

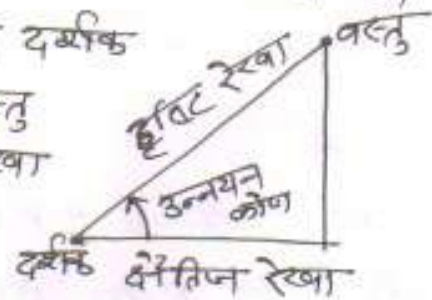
त्रिकोणमिति के कुछ अनुप्रयोग

$$\begin{aligned}\sin \theta &= \frac{p}{h} \\ \cos \theta &= \frac{b}{h} \\ \tan \theta &= \frac{p}{b}\end{aligned}$$

* क्षैतिज तल (Horizontal Plane) - पृथ्वी तल के समानान्तर रखी गयी तल को क्षैतिज तल कहते हैं।

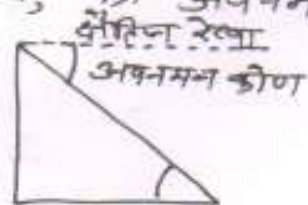
* क्षैतिज रेखा (Horizontal Line) \rightarrow क्षैतिज तल के समानान्तर रखी गई सरल रेखा को क्षैतिज रेखा कहते हैं।

* दृष्टि-रेखा (Line of Sight) - किसी दर्शक की आँख और देखी जाने वाली वस्तु को मिलाने वाली रेखा को दृष्टि रेखा कहते हैं।



* उन्नयन कोण :- (Angle of Elevation) \rightarrow जब वस्तु दर्शक से ऊपर हो, तब दृष्टि-रेखा और दर्शक की आँख से गुजरने वाली क्षैतिज रेखा के बीच बन कोण को उस वस्तु का उन्नयन कोण कहते हैं।

* अवनमन कोण (Angle of Depression) :- दर्शक की आँख से जब कोई वस्तु नीचे हो तो क्षैतिज रेखा और दृष्टि रेखा के बीच के कोण को वस्तु का अवनमन कोण कहते हैं।



Note:-

- (i) उन्नयन कोण = अवनमन कोण
- (ii) उन्नयन कोण और अवनमन कोण सदैव क्षैतिज रेखा के साथ होती हैं।
- (iii) उन्नयन कोण में वस्तु को ऊपर ओर दर्शक को नीचे होना चाहिए जबकि अवनमन कोण में वस्तु को नीचे ओर दर्शक को ऊपर होना चाहिए।

Ex-9.1

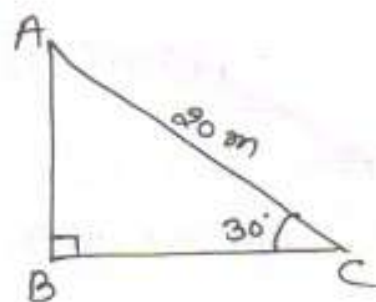
माना कि,

1.) डोरी की लम्बाई = $AC = 20\text{m}$.खंभे की ऊँचाई = $AB = ?$ समकोण $\triangle ABC$ में, $\angle C = 30^\circ$

$$\sin 30^\circ = \frac{p}{h} = \frac{AB}{AC}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{AB}{20}$$

$$\Rightarrow AB = 10\text{m}$$

 \therefore खंभे की ऊँचाई = $AB = 10\text{m}$ Ans


2.) माना कि,

पेड़ की ऊँचाई = $AB = ?$

\therefore पेड़ बिंदु P पर इस प्रकार टूटा है कि पेड़ की छोटी A जमीन को C पर छूता है।

$$\therefore AP = CP \quad \text{--- (1)}$$

समकोण $\triangle PBC$ में, $\angle C = 30^\circ$

$$\cos 30^\circ = \frac{b}{h} = \frac{BC}{PC}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{8}{PC}$$

$$\Rightarrow \sqrt{3} PC = 16$$

$$\Rightarrow PC = \frac{16}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{16\sqrt{3}}{3}$$

फिर,

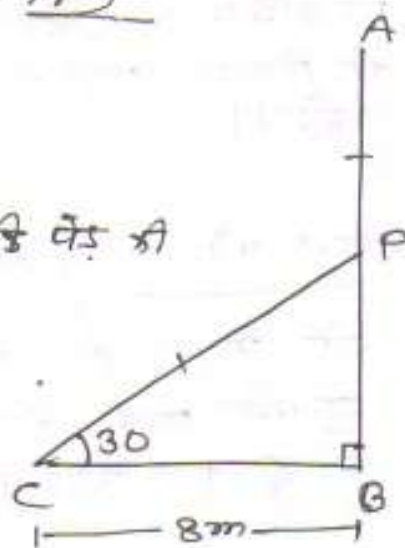
$$\tan 30^\circ = \frac{p}{b} = \frac{BP}{BC}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{BP}{8}$$

$$\Rightarrow \sqrt{3} BP = 8$$

$$\Rightarrow BP = \frac{8}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow BP = \frac{8\sqrt{3}}{3}$$



अभी (1) से,

$$AP = CP$$

$$\therefore AP = CP = \frac{16\sqrt{3}}{3}$$

 \therefore पेड़ की ऊँचाई = $AB = AP + BP$

$$= \frac{16\sqrt{3}}{3} + \frac{8\sqrt{3}}{3}$$

$$= \frac{16\sqrt{3} + 8\sqrt{3}}{3}$$

$$= \frac{24\sqrt{3}}{3}$$

$$= 8\sqrt{3}$$

 \therefore पेड़ की ऊँचाई = $8\sqrt{3}$ के

(3)

3. 5 वर्ष से कम उम्र के बच्चों के लिए -

फिसलनपट्टी की ऊँचाई = $AB = 1.5 \text{ m}$

फिसलनपट्टी की लम्बाई = $AC = ?$

समकोण ΔABC में, $\angle B = 90^\circ$

$$\sin 30^\circ = \frac{P}{h} = \frac{AB}{AC}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1.5}{AC}$$

$$\Rightarrow AC = 3.0 \text{ m.}$$

\therefore फिसलनपट्टी की लम्बाई = $AC = 3 \text{ m.}$

फिर,

5 वर्ष से अधिक उम्र के बच्चों के लिए -

फिसलनपट्टी की ऊँचाई = $PQ = 3 \text{ m.}$

फिसलनपट्टी की लम्बाई = $PR = ?$

समकोण ΔPQR में, $\angle Q = 90^\circ$

$$\sin 60^\circ = \frac{P}{h} = \frac{PQ}{PR}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3}{PR}$$

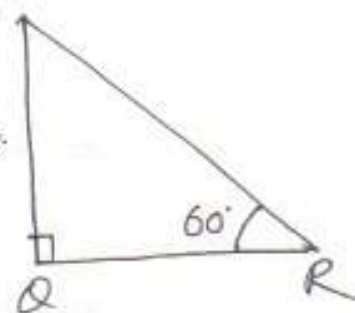
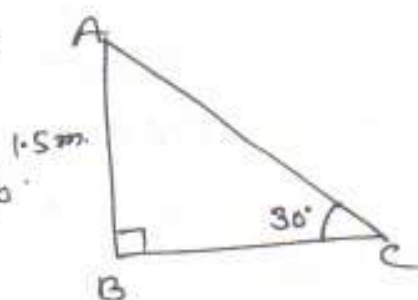
$$\Rightarrow PR \times \sqrt{3} = 6$$

$$\Rightarrow PR = \frac{6}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{2\sqrt{3}}{1}$$

$$= 2\sqrt{3}$$

\therefore फिसलनपट्टी की लम्बाई = $PR = 2\sqrt{3} \text{ m.}$



[Signature]

(4)

4. माना कि मीनार की ऊँचाई = $AB = ?$

$$BC = 30 \text{ m.}$$

समकोण $\triangle ABC$ में,
 $\angle B = 90^\circ$

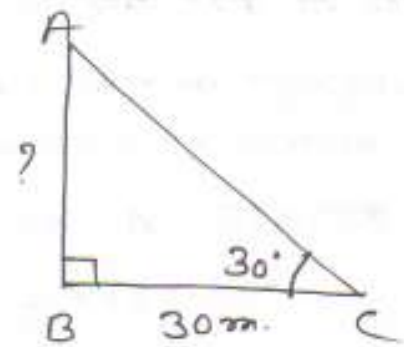
$$\therefore \tan 30^\circ = \frac{P}{b} = \frac{AB}{BC}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{AB}{30}$$

$$\Rightarrow \sqrt{3} AB = 30$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow AB &= \frac{30}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \\ &= \frac{30\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \\ &= 10\sqrt{3} \text{ m.} \end{aligned}$$

\therefore मीनार की ऊँचाई = $AB = 10\sqrt{3} \text{ m}$ A



5. पतंग की ऊँचाई = $AB = 60 \text{ m.}$
 पतंग की डोरी की लम्बाई = $AC = ?$

समकोण $\triangle ABC$ में,
 $\angle B = 90^\circ$

$$\sin 60^\circ = \frac{P}{h} = \frac{AB}{AC}$$

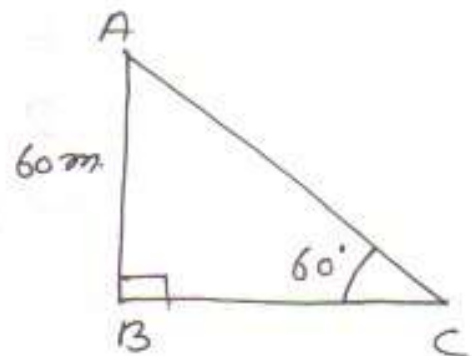
$$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{60}{AC}$$

$$\Rightarrow \sqrt{3} AC = 120$$

$$\Rightarrow AC = \frac{120}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{40\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 40\sqrt{3}$$

\therefore डोरी की लम्बाई = $40\sqrt{3} \text{ m.}$

A

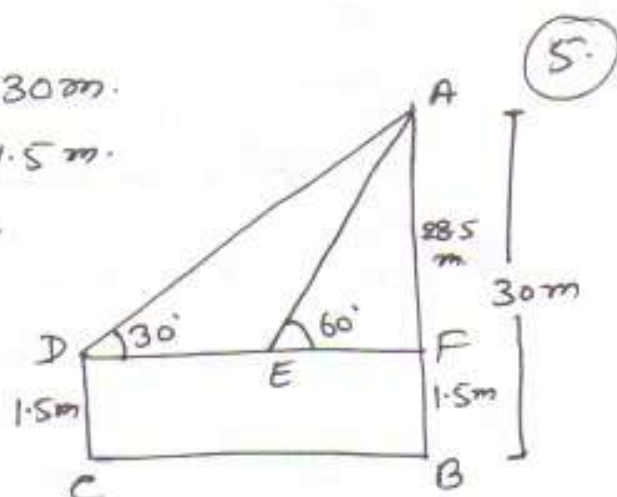


6.) माना की भवन की ऊँचाई = $AB = 30\text{m}$.

लड़के की ऊँचाई = $CD = 1.5\text{m}$.

$$\therefore BF = CB = 1.5\text{m}.$$

$$\therefore AF = 30 - 1.5 \\ = 28.5\text{m}$$



~~समकोण त्रिभुज~~

लड़के द्वारा भवन की ओर तय की गई दूरी = $DE = ?$

समकोण $\triangle AFE$ में, $\angle AFE = 90^\circ$.

$$\tan 60^\circ = \frac{P}{b} = \frac{AF}{EF}$$

$$\Rightarrow \sqrt{3} = \frac{28.5}{EF}$$

$$\Rightarrow EF = \frac{28.5}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{9.5 \sqrt{3}}{3} = 9.5\sqrt{3}$$

फिर,

समकोण $\triangle AFD$ में, $\angle AFD = 90^\circ$.

$$\tan 30^\circ = \frac{P}{b} = \frac{AF}{DF}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{28.5}{DF}$$

$$\Rightarrow DF = 28.5\sqrt{3}$$

$$\therefore DE = DF - EF$$

$$= 28.5\sqrt{3} - 9.5\sqrt{3}$$

$$= 19\sqrt{3}$$

\therefore लड़के द्वारा भवन की ओर तय की गई दूरी = $19\sqrt{3}\text{m}$

7) माना कि,

भवन की ऊँचाई = $CD = 20\text{ m}$.

लंचार मीनार की ऊँचाई = $AD = ?$

समकोण $\triangle DCB$ में, $\angle C = 90^\circ$

$$\tan 45^\circ = \frac{P}{b} = \frac{DC}{BC}$$

$$\Rightarrow 1 = \frac{20}{BC}$$

$$\Rightarrow BC = 20\text{ m}.$$

फिर,

समकोण $\triangle ACB$ में, $\angle C = 90^\circ$

$$\tan 60^\circ = \frac{P}{b} = \frac{AC}{BC}$$

$$\Rightarrow \sqrt{3} = \frac{AD + 20}{20}$$

$$\Rightarrow 20\sqrt{3} = AD + 20$$

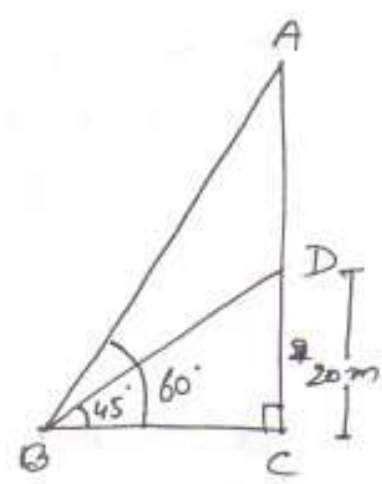
$$\Rightarrow 20\sqrt{3} - 20 = AD$$

$$\Rightarrow 20(\sqrt{3} - 1) = AD$$

$$\Rightarrow AD = 20(\sqrt{3} - 1)$$

\therefore लंचार मीनार की ऊँचाई = $AD = 20(\sqrt{3} - 1)\text{ m}$.

A



87

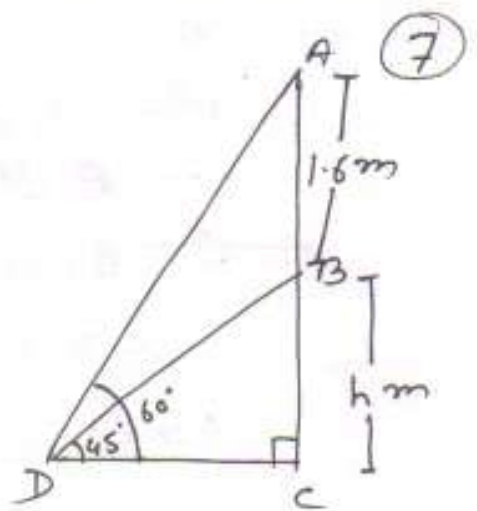
माना कि,

मूर्ति की ऊँचाई = $AB = 1.6 \text{ m}$.पेडस्टल की ऊँचाई = $BC = h \text{ m}$.समकोण $\triangle BCD$ में, $\angle C = 90^\circ$

$$\tan 45^\circ = \frac{P}{b} = \frac{BC}{DC}$$

$$\Rightarrow 1 = \frac{h}{DC}$$

$$\Rightarrow DC = h \text{ m}$$



फिर,

समकोण $\triangle ACD$ में, $\angle C = 90^\circ$

$$\tan 60^\circ = \frac{P}{b} = \frac{AC}{DC}$$

$$\Rightarrow \sqrt{3} = \frac{1.6 + h}{h}$$

$$\Rightarrow h\sqrt{3} = 1.6 + h$$

$$\Rightarrow h\sqrt{3} - h = 1.6$$

$$\Rightarrow h(\sqrt{3} - 1) = 1.6$$

$$\Rightarrow h = \frac{1.6}{\sqrt{3} - 1} \times \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} + 1}$$

$$= \frac{1.6(\sqrt{3} + 1)}{(\sqrt{3})^2 - 1^2}$$

$$= \frac{1.6(\sqrt{3} + 1)}{3 - 1}$$

$$= \frac{1.6(\sqrt{3} + 1)}{2}$$

$$= 0.8(\sqrt{3} + 1)$$

\therefore पेडस्टल की ऊँचाई = $0.8(\sqrt{3} + 1) \text{ m}$

9.7 माना कि,

मीनार की ऊँचाई = $DC = 50\text{m}$

भवन की ऊँचाई = $AB = ?$

समकोण $\triangle DCB$ में, ~~$\angle DCB = 90^\circ$~~

$\angle DCB = 90^\circ$

$$\tan 60^\circ = \frac{P}{b} = \frac{DC}{BC}$$

$$\Rightarrow \sqrt{3} = \frac{50}{BC}$$

$$\Rightarrow BC = \frac{50}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{50\sqrt{3}}{3}$$

फिर,

समकोण $\triangle ABC$ में, ~~$\angle ABC = 90^\circ$~~

$\angle ABC = 90^\circ$

$$\tan 30^\circ = \frac{P}{b} = \frac{AB}{BC}$$

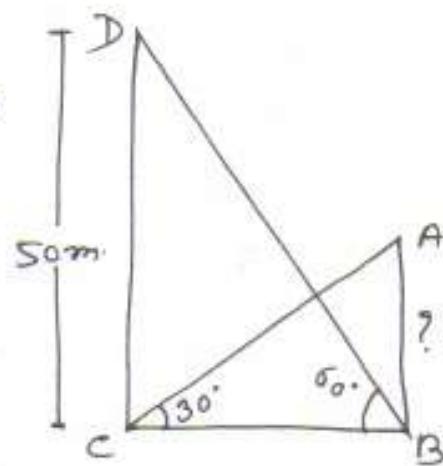
$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{AB}{\frac{50\sqrt{3}}{3}}$$

$$\Rightarrow \sqrt{3} AB = \frac{50\sqrt{3}}{3}$$

$$\Rightarrow AB = \frac{50\sqrt{3}}{3\sqrt{3}} = \frac{50}{3} \text{ m.}$$

भवन की ऊँचाई = $AB = \frac{50}{3} \text{ m}$

$$= 16\frac{2}{3} \text{ m}$$



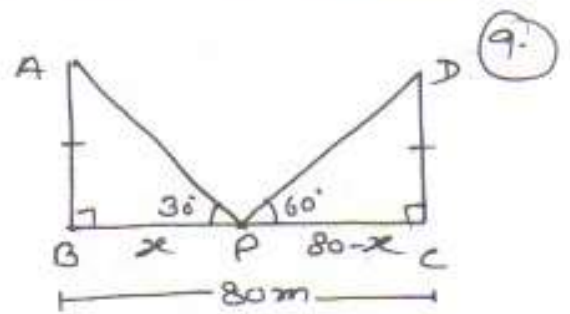
10.7 माना कि, AB और CD दो समान लम्बाई के खम्भे हैं।

$$\therefore AB = CD = ?$$

खम्भे की चौड़ाई = BC = 80 m.

माना कि BP = x m.

$$CP = (80 - x) \text{ m.}$$



समकोण $\triangle ABP$ में, $\angle B = 90^\circ$

$$\tan 30^\circ = \frac{P}{b} = \frac{AB}{BP}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{AB}{x}$$

$$\Rightarrow AB = \frac{x}{\sqrt{3}} \quad \text{--- (i)}$$

समकोण $\triangle DCP$ में, $\angle C = 90^\circ$

$$\tan 60^\circ = \frac{P}{b} = \frac{DC}{CP}$$

$$\Rightarrow \sqrt{3} = \frac{DC}{80 - x}$$

$$\Rightarrow DC = \sqrt{3}(80 - x) \quad \text{--- (ii)}$$

$$\because AB = DC$$

$$\therefore \frac{x}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}(80 - x)$$

$$\Rightarrow x = 3(80 - x)$$

$$\Rightarrow x = 240 - 3x$$

$$\Rightarrow x + 3x = 240$$

$$\Rightarrow 4x = 240$$

$$\Rightarrow x = \frac{240}{4} = 60$$

$$AB = \frac{x}{\sqrt{3}} = \frac{60}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{60\sqrt{3}}{3} = 20\sqrt{3} \text{ m}$$

$$DC = \sqrt{3}(80 - x) = \sqrt{3}(80 - 60) = 20\sqrt{3} \text{ m.}$$

\therefore बिन्दु P है,

$$BP = x = 60 \text{ m.}$$

$$CP = 80 - x = 80 - 60 = 20 \text{ m.}$$



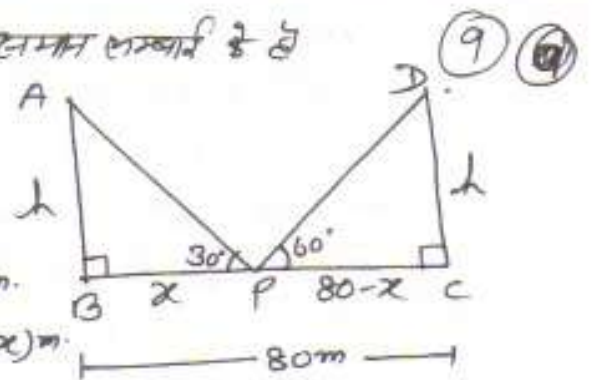
10) माना कि दोनों खम्भे AB तथा CD समान लम्बाई के हों

$$\therefore AB = CD = h \text{ m.}$$

$$\text{सड़क की चौड़ाई} = BC = 80 \text{ m.}$$

बिन्दु P से खम्भे AB की दूरी = BP = x m.

बिन्दु P से खम्भे DC की दूरी = CP = (80 - x) m.



समकोण $\triangle ABP$ में, $\angle B = 90^\circ$

$$\tan 30^\circ = \frac{P}{b} = \frac{AB}{BP}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{x}$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{3}h$$

फिर,

समकोण $\triangle DCP$ में, $\angle C = 90^\circ$

$$\tan 60^\circ = \frac{P}{b} = \frac{DC}{CP}$$

$$\Rightarrow \sqrt{3} = \frac{h}{80 - x}$$

$$\Rightarrow \sqrt{3} = \frac{h}{80 - \sqrt{3}h}$$

$$\Rightarrow h = \sqrt{3}(80 - \sqrt{3}h)$$

$$\Rightarrow h = 80\sqrt{3} - 3h$$

$$\Rightarrow h + 3h = 80\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow 4h = 80\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow h = \frac{80\sqrt{3}}{4}$$

$$\Rightarrow h = 20\sqrt{3} \text{ m.}$$

$$\therefore x = \sqrt{3}h = \sqrt{3} \times 20\sqrt{3} = 20 \times 3 = 60 \text{ m.}$$

$$\therefore AB = CD = 20\sqrt{3} \text{ m.}$$

$$BP = x = 60 \text{ m}$$

$$CP = 80 - x = 80 - 60 = 20 \text{ m}$$

11) माना कि टीवी टॉवर की ऊँचाई = $AB = h$
 $DC = 20 \text{ m}$.

नहर की चौड़ाई = $BC = x \text{ m}$.

समकोण $\triangle ABC$ में, $\angle B = 90^\circ$

$$\tan 60^\circ = \frac{P}{b} = \frac{AB}{BC}$$

$$\Rightarrow \sqrt{3} = \frac{AB}{x}$$

$$\Rightarrow AB = x\sqrt{3}$$

फिर,

समकोण $\triangle ABD$ में, $\angle B = 90^\circ$

$$\tan 30^\circ = \frac{P}{b} = \frac{AB}{BD}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{x\sqrt{3}}{x+20}$$

$$\Rightarrow 3x = x + 20$$

$$\Rightarrow 3x - x = 20$$

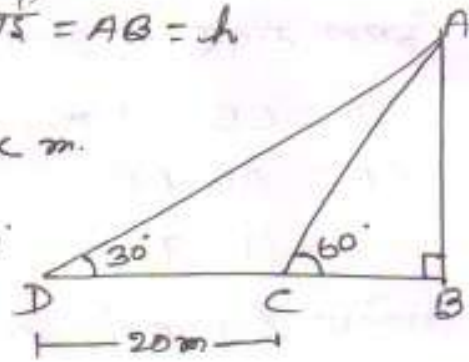
$$\Rightarrow 2x = 20$$

$$\Rightarrow x = \frac{20}{2} = 10$$

नहर की चौड़ाई = $BC = x = 10 \text{ m}$.

टीवी टॉवर की ऊँचाई = $AB = x\sqrt{3}$

$$= 10\sqrt{3} \text{ m}$$



12.) भवन की ऊँचाई = ~~AB~~ DC = 7 m.

केबल टॉवर की ऊँचाई = AB = h m.

$$\therefore DC = EB = 7 \text{ m.}$$

$$AE = AB - EB$$

$$= (h - 7) \text{ m.}$$

समकोण $\triangle DCB$ में, $\angle C = 90^\circ$

$$\tan 45^\circ = \frac{P}{b} = \frac{DC}{BC}$$

$$\Rightarrow 1 = \frac{7}{BC}$$

$$\Rightarrow BC = 7 \text{ m}$$

$$\therefore BC = DE = 7 \text{ m.}$$

समकोण $\triangle AED$ में, $\angle AED = 90^\circ$

$$\tan 60^\circ = \frac{P}{b} = \frac{AE}{DE}$$

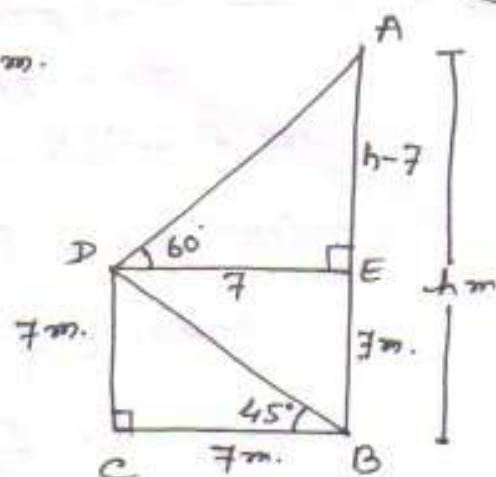
$$\Rightarrow \sqrt{3} = \frac{h-7}{7}$$

$$\Rightarrow 7\sqrt{3} = h-7$$

$$\Rightarrow 7\sqrt{3} + 7 = h$$

$$\Rightarrow 7(\sqrt{3} + 1) = h$$

\therefore केबल टॉवर की ऊँचाई = AB = $7(\sqrt{3} + 1)$ m



13. माना कि,

लाइट हाउस की ऊँचाई $= AB = 75 \text{ m}$.

बिन्दु C तथा D दो जहाज हैं।

दोनों जहाजों के बीच की दूरी $= CD = ?$

समकोण $\triangle ABC$ में, $\angle B = 90^\circ$

$$\tan 45^\circ = \frac{P}{b} = \frac{AB}{BD}$$

$$\Rightarrow 1 = \frac{75}{BD}$$

$$\Rightarrow BD = 75 \text{ m.}$$

फिर,

समकोण $\triangle ABC$ में, $\angle B = 90^\circ$

$$\tan 30^\circ = \frac{P}{b} = \frac{AB}{BC}$$

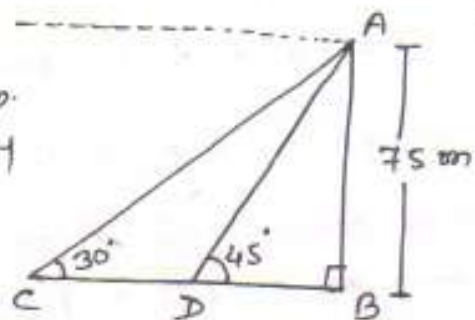
$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{75}{BD + CD}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{75}{75 + CD}$$

$$\Rightarrow 75 + CD = 75\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow CD = 75\sqrt{3} - 75$$

$$= 75(\sqrt{3} - 1) \text{ m.}$$

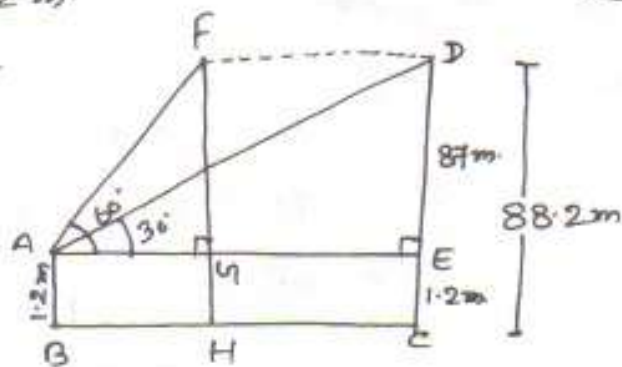


14) बैलून की ऊँचाई = $DC = FH = 88.2 \text{ m}$.
 लड़की की ऊँचाई = $AB = EC = 1.2 \text{ m}$.

(13)

$$\therefore FH = DE = 88.2 - 1.2 = 87 \text{ m}.$$

जाना कि अन्तराल के दौरान गुब्बारे द्वारा तय की दूरी = $FD = GE = ?$



समकोण $\triangle AFH$ में, $\angle FHA = 90^\circ$

$$\tan 60^\circ = \frac{P}{b} = \frac{FH}{AH}$$

$$\Rightarrow \sqrt{3} = \frac{87}{AH}$$

$$\Rightarrow AH = \frac{87}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{87\sqrt{3}}{3} = 29\sqrt{3} \text{ m}.$$

फिर,

समकोण $\triangle DAE$ में, $\angle DEA = 90^\circ$

$$\tan 30^\circ = \frac{P}{b} = \frac{DE}{AE}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{87}{AH + GE}$$

$$\Rightarrow AH + GE = 87\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow 29\sqrt{3} + GE = 87\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow GE = 87\sqrt{3} - 29\sqrt{3} \\ = 58\sqrt{3} \text{ m}.$$

\therefore अन्तराल के दौरान गुब्बारे द्वारा तय की दूरी = $GE = 58\sqrt{3} \text{ m}$

[Signature]

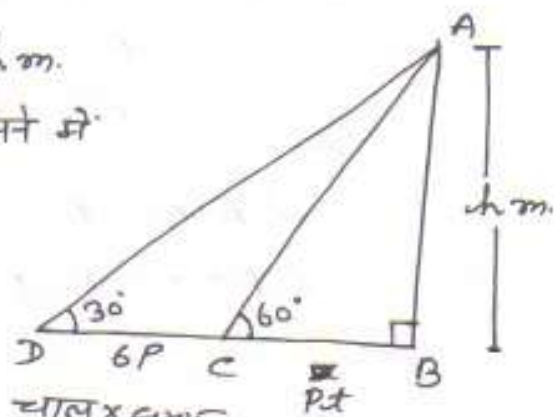
15.) माना कि, मीनार की ऊँचाई = $AB = h \text{ m.}$

बिन्दु C से मीनार के पाद तक पहुँचने में कार द्वारा लगा समय = t सेकण्ड

माना कार की चाल = P

बिन्दु D से C तक तय की दूरी = $DC =$ चाल \times समय
 $= P \times 6P$

बिन्दु C से B तक तय की दूरी = Pt



समकोण $\triangle ABC$ में, $\angle B = 90^\circ$

$$\tan 60^\circ = \frac{P}{b} = \frac{AB}{BC}$$

$$\Rightarrow \sqrt{3} = \frac{h}{Pt}$$

$$\Rightarrow h = \sqrt{3} Pt$$

फिर,

समकोण $\triangle ABD$ में, $\angle B = 90^\circ$

$$\tan 30^\circ = \frac{P}{b} = \frac{AB}{BD}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{6P + Pt}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3} Pt}{6P + Pt}$$

$$\Rightarrow 3Pt = 6P + Pt$$

$$\Rightarrow 3Pt - Pt = 6P$$

$$\Rightarrow 2Pt = 6P$$

$$\Rightarrow t = \frac{36P}{2P}$$

$$t = 3 \text{ सेकण्ड}$$

16. माना कि मीनार की ऊँचाई = $AB = h\text{ m}$.

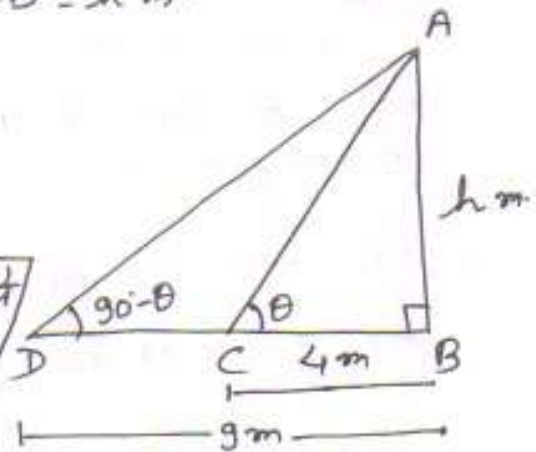
$$BC = 4\text{ m}.$$

$$BD = 9\text{ m}.$$

तथा

$$\angle ACB = \theta$$

$$\therefore \angle ADB = 90^\circ - \theta \quad \left[\begin{array}{l} \text{संयोजी में} \\ \text{दोनों इतर} \\ \text{कोण हैं} \end{array} \right]$$



समकोण $\triangle ABC$ में, $\angle B = 90^\circ$

$$\tan \theta = \frac{P}{b} = \frac{AB}{BC}$$

$$\Rightarrow \tan \theta = \frac{h}{4}$$

अतः,

समकोण $\triangle ABD$ में, $\angle B = 90^\circ$

$$\tan(90^\circ - \theta) = \frac{P}{b} = \frac{AB}{BD}$$

$$\Rightarrow \cot \theta = \frac{h}{9}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\tan \theta} = \frac{h}{9}$$

$$\Rightarrow h \tan \theta = 9$$

$$\Rightarrow h \times \frac{h}{4} = 9$$

$$\Rightarrow h^2 = 36$$

$$\Rightarrow h = \sqrt{36}$$

$$\Rightarrow h = 6\text{ m}$$

RT