

## \* माध्यिका/माध्यक (Median) :-

यदि दिए गए आँकड़ों के सभी प्रेक्षकों को आरोही या अवरोही क्रम में व्यवस्थित किया जाए तो इन प्रेक्षकों के समुच्चय के बीचोबीच मान को अर्थात् इनके केन्द्रीय मान को माध्यिका कहा जाता है।

## \* माध्यिका-वर्ग (Median class) :-

वर्गीकृत बारम्बारता वितरण की स्थिति में  $\frac{N}{2}$  के मान से ठीक षड़ी संचयी बारम्बारता का संगत वर्ग-अन्तराल माध्यिका-वर्ग कहलाता है।

## \* माध्यिका की गणना (Calculation of Median) :-

(I) दिए गए आँकड़ों के प्रेक्षकों को आरोही या अवरोही क्रम में सजा लेंगे और फिर प्रेक्षकों की संख्या 'n' मान लेंगे।

(ii) यदि n एक विषम संख्या हो तो

$$\text{माध्यिका} = \left(\frac{n+1}{2}\right)^{\text{वाँ चरमान}}$$

उदाहरण :-

3, 5, 11, 7, 13, 8, 9, 12, 14 की माध्यिका ज्ञात करें।

∴ प्रेक्षकों का आरोही क्रम → 3, 5, 7, 8, 9, 11, 12, 13, 14

∴  $n = 9$  जो विषम है।

$$\therefore \text{माध्यिका} = \left(\frac{n+1}{2}\right)^{\text{वाँ चरमान}}$$

$$= \left(\frac{9+1}{2}\right)^{\text{वाँ चरमान}}$$

$$= \left(\frac{10}{2}\right)^{\text{वाँ चरमान}}$$

$$= 5^{\text{वाँ चरमान}} = 9 \text{ Ans}$$

फिर,

(36)

यदि  $n$  एक सम संख्या हो तो -

$$\text{माध्यिका} = \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{n}{2} \right) \text{वाँ चर-मान} + \left( \frac{n}{2} + 1 \right) \text{वाँ चर-मान} \right]$$

उदाहरण:-

18, 19, 13, 12, 14, 20, 24, 16, 11, 10 की माध्यिका निकालें।  
प्रेक्षणों का आरोही क्रम  $\rightarrow$  10, 11, 12, 13, 14, 16, 18, 19, 20, 24  
 $\therefore n = 10$  जो सम संख्या है।

$$\begin{aligned} \therefore \text{माध्यिका} &= \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{n}{2} \right) \text{वाँ चर-मान} + \left( \frac{n}{2} + 1 \right) \text{वाँ चर-मान} \right] \\ &= \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{10}{2} \right) \text{वाँ चर-मान} + \left( \frac{10}{2} + 1 \right) \text{वाँ चर-मान} \right] \\ &= \frac{1}{2} \left[ 5 \text{वाँ चर-मान} + 6 \text{वाँ चर-मान} \right] \\ &= \frac{1}{2} [14 + 16] \\ &= \frac{1}{2} \times 30 \\ &= 15 \text{ Ans} \end{aligned}$$

\* अपकर्षित बारम्बारता वितरण के लिए:-

यदि दिया गया वितरण अपकर्षित हो तो दिए गए प्रेक्षणों को आरोही या अपरोही क्रम में सजाते हुए उनकी संचयी बारम्बारता (cf) ज्ञात करेंगे। फिर बारम्बारताओं का योगफल  $N$  ज्ञात करेंगे। फिर उस संचयी बारम्बारता को लेंगे जो  $\frac{N}{2}$  के मान से ठीक बड़ा हो। इस संचयी बारम्बारता का संगत चर का मान ही अभीष्ट माध्यिका होगी।

उदाहरण:-

चर के मान	2	4	3	7	8
बारम्बारता	3	4	2	4	6

हल:-

चर के मान	बारम्बारता	संचयी बारम्बारता
2	3	3
3	2	5
4	4	9
7	4	13
8	6	19

$$N = 19$$

$$\therefore N = 19$$

$$\therefore \frac{N}{2} = \frac{19}{2} = 9.5 \text{ ठीक इससे बड़ी संचयी बारम्बारता } 13 \text{ है}$$

$$\therefore \text{माध्यिका} = 7 \text{ Ans}$$

Note:-

यदि  $\frac{N}{2}$  का मान किसी चर के संचयी बारम्बारता के बराबर हो तो वह चर-मान एवं ठीक उसके बाद के चर-मान का माध्यिका होगी।

\* कृत्रिम आँकड़ों की माध्यिका (Median for Grouped Data) (38)

(i) दी गई बारम्बारता खंडन के लिए एक संचयी बारम्बारता सारणी बनायें तथा  $N = \sum f$  प्राप्त करें।

(ii)  $\frac{N}{2}$  का मान प्राप्त करें।

(iii)  $\frac{N}{2}$  के मान से ठीक अधिक मान वाले संचयी बारम्बारता का संगत वर्ग अन्तराल ही माध्या-वर्ग है।

(iv) माध्यिका =  $l + \left\{ \frac{\frac{N}{2} - C.f}{f} \times h \right\}$

जहाँ,

$l$  = माध्यिका वर्ग की निम्न सीमा।

$f$  = माध्यिका वर्ग की बारम्बारता।

$C.f$  = माध्यिका वर्ग के ठीक पहले वर्ग-अन्तराल की संचयी बारम्बारता।

$h$  = माध्यिका वर्ग की लम्बाई।

~~XXXXXXXXXX~~

उदाहरण:-

39.

प्राप्तांक	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
विद्यार्थियों की संख्या	5	15	30	8	2

प्राप्तांक	विद्यार्थियों की संख्या (f)	संचयी बारम्बारता (cf)
0-10	5	5
10-20	15	20
20-30	30	50
30-40	8	58
40-50	2	60
	$N = \Sigma f = 60$	

$$\therefore N = 60$$

$$\therefore \frac{N}{2} = \frac{60}{2} = 30 \text{ से ठीक वही संचयी बारम्बारता} = 50$$

$$\therefore \text{माध्यिका-वर्ग} = 20-30$$

$$\therefore l = 20$$

$$f = 30$$

$$cf = 20$$

$$h = 10$$

$$\text{माध्यिका} = l + \frac{\frac{N}{2} - cf}{f} \times h$$

$$= 20 + \frac{30 - 20}{30} \times 10$$

$$= 20 + \frac{10}{30} \times 10$$

$$= 20 + \frac{10}{3}$$

$$= 20 + 3.33$$

$$= 23.33$$

Ans



① यदि  $n =$  विषम संख्या

$$\text{माध्यिका} = \left(\frac{n+1}{2}\right) \text{वाँ पद}$$

② यदि  $n =$  सम संख्या

$$\text{माध्यिका} = \frac{\left(\frac{n}{2}\right) \text{वाँ पद} + \left(\frac{n}{2} + 1\right) \text{वाँ पद}}{2}$$

③ माध्यिका-वर्ग  $= \frac{N}{2}$  के मान से ठीक अधिक मान वाले संचयी बारंबारता का संगत वर्ग अन्तराल ही माध्यिका-वर्ग होता है।

<4> सूत्र:-

$$\text{माध्यिका} = l + \frac{\frac{N}{2} - c.f}{f} \times h$$

$l =$  माध्यिका वर्ग की निम्न सीमा

$h =$  माध्यिका वर्ग की वर्ग लम्बाई

$f =$  माध्यिका वर्ग की बारंबारता

$c.f =$  माध्यिका वर्ग के ठीक पहले वर्ग - अन्तराल की संचयी बारंबारता।

Important point :-

माध्य, माध्यिका एवं बहुलक में संबंध

$$\therefore \boxed{\text{बहुलक} = 3 \times \text{माध्यिका} - 2 \times \text{माध्य}}$$

Exercise - 14.3

&lt;1&gt;

मासिक खपत (वर्गों में)	उपग्रीवताओं की संख्या ( $f_i$ )	$x_i$	संचयी वारम्बारता ( $G$ )	$f_i x_i$
65-85	4	75	4	300
85-105	5	95	9	475
105-125	13	115	22	1495
125-145	20	135	42	2700
145-165	14	155	56	2170
165-185	8	175	64	1400
185-205	4	195	68	780
	$\Sigma f_i = 68$			$\Sigma f_i x_i = 9320$

$$\text{माध्य} = \frac{\Sigma f_i x_i}{\Sigma f_i} = \frac{9320}{68} = 137.05 \text{ Ans}$$

फिर,

$$\therefore N = 68$$

$$\therefore \frac{N}{2} = \frac{68}{2} = 34 \text{ ठीक इससे बड़ी संचयी वारम्बारता} = 42$$

$$\therefore \text{माध्यिका-वर्ग} = 125-145$$

$$l = 125$$

$$f = 20$$

$$c.f = 22$$

$$h = 20$$

$$\therefore \text{माध्यिका} = 1 + \frac{\frac{N}{2} - c.f}{f} \times h$$

$$= 125 + \frac{34 - 22}{20} \times 20$$

$$= 125 + \frac{12}{20} \times 20$$

$$= 125 + 12$$

$$= 137 \quad \underline{\quad}$$

फिर,



फिर, सर्वाधिक बारम्बारता = 20

$$\therefore \text{बहुलक-वर्ग} = 125 - 145$$

$$\therefore l = 125$$

$$f_0 = 13$$

$$f_1 = 20$$

$$f_2 = 14$$

$$h = 20$$

$$\therefore \text{बहुलक} = l + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times h$$

$$= 125 + \frac{20 - 13}{2 \times 20 - 13 - 14} \times 20$$

$$= 125 + \frac{7 \times 20}{40 - 27}$$

$$= 125 + \frac{140}{13}$$

$$= 125 + 10.76$$

$$= 135.76 \text{ इकाई}$$



(2)

वर्ग-अन्तराल	आवृत्ति ( $f_i$ )	संचयी आवृत्ति (C.f)
0-10	5	5
10-20	$x$	$5+x$
20-30	20	$25+x$
30-40	15	$40+x$
40-50	$y$	$40+x+y$
50-60	5	$45+x+y$
	$\Sigma f_i = 45+x+y$	

$$\because \Sigma f_i = 60$$

$$\therefore 45+x+y = 60$$

$$\Rightarrow x+y = 60-45$$

$$\Rightarrow x+y = 15 \text{ --- (1)}$$

$$\because N = 60$$

$$\therefore \frac{N}{2} = \frac{60}{2} = 30$$

$$\therefore \text{माध्यक} = 28.5$$

$$\therefore \text{माध्यक-वर्ग} = 20-30$$

$$\therefore l = 20$$

$$f = 20$$

$$C.f = 5+x$$

$$h = 10$$

$$\therefore \text{माध्यिका} = l + \frac{\frac{N}{2} - c.f}{f} \times h$$

$$\Rightarrow 28.5 = 20 + \frac{30 - (5+x)}{20} \times 10$$

$$\Rightarrow 28.5 - 20 = \frac{30 - 5 - x}{20} \times 10$$

$$\Rightarrow 8.5 = \frac{25 - x}{2}$$

$$\Rightarrow 17 = 25 - x$$

$$\Rightarrow x = 25 - 17$$

$$x = 8$$

समीकरण ले,

$$x + y = 15$$

$$\Rightarrow 8 + y = 15$$

$$\Rightarrow y = 15 - 8$$

$$\Rightarrow y = 7$$

$$\therefore \left. \begin{array}{l} x = 8 \\ y = 7 \end{array} \right\} \underline{\underline{\text{Ans}}}$$

<3>

46

आयु (वर्षों में)	वारम्बारता (f)	पॉलिसी धारकों की संख्या संचयी वारम्बारता
15-20	2	2
20-25	4	6
25-30	18	24
30-35	21	45
35-40	33	78
40-45	11	89
45-50	3	92
50-55	6	98
55-60	2	100
	N = 100	

$$\therefore N = 100$$

$$\therefore \frac{N}{2} = \frac{100}{2} = 50 \text{ ठीक इससे बड़ी संचयी वारम्बारता} = 78$$

$$\therefore \text{साध्यिका-वर्ग} = 35-40$$

$$\therefore l = 35$$

$$f = 33$$

$$c.f = 45$$

$$h = 5$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{साध्यक} &= l + \frac{\frac{N}{2} - c.f}{f} \times h \\ &= 35 + \frac{50 - 45}{33} \times 5 \\ &= 35 + \frac{5 \times 5}{33} \\ &= 35 + \frac{25}{33}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&= 35 + 0.757 \\ &= 35 + 0.76 \\ &= 35.76 \text{ वर्ष}\end{aligned}$$

Ans

लंबाई (mm में)	पत्रियों की संख्या वारम्बारता (f)	संचयी वारम्बारता (c.f)
117.5 - 126.5	3	3
126.5 - 135.5	5	8
135.5 - 144.5	9	17
144.5 - 153.5	12	29
153.5 - 162.5	5	34
162.5 - 171.5	4	38
171.5 - 180.5	2	40
	N=40	

$\therefore N=40$

$\therefore \frac{N}{2} = \frac{40}{2} = 20$  ठीक इससे बड़ी संचयी वारम्बारता = 29

$\therefore$  माध्यिका-वर्ग = 144.5 - 153.5

यहाँ,

$l = 144.5$

$f = 12$

$c.f = 17$

$h = 9$

$\therefore$  माध्यिक लम्बाई =  $l + \frac{\frac{N}{2} - c.f}{f} \times h$

$= 144.5 + \frac{20 - 17}{12} \times 9$

$= 144.5 + \frac{3}{12} \times 9$

$= 144.5 + \frac{9}{4}$

$= 144.5 + 2.25$

$= 146.75 \text{ mm}$

Ans



जीवन काल (घंटों में)	वर्गों की संख्या आरम्भवाता (f)	संचयी आरम्भवाता (cf)
1500 - 2000	14	14
2000 - 2500	56	70
2500 - 3000	60	130
3000 - 3500	86	216
3500 - 4000	74	290
4000 - 4500	62	352
4500 - 5000	48	400
	N=400	

$$\therefore N = 400$$

$$\therefore \frac{N}{2} = \frac{400}{2} = 200 \text{ ठीक इससे बड़ी संचयी आरम्भवाता} = 216$$

$$\therefore \text{माध्यिका-वर्ग} = 3000 - 3500$$

यहाँ,

$$l = 3000$$

$$f = 86$$

$$cf = 130$$

$$h = 500$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{माध्यक जीवन काल} &= l + \frac{\frac{N}{2} - cf}{f} \times h \\ &= 3000 + \frac{200 - 130}{86} \times 500 \\ &= 3000 + \frac{70}{86} \times 500 \\ &= 3000 + \frac{17500}{43} \\ &= 3000 + 406.976 \text{ घंटे} \\ &= 3000 + 406.98 \\ &= 3406.98 \text{ घंटे} \end{aligned}$$

अक्षरों की संख्या	कुल नामों की संख्या आवृत्ति (f)	संचयी आवृत्ति (C.f)
1-4	6	6
4-7	30	36
7-10	40	76
10-13	16	92
13-16	4	96
16-	4	100
	$N=100$	

$$\because N=100$$

$$\therefore \frac{N}{2} = \frac{100}{2} = 50 \text{ ठीक इससे बड़ी संचयी आवृत्ति} = 76$$

$$\therefore \text{माध्यिका-वर्ग} = 7-10$$

यहाँ,

$$l = 7$$

$$f = 40$$

$$C.f = 36$$

$$h = 3$$

$$\begin{aligned}
 \therefore \text{माध्यिक अक्षरों की संख्या} &= l + \frac{\frac{N}{2} - C.f}{f} \times h \\
 &= 7 + \frac{50 - 36}{40} \times 3 \\
 &= 7 + \frac{14}{40} \times 3 \\
 &= 7 + \frac{21}{20} \\
 &= 7 + 1.05 \\
 &= 8.05 \quad \underline{\underline{\text{Ans}}}
 \end{aligned}$$

फिर,

$$\text{सर्वाधिक बारम्बारता} = 40$$

$$\therefore \text{बहुलक-वर्ग} = 7-10$$

यहाँ,

$$l = 7$$

$$f_0 = 30$$

$$f_1 = 40$$

$$f_2 = 16$$

$$h = 3$$

$$\therefore \text{बहुलक} = l + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times h$$

$$= 7 + \frac{40 - 30}{2 \times 40 - 30 - 16} \times 3$$

$$= 7 + \frac{10}{80 - 46} \times 3$$

$$= 7 + \frac{30}{34}$$

$$= 7 + 0.88$$

$$= 7.88 \quad \underline{\underline{\text{Ans}}}$$

फिर,

अक्षरों की संख्या	कुलनामों की संख्या (f <sub>i</sub> )	x <sub>i</sub>	f <sub>i</sub> x <sub>i</sub>
1-4	6	2.5	15
4-7	30	5.5	165
7-10	40	8.5	340
10-13	16	11.5	184
13-16	4	14.5	58
16-19	4	17.5	70
	Σ f <sub>i</sub> = 100		Σ f <sub>i</sub> x <sub>i</sub> = 832

$$\text{माध्य} = \frac{\Sigma f_i x_i}{\Sigma f_i} = \frac{832}{100} = 8.32 \quad \underline{\underline{\text{Ans}}}$$

आर (प्रिग्नम में)	विद्यार्थियों की संख्या आरम्भारता (f)	संचयी आरम्भारता (cf)
40-45	2	2
45-50	3	5
50-55	8	13
55-60	6	19
60-65	6	25
65-70	3	28
70-75	2	30
	N = 30	

∴ N = 30

∴  $\frac{N}{2} = \frac{30}{2} = 15$  ठीक इससे बड़ी संचयी आरम्भारता = 19

∴ माहियका-वर्ग = 55-60

यहाँ,

$l = 55, f = 6, cf = 13, h = 5$

∴ माहियका आर =  $l + \frac{\frac{N}{2} - cf}{f} \times h$

=  $55 + \frac{15 - 13}{6} \times 5$

=  $55 + \frac{2}{6} \times 5$

=  $55 + \frac{5}{3}$

=  $55 + 1.666$

=  $55 + 1.67$

=  $56.67 \text{ kg}$

Ans