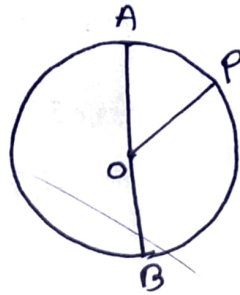


* गोला (sphere): - ऐसा ठोस जो वक्र सतह (Curved surface) से घिरा हो तथा वक्र सतह का प्रत्येक बिन्दु एक स्थिर बिन्दु से समान दूरी पर हो, गोला कहलाता है।

उदाहरण:- गेंद, काँच की गोली,
क्रिकेट बॉल, इत्यादि

\Rightarrow गोले के पृष्ठ पर केवल एक फलक होता है जो वक्रिय है।



सूत्र:-

(i) गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 4\pi r^2$

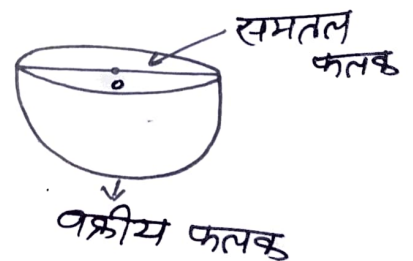
(ii) गोले का आयतन $= \frac{4}{3}\pi r^3$

* अर्धगोला (Hemisphere): - गोले का प्रत्येक आधा भाग अर्धगोला कहलाता है।

अर्धगोले में दो फलक होते हैं।

(i) वक्रिय फलक

(ii) समतल फलक



सूत्र:-

(i) अर्धगोले का वक्र पृष्ठीय क्षेत्र $= 2\pi r^2$

(ii) अर्धगोले का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्र $= 3\pi r^2$

* गोलाकार छिलका या शेल (Spherical shell)

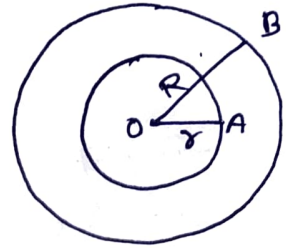
(30)

गोलाकार छिलका एक खोखला गोला होता है जिसका बाहरी एवं भीतरी दोनों भाग गोलाकार होता है तथा ये दोनों भाग संकेन्द्रीय होते हैं।

गोलाकार छिलका में;

बाहरी त्रिज्या = R

भीतरी त्रिज्या = r



∴ गोलाकार छिलके का आयतन = बाहरी गोले का आयतन - भीतरी गोले का आयतन

$$= \frac{4}{3} \pi R^3 - \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$= \frac{4}{3} \pi (R^3 - r^3)$$

* अर्धगोलाकार कटोरा (Hemispherical bowl):-

(i) अर्धगोलाकार कटोरे का सम्पूर्ण पृष्ठ का क्षेत्र.

$$= 2\pi R^2 + 2\pi r^2 + \pi(R^2 - r^2)$$

$$= 2\pi R^2 + 2\pi r^2 + \pi R^2 - \pi r^2$$

$$= 3\pi R^2 + \pi r^2$$

$$= \pi (3R^2 + r^2)$$

(ii) अर्धगोलाकार कटोरे में प्रयुक्त धातु का आयतन

$$= \frac{2}{3} \pi R^3 - \frac{2}{3} \pi r^3$$

$$= \frac{2}{3} \pi (R^3 - r^3)$$

Exercise - 13.4

(1) निम्न त्रिज्या वाले गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए -

$$(i) \cdot r = 10.5 \text{ c.m} = \frac{105}{10} = \frac{21}{2} \text{ c.m}$$

$$\therefore \text{गोले का पृष्ठीय क्षेत्र} = 4\pi r^2$$

$$= 4 \times \frac{22}{7} \times \left(\frac{21}{2}\right)^2 \text{ c.m}^2$$

$$= \cancel{4} \times \frac{22}{\cancel{7}} \times \frac{\cancel{21}^3}{\cancel{2}} \times \frac{21}{\cancel{2}} \text{ c.m}^2$$

$$= 66 \times 21 \text{ c.m}^2$$

$$= 1386 \text{ c.m}^2 \quad \underline{\text{Ans}}$$

$$(ii) \cdot r = 5.6 \text{ c.m} = \frac{56}{10} \text{ c.m}$$

$$\therefore \text{गोले का पृष्ठीय क्षेत्र} = 4\pi r^2$$

$$= 4 \times \frac{22}{7} \times \left(\frac{56}{10}\right)^2 \text{ c.m}^2$$

$$= 4 \times \frac{22}{\cancel{7}} \times \frac{\cancel{56}^8}{10} \times \frac{56}{10} \text{ c.m}^2$$

$$= \frac{4 \times 22 \times 8 \times 56}{100} \text{ c.m}^2$$

$$= \frac{39424}{100} \text{ c.m}^2$$

$$= 394.24 \text{ c.m}^2 \quad \underline{\text{Ans}}$$

$$(iii) \cdot r = 14 \text{ c.m}$$

$$\therefore \text{गोले का पृष्ठीय क्षेत्र} = 4\pi r^2$$

$$= 4 \times \frac{22}{7} \times (14)^2 \text{ c.m}^2$$

$$= 4 \times \frac{22}{\cancel{7}} \times \cancel{14}^2 \times 14 \text{ c.m}^2$$

$$= 88 \times 28 \text{ c.m}^2$$

$$= 2464 \text{ c.m}^2 \quad \underline{\text{Ans}}$$

(2) निम्न व्यास वाले गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए -

(i) व्यास = 14 cm

$$r = \frac{14}{2} = 7 \text{ cm}$$

$$\therefore \text{गोले का पृष्ठीय क्षेत्र} = 4\pi r^2$$

$$= 4 \times \frac{22}{7} \times (7)^2 \text{ cm}^2$$

$$= 4 \times \frac{22}{7} \times \cancel{7} \times 7 \text{ cm}^2$$

$$= 88 \times 7 \text{ cm}^2$$

$$= \underline{616 \text{ cm}^2}$$

(ii) व्यास = 21 cm

$$r = \frac{21}{2} \text{ cm}$$

$$\therefore \text{गोले का पृष्ठीय क्षेत्र} = 4\pi r^2$$

$$= 4 \times \frac{22}{7} \times \left(\frac{21}{2}\right)^2 \text{ cm}^2$$

$$= \cancel{4} \times \frac{22}{\cancel{7}} \times \frac{\cancel{21}^3}{\cancel{2}} \times \frac{21}{2} \text{ cm}^2$$

$$= 66 \times 21 \text{ cm}^2$$

$$= \underline{1386 \text{ cm}^2} \text{ Ans}$$

(iii) व्यास = 3.5 m

$$r = \frac{3.5}{2} = \frac{35}{2 \times 10} = \frac{7}{4} \text{ m}$$

$$\therefore \text{गोले का पृष्ठीय क्षेत्र} = 4\pi r^2$$

$$= 4 \times \frac{22}{7} \times \left(\frac{7}{4}\right)^2 \text{ m}^2$$

$$= \cancel{4} \times \frac{22}{\cancel{7}} \times \frac{\cancel{7}}{\cancel{4}} \times \frac{7}{\cancel{4}_2} \text{ m}^2$$

$$= \frac{77}{2} \text{ m}^2$$

$$= \underline{38.5 \text{ m}^2}$$

(3) अर्धगोले की त्रिज्या = 10 cm

$$r = 10 \text{ cm}$$

\therefore अर्धगोले का कुल पृष्ठीय क्षेत्र = $3\pi r^2$

$$= 3 \times 3.14 \times (10)^2 \text{ cm}^2$$

$$= 3 \times \frac{314}{100} \times 100 \text{ cm}^2$$

$$= 942 \text{ cm}^2 \quad \underline{\underline{\text{Ans}}}$$

(4) पहली स्थिति में,

गोलाकार गुब्बारे की त्रिज्या = 7 cm

$$r = 7 \text{ cm}$$

\therefore गोलाकार गुब्बारे का पृष्ठीय क्षेत्र = $4\pi r^2$

$$= 4\pi \times 7^2 \text{ cm}^2$$

$$= 4\pi \times 49 \text{ cm}^2$$

फिर,

दूसरी स्थिति में,

गोलाकार गुब्बारे में हवा भरने के बाद,

\therefore हवा सहित गुब्बारे की त्रिज्या = 14 cm

$$R = 14 \text{ cm}$$

\therefore हवा सहित गोलाकार गुब्बारे का क्षेत्र = $4\pi R^2$

$$= 4\pi \times (14)^2 \text{ cm}^2$$

$$= 4\pi \times 196 \text{ cm}^2$$

\therefore गुब्बारे के पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात = $\frac{4\pi \times 49}{4\pi \times 196}$

$$= \frac{1}{4}$$

$$= 1:4 \quad \underline{\underline{\text{Ans}}}$$

(5) अर्धगोलाकार कटोरे का आन्तरिक व्यास = 10.5 c.m

$$\begin{aligned} r &= \frac{10.5}{2} \text{ c.m} \\ &= \frac{105}{2 \times 10} \text{ c.m} \\ &= \frac{21}{4} \text{ c.m} \end{aligned}$$

∴ अर्धगोलाकार कटोरे का आन्तरिक पृष्ठीय क्षेत्र = $2\pi r^2$

$$\begin{aligned} &= 2 \times \frac{22}{7} \times \left(\frac{21}{4}\right)^2 \text{ c.m}^2 \\ &= \cancel{2} \times \frac{22}{\cancel{7}} \times \frac{21^2}{4} \text{ c.m}^2 \\ &= \frac{33 \times 21}{4} \text{ c.m}^2 \end{aligned}$$

∴ आन्तरिक पृष्ठ पर कलर्स करने का व्यय = $\frac{16^4}{100} \times \frac{33 \times 21}{4}$ रुपये

$$\begin{aligned} &= \frac{2772}{100} \text{ रुपये} \\ &= 27.72 \text{ रुपये} \end{aligned}$$

(6) माना कि गोले की त्रिज्या = r
प्रश्न से,

गोले का पृष्ठीय क्षेत्र = 154 c.m²

$$\begin{aligned} \Rightarrow 4\pi r^2 &= 154 \\ \Rightarrow 4 \times \frac{22}{7} \times r^2 &= 154 \\ \Rightarrow r^2 &= \frac{154 \times 7}{4 \times 22} \\ \Rightarrow r^2 &= \frac{7 \times 7}{4} \\ \Rightarrow r &= \sqrt{\frac{7 \times 7}{4}} = \frac{7}{2} \text{ c.m} = 3.5 \text{ c.m} \end{aligned}$$

Ans

(7) माना कि पृथ्वी का व्यास = x

$$r = \frac{x}{2}$$

लेकिन,

$$\text{चन्द्रमा का व्यास} = \frac{x}{4}$$

$$R = \frac{x}{2 \times 4} = \frac{x}{8}$$

अब,

$$\text{पृथ्वी का पृष्ठीय क्षेत्रफल} = 4\pi r^2$$

$$= 4\pi \times \left(\frac{x}{2}\right)^2$$

$$= 4\pi \times \frac{x^2}{4}$$

$$= \pi x^2$$

और,

$$\text{चन्द्रमा का पृष्ठीय क्षेत्रफल} = 4\pi R^2$$

$$= 4\pi \times \left(\frac{x}{8}\right)^2$$

$$= 4\pi \times \frac{x^2}{8 \times 8}$$

$$= \frac{\pi x^2}{16}$$

$$\therefore \text{पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात} = \frac{\text{चन्द्रमा का पृष्ठीय क्षेत्रफल}}{\text{पृथ्वी का पृष्ठीय क्षेत्रफल}}$$

$$= \frac{\frac{\pi x^2}{16}}{\pi x^2}$$

$$= \frac{\pi x^2}{16 \times \pi x^2}$$

$$= \frac{1}{16} = 1:16$$

(8) अर्धगोलाकार कटोरे की आन्तरिक त्रिज्या $= r = 5 \text{ c.m}$

अर्धगोलाकार कटोरे की मोटाई $= 0.25 \text{ c.m}$

$$\therefore \text{बाहरी त्रिज्या} = R = 5 + 0.25 \\ = 5.25 \text{ c.m}$$

\therefore अर्धगोलाकार कटोरे का बाहरी वक्र पृष्ठीय क्षेत्र $= 2\pi R^2$

$$\begin{aligned} &= 2 \times \frac{22}{7} \times (5.25)^2 \\ &= \frac{44}{7} \times 5.25 \times 5.25 \\ &= \frac{44}{7} \times \frac{75}{100} \times \frac{525}{100} \\ &= \frac{44 \times 75 \times 525}{10000} \text{ c.m}^2 \\ &= \frac{1732500}{10000} \text{ c.m}^2 \\ &= 173.25 \text{ c.m}^2 \end{aligned}$$

(9) लंब वृत्तीय बेलन की त्रिज्या $= r$

(i) गोले का पृष्ठीय क्षेत्र $= 4\pi r^2$

(ii) बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्र $= 2\pi r h$
 $= 2\pi r \times 2r \quad (h=2r)$
 $= 4\pi r^2$

(iii) क्षेत्रफलों का अनुपात $= \frac{\text{गोले का पृष्ठीय क्षेत्र}}{\text{बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्र}}$

$$= \frac{4\pi r^2}{4\pi r^2}$$

$$= \frac{1}{1} = 1:1$$

