

दो चर वाले रैखिक समीकरण युग्म (Pair of Linear Equations in Two Variables)

* एक चर वाले रैखिक समीकरण :-

- (i) इसका व्यापक रूप $ax+b=0$, $a \neq 0$ होता है।
- (ii) इसका एक और केवल एक हल होता है जो $-\frac{b}{a}$ के बराबर होता है।
- (iii) चर $(x) = -\frac{b}{a}$

* दो चर वाले रैखिक समीकरण :-

- (i) इसके x और y दो चर राशियाँ होती हैं।
- (ii) इसका व्यापक रूप $ax+by+c=0$, $[a \neq 0, b \neq 0]$ होता है।
- (iii) दो चर वाले एक रैखिक समीकरण के अनन्त हल हो सकते हैं।

* दो चर वाले रैखिक समीकरणों के युग्म :-
दो समीकरण

$$a_1x + b_1y + c_1 = 0 \quad - \text{ (i)}$$

$$a_2x + b_2y + c_2 = 0 \quad - \text{ (ii)}$$

\Rightarrow यदि $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ हो तो

- (i) एक अद्वितीय हल हो
- (ii) समीकरण युग्म अविरोधी होते हैं।
- (iii) संगत
- (iv) ग्राफीय रेखाएँ एक दुसरे को प्रतिच्छेद करती हैं।
- (v) अस्तित्व होगा।

\Rightarrow यदि $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ हो तो ...

- (i) अपरिमित रूप से अनेक हल होंगे ।
- (ii) समीकरण युग्म आश्रित होते हैं।
- (iii) संगत
- (iv) ग्राफीय रेखाएँ संपाती होती हैं।
- (v) अस्तित्व होगा ।

\Rightarrow यदि $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ हो तो ---

- (i) कोई हल नहीं होगा ।
- (ii) समीकरण युग्म विरोधी होते हैं।
- (iii) असंगत
- (iv) ग्राफीय रेखाएँ समांतर होती हैं।
- (v) अस्तित्व नहीं होगा ।

* किसी सरल रेखा $ax + by + c = 0$ में यदि

- (i) $a \neq 0, b \neq 0, c = 0$ तो रेखा मूल बिन्दु से होकर जाएगी ।
- (ii) $a \neq 0, b = 0, c \neq 0$ तो रेखा y -अक्ष के समांतर होगी ।
- (iii) $a = 0, b \neq 0, c \neq 0$ तो रेखा x -अक्ष के समांतर होगी ।

* याद रखें :-

(3)

दो चरों में एक रेखिक समीकरण युग्म के हल की बीजीय विधियाँ :-

- (i) प्रतिस्थापन विधि (Substitution Method)
- (ii) भुत्तीकरण विधि या विलोपन विधि (Elimination Method)
- (iii) वज्र-गुणन विधि (Cross-Multiplication Method)
- (iv) तुलनात्मक विधि (Comparison Method)
- (v) अनुपात निर्णय विधि (Ratio Determination Method)
- (vi) ग्राफीय विधि (Graphic Method)

* ग्राफीय विधि :-

(4)

$$\textcircled{1} \quad 4x - 5y - 20 = 0 \quad \text{---} \textcircled{1}$$

$$3x + 5y - 15 = 0 \quad \text{---} \textcircled{II}$$

समी० ① से,

$$4x - 5y - 20 = 0$$

$$\Rightarrow 4x = 5y + 20$$

$$\Rightarrow x = \frac{5y + 20}{4}$$

यदि $y = 0$

$$x = \frac{5 \times 0 + 20}{4}$$

$$= \frac{0 + 20}{4}$$

$$= \frac{20}{4}$$

$$= 5$$

यदि $y = -4$

$$x = \frac{5 \times (-4) + 20}{4}$$

$$= \frac{-20 + 20}{4}$$

$$= \frac{0}{4}$$

$$= 0$$

x	5	0
y	0	-4

समी० ① से

$$3x + 5y - 15 = 0$$

$$\Rightarrow 3x = -5y + 15$$

$$\Rightarrow x = \frac{-5y + 15}{3}$$

यदि $y = 0$

$$x = \frac{-5 \times 0 + 15}{3}$$

$$= \frac{0 + 15}{3}$$

$$= \frac{15}{3}$$

$$= 5$$

यदि $y = 3$

$$x = \frac{-5 \times 3 + 15}{3}$$

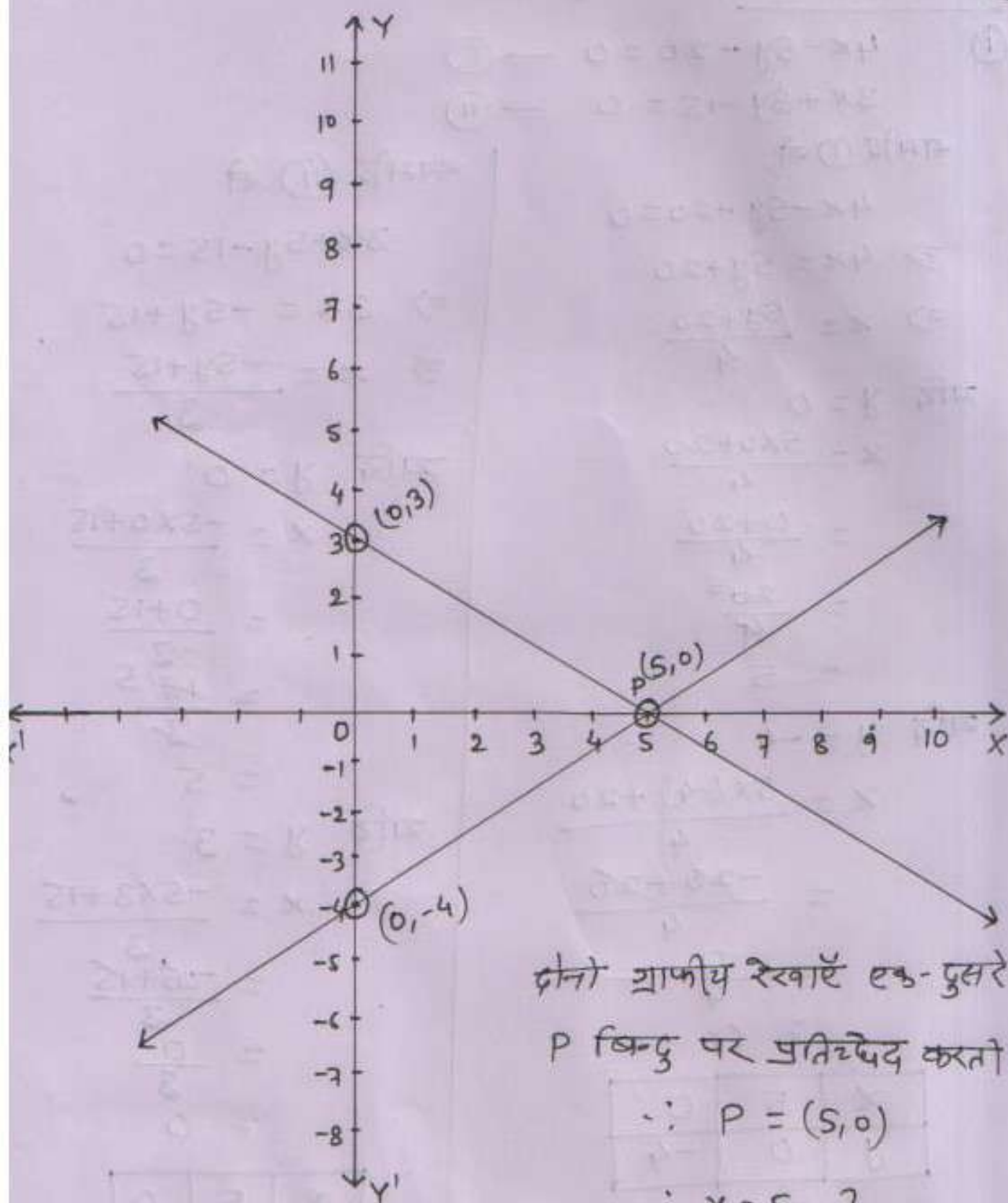
$$= \frac{-15 + 15}{3}$$

$$= \frac{0}{3}$$

$$= 0$$

x	5	0
y	0	3

5



दोनों ग्राफीय रेखाएँ एक-दूसरे को
P बिन्दु पर प्रतिच्छेद करती हैं।

$$\therefore P = (5, 0)$$

$$\therefore \begin{cases} x = 5 \\ y = 0 \end{cases}$$

ii) $3x - 5y = 19$ — (1)

$3y - 7x + 1 = 0$ — (11)

समीकरण (1) से,

$$3x - 5y = 19$$

$$\Rightarrow 3x = 19 + 5y$$

$$\Rightarrow x = \frac{19 + 5y}{3}$$

यदि $y = 1$

$$x = \frac{19 + 5 \times 1}{3}$$

$$= \frac{19 + 5}{3}$$

$$= \frac{24}{3}$$

$$= 8$$

यदि $y = -2$

$$x = \frac{19 + 5 \times (-2)}{3}$$

$$= \frac{19 - 10}{3}$$

$$= \frac{9}{3}$$

$$= 3$$

x	8	2
y	1	-2

6

समीकरण (11) से,

$$3y - 7x + 1 = 0$$

$$\Rightarrow 3y = 7x - 1$$

$$\Rightarrow y = \frac{7x - 1}{3}$$

यदि $x = 1$

$$y = \frac{7 \times 1 - 1}{3}$$

$$= \frac{7 - 1}{3}$$

$$= \frac{6}{3}$$

$$= 2$$

यदि $x = 4$

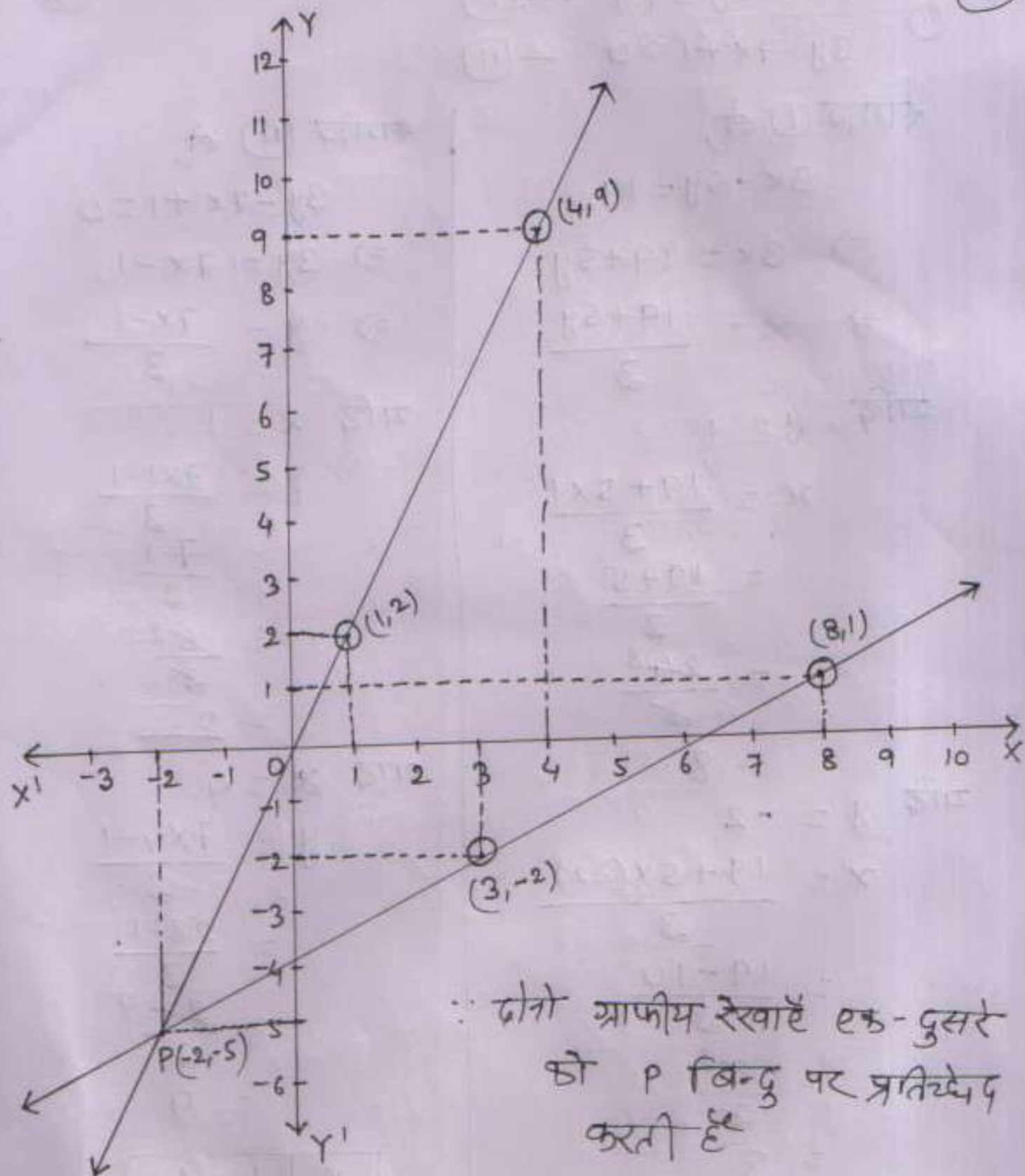
$$y = \frac{7 \times 4 - 1}{3}$$

$$= \frac{28 - 1}{3}$$

$$= \frac{27}{3}$$

$$= 9$$

x	1	4
y	2	9



\therefore दोनों ग्राफीय रेखाएँ एक-दूसरे को P बिन्दु पर प्रतिच्छेद करती हैं

$$\therefore P(-2, -5)$$

$$\therefore \begin{cases} x = -2 \\ y = -5 \end{cases}$$