

# \*अवगीकृत आँकड़ों का बहुलक :-

- (i) यदि दिया गया आँकड़ा अवगीकृत हो, तो सबसे पहले बारम्बारता सारणी तैयार करें।
- (ii) विभिन्न प्रेक्षणों की बारम्बारताओं में अंकित करें।  
सबसे अधिक बारम्बारता वाली प्रेक्षण बहुलक होगा।

अथवा,

'चर-मानों' को देखें और देखकर यह निश्चय करें कि कौन-सा चर-मान सर्वाधिक बार आया है। यही चर-मान बहुलक होगा।

∴ बहुलक ( $M_0$ ) = वितरण में सर्वाधिक बार आने वाला चर-मान

उदाहरण:- निम्नलिखित आँकड़ों से बहुलक ज्ञात करें -

5, 2, 4, 2, 7, 1, 7, 5, 5, 4, 6, 3, 5, 3, 4, 6, 5, 5

प्रेक्षण	5	2	4	7	1	6	3
बारम्बारता	6	2	2	2	1	2	2

~~सर्वोच्च~~ ∴ सर्वाधिक बारम्बारता = 6

∴ बहुलक = 5

उदाहरण:- किसी वर्ग के दस विद्यार्थियों के प्राप्तांक निम्नलिखित हैं। उनका बहुलक प्राप्तांक निकालें।

70, 80, 50, 60, 70, 40, 50, 90, 50, 30

∴ ~~सबसे अधिक संख्या~~

सर्वाधिक बार आने वाला प्राप्तांक 50 है जो तीन बार आया है

∴ बहुलक = 50

# \* वर्गीकृत आँकड़ों का माध्य :-

(25)

$$\text{बहुलक } (M_0) = l + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times h$$

जहाँ,

$l$  = बहुलक वर्ग की निम्न सीमा

$f_1$  = बहुलक वर्ग की बारम्बारता

$f_0$  = बहुलक वर्ग के ठीक पहले वर्ग की बारम्बारता

$f_2$  = बहुलक वर्ग के ठीक बाद के वर्ग की बारम्बारता

$h$  = वर्ग-अन्तराल की सामान्य लम्बाई

उदाहरण :-

जीवनकाल (बेसे व)	बारम्बारता (f)
0-20	10
20-40	35
40-60	52
60-80	61
80-100	38
100-120	29

~~माना कि,~~

$$\therefore \text{बहुलक} = l + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times h$$

$$\therefore \text{सबसे अधिक बारम्बारता} = 61$$

$$\therefore \text{बहुलक वर्ग} = 60-80$$

$$l = 60$$

$$f_0 = 52$$

$$f_1 = 61$$

$$f_2 = 38$$

$$h = 20$$

$$\therefore \text{बहुलक} = 60 + \frac{61 - 52}{2 \times 61 - 52 - 38} \times 20$$

$$= 60 + \frac{9}{122 - 90} \times 20$$

$$= 60 + \frac{180}{32}$$

$$= 60 + 5.625$$

$$= 65.625$$

Ans

## Exercise - 14.2

<1>

आयु (वर्षों में)	रोगियों की संख्या ( $f_i$ )	$x_i$	$f_i x_i$
5-15	6	10	60
15-25	11	20	220
25-35	21	30	630
35-45	23	40	920
45-55	14	50	700
55-65	5	60	300
	$\Sigma f_i = 80$		$\Sigma f_i x_i = 2830$

$\therefore$  सबसे अधिकतम बारम्बारता = 23

$\therefore$  बहुलक-वर्ग = 35-45

$$\therefore l = 35$$

$$f_0 = 21$$

$$f_1 = 23$$

$$f_2 = 14$$

$$h = 10$$

$$\therefore \text{बहुलक } (M_0) = l + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times h$$

$$= 35 + \frac{23 - 21}{2 \times 23 - 21 - 14} \times 10$$

$$= 35 + \frac{2}{46 - 35} \times 10$$

$$= 35 + \frac{20}{11}$$

$$= 35 + 1.8 = 36.8 \text{ वर्ष } \underline{\text{Ans}}$$

फिर,

$$\text{माध्य} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}$$

$$= \frac{2830}{80}$$

$$= \frac{283}{8}$$

$$= 35.37 \text{ वर्ष}$$

Ans

Q.2)

जीवनकाल (बंटों में)	वारम्बारता
0-20	10
20-40	35
40-60	52
60-80	61
80-100	38
100-120	29

∴ सर्वाधिक वारम्बारता = 61

∴ बहुलक-वर्ग = 60-80

$$\therefore l = 60$$

$$f_0 = 52$$

$$f_1 = 61$$

$$f_2 = 38$$

$$h = 20$$

$$\therefore \text{अटुक} = l + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times h$$

$$= 60 + \frac{61 - 52}{2 \times 61 - 52 - 38} \times 20$$

$$= 60 + \frac{9}{122 - 90} \times 20$$

$$= 60 + \frac{9 \times 20}{\frac{32}{8}}$$

$$= 60 + \frac{45}{8}$$

$$= 60 + 5.625$$

$$= 65.625 \text{ बटे}$$

Ans

व्यय (रुपयों में)	परिवारों की संख्या ( $f_i$ )	$x_i$	$f_i x_i$
1000-1500	24	1250	30000
1500-2000	40	1750	70000
2000-2500	33	2250	74250
2500-3000	28	2750	77000
3000-3500	30	3250	97500
3500-4000	22	3750	82500
4000-4500	16	4250	68000
4500-5000	7	4750	33250
	$\Sigma f_i = 200$		$\Sigma f_i x_i = 532500$

$$\begin{aligned}
 \text{माध्य} &= \frac{\Sigma f_i x_i}{\Sigma f_i} \\
 &= \frac{532500}{200} \\
 &= \frac{5325}{2} = 2662.5 \text{ रु}
 \end{aligned}$$

$\therefore$  माध्य मासिक व्यय = 2662.5 रु

फिर

$\therefore$  सर्वाधिक बारम्बारता = 40

$\therefore$  बहुलक - वर्ग = 1500-2000



यहाँ,

$$l = 1500$$

$$f_0 = 24$$

$$f_1 = 40$$

$$f_2 = 33$$

$$h = 500$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{बहुलक} = M_0 &= l + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times h \\ &= 1500 + \frac{40 - 24}{2 \times 40 - 24 - 33} \times 500 \\ &= 1500 + \frac{16 \times 500}{80 - 57} \\ &= 1500 + \frac{8000}{23} \\ &= 1500 + 347.83 \\ &= 1847.83 \text{ रु} \end{aligned}$$

  
\_\_\_\_\_

प्रति शिक्षक विद्यार्थियों की संख्या	राज्य/संघीय क्षेत्रों की संख्या ( $f_i$ )	$x_i$	$f_i x_i$
15-20	3	17.5	52.5
20-25	8	22.5	180
25-30	9	27.5	247.5
30-35	10	32.5	325
35-40	3	37.5	112.5
40-45	0	42.5	0
45-50	0	47.5	0
50-55	2	52.5	105
	$\Sigma f_i = 35$		$\Sigma f_i x_i = 1022.5$

$$\begin{aligned}
 \text{माध्य} &= \frac{\Sigma f_i x_i}{\Sigma f_i} \\
 &= \frac{1022.5}{35} \\
 &= \frac{1022.5}{35} = \frac{409}{14} = 29.2
 \end{aligned}$$

फिर,

$$\text{सर्वाधिक बारम्बारता} = 10$$

$$\therefore \text{बहुलक-वर्ग} = 30-35$$

$$\therefore l = 30$$

$$f_0 = 9$$

$$f_1 = 10$$

$$f_2 = 3$$

$$h = 5$$



$$\therefore \text{अवृत्त} = 1 + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times h$$

$$= 30 + \frac{10 - 9}{2 \times 10 - 9 - 3} \times 5$$

$$= 30 + \frac{1 \times 5}{20 - 12}$$

$$= 30 + \frac{5}{8}$$

$$= 30 + 0.6$$

$$= 30.6 \text{ Ans}$$



बनाए गए रन	बल्लेबाजों की संख्या
3000 - 4000	4
4000 - 5000	18
5000 - 6000	9
6000 - 7000	7
7000 - 8000	6
8000 - 9000	3
9000 - 10000	1
10000 - 11000	1

∴ सर्वाधिक बारम्बारता = 18

∴ बहुलक-वर्ग = 4000 - 5000

यहाँ,

$$l = 4000$$

$$f_0 = 4$$

$$f_1 = 18$$

$$f_2 = 9$$

$$h = 1000$$

$$\therefore \text{बहुलक} = l + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times h$$

$$= 4000 + \frac{18 - 4}{2 \times 18 - 4 - 9} \times 1000$$

$$= 4000 + \frac{14}{36 - 13} \times 1000$$

$$= 4000 + \frac{14 \times 1000}{23}$$

$$= 4000 + \frac{14000}{23}$$

$$= 4000 + 608.69$$

$$= 4000 + 608.7 = 4608.7$$

कारों की संख्या	बारम्बारता
0-10	7
10-20	14
20-30	13
30-40	12
40-50	20
50-60	11
60-70	15
70-80	8

∴ सर्वाधिक बारम्बारता = 20

∴ बहुलक-वर्ग = 40-50

यहाँ,

$$l = 40$$

$$f_0 = 12$$

$$f_1 = 20$$

$$f_2 = 11$$

$$h = 10$$

$$\therefore \text{बहुलक} = l + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times h$$

$$= 40 + \frac{20 - 12}{2 \times 20 - 12 - 11} \times 10$$

$$= 40 + \frac{8}{40 - 23} \times 10$$

$$= 40 + \frac{8 \times 10}{17}$$

$$= 40 + \frac{80}{17} = 40 + 4.7 = 44.7$$