

8. माना कि प्रथम पद 'a' तथा सार्व-अन्तर 'd' है
 $\therefore S_{51} = ?$, $a_2 = 14$, $a_3 = 18$

$$\therefore a_2 = 14$$

$$\Rightarrow a + d = 14$$

$$\Rightarrow a = 14 - d \quad \text{--- ①}$$

फिर,

$$a_3 = 18$$

$$\Rightarrow a + 2d = 18$$

$$\Rightarrow 14 - d + 2d = 18$$

$$\Rightarrow 14 + d = 18$$

$$\Rightarrow d = 18 - 14$$

$$\Rightarrow d = 4$$

समीक ① से,

$$a = 14 - d$$

$$= 14 - 4$$

$$= 10$$

अब,

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$$

$$\Rightarrow S_{51} = \frac{51}{2} [2 \times 10 + (51-1) \times 4]$$

$$= \frac{51}{2} [20 + 50 \times 4]$$

$$= \frac{51}{2} [20 + 200]$$

$$= \frac{51}{2} \times 220$$

$$= 51 \times 110 = 5610 \text{ Ans}$$

(3) माना कि प्रथम पद 'a' तथा सार्व-अन्तर 'd' है।

$$\therefore S_{22} = ? , d = 7, a_{22} = 149$$

$$\because a_{22} = 149$$

$$\Rightarrow a + 21d = 149$$

$$\Rightarrow a + 21 \times 7 = 149$$

$$\Rightarrow a + 147 = 149$$

$$\Rightarrow a = 149 - 147$$

$$\Rightarrow a = 2$$

फिर,

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$$

$$\Rightarrow S_{22} = \frac{22}{2} [2 \times 2 + (22-1) \times 7]$$

$$= 11 [4 + 21 \times 7]$$

$$= 11 [4 + 147]$$

$$= 11 \times 151$$

$$= 1661 \text{ Ans}$$

⑧ माना कि प्रथम पद 'a' तथा स्वार्य-अन्तर 'd' है।

$$\therefore S_{51} = ? , a_2 = 14 , a_3 = 18$$

$$\therefore a_2 = 14$$

$$\Rightarrow a + d = 14$$

$$\Rightarrow a = 14 - d \quad \text{--- ①}$$

फिर,

$$a_3 = 18$$

$$\Rightarrow a + 2d = 18$$

$$\Rightarrow 14 - d + 2d = 18$$

$$\Rightarrow 14 + d = 18$$

$$\Rightarrow d = 18 - 14$$

$$\Rightarrow d = 4$$

समीक ① से,

$$a = 14 - d$$

$$= 14 - 4$$

$$= 10$$

अब,

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$$

$$\Rightarrow S_{51} = \frac{51}{2} [2 \times 10 + (51-1) \times 4]$$

$$= \frac{51}{2} [20 + 50 \times 4]$$

$$= \frac{51}{2} [20 + 200]$$

$$= \frac{51}{2} \times 220$$

$$= 51 \times 110 = 5610 \text{ Ans}$$

(9.) माना कि प्रथम पद 'a' है तथा सार्व-अन्तर 'd' है।

$$\therefore S_7 = 49, S_{17} = 289, S_n = ?$$

$$\therefore S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$$

$$\Rightarrow S_7 = \frac{7}{2} [2a + (7-1)d]$$

$$\Rightarrow 49 = \frac{7}{2} [2a + 6d]$$

$$\Rightarrow 49 = \frac{7}{2} \times 2 (a + 3d)$$

$$\Rightarrow 49 = 7(a + 3d)$$

$$\Rightarrow a + 3d = \frac{49}{7}$$

$$\Rightarrow a + 3d = 7 \text{ --- (I)}$$

फिर,

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$$

$$\Rightarrow S_{17} = \frac{17}{2} [2a + (17-1)d]$$

$$\Rightarrow 289 = \frac{17}{2} [2a + 16d]$$

$$\Rightarrow 289 = \frac{17}{2} \times 2 (a + 8d)$$

$$\Rightarrow a + 8d = \frac{289}{17}$$

$$\Rightarrow a + 8d = 17 \text{ --- (II)}$$

* समीकरण (I) में से (II) को घटाने पर

$$\begin{array}{r} a + 3d = 7 \\ - \quad a + 8d = 17 \\ \hline \end{array}$$

$$-5d = -10$$

$$\Rightarrow d = \frac{-10}{-5}$$

$$\Rightarrow d = 2$$

d का मान समीकरण (1) में रखने पर

$$\therefore a + 3d = 7$$

$$\Rightarrow a + 3 \times 2 = 7$$

$$\Rightarrow a + 6 = 7$$

$$\Rightarrow a = 7 - 6$$

$$\Rightarrow a = 1$$

$$\therefore S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$$

$$= \frac{n}{2} [2 \times 1 + (n-1) \times 2]$$

$$= \frac{n}{2} [2 + 2n - 2]$$

$$= \frac{n}{2} \times 2n$$

$$= n^2$$

Ans

(10)

25

(i) $a_n = 3 + 4n$

$$a_1 = 3 + 4 \times 1 = 3 + 4 = 7$$

$$a_2 = 3 + 4 \times 2 = 3 + 8 = 11$$

$$a_3 = 3 + 4 \times 3 = 3 + 12 = 15$$

इस प्रकार,

AP के अनुक्रम से,

7, 11, 15, - - - - -

माना कि

$$a = 7$$

$$d = 11 - 7 = 4$$

$$n = 15$$

$$\therefore S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$$

$$\Rightarrow S_{15} = \frac{15}{2} [2 \times 7 + (15-1) \times 4]$$

$$= \frac{15}{2} [14 + 14 \times 4]$$

$$= \frac{15}{2} [14 + 56]$$

$$= \frac{15}{2} \times 70$$

$$= 525$$

\therefore प्रथम 15 पदों का योग $= S_{15} = 525$ Ans

(ii) $a_n = 9 - 5n$

$$\therefore a_1 = 9 - 5 \times 1 = 9 - 5 = 4$$

$$a_2 = 9 - 5 \times 2 = 9 - 10 = -1$$

$$a_3 = 9 - 5 \times 3 = 9 - 15 = -6$$

\therefore A.P. के अनुक्रम में,

$$4, -1, -6, \dots$$

माना कि,

$$a = 4$$

$$d = -1 - 4 = -5$$

$$n = 15$$

$$S_{15} = ?$$

$$\therefore S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$$

$$\Rightarrow S_{15} = \frac{15}{2} [2 \times 4 + (15-1) \times (-5)]$$

$$= \frac{15}{2} [8 + 14 \times (-5)]$$

$$= \frac{15}{2} [8 - 70]$$

$$= \frac{15}{2} \times (-62)$$

$$= -\frac{15}{2} \times 62$$

$$= -465 \text{ Ans}$$

\therefore प्रथम 15 पदों का योग $= S_{15} = -465 \text{ Ans}$

(11) माना कि प्रथम पद 'a' है तथा सार्व-अन्तर 'd' है।

$$\therefore S_n = 4n - n^2$$

$$\Rightarrow S_1 = 4 \times 1 - 1^2$$

$$= 4 - 1$$

$$= 3$$

$$\therefore \text{प्रथम पद} = S_1$$

$$\Rightarrow a_1 = a = 3 \quad \underline{\text{Ans}}$$

फिर,

$$S_2 = 4 \times 2 - 2^2$$

$$= 8 - 4$$

$$= 4$$

$$\therefore \text{प्रथम दो पदों का योग} = S_2 = 4 \quad \underline{\text{Ans}}$$

$$\therefore a_1 + a_2 = 4$$

$$\Rightarrow 3 + a_2 = 4$$

$$\Rightarrow a_2 = 4 - 3 = 1$$

$$\therefore \text{दूसरा पद} = a_2 = 1 \quad \underline{\text{Ans}}$$

इसी प्रकार से, $\therefore d = a_2 - a_1 = 1 - 3 = -2$

$$\therefore \text{तीसरा पद} = a_3 = a + 2d$$

$$= 3 + 2 \times (-2)$$

$$= 3 - 4$$

$$= -1 \quad \underline{\text{Ans}}$$

$$10\text{वाँ पद} = a_{10} = a + 9d$$

$$= 3 + 9 \times (-2)$$

$$= 3 - 18$$

$$= -15 \quad \underline{\text{Ans}}$$

$$n\text{वाँ पद} = a_n = a + (n-1)d$$

$$= 3 + (n-1) \times (-2)$$

$$= 3 - 2n + 2$$

$$= 5 - 2n \quad \underline{\underline{\text{Ans}}}$$

(12) ऐसे प्रथम 40 धन पूर्णांक का योग ज्ञात कीजिए जो 6 से विभाज्य हैं।

Ans) -

\therefore प्रथम 40 धन पूर्णांक जो 6 से विभाज्य हैं।

$$6 + 12 + 18 + 24 + \dots + 240$$

माना कि,

$$a = 6$$

$$d = 12 - 6 = 6$$

$$a_n = 240$$

$$n = 40$$

$$S_{40} = ?$$

$$\therefore S_n = \frac{n}{2} [a + a_n]$$

$$\Rightarrow S_{40} = \frac{40}{2} [6 + 240]$$

$$= 20 \times 246$$

$$= 4920$$

\therefore प्रथम 40 धन पूर्णांक का योग = 4920 A

<13> 8 के प्रथम 15 गुणजों का योग ज्ञात कीजिए।

Ans: \therefore 8 के प्रथम 15 गुणज निम्न हैं-

$$8 + 16 + 24 + \dots + 120$$

माना कि,

$$a = 8$$

$$a_n = 120$$

$$n = 15$$

$$S_{15} = ?$$

$$\therefore S_n = \frac{n}{2} [a + a_n]$$

$$\Rightarrow S_{15} = \frac{15}{2} [8 + 120]$$

$$= \frac{15}{2} \times 128$$

$$= 15 \times 64$$

$$= 960$$

\therefore 8 के प्रथम 15 गुणजों का योग = 960 Ans

(14.) 0 और 50 के बीच की विषम संख्याओं का योग
जात कीजिए - (30)

Ans: \because 0 और 50 के बीच विषम संख्याएँ -
 $1+3+5+\dots+49$

माना कि,

$$a = 1$$

$$d = 3 - 1 = 2$$

$$a_n = 49$$

$$\because a_n = a + (n-1)d$$

$$\Rightarrow 49 = 1 + (n-1) \times 2$$

$$\Rightarrow 49 = 1 + 2n - 2$$

$$\Rightarrow 49 = 2n - 1$$

$$\Rightarrow 49 + 1 = 2n$$

$$\Rightarrow 50 = 2n$$

$$\Rightarrow n = \frac{50}{2} = 25$$

$$\Rightarrow n = 25$$

\therefore 0 और 50 के बीच विषम संख्याओं की संख्या = 25

\therefore 0 और 50 के बीच विषम संख्या का योग = S_{25}

अब,

$$S_n = \frac{n}{2} [a + a_n]$$

$$\Rightarrow S_{25} = \frac{25}{2} [1 + 49]$$

$$= \frac{25}{2} \times 50$$

$$= 625 \underline{\underline{A}}$$

(15) पहले दिन की जुर्माना राशि = 200 रु

दूसरे दिन की जुर्माना राशि = 250 रु

तीसरे दिन की जुर्माना राशि = 300 रु

\therefore जुर्माना अगले दिन 50 रु के अन्तर से बढ़ता है।

\therefore अभीष्ट A.P है—

200, 250, 300, ---

यहाँ,

$$a = 200$$

$$d = 250 - 200 = 50$$

$$n = 30$$

\therefore 30 दिन के बाद दी जाने वाली जुर्माना राशि = S_{30}

$$\therefore S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$$

$$\Rightarrow S_{30} = \frac{30}{2} [2 \times 200 + (30-1) \times 50]$$

$$= 15 [400 + 29 \times 50]$$

$$= 15 [400 + 1450]$$

$$= 15 \times 1850$$

$$= 27,750 \text{ रु}$$

\therefore ठेकेदार को जुर्माना के रूप में 27,750 रु देने होंगे।

Ans

<16> माना कि,

पहले विद्यार्थी को दी गई पुरस्कार की राशि = x रु	
दूसरे " " " " " " " " = $(x-20)$ रु	
तीसरे " " " " " " " " = $(x-40)$ रु	
चौथे " " " " " " " " = $(x-60)$ रु	
पाँचवें " " " " " " " " = $(x-80)$ रु	
छठा " " " " " " " " = $(x-100)$ रु	
सातवें " " " " " " " " = $(x-120)$ रु	

∴ अभीष्ट A.P है -

$$x, (x-20), (x-40), (x-60), (x-80), (x-100), (x-120)$$

$$\therefore a = x$$

$$a_7 = x - 120$$

$$n = 7$$

$$S_7 = 700$$

$$\therefore S_n = \frac{n}{2} [a + a_n]$$

$$\Rightarrow S_7 = \frac{7}{2} [a + a_7]$$

$$\Rightarrow 700 = \frac{7}{2} [x + x - 120]$$

$$\Rightarrow \frac{700 \times 2}{7} = 2x - 120$$

$$\Rightarrow 200 = 2x - 120$$

$$\Rightarrow 200 + 120 = 2x$$

$$\Rightarrow 320 = 2x$$

$$\Rightarrow x = \frac{320}{2}$$

$$\Rightarrow x = 160$$

अतः सात पुरस्कार राशि 160 रु, 140 रु, 120 रु, 100 रु, 80 रु, 60 रु, 40 रु

<17> कक्षा I के तीन अनुभागों द्वारा लगाए गए पेड़ों की संख्या = $3 \times 1 = 3$
 कक्षा II " " " " " " " " = $3 \times 2 = 6$
 कक्षा III " " " " " " " " = $3 \times 3 = 9$

कक्षा XII के तीन अनुभागों द्वारा लगाए गए पेड़ों की संख्या = $12 \times 3 = 36$

\therefore अर्थात् A.P है -

3, 6, 9, ..., 36

यहाँ,

$$a = 3$$

$$d = 6 - 3 = 3$$

$$a_n = 36$$

\therefore विद्यार्थियों द्वारा लगाए गए पेड़ों की कुल संख्या = S_{12}

$$\therefore S_n = \frac{n}{2} [a + a_n]$$

$$\Rightarrow S_{12} = \frac{12}{2} [3 + 36]$$

$$= 6 \times 39$$

$$= 234 \text{ पेड़}$$

\therefore वायु प्रदूषण रोकने के लिए लगाये गये पेड़ों की संख्या = 234 Ans

<18> माना कि,

अर्धवृत्तों की लंबाईयों क्रमशः ~~$L_1, L_2, L_3, \dots, L_{13}$~~

$L_1, L_2, L_3, \dots, L_{13}$

तथा

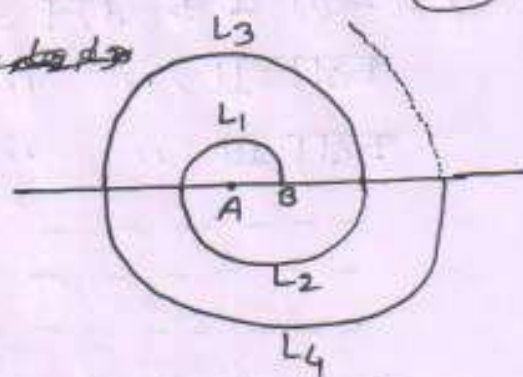
अर्धवृत्तों की त्रिज्याएँ क्रमशः

$$r_1 = 0.5 \text{ cm}$$

$$r_2 = 1 \text{ cm}$$

$$r_3 = 1.5 \text{ cm}$$

$$r_4 = 2 \text{ cm}$$



$$\therefore L_1 = \text{प्रथम अर्धवृत्त की लम्बाई} = \pi r_1 = \pi \times 0.5$$

$$= \pi \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{\pi}{2} \text{ cm}$$

$$L_2 = \text{द्वितीय अर्धवृत्त की लम्बाई} = \pi r_2 = \pi \times 1$$

$$= \pi \text{ cm}$$

$$L_3 = \text{तृतीय अर्धवृत्त की लम्बाई} = \pi r_3 = \pi \times 1.5$$

$$= \pi \times \frac{3}{2}$$

$$= \frac{3\pi}{2} \text{ cm}$$

$$L_4 = \text{चतुर्थ अर्धवृत्त की लम्बाई} = \pi r_4$$

$$= \pi \times 2$$

$$= 2\pi \text{ cm}$$

\therefore अश्रीष्ट A.P है -

$$\frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}, 2\pi, \dots \dots \dots 13 \text{ अर्धवृत्तों की लम्बाईयों}$$

यहाँ,

$$a = \frac{\pi}{2}$$

$$d = \pi - \frac{\pi}{2}$$

$$= \frac{2\pi - \pi}{2}$$

$$= \frac{\pi}{2}$$

$$n = 13$$

$$\therefore S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$$

$$\Rightarrow S_{13} = \frac{13}{2} \left[7 \times \frac{n}{2} + (13-1) \times \frac{n}{2} \right]$$

$$= \frac{13}{2} \left[n + 12 \times \frac{n}{2} \right]$$

$$= \frac{13}{2} [n + 6n]$$

$$= \frac{13}{2} \times 7n$$

$$= \frac{13}{2} \times 7 \times \frac{22}{7}$$

$$= 143 \text{ cm}$$

\therefore 13 क्रमागत अर्धवृत्तों से बने सर्पिल की कुल लम्बाई

$$= 143 \text{ cm}$$



- (19) सबसे नीचे वाली पंक्ति में लट्ठों की संख्या = 20
 नीचे से दूसरी पंक्ति में " " " " = 19
 नीचे से तीसरी पंक्ति में " " " " = 18

\therefore नीचे से क्रमागत पंक्तियों में लट्ठों की संख्या 20, 19, 18, ...

\therefore ये A.P में हैं

माना कि

$$a = 20$$

$$d = 19 - 20 = -1$$

$$S_n = 200$$

पंक्तियों की संख्या = $n = ?$

$$\therefore S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$$

$$\Rightarrow 200 = \frac{n}{2} [2 \times 20 + (n-1) \times (-1)]$$

$$\Rightarrow 200 = \frac{n}{2} [40 - n + 1]$$

$$\Rightarrow 400 = n(41 - n)$$

$$\Rightarrow 400 = 41n - n^2$$

$$\Rightarrow n^2 - 41n + 400 = 0$$

$$\Rightarrow n^2 - 16n - 25n + 400 = 0$$

$$\Rightarrow n(n-16) - 25(n-16) = 0$$

$$\Rightarrow (n-25)(n-16) = 0$$

$$\Rightarrow n-25=0 \text{ और } n-16=0$$

$$\Rightarrow n=25$$

$$n=16$$

यदि $n=25$

$$a_{25} = a + 24d$$

$$= 20 + 24 \times (-1)$$

$$= 20 - 24$$

$$= -4 \text{ जो संभव नहीं है}$$

यदि $n=16$

$$a_{16} = a + 15d$$

$$= 20 + 15 \times (-1)$$

$$= 20 - 15$$

$$= 5$$

\therefore पंक्तियों की संख्या = 16, अक्षरों की संख्या = 5

(20) \therefore प्रतियोगी खाल्टी से आरम्भ करता है और खाल्टी तक पहुँचकर समाप्त करता है।

\therefore प्रथम आगु को खाल्टी में रखने में तय की गई दूरी = $5 + 5 = 10m$
 दूसरे " " " " " " " " = $8 + 8 = 16m$
 तीसरे " " " " " " " " = $11 + 11 = 22m$
 चौथे " " " " " " " " = $14 + 14 = 28m$

\therefore अभीष्ट A.P है -

10, 16, 22, 28, -

माना कि,

$$a = 10$$

$$d = 16 - 10 = 6$$

$$n = 10$$

\therefore प्रतियोगी द्वारा तय की गई कुल दूरी = S_{10}

$$\therefore S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$$

$$\Rightarrow S_{10} = \frac{10}{2} [2 \times 10 + (10-1) \times 6]$$

$$= 5 [20 + 9 \times 6]$$

$$= 5 [20 + 54]$$

$$= 5 \times 74$$

$$= 370m \quad \underline{\underline{\text{Ans}}}$$

समाप्त