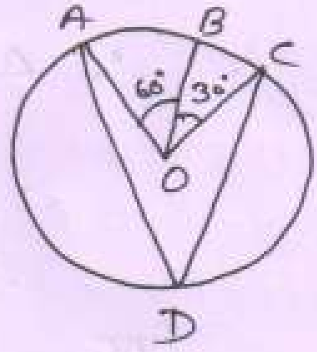
Exercise - 10.5

1) दिया है:- O केन्द्र वाले वृत्त पर तीन बिन्दु A, B और C इस प्रकार है कि

$\angle BOC = 30°$

$\angle AOB = 60°$

$\angle ADC = ?$



प्रश्न से,

$\angle AOC = \angle AOB + \angle BOC$

$= 60° + 30°$

$= 90°$

∵ एक ही चाप द्वारा केन्द्र पर अंतरित कोण उसके द्वारा वृत्त के शेष भाग पर बने कोण का दुगुना होता है।

∴ $\angle AOC = 2\angle ADC$

$\Rightarrow 90° = 2\angle ADC$

$\Rightarrow \angle ADC = \frac{\cancel{90°}^{45}}{\cancel{2}}$

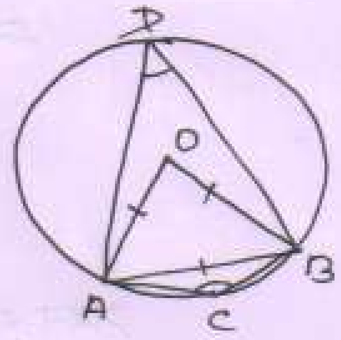
$\Rightarrow \angle ADC = 45°$

2.> दिया है:- O केन्द्र वाले वृत्त में वृत्त की एक जीवा वृत्त की त्रिज्या के बराबर है।

$AB = OA = OB$

$\angle ADB = ?$

$\angle ACB = ?$



∵ ΔAOB में,

$AB = OA = OB$

∴ ΔAOB एक समबाहु त्रिभुज है।

∴ $\angle AOB = 60°$ [∵ समबाहु Δ का प्रत्येक कोण 60° होता है]

फिर,

$\angle AOB = 2\angle ADB$ [∵ एक ही चाप द्वारा केन्द्र पर अंतरित कोण वृत्त के शेष भाग पर बने कोण का दुगुना होता है]

$\Rightarrow 60° = 2\angle ADB$

$\Rightarrow \angle ADB = \frac{60°}{2} = 30°$

फिर,

ACBD एक चक्रीय चतुर्भुज है।

∴ $\angle ADB + \angle ACB = 180°$ [∵ चक्रीय चतुर्भुज के सम्मुख कोणों का योग 180° होता है]

$\Rightarrow 30° + \angle ACB = 180°$

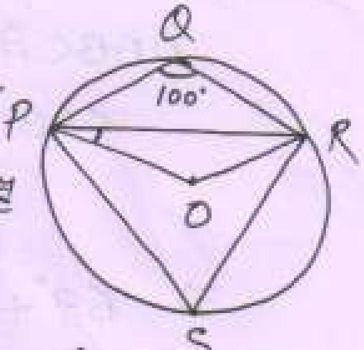
$\Rightarrow \angle ACB = 180° - 30°$

$\Rightarrow \angle ACB = 150°$

3> <u>दिया है:-</u> $\angle PQR = 100^\circ$

जहाँ P, Q तथा R केन्द्र O वाले एक वृत्त पर स्थित बिन्दु है।

$\angle OPR = ?$



रचना :- PS और RS को मिलाया

$\because$ PQRS एक चक्रिय चतुर्भुज है

$\therefore \angle PQR + \angle PSR = 180^\circ$

[$\because$ चक्रीय चतुर्भुज के सम्मुख कोणों का योग 180° होता है]

$\Rightarrow 100^\circ + \angle PSR = 180^\circ$

$\Rightarrow \angle PSR = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$

फिर,

$\because$ एक ही चाप द्वारा केन्द्र पर बना कोण वृत्त के शेष भाग पर बने कोण का दुगुना होता है।

$\therefore \angle POR = 2\angle PSR$

$= 2 \times 80^\circ$

$= 160^\circ$

$\triangle POR$ में,

$OP = OR$

$\therefore \angle OPR = \angle ORP$ [बराबर भुजाओं के सम्मुख कोण बराबर होते है।]

फिर,

$\angle POR + \angle OPR + \angle ORP = 180^\circ$ [Δ के [illegible]]

$\Rightarrow 160^\circ + \angle OPR + \angle OPR = 180^\circ$

$\Rightarrow 2\angle OPR = 180^\circ - 160^\circ$

$\Rightarrow 2\angle OPR = 20^\circ$

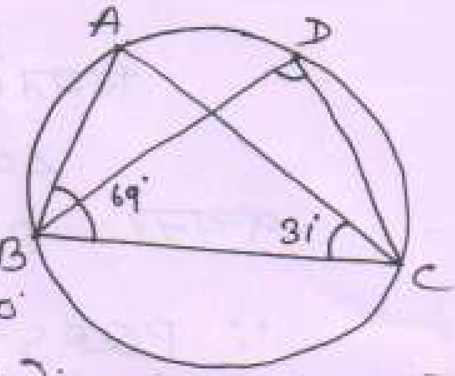
$\Rightarrow \angle OPR = \frac{20^\circ}{2} = 10^\circ$

$\therefore \angle OPR = 10^\circ$ Ans

4.) <u>दिया है:-</u> $\angle ABC = 69^\circ$

$\angle ACB = 31^\circ$

$\angle BDC = ?$



ΔABC में,

$\angle ABC + \angle ACB + \angle BAC = 180^\circ$

[Δ के तीनो कोणो का योग 180° होता है]

$\Rightarrow 69^\circ + 31^\circ + \angle BAC = 180^\circ$

$\Rightarrow 100^\circ + \angle BAC = 180^\circ$

$\Rightarrow \angle BAC = 180^\circ - 100^\circ$

$\Rightarrow \angle BAC = 80^\circ$

फिर,

$\angle BDC = \angle BAC$ [एक ही वृत्त खंड के बराबर होते हैं]

$\Rightarrow \angle BDC = 80^\circ$

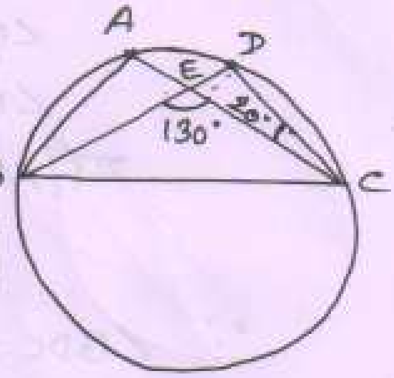
<u>Ans</u>

5) दिया है:- एक वृत्त पर A, B, C और D चार बिन्दु हैं।

$\angle BEC = 130^\circ$

$\angle ECD = 20^\circ$

$\angle BAC = ?$



$\because \angle DEC + \angle BEC = 180^\circ$ [रैखिक युग्म]

$\Rightarrow \angle DEC + 130^\circ = 180^\circ$

$\Rightarrow \angle DEC = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$

$\triangle DEC$ में,

$\angle DEC + \angle ECD + \angle EDC = 180^\circ$ [$\triangle$ के तीनो कोणों का योग 180° होता है]

$\Rightarrow 50^\circ + 20^\circ + \angle BDC = 180^\circ$

$\Rightarrow 70^\circ + \angle BDC = 180^\circ$

$\Rightarrow \angle BDC = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$

फिर,

$\angle BAC = \angle BDC$ [एक ही वृत्तखंड के कोण बराबर होता है]

$\Rightarrow \angle BAC = 110^\circ$

Ans

6) <u>दिया है:-</u> ABCD एक चक्रीय चतुर्भुज है जिसके विकर्ण एक बिन्दु E पर प्रतिच्छेद करते हैं

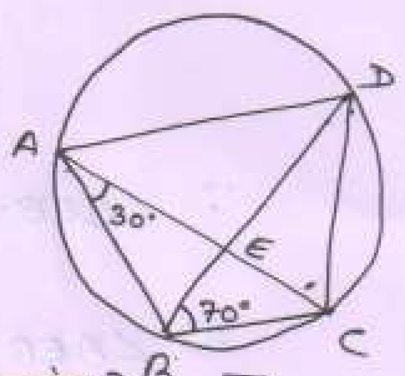
$\angle DBC = 70^\circ$

$\angle BAC = 30^\circ$

$\angle BCD = ?$

यदि $AB = BC$ हो तो

$\angle ECD = ?$



$\because \angle BDC = \angle BAC$ [एक ही वृत्तखंड के कोण बराबर होता है]

$\Rightarrow \angle BDC = 30^\circ$

ΔBCD में,

$\angle BCD + \angle DBC + \angle BDC = 180^\circ$ [Δ के तीनों कोणों का योग 180° होता है]

$\Rightarrow \angle BCD + 70^\circ + 30^\circ = 180^\circ$

$\Rightarrow \angle BCD + 100^\circ = 180^\circ$

$\Rightarrow \angle BCD = 180^\circ - 100^\circ$

$\Rightarrow \angle BCD = 80^\circ$

<u>Ans</u>

फिर,

ΔABC में,

$AB = BC$

$\therefore \angle BAC = \angle BCA$ [बराबर भुजाओं के सम्मुख कोण बराबर होते हैं]

$\Rightarrow 30^\circ = \angle BCA$

$\Rightarrow \angle BCA = 30^\circ$

फिर,

$\angle BCD = 80^\circ$

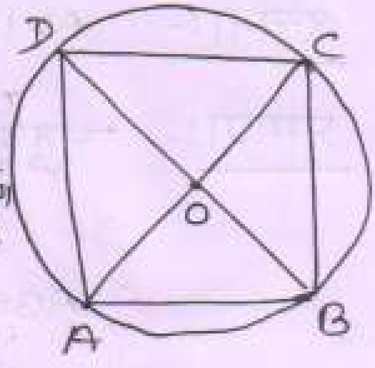
$\Rightarrow \angle BCA + \angle ECD = 80^\circ$

$\Rightarrow 30^\circ + \angle ECD = 80^\circ$

$\Rightarrow \angle ECD = 80^\circ - 30^\circ = 50^\circ$ <u>A</u>

(7) दिया है:- ABCD एक चक्रीय चतुर्भुज है जिसके विकर्ण AC और BD वृत्त के केन्द्र O से गुजरते हैं।

सिद्ध करना है:- ABCD एक आयत है।



प्रमाण:- ∵ AC, वृत्त का व्यास है।

$\therefore \angle ABC = 90°$
$\angle ADC = 90°$ [अर्धवृत्त पर बना कोण समकोण होता है।]

फिर,

∵ BD, वृत्त का व्यास है।

$\therefore \angle DAB = 90°$
$\angle DCB = 90$ [अर्धवृत्त का कोण समकोण होता है]

फिर,

ΔAOB तथा ΔCOD में,

$OA = OC$ (त्रिज्या)
$OB = OD$ (त्रिज्या)
$\angle AOB = \angle COD$ [शीर्षाभिमुख कोण]

$\therefore \Delta AOB \cong \Delta COD$ [SAS सर्वांगसमता से]

$\therefore AB = CD$ [CPCT]

और

$\angle OAB = \angle OCD$ [CPCT]

∴ ये एकान्तर कोण है।

$\therefore AB \parallel CD$

इसप्रकार,

ABCD एक समान्तर चतुर्भुज होगा।
और चतुर्भुज ABCD का प्रत्येक कोण 90° है।

∴ ABCD एक आयत है।

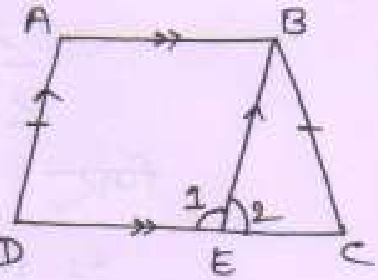
सिद्ध

8.) दिया है:- समलंब ABCD में,

$AB \parallel DC$ तथा $AD = BC$ है।

सिद्ध करना है:- ABCD एक चक्रीय-चतुर्भुज है।

रचना:- $AD \parallel BE$ खींचा।



प्रमाण:- चतुर्भुज ABED में,

$AB \parallel DE$

$AD \parallel BE$

∴ ABED एक समान्तर चतुर्भुज है।

∴ $AB = DE$

$AD = BE$

लेकिन, $AD = BC$

∴ $BE = BC$

अब,

ΔBEC में,

$BE = BC$

∴ $\angle 2 = \angle C$ —(i) [समान भुजाओं के सम्मुख कोण समान होता है।]

और

$\angle 1 = \angle A$ —(ii) [समान्तर चतुर्भुज के सम्मुख कोण बराबर होते हैं।]

समी० (i) तथा (ii) को जोड़ने पर,

$\angle 1 + \angle 2 = \angle A + \angle C$

$\Rightarrow 180^\circ = \angle A + \angle C$ [∵ $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ (रैखिक युग्म)]

$\Rightarrow \angle A + \angle C = 180^\circ$

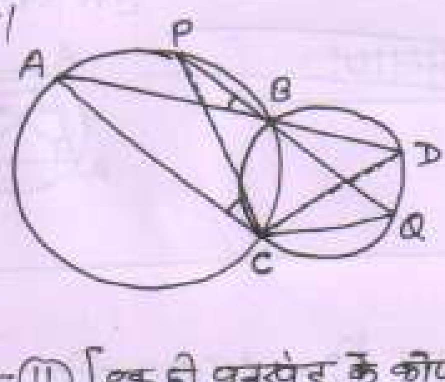
∴ ABCD एक चक्रीय चतुर्भुज है।

प्र. सिद्ध

9.> दिया है:- दो वृत्त दो बिन्दुओ B और C पर प्रतिच्छेद करते है। B से जाने वाले दो रेखाखंड ABD और PBQ वृत्तों को A, D और P, Q पर क्रमशः प्रतिच्छेद करते हुए खींचे गए है।

सिद्ध करना है:- $\angle ACP = \angle QCD$

रचना:- PC, CQ तथा CD को मिलाया।



प्रमाण:- $\angle ACP = \angle ABP$ — (I) [एक ही वृत्तखंड के कोण बराबर होते है]

और,

$\angle QCD = \angle QBD$ — (II) [एक ही वृत्तखंड के कोण बराबर होते है।

लेकिन,

$\angle QBD = \angle ABP$ — (III) [शीर्षाभिमुख कोण]

समी॰ (I), (II) तथा (III) से,

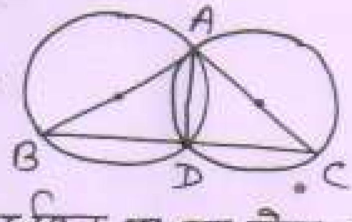
$\angle ACP = \angle QCD$

सिद्ध

10.> दिया है:- $\triangle ABC$ के भुजाएँ AB तथा AC को व्यास मानकर खींचे गए वृत्त परस्पर एक दूसरे को बिन्दु D पर काटते है।

सिद्ध करना है:- बिन्दु D त्रिभुज की तीसरी भुजा BC पर स्थित है।

रचना:- AD को मिलाया।



प्रमाण:- ∵ AB वृत्त का व्यास है तथा $\angle ADB$ अर्धवृत्त में बना कोण है।

∴ $\angle ADB = 90°$ — (I) [∵ अर्धवृत्त पर बना कोण 90° होता है

फिर,

∵ AC वृत्त का व्यास है तथा $\angle ADC$ अर्धवृत्त में बना कोण है।

∴ $\angle ADC = 90°$ — (II) [अर्धवृत्त पर बना कोण 90° होता है

समी॰ (I) तथा (II) को जोड़ने पर,

$\angle ADB + \angle ADC = 90° + 90° = 180°$

ये रैखिक युग्म है।

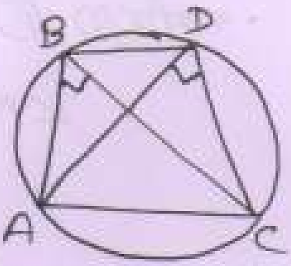
∴ BDC एक सरल है। ∴ बिन्दु D तीसरी भुजा BC पर स्थित है।

11) दिया है:- ΔABC और ΔADC उभयनिष्ठ कर्ण AC पर दो समकोण त्रिभुज हैं। (44)

सिद्ध करना है:- $\angle CAD = \angle CBD$

प्रमाण:- समकोण ΔABC और ΔADC एक ही आधार AC पर स्थित हैं तथा

$\angle ABC = \angle ADC (= 90°)$



अतः बिन्दु A, B, C, D एक ही वृत्त पर स्थित होंगे।

[∵ दो बिन्दुओं को मिलाने वाली रेखाखंड के एक ही ओर स्थित दो अन्य बिंदुओं पर समान कोण अंतरित करें, तो चारों बिन्दु एक ही वृत्त पर स्थित होते हैं]

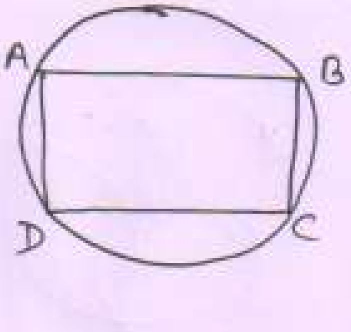
∴ $\angle CAD = \angle CBD$ [एक ही वृत्तखंड में बने कोण बराबर होते हैं]

सिद्ध

12) दिया है:- ABCD एक चक्रीय समांतर-चतुर्भुज है।

सिद्ध करना है:- ABCD एक आयत है।

प्रमाण:- चक्रीय चतुर्भुज ABCD में,



$\angle A + \angle C = 180^\circ$ —— (1)

[∵ चक्रीय चतुर्भुज के सम्मुख कोणों के प्रत्येक युग्म का योग 180° होता है]

परन्तु,

$\angle A = \angle C$ —— (11) [∵ समांतर-चतुर्भुज के सम्मुख कोण बराबर होते है।]

समी० (1) से,

$\angle A + \angle C = 180^\circ$

$\Rightarrow \angle A + \angle A = 180^\circ$

$\Rightarrow 2\angle A = 180^\circ$

$\Rightarrow \angle A = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ$

∴ एक समांतर-चतुर्भुज, जिसका एक कोण समकोण हो, तो वह आयत होता है।

चक्रीय समांतर चतुर्भुज ABCD एक आयत है।

सिद्ध

समाप्त