

* लम्ब वृत्तीय बेलन (Right Circular Cylinder)

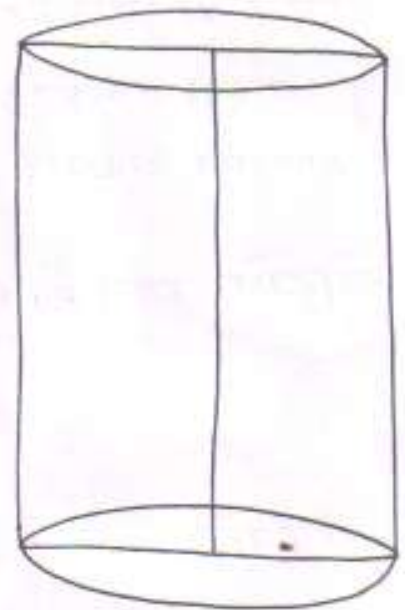
वृत्तीय बेलन वह ठोस है जिसका एक पार्श्व पक्ष हो तथा शेष दो सर्वांगसम वृत्तीय अनुप्रस्थ परिच्छेद हों।

⇒ बेलन में कुल तीन सतहें होती हैं-

- (i) ऊपर और नीचे दो सर्वांगसम वृत्ताकार सतहें तथा बीच का घेरा एक पक्ष सतह है।

पक्ष सतह को पक्ष पृष्ठ (Curved surface) कहते हैं।

- (ii) दोनों वृत्ताकार सतहों तथा पक्ष सतह को मिलाकर पूर्ण पृष्ठ कहलाता है।



* सूत्र (Formula):-

(i) बेलन का पक्षपृष्ठ का क्षेत्र = $2\pi rh$

(ii) बेलन का आयतन = $\pi r^2 h$

(iii) बेलन का पूर्ण पृष्ठ का क्षेत्र = $2\pi r^2 + 2\pi rh$
 $= 2\pi r(r+h)$

(iv) बेलन का पक्ष पृष्ठ का क्षेत्र = आधार की परिमाप \times ऊँचाई

* खोखले बेलन (Hollow cylinder) :-

बाहरी त्रिज्या = R

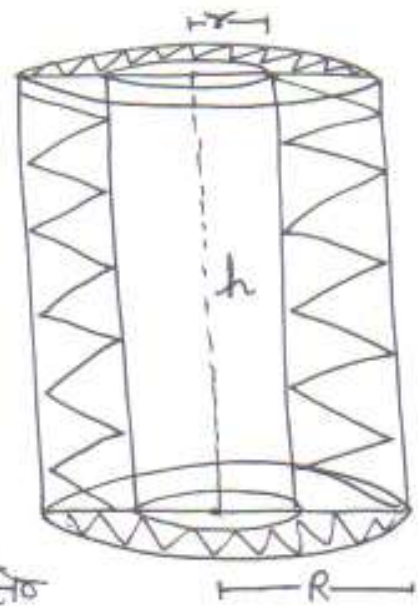
भीतरी त्रिज्या = r

ऊँचाई = h

∴ बेलन में प्रयुक्त धातु की मोटाई = $R - r$

बाह्य वक्र पृष्ठ का क्षेत्र = $2\pi R h$

आन्तरिक वक्र पृष्ठ का क्षेत्र = $2\pi r h$



∴ खोखले बेलन में प्रयुक्त धातु का क्षेत्र
 $= 2\pi R h - 2\pi r h$
 $= 2\pi h (R - r)$

खोखले बेलन के पदार्थ का आयतन = $\pi R^2 h - \pi r^2 h$
 $= \pi h (R^2 - r^2)$

खोखले बेलन का पूर्ण पृष्ठ का क्षेत्र = $2\pi R h + 2\pi r h + 2(\pi R^2 - \pi r^2)$
 $= 2\pi h (R + r) + 2\pi (R^2 - r^2)$
 $= 2\pi h (R + r) + 2\pi (R + r)(R - r)$
 $= 2\pi (R + r) (h + R - r)$

Note! - (i) भस्म वृत्तीय बेलन की त्रिज्या m गुना करने पर वक्र पृष्ठ का क्षेत्र m गुना तथा आयतन m^2 गुना हो जायेगा।
 (ii) भस्म वृत्तीय बेलन की ऊँचाई n गुना करने पर वक्र पृष्ठ का क्षेत्र n गुना तथा आयतन n गुना हो जायेगा।

Exercise - 13.2

- (1) लम्ब वृत्तीय बेलन के पृष्ठ का क्षेत्रफल = 88 cm^2
 बेलन की ऊँचाई = $h = 14 \text{ cm}$

$$\therefore \text{बेलन का पृष्ठ का क्षेत्र} = 88 \text{ cm}^2$$

$$\Rightarrow 2\pi rh = 88$$

$$\Rightarrow 2 \times \frac{22}{7} \times r \times 14 = 88$$

$$\Rightarrow 88 \times r = 88$$

$$\Rightarrow r = \frac{88}{88}$$

$$r = 1 \text{ cm}$$

$$\therefore \text{बेलन के आधार का व्यास} = 1 \times 2 = 2 \text{ cm}$$

(2) बेलन का व्यास = 140 cm

$$r = \frac{140}{2} = 70 \text{ cm}$$

$$\text{ऊँचाई} = h = 1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$$

\therefore टंकी के लिए आवश्यक धातु की चादर का क्षेत्र = बेलन के कुल पृष्ठ क्षेत्र

$$= 2\pi r(r+h)$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 70 \times (70+100)$$

$$= 440 \times 170 \text{ cm}^2$$

$$= 74800 \text{ cm}^2$$

$$= \frac{74800}{100 \times 100} \text{ m}^2$$

$$= 7.48 \text{ m}^2 \text{ Ans}$$

(3) बेलनाकार पाइप की आन्तरिक व्यास = 4 cm

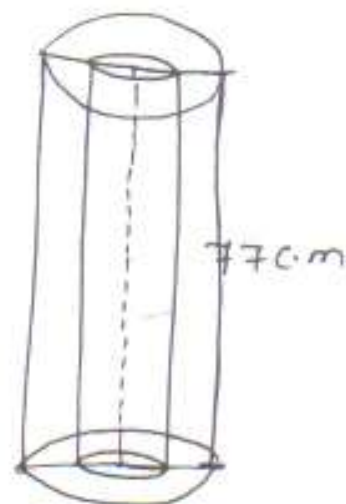
$$r = 2 \text{ cm}$$

" " " बाहरी व्यास = 4.4 cm

$$R = 2.2 \text{ cm}$$

और पाइप की लम्बाई = 77 cm

$$h = 77 \text{ cm}$$



(i) बेलनाकार पाइप का आन्तरिक वक्रपृष्ठीय क्षेत्र = $2\pi rh$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 2 \times 77 \text{ cm}^2$$

$$= 968 \text{ cm}^2$$

(ii) बेलनाकार पाइप का बाह्य वक्रपृष्ठीय क्षेत्र = $2\pi Rh$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 2.2 \times 77 \text{ cm}^2$$

$$= 1064.8 \text{ cm}^2$$

(iii) पाइप के दोनों छिंदों के चतुर्भुजों का क्षेत्र = $2\pi(R^2 - r^2)$

$$= 2 \times \frac{22}{7} ((2.2)^2 - 2^2)$$

$$= \frac{44}{7} (4.84 - 4)$$

$$= \frac{44}{7} \times 0.84$$

$$= 5.28 \text{ cm}^2$$

\therefore पाइप का सम्पूर्ण पृष्ठ का क्षेत्र = $(1064.8 + 968 + 5.28) \text{ cm}^2$

$$= 2038.08 \text{ cm}^2$$

Ans

(4) रोलर की लम्बाई = 120 cm

$$\begin{aligned} h &= 120 \text{ cm} \\ &= \frac{120}{100} \text{ m} \\ &= 1.2 \text{ m} \end{aligned}$$

रोलर का व्यास = 84 cm

$$\text{त्रिज्या} = \frac{84}{2} \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} r &= 42 \text{ cm} \\ &= \frac{42}{100} \text{ m} \\ &= 0.42 \text{ m} \end{aligned}$$

\therefore रोलर का एकपूरक का क्षेत्र = $2\pi rh$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 0.42 \times 1.2 \text{ m}^2$$

$$= 44 \times 0.06 \times 1.2 \text{ m}^2$$

$$= 3.168 \text{ m}^2$$

\therefore रोलर के 1 चक्कर लगाने से समतल किये गये मैदान का क्षेत्र

$$= 3.168 \text{ m}^2$$

$$\therefore 500 \text{ चक्कर} = 500 \times 3.168 \text{ m}^2$$

$$= 1584 \text{ m}^2$$

फिर,

$$\therefore 1 \text{ m}^2 \text{ समतल करने का खर्च} = 0.30 \text{ रु}$$

$$\therefore 1584 \text{ m}^2 \text{ समतल करने का खर्च} = 0.30 \times 1584 \text{ रु}$$

$$= 475.20 \text{ रु}$$

Ans

Q5) बेलनाकार स्तंभ का व्यास = 50 cm

$$r = \frac{50}{2} = 25 \text{ cm}$$

$$= \frac{25}{100} \text{ m}$$

$$= \frac{1}{4} \text{ m}$$

$$h = 3.5 \text{ m}$$

∴ बेलनाकार स्तंभ का वक्र पृष्ठीय क्षेत्र = $2\pi rh$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{1}{4} \times 3.5$$

$$= \frac{22}{2} \times \frac{35}{10}$$

$$= \frac{11}{2}$$

$$= 5.5 \text{ m}^2$$

∴ पेंट करने का खर्च = $5.5 \times 12.5 \text{ रु}$

$$= 68.75 \text{ रु}$$

Ans

Q6) माना कि बेलन की ऊँचाई = $h \text{ m}$

$$r = 0.7 \text{ m}$$

$$= \frac{7}{10} \text{ m}$$

∴ बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्र = 4.4 m^2

$$\Rightarrow 2\pi rh = 4.4$$

$$\Rightarrow 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{10} \times h = \frac{44}{10}$$

$$\Rightarrow \frac{44}{10} \times h = \frac{44}{10}$$

$$\Rightarrow h = \frac{44}{44} = 1 \text{ m}$$

∴ बेलन की ऊँचाई = 1 m Ans

<7>

घृताकार कुँरे का आन्तरिक व्यास = 3.5 m

(18)

$$\begin{aligned} r &= \frac{3.5}{2} \text{ m} \\ &= \frac{357}{2 \times 10^2} \text{ m} \\ &= \frac{7}{4} \text{ m} \end{aligned}$$

$$\therefore \text{गहराई} = \text{ऊँचाई} = h = 10 \text{ m}$$

(i) घृताकार कुँरे का आन्तरिक वक्र पृष्ठीय क्षेत्र = $2\pi rh$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{4} \times 10 \text{ m}^2$$

$$= 110 \text{ m}^2 \text{ Ans}$$

(ii) वक्र पृष्ठ पर प्लास्टर कराने का व्यय = ₹ 40 × 110

$$= ₹ 4400 \text{ Ans}$$

<8>

बेलनाकार पाईप का व्यास = 5 cm

$$r = \frac{5}{2} \text{ cm} = \frac{5^{2.5}}{2 \times 100} = 0.025 \text{ m}$$

" " " लम्बाई = $h = 28 \text{ m}$

\therefore बेलनाकार संयंत्र का कुल पृष्ठीय क्षेत्र = $2\pi rh$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 0.025 \times 28 \text{ m}^2$$

$$= 44 \times 0.025 \times 4 \text{ m}^2$$

$$= 4.4 \text{ m}^2$$

Ans

(9) प्रश्न से,

खेलनाकार पेट्रोल की बंद टंकी का व्यास = 4.2 m

$$r = \frac{4.2}{2} = 2.1 \text{ m}$$

$$\text{ऊँचाई} = h = 4.5 \text{ m}$$

(i) खेलनाकार टंकी का पार्श्व क्षेत्र = $2\pi rh$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 2.1 \times 4.5 \text{ m}^2$$

$$= \frac{44}{7} \times \frac{21^3}{10} \times \frac{45}{10} \text{ m}^2$$

$$= \frac{5940}{100} \text{ m}^2$$

$$= 59.4 \text{ m}^2 \quad \underline{A}$$

(ii) बंद टंकी का कुल पार्श्व क्षेत्र = $2\pi rh + 2\pi r^2$

$$= 2\pi r(h+r)$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 2.1 (4.5 + 2.1)$$

$$= \frac{44}{7} \times \frac{21^3}{10} \times 6.6$$

$$= \frac{132}{10} \times \frac{66}{10} \text{ m}^2$$

$$= \frac{8712}{100} \text{ m}^2$$

$$= 87.12 \text{ m}^2$$

माना कि बेलनाकार टंकी बनवाने में प्रयोग की गई इस्पात का क्षेत्र = $A \text{ m}^2$

$$\therefore \text{नष्ट हुए इस्पात का क्षेत्र} = \frac{1}{12} \times A \text{ m}^2$$

$$= \frac{A}{12} \text{ m}^2$$

अतः टंकी में लगा हुआ कुल इस्पात = $\left(A - \frac{A}{12}\right) \text{ m}^2$

$$= \left(\frac{12A - A}{12}\right) \text{ m}^2$$

$$= \frac{11A}{12} \text{ m}^2$$

लेकिन,

$$\frac{11A}{12} = 87.12$$

$$\Rightarrow 11A = 87.12 \times 12$$

$$\Rightarrow A = \frac{7.92 \times 87.12 \times 12}{11}$$

$$= 7.92 \times 12$$

$$= 95.04 \text{ m}^2$$

A

(10) \therefore सजावटी कपड़े से बने लैंपसेड का आकार बेलनाकार है। (21)

\therefore बेलनाकार लैंपसेड का व्यास = 20 cm

$$r = \frac{20}{2} = 10 \text{ cm}$$

$$\therefore \text{ऊँचाई} = h = 30 \text{ cm}$$

फिर,

फ्रेम के ऊपर और नीचे सोड़ने के लिए दोनों ओर 2.5 cm अतिरिक्त कपड़ा लगा है।

$$\begin{aligned} \therefore \text{कपड़ा सहित लैंपसेड की ऊँचाई} &= H = 30 + 2.5 + 2.5 \\ &= 30 + 5 \\ &= 35 \text{ cm} \end{aligned}$$

\therefore लैंपसेड को ढकने के लिए आवश्यक सजावटी कपड़े का क्षेत्र

$$\begin{aligned} &= 2\pi r H \\ &= 2 \times \frac{22}{7} \times 10 \times 35 \\ &= 2200 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Ans

(11) बेलनाकार कलमदान की त्रिज्या = $r = 3 \text{ cm}$
ऊँचाई = $h = 10.5 \text{ cm}$

\therefore कलमदान ऊपर से खुला हुआ है।

\therefore प्रत्येक कलमदान के गन्ते का क्षेत्र = $2\pi rh + \pi r^2$

$$= \pi r (2h + r)$$

$$= \frac{22}{7} \times 3 (2 \times 10.5 + 3)$$

$$= \frac{66}{7} \times (21 + 3)$$

$$= \frac{66}{7} \times 24 \text{ cm}^2$$

$$\therefore 35 \text{ कलमदानों के गन्ते का क्षेत्र} = 35 \times \frac{66}{7} \times 24 \text{ cm}^2$$

$$= 5 \times 66 \times 24 = 7920 \text{ cm}^2$$