

(iii) गुणन (multiplication)

दो पूर्णांक संख्याओं के लिए गुणन का क्रम विनिमय नियम सत्य है।

$$a \times b = b \times a$$

Example :-

$$-5 \times (+3) = -15$$

या

$$3 \times (-5) = -15$$

$$\therefore -5 \times (+3) = 3 \times (-5)$$

(iv) भाग (Division)

दो पूर्णांक संख्याओं के लिए भाग का क्रम विनिमय नियम सत्य नहीं है।

$$a \div b \neq b \div a$$

Example :-

$$-5 \div 4 = -\frac{5}{4}$$

या

$$4 \div (-5) = -\frac{4}{5}$$

$$\therefore -5 \div 4 \neq 4 \div (-5)$$

③ परिमेय संख्याएँ (Rational Number):-

① योग (Addition):-

दो परिमेय संख्याओं के लिए योग का क्रम विनिमेय नियम सत्य है।

$$a + b = b + a$$

उदाहरण:-

$$\frac{-5}{4} + \frac{3}{2} = \frac{3}{2} + \frac{-5}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{-5+6}{4} = \frac{6+(-5)}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{6-5}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$$

② घटाव/व्यवकलन (Subtraction)

दो परिमेय संख्याओं के लिए घटाव का क्रम विनिमेय नियम सत्य नहीं है।

$$a - b \neq b - a$$

उदाहरण:-

$$\frac{-5}{4} - \frac{3}{2} = \frac{-5-6}{4} = \frac{-11}{4}$$

या

$$\frac{3}{2} - \frac{-5}{4} = \frac{6+5}{4} = \frac{11}{4}$$

$$\therefore \frac{-5}{4} - \frac{3}{2} \neq \frac{3}{2} - \frac{-5}{4}$$

(iii) गुणन (multiplication)

दो परिमेय संख्याओं के लिए गुणन के अन्तर्गत क्रम विनिमय नियम सत्य है।

$$a \times b = b \times a$$

Example:-

$$\frac{5}{3} \times \frac{-3}{4} = \frac{-3}{4} \times \frac{5}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{-15}{12} = \frac{-15}{12}$$

(iv) भाग (Division)

दो परिमेय संख्याओं के लिए भाग का क्रम विनिमय नियम सत्य नहीं है।

$$a \div b \neq b \div a$$

Example:- $\frac{-4}{3} \div \frac{7}{6} = \frac{-4}{3} \times \frac{6}{7} = \frac{-8}{7}$

या

$$\frac{7}{6} \div \frac{-4}{3} = \frac{7}{6} \times \frac{3}{-4} = \frac{7}{-8}$$

$$\therefore \frac{-4}{3} \div \frac{7}{6} \neq \frac{7}{6} \div \frac{-4}{3}$$

* सहचार्य नियम/सहचारिता (Associative law):-

① पूर्ण संख्याएँ (Whole Number):-

(i) योग (Addition):-

तीन पूर्ण संख्याओं के लिए योग का सहचार्यता सत्य है।

$$(a+b)+c = a+(b+c)$$

Example:- $(7+8)+3 = 7+(8+3)$

$$\Rightarrow 15+3 = 7+11$$

$$\Rightarrow 18 = 18$$

(ii) घटाव/व्यवकलन (Subtraction):-

तीन पूर्ण संख्याओं के लिए घटाव का सहचार्यता नियम सत्य नहीं है।

$$(a-b)-c \neq a-(b-c)$$

Example:- $(7-8)-5 = 7-(8-5)$

$$\Rightarrow -1-5 = 7-3$$

$$\Rightarrow -6 = 4$$

$$\therefore (7-8)-5 \neq 7-(8-5)$$

(iii) गुणन (multiplication) :-

तीन पूर्ण संख्याओं के लिए गुणा की सहचार्यता सत्य है।

$$a \times (b \times c) = (a \times b) \times c$$

Example :- $(5 \times 4) \times 6 = 5 \times (4 \times 6)$

$$\Rightarrow 20 \times 6 = 5 \times 24$$

$$\Rightarrow 120 = 120$$

(iv) भाग (Division) :-

तीन पूर्ण संख्याओं के लिए भाग का सहचार्य सत्य नहीं है।

$$(a \div b) \div c \neq a \div (b \div c)$$

Example :- $(4 \div 5) \div 8 \neq 4 \div (5 \div 8)$

$$\Rightarrow \frac{4}{5} \div 8 = 4 \div \frac{5}{8}$$

$$\Rightarrow \frac{4}{5} \times \frac{1}{8} = 4 \times \frac{8}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{10} \neq \frac{32}{5}$$

$$\therefore (4 \div 5) \div 8 \neq 4 \div (5 \div 8)$$

② पूर्णांक संख्याएँ (Integers)

① योग (Addition): -

तीन पूर्णांक संख्याओं के लिए योग का सहचर नियम सत्य है।

$$(a+b)+c = a+(b+c)$$

Example

$$(-5+4)+(-2) = -1-2 = -3$$

$$\begin{aligned} -5+\{4+(-2)\} &= -5+(4-2) \\ &= -5+2 \\ &= -3 \end{aligned}$$

$$\therefore (-5+4)+(-2) = -5+\{4+(-2)\}$$

② घटाव / व्यवकलन (Subtraction)

तीन पूर्णांक संख्याओं के लिए घटाव का सहचर नियम सत्य नहीं है।

$$(a-b)-c \neq a-(b-c)$$

Example: - $(-5-4)-(-6) = -9+6 = -3$

$$\begin{aligned} -5-\{4-(-6)\} &= -5-(4+6) \\ &= -5-10 \\ &= -15 \end{aligned}$$

$$\therefore (-5-4)-(-6) \neq -5-\{4-(-6)\}$$

(iii) गुणन (Multiplication):-

तीन पूर्णांक संख्याओं के लिए गुणन का सहचर्य नियम सत्य है।

$$(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$$

Example:-

$$\{-5 \times (-4)\} \times 3 = 20 \times 3 = 60$$

$$\begin{aligned} -5 \times \{-4 \times 3\} &= -5 \times (-12) \\ &= 60 \end{aligned}$$

$$\therefore \{-5 \times (-4)\} \times 3 = -5 \times (-4 \times 3)$$

(iv) भाग (Division)

तीन पूर्णांक संख्याओं के लिए भाग का सहचर्य नियम सत्य नहीं है।

$$(a \div b) \div c \neq a \div (b \div c)$$

$$\begin{aligned} \text{Example:- } (-5 \div 2) \div (-3) &= \frac{-5}{2} \times \frac{1}{-3} \\ &= \frac{5}{6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -5 \div \{2 \div (-3)\} &= -5 \div \frac{2}{-3} \\ &= -5 \times \frac{-3}{2} \\ &= \frac{15}{2} \end{aligned}$$

$$\therefore (-5 \div 2) \div (-3) \neq -5 \div \{2 \div (-3)\}$$

③ परिमेय संख्याएँ (Rational Number) :-

① योग (addition) :-

तीन परिमेय संख्याओं के लिए योग का सहाय्य नियम सत्य है।

$$(a+b)+c = (a+(b+c))$$

Example:-

$$\left(-\frac{5}{4} + \frac{3}{8}\right) + \frac{-7}{6} = -\frac{5}{4} + \left(\frac{3}{8} + \frac{-7}{6}\right)$$

$$\Rightarrow \left(\frac{-10+3}{8}\right) + \frac{-7}{6} = -\frac{5}{4} + \left(\frac{9-28}{24}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{-7}{8} + \frac{-7}{6} = -\frac{5}{4} + \frac{-19}{24}$$

$$\Rightarrow \frac{-21-28}{24} = \frac{-30-19}{24}$$

$$\Rightarrow \frac{-49}{24} = \frac{-49}{24}$$

$$\therefore \left(-\frac{5}{4} + \frac{3}{8}\right) + \frac{-7}{6} = -\frac{5}{4} + \left(\frac{3}{8} + \frac{-7}{6}\right)$$

(ii) घटाव/व्यपकल्पन (Subtraction) :-

तीन परिमेय संख्याओं के लिए घटाव का सहाय्य नियम सत्य नहीं है।

$$(a-b)-c = a-(b-c)$$

$$\begin{aligned} \text{Example:- } \left(-\frac{3}{8} - \frac{5}{4}\right) - \left(\frac{-2}{6}\right) &= \left(\frac{-3-10}{8}\right) - \frac{-2}{6} \\ &= \frac{-13}{8} + \frac{2}{6} \end{aligned}$$

$$= \frac{-39+8}{24}$$

$$= \frac{-31}{24}$$

$$-\frac{3}{8} - \left\{ \frac{5}{4} - \left(-\frac{2}{6} \right) \right\} = -\frac{3}{8} - \left(\frac{5}{4} + \frac{2}{6} \right)$$

$$= -\frac{3}{8} - \left(\frac{15+4}{12} \right)$$

$$= -\frac{3}{8} - \frac{19}{12}$$

$$= \frac{-9-38}{24}$$

$$= \frac{-47}{24}$$

$$\therefore \left(-\frac{3}{8} - \frac{5}{4} \right) - \left(-\frac{2}{6} \right) \neq -\frac{3}{8} - \left[\frac{5}{4} - \left(-\frac{2}{6} \right) \right]$$

iii) गुणन (Multiplication) :-

तीन परिमेय संख्याओं के गुणन का सहचार्य नियम सत्य है।

$$(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$$

Example :- $\left(-\frac{5}{8} \times \frac{7}{6} \right) \times \frac{-2}{5} = \frac{-35}{48} \times \frac{-2}{5}$

$$= \frac{7}{24}$$

और

$$\frac{-5}{8} \times \left(\frac{7}{6} \times \frac{-2}{5} \right) = \frac{-5}{8} \times \frac{-14}{6}$$

$$= \frac{7}{24}$$

$$\therefore \left(\frac{-5}{8} \times \frac{7}{6} \right) \times \frac{-2}{5} = \frac{-5}{8} \times \left(\frac{7}{6} \times \frac{-2}{5} \right)$$

(iv) भाग (Division) :-

तीन परिमेय संख्याओं के लिए भाग का सहचर नियम सत्य नहीं है।

$$(a \div b) \div c \neq a \div (b \div c)$$

Example :-

$$\left(\frac{1}{2} \div \frac{3}{4} \right) \div \frac{-5}{8} = \left(\frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \right) \div \frac{-5}{8}$$

$$= \frac{2}{3} \times \frac{8}{-5}$$

$$= \frac{16}{-15} = -\frac{16}{15}$$

और,

$$\frac{1}{2} \div \left(\frac{3}{4} \div \frac{-5}{8} \right) = \frac{1}{2} \div \left(\frac{3}{4} \times \frac{8}{-5} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \div \frac{6}{-5}$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{-5}{6}$$

$$= \frac{-5}{12}$$

$$\therefore \left(\frac{1}{2} \div \frac{3}{4} \right) \div \frac{-5}{8} \neq \frac{1}{2} \div \left(\frac{3}{4} \div \frac{-5}{8} \right)$$

* योज्य तत्समक :- शून्य एक परिमेय संख्या है।

जब किसी पूर्ण संख्या, पूर्णांक तथा परिमेय संख्या में शून्य (0) जोड़ा जाता है तो योगफल फिर से वही संख्या प्राप्त होता है।

$$a + 0 = a$$

Example :-

$$5 + 0 = 5$$
$$-2 + 0 = -2$$
$$\frac{3}{5} + 0 = \frac{3}{5}$$

* योज्य प्रतिलोम (Additive Inverse) :-

जब दो संख्याओं का योग शून्य (0) हो तो वे दोनों संख्याएँ एक दूसरे की योज्य प्रतिलोम होती हैं।

$$a + (-a) = 0$$

उदाहरण:-

$$2 + (-2) = 2 - 2 = 0$$

$$-5 + 5 = 0$$

$$\therefore 2 \text{ का योज्य प्रतिलोम } = -2$$

$$-5 \text{ का योज्य प्रतिलोम } = 5$$

* गुणात्मक तत्समक :-

किसी पूर्ण संख्या, पूर्णांक तथा परिमेय संख्या में जब 1 से गुणा किया जाता है तो गुणनफल फिर से वही संख्या प्राप्त होती है।

$$a \times 1 = a$$

उदाहरण:-

$$5 \times 1 = 5$$

$$-3 \times 1 = -3$$

$$\frac{5}{6} \times 1 = \frac{5}{6}$$

* व्युत्क्रम या गुणात्मक प्रतिलोम (Multiplicative Inverse) :-

जब दो संख्याओं का गुणनफल 1 हो तो वे दोनों संख्याएँ एक दूसरे की व्युत्क्रम कहलाती हैं।

$$a \times \frac{1}{a} = 1$$

उदाहरण:-

$$2 \text{ का व्युत्क्रम } = \frac{1}{2}$$

$$\frac{5}{4} \text{ का व्युत्क्रम } = \frac{4}{5}$$

$$\therefore 2 \times \frac{1}{2} = 1$$

$$\frac{5}{4} \times \frac{4}{5} = 1$$

* वितरण नियम :-

तीन परिमेय संख्याओं के लिए योग एवं घटाव पर गुणन का वितरण नियम सत्य है।

$$a \times (b+c) = (a \times b) + (a \times c)$$

$$a \times (b-c) = (a \times b) - (a \times c)$$

उदाहरण:- ①

$$-\frac{2}{5} \times \left(\frac{2}{7} + \frac{5}{14} \right)$$

$$= \left(-\frac{2}{5} \times \frac{2}{7} \right) + \left(-\frac{2}{5} \times \frac{5}{14} \right)$$

$$= -\frac{4}{35} + \frac{-10}{70}$$

$$= \frac{-8 - 10}{70}$$

$$= \frac{-18}{70} \quad \phi$$

$$\text{② } -\frac{4}{5} \times \left(\frac{2}{9} - \frac{7}{18} \right)$$

$$= \left(-\frac{4}{5} \times \frac{2}{9} \right) - \left(-\frac{4}{5} \times \frac{7}{18} \right)$$

$$= -\frac{8}{45} - \frac{-28}{90}$$

$$= \frac{-16 + 28}{90}$$

$$= \frac{12}{90} \quad \Delta$$

* महत्वपूर्ण बिन्दुओं को याद रखें

(28)

- (i) किसी परिमेय संख्या 'a' के लिए $a \div 0$ परिभाषित नहीं है
अर्थात् अपरिभाषित होता है।

जैसे: $5 \div 0 = \frac{5}{0} \rightarrow$ अपरिभाषित

(ii)

संख्याएँ	संक्रिया जिसके अन्तर्गत संख्या है अथवा संख्या नहीं है			
	योग के	घटाव के	गुणन के	भाग के
परिमेय संख्याएँ	हाँ	हाँ	हाँ	नहीं
पूर्णांक	हाँ	हाँ	हाँ	नहीं
पूर्ण संख्याएँ	हाँ	नहीं	हाँ	नहीं
प्राकृत संख्याएँ	हाँ	नहीं	हाँ	नहीं

(iii)

संख्याएँ	क्रम विनिमेयता			
	योग के	घटाव के	गुणन के	भाग के
परिमेय संख्या	हाँ	नहीं	हाँ	नहीं
पूर्णांक	हाँ	नहीं	हाँ	नहीं
पूर्ण संख्याएँ	हाँ	नहीं	हाँ	नहीं
प्राकृत संख्याएँ	हाँ	नहीं	हाँ	नहीं

(iv)

संख्याएँ	सहचार्य			
	योग के	घटाव के	गुणन के	भाग के
परिमेय संख्याएँ	हाँ	नहीं	हाँ	नहीं
पूर्णांक	हाँ	नहीं	हाँ	नहीं
पूर्ण संख्याएँ	हाँ	नहीं	हाँ	नहीं
प्राकृत संख्याएँ	हाँ	नहीं	हाँ	नहीं