* अपरिमेय संख्याएँ (Irrational Number)

यह संख्या अपरिमेय संख्या कहलाता है जिसको $\frac{p}{q}$ के रूप में नही लिखा जा सके, जहाँ p एवं q पूर्णांक है और $q \neq 0$ हो ।

जैसे :- $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{6}, \sqrt{7}, \ldots$

* दो परिमेय संख्याओ के बीच अपरिमेय संख्याएँ निकालें

नियम :-

(i) दी गई परिमेय संख्याओ को सबसे पहले दशमलव रूप में लिखे तथा इनके बीच दो अंको वाली एक संख्या A लेंगे ।

(ii) अब x और y अंक लेंगे जो 0 से 9 तक की कोई अंक हो ।

(iii) इस प्रकार प्राप्त अपरिमेय संख्याएँ Axyxxyxxxy---- लिखते जाएं ।

उदाहरण :-

(1) 0.1 और 0.12 के बीच तीन अपरिमेय संख्याएँ लिखे

∵ 0.1 तथा 0.12 के बीच कोई परिमेय संख्या 0.11 लि

पहला अपरिमेय संख्या = 0.1101001000l---- $[x=0, y=1]$

दूसरा अपरिमेय संख्या = 0.1102002000 2---- $[x=0, y=2]$

तीसरा अपरिमेय संख्या = 0.1103003000 3---- $[x=0, y=3]$

(ii) $\sqrt{2}$ तथा $\sqrt{3}$ के बीच दो परिमेय संख्याएँ ज्ञात करे –

$\because \sqrt{2} = 1.4142....$

$\sqrt{3} = 1.7321....$

$\because \sqrt{2}$ तथा $\sqrt{3}$ के बीच एक संख्या 1.50 लिया।

$\therefore$ अभीष्ट ~~अभीष्ट~~ परिमेय संख्याएँ है –

1.51, 1.52

(iii) $\sqrt{2}$ तथा $\sqrt{3}$ के बीच दो अपरिमेय संख्याएँ लिखे –

पहली विधि :-

$\sqrt{2}$ और $\sqrt{3}$ के बीच अभीष्ट अपरिमेय संख्याएँ है :-

$\sqrt{2.1}$, $\sqrt{2.2}$

दुसरी विधि :-

$\because \sqrt{2} = 1.4142.....$

$\sqrt{3} = 1.7321....$

$\sqrt{2}$ और $\sqrt{3}$ के बीच कोई अवसानी दशमलव 1.51 लिया।

$\therefore$ $\sqrt{2}$ और $\sqrt{3}$ के बीच दो अपरिमेय संख्याएँ है –

पहली अपरिमेय संख्या – 1.5101001000l..... [x = 0, y = 1]

दुसरा अपरिमेय संख्या = 1.5102002000 2..... [x = 0, y =]

नियम: दो अपरिमेय संख्याओ के बीच अपरिमेय संख्याएँ निकलना:-

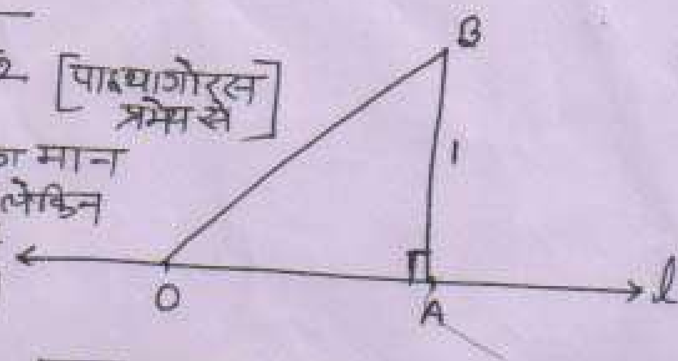
(1) यदि दो अपरिमेय संख्याएं $\sqrt{a}$ तथा $\sqrt{b}$ हो तो 1 से 9 तक में कोई एक अंक लेंगे तथा इसे a के बाद दशमलव देकर ~~[illegible]~~ root के अन्दर लिखे। अर्थात $\sqrt{a.1}$, $\sqrt{a.2}$, $\sqrt{a.3}$, ...

* संख्या रेखा पर अपरिमेय संख्याओ का निरूपण
(Representation of Irrational Numbers on Number Line)

⇒ Method - तरीका

(a) $OB = \sqrt{OA^2 + AB^2}$ [पाइथागोरस प्रमेय से]

जिसमे, OA का मान fix नहीं होता है लेकिन AB का मान 1 इकाई के बराबर होता है।



(b)

जैसे: $\sqrt{2} = \sqrt{1^2 + 1^2}$ से;

$OA = 1$ इकाई
$AB = 1$ इकाई

$$\sqrt{3} = \sqrt{2+1}$$
$$= \sqrt{(\sqrt{2})^2 + 1^2}$$

$\therefore OA = \sqrt{2}$
$AB = 1$

$$\sqrt{5} = \sqrt{4+1}$$
$$= \sqrt{2^2 + 1^2}$$

$\therefore OA = 2$
$AB = 1.$

$$\sqrt{6} = \sqrt{5+1}$$
$$= \sqrt{(\sqrt{5})^2 + 1^2}$$

$\therefore OA = \sqrt{5}$
$AB = 1$

$$\sqrt{7} = \sqrt{6+1}$$
$$= \sqrt{(\sqrt{6})^2 + 1^2}$$

$\therefore OA = \sqrt{6}$
$AB = 1$

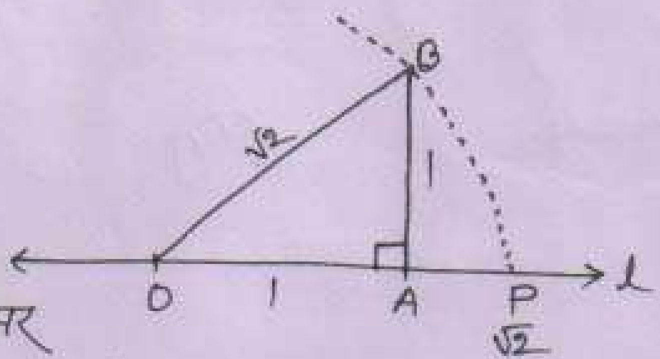
Q- संख्या रेखा पर $\sqrt{2}$ का निरूपण

$$\because \sqrt{2} = \sqrt{1+1}$$
$$= \sqrt{1^2+1^2}$$

जहाँ

$OA = 1$

$AB = 1$



Step:-

(1) किसी संख्या रेखा l पर O के दायीं ओर OA = 2 इकाई लिया।

(2) बिन्दु A पर AB लम्ब खींचा जिसमें AB = 1 काटा।

(3) OB को मिलाया।

(4) O को केन्द्र मानकर OB त्रिज्या का एक वृत्त-चाप खींचा जो संख्या रेखा को C पर काटता है।

(5) संख्या रेखा का बिन्दु C ही अभीष्ट संख्या $\sqrt{2}$ को निरूपित करता है।

Note:- इसी प्रकार से $\sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{6}, \sqrt{7}, \sqrt{8}$ को निरूपित करे।

Exercise-1.2

1.) (i) प्रत्येक अपरिमेय संख्या एक वास्तविक संख्या होती है।

सत्य है, क्योंकि वास्तविक संख्या के संग्रह सभी परिमेय और अपरिमेय संख्याओं से बना है।

(ii) संख्या रेखा का प्रत्येक बिन्दु $\sqrt{m}$ के रूप का होता है, जहाँ m एक प्राकृत संख्या है।

असत्य है, क्योंकि कोई भी ऋण संख्या किसी प्राकृत संख्या का धनात्मक वर्गमूल नहीं हो सकता है।

(iii) प्रत्येक वास्तविक संख्या एक अपरिमेय संख्या होती है।

असत्य है क्योंकि 1 एक वास्तविक संख्या है लेकिन अपरिमेय संख्या नहीं है।

2.) नहीं, सभी धनात्मक पूर्णांकों के वर्गमूल अपरिमेय नहीं होते है।

उदाहरण :- $\sqrt{16} = 4$

3.) $\because \sqrt{5} = \sqrt{4+1} = \sqrt{2^2+1^2}$

$\therefore OA = 2$
$AB = 1$