \times \text{LCM}}{\text{एक संख्या}} \\ &= \frac{15 \times 300}{60} \\ &= 75\end{aligned}$$

(6) दो संख्याओं का गुणनफल 4107 है। यदि उनका HCF = 37 है तो LCM क्या होगा।

हल:-

$$\because \text{दो संख्याओं का गुणनफल} = 4107$$

$$\text{HCF} = 37$$

$$\text{LCM} = ?$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{LCM} &= \frac{\text{दो संख्याओं का गुणनफल}}{\text{HCF}} \\ &= \frac{4107}{37} \\ &= 111\end{aligned}$$

- (7) जाँच करें कि क्या, $n \in \mathbb{N}$ के लिए 15^n का इकाई अंक शून्य हो सकता है।

हल:- $\because 15^n = (3 \times 5)^n$

पुनः हम जानते हैं कि किसी संख्या का अंत शून्य तभी हो सकती है जब 2 और 5 के घनात्मक घात इसके गुणनखण्ड हो, लेकिन

$$15^n = 3^n \times 5^n \text{ यह गुणनखण्ड अद्वितीय है।}$$

पुनः अंकाणित की आधारभूत प्रमेय की अद्वितीयता हमें यह निश्चित कराती है कि 15^n के गुणनखण्ड में 3 और 5 के अतिरिक्त और कोई अभाज्य गुणनखण्ड नहीं है।

अतः ऐसा कोई संख्या n नहीं है, जिसके 15^n अंक 0 पर समाप्त होगी।

सिद्ध

- (8) जाँच करें कि क्या कोई प्राकृत संख्या $n \in \mathbb{N}$ के लिए संख्या 8^n अंक 5 पर समाप्त हो सकता है।

हल:- $\because 8^n = (2 \times 2 \times 2)^n = (2^3)^n = 2^{3n}$

हम जानते हैं कि किसी संख्या का अंत 0 (शून्य) में तभी होता है जब 2 और 5 के घनात्मक घात इसके गुणनखण्ड हो।

$$\therefore 8^n = 2^{3n} \text{ यह गुणनखण्ड अद्वितीय है।}$$

\because 2 के अतिरिक्त कोई दूसरी अभाज्य संख्या 8^n का गुणनखण्ड नहीं होगा।

अतः 8^n का अंत 0 (शून्य) पर समाप्त नहीं होगा।

Guess question with solve

(9) सिद्ध करें कि $\sqrt{7}$ एक अपरिमैय संख्या है।

हल:- माना कि $\sqrt{7}$ एक परिमैय संख्या है।

$$\therefore \sqrt{7} = \frac{p}{q} \left[\begin{array}{l} \text{जहाँ } p \text{ एवं } q \text{ पूर्णांक हैं, } q \neq 0 \text{ तथा} \\ p \text{ एवं } q \text{ का उभयनिष्ठ गुणनखण्ड केवल 1} \end{array} \right]$$

दोनों तरफ वर्ग करने पर

$$\Rightarrow (\sqrt{7})^2 = \left(\frac{p}{q}\right)^2$$

$$\Rightarrow 7 = \frac{p^2}{q^2}$$

$$\Rightarrow 7q^2 = p^2 \text{ --- (1)}$$

$\therefore p^2, 7$ से विभाज्य है।

$\therefore p$ भी 7 से विभाज्य होगा।

$\therefore 7, p$ का गुणनखण्ड है।

फिर,

माना कि $p = 7K$

समी० (1) से,

$$\Rightarrow 7q^2 = p^2$$

$$\Rightarrow 7q^2 = (7K)^2$$

$$\Rightarrow 7q^2 = 49K^2$$

$$\Rightarrow q^2 = 7K^2$$

$\therefore q^2, 7$ से विभाज्य है।

$\therefore q$ भी 7 से विभाज्य होगा।

$\therefore 7, q$ का गुणनखण्ड है।

∴ p एवं q का उभयनिष्ठ गुणनखण्ड 7 है लेकिन कथन के अनुसार p एवं q का उभयनिष्ठ गुणनखण्ड केवल 1 होता है।

∴ विरोधाभास से,

हमारा मानना गलत है।

अतः $\sqrt{3}$ एक अपरिमेय संख्या है।

सिद्ध

(10) सिद्ध करें कि $\sqrt{3}$ एक अपरिमेय संख्या है।

हल:- माना कि $\sqrt{3}$ एक परिमेय संख्या है।

$$\therefore \sqrt{3} = \frac{p}{q} \left[\text{जहाँ } p \text{ एवं } q \text{ पूर्णांक हैं, } q \neq 0 \text{ तथा } p \text{ एवं } q \text{ का उभयनिष्ठ गुणनखण्ड केवल 1 होता है।} \right]$$

दोनों तरफ वर्ग करने पर

$$\Rightarrow (\sqrt{3})^2 = \left(\frac{p}{q}\right)^2$$

$$\Rightarrow 3 = \frac{p^2}{q^2}$$

$$\Rightarrow 3q^2 = p^2 \text{ --- (1)}$$

∴ p^2 , 3 से विभाज्य है।

∴ p भी 3 से विभाज्य होगा।

∴ 3, p का गुणनखण्ड है।

फिर,

माना कि $p = 3k$

समी० (1) से,

$$3q^2 = p^2$$

$$\Rightarrow 3q^2 = (3k)^2$$

$$\Rightarrow 3q^2 = 9k^2$$

$$\Rightarrow q^2 = 3k^2$$

∴ q^2 , 3 से विभाज्य है।

∴ q भी 3 से विभाज्य होगा।

∴ 3, q का गुणनखण्ड है।

∴ p एवं q का उभयनिष्ठ गुणनखण्ड 7 है लेकिन कथन के अनुसार p एवं q का उभयनिष्ठ गुणनखण्ड केवल 1 होता है।

∴ विरोधाभास से,

हमारा मानना गलत है।

अतः $\sqrt{3}$ एक अपरिमेय संख्या है।

सिद्ध