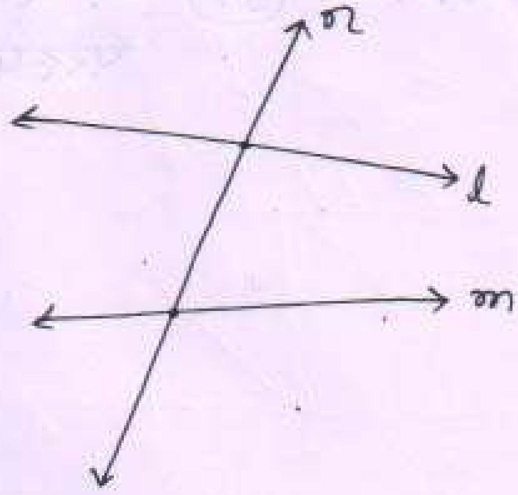
* तिर्यक रेखा (Transversal Line) :-

वह रेखा जो दो या दो से अधिक रेखाओं को भिन्न बिन्दुओ पर प्रतिच्छेद करती है, उसे तिर्यक रेखा कहलाती है।



* अभिगृहीत :-

(i) अभिगृहीत (6·3) → यदि एक तिर्यक रेखा दो समान्तर रेखाओ को प्रतिच्छेद करे तो, संगत कोणों का प्रत्येक युग्म बराबर होता है।

(ii) अभिगृहीत (6·4) यदि एक तिर्यक रेखा दो रेखाओ को इस प्रकार प्रतिच्छेद करें कि संगत कोणों का एक युग्म बराबर है, तो दोनो रेखाएं परस्पर समांतर होती है।

* प्रमेय :-

प्रमेय-(6·2) यदि एक तिर्यक रेखा दो समांतर रेखाओ को प्रतिच्छेद करें तो एकान्तर अन्तः कोणो का युग्म बराबर होता है।

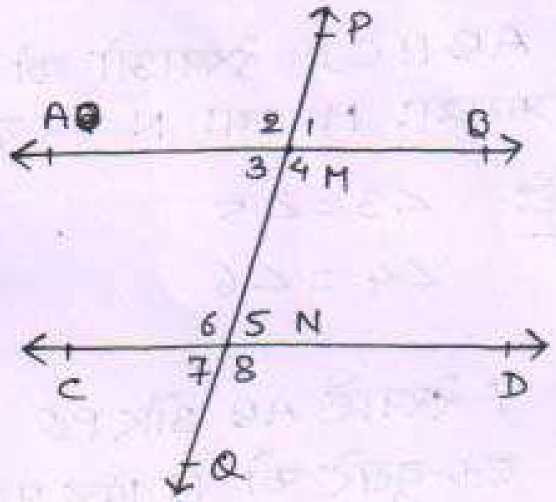
प्रमेय-(6·3) यदि एक तिर्यक रेखा दो रेखाओ को इस प्रकार प्रतिच्छेद करें कि एकांतर अंतः कोणों का एक युग्म बराबर है तो दोनो रेखाएं परस्पर समांतर होती है।

प्रमेय-(6·4) यदि एक तिर्यक रेखा दो समान्तर रेखाओ को प्रतिच्छेद करे, तो तिर्यक रेखा के एक ही ओर के अन्तः कोणो का प्रत्येक युग्म सम्पूरक होता है।

प्रमेय - 6.5 यदि एक तिर्यक रेखा दो रेखाओ को इस प्रकार प्रतिच्छेद करें कि तिर्यक रेखा के एक ही ओर के अंतः कोणों का एक युग्म सम्पूरक है, तो दोनो रेखाएँ परस्पर समांतर होती है।

प्रमेय - 6.6 वे रेखाएँ जो एक ही रेखा के समांतर हो, परस्पर समांतर होती है।

* दो समान्तर रेखाओ के साथ एक तिर्यक रेखा द्वारा बनाये गए कोण :-



(i) संगत कोण (Corresponding Angle) :-

संगत्र कोण बराबर होते है।

$$\left.\begin{array}{l} \angle 1 = \angle 5 \\ \angle 2 = \angle 6 \\ \angle 3 = \angle 7 \\ \angle 4 = \angle 8 \end{array}\right\}$$ संगत कोण

(ii) अन्त: एकान्तर कोण (Alternate interior Angle)

अन्त: एकान्तर कोण बराबर होते है।

$$\left.\begin{array}{l} \angle 3 = \angle 5 \\ \angle 4 = \angle 6 \end{array}\right\}$$ अन्त: एकान्तर कोण

(iii) बाह्य एकान्तर कोण (Alternate Exterior Angle)

बाह्य एकान्तर कोण भी बराबर होते है

$$\left.\begin{array}{l} \angle 1 = \angle 7 \\ \angle 2 = \angle 8 \end{array}\right\}$$ बाह्य एकान्तर कोण

(iv) तिर्यक रेखा के एक ही ओर के अंत: कोण (सह - अन्त: कोण)

Co-interior Angle

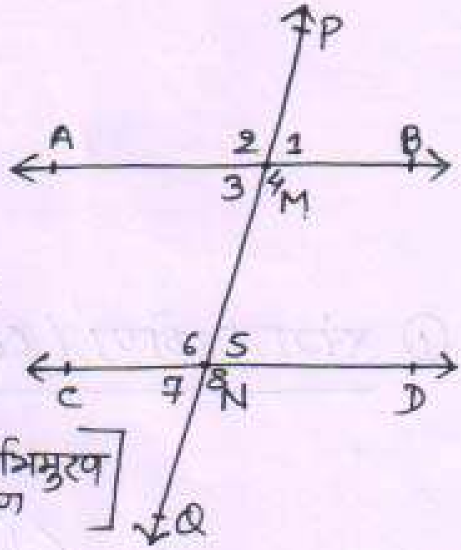
$$\left.\begin{array}{l} \angle 3 + \angle 6 = 180^\circ \\ \angle 4 + \angle 5 = 180^\circ \end{array}\right\}$$ सह-अन्त: कोणों का योग 180° होता है।

प्रमेय-(6.2) यदि एक तिर्यक रेखा दो समांतर रेखाओं को प्रतिच्छेद करें, तो एकान्तर कोणों का प्रत्येक युग्म बराबर होता है।

दिया है:- $AB \parallel CD$ रेखाओं को एक तिर्यक रेखा PQ क्रमशः M तथा N बिन्दु पर प्रतिच्छेद करती है।

सिद्ध करना है:- $\angle 3 = \angle 5$

$\angle 4 = \angle 6$



प्रमाण:- ∵ रेखाएँ AB और PQ एक-दूसरे को M बिन्दु पर प्रतिच्छेद करती है।

∴ $\angle 1 = \angle 3$ —(1) [शीर्षाभिमुख कोण]

और

$\angle 1 = \angle 5$ —(11) [संगत कोण]

समी० (1) तथा (11) से,

$\angle 3 = \angle 5$

इसी प्रकार से,

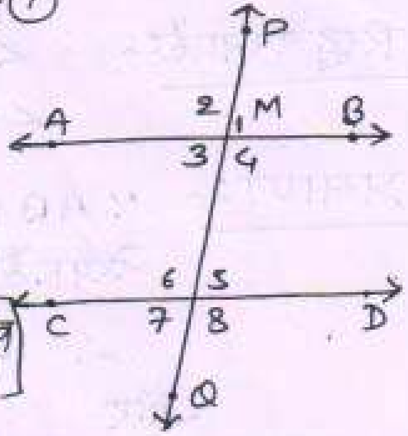
$\angle 4 = \angle 6$

सिद्ध

प्रमेय - 6.3 यदि एक तिर्यक रेखा दो रेखाओ को इस तरह काटे कि एकान्तर अंत:कोण युग्म के कोण बराबर हों, तो दोनो रेखाएँ समान्तर होती है।

<u>दिया है:-</u> AB और CD दो रेखाएँ है तथा PQ एक तिर्यक रेखा है।
$\angle 3 = \angle 5$ — (I)

<u>सिद्ध करना है:-</u> $AB \parallel CD$



<u>प्रमाण:-</u> ∵ AB और PQ परस्पर M बिन्दु पर प्रतिच्छेद करती है।

∴ $\angle 3 = \angle 1$ — (II) [शीर्षाभिमुख कोण]

समी॰ (I) तथा (II) से,

$\angle 1 = \angle 5$

∵ ये संगत कोणो के युग्म है।

∴ $AB \parallel CD$

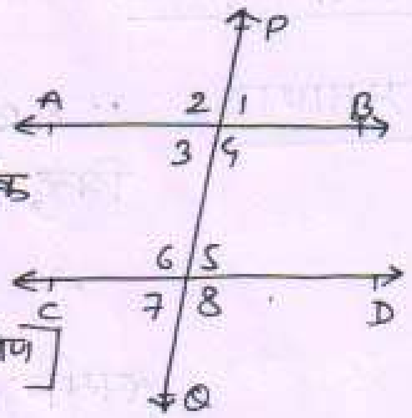
सिद्ध

प्रमेय - (6.9) यदि एक तिर्यक रेखा दो समान्तर रेखाओं को प्रतिच्छेद करे, तो तिर्यक रेखा के एक ही ओर के अन्तःकोण सम्पूरक होते हैं

दिया है :- AB ∥ CD तथा PQ एक तिर्यक रेखा है

सिद्ध करना है :- $\angle 4+\angle 5=180^\circ$

$\angle 3+\angle 6=180^\circ$



प्रमाण :- ∵ AB ∥ CD और PQ एक तिर्यक रेखा है

∴ $\angle 1=\angle 5$ — (1) [संगत कोण]

और

$\angle 1+\angle 4=180^\circ$ [रैखिक युग्म]

⇒ $\angle 5+\angle 4=180^\circ$ [समी॰ (1) से]

⇒ $\angle 4+\angle 5=180^\circ$

सिद्ध

फिर,

$\angle 2=\angle 6$ — (11) [संगत कोण]

और

$\angle 2+\angle 3=180^\circ$ [रैखिक युग्म]

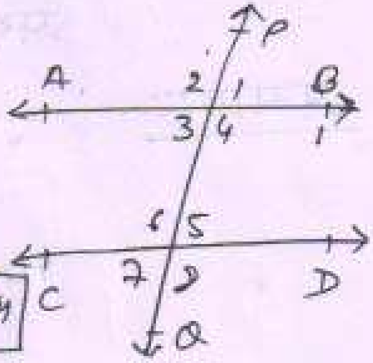
⇒ $\angle 6+\angle 3=180^\circ$

⇒ $\angle 3+\angle 6=180^\circ$

सिद्ध

प्रमेय-(6.5)- यदि एक तिर्यक रेखा दो रेखाओ को इस प्रकार काटे कि तिर्यक रेखा के एक ही ओर के अन्त: कोणो का एक युग्म सम्पूरक हो, तो वे दोनो रेखाएँ समान्तर होती हैं।

दिया :- AB और CD दो रेखाओ को एक तिर्यक रेखा इस प्रकार काटती है कि $\angle 4$ और $\angle 2$ तिर्यक रेखा के एक ही ओर के अन्त: कोणो का युग्म है
$\therefore \angle 4 + \angle 5 = 180$



सिद्ध करना है:- $AB \parallel CD$

प्रमाण:- $\because \angle 1 + \angle 4 = 180$ — (i) [रैखिक युग्म]

लेकिन, $\angle 4 = \angle 5 = 180$ — (ii)

समी० (i) तथा (ii) से,

$\angle 1 + \cancel{\angle 4} = \cancel{\angle 4} + \angle 5$

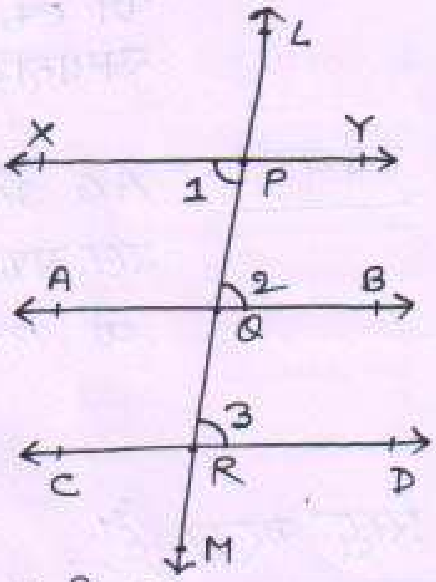
$\Rightarrow \angle 1 = \angle 5$

ये संगत्र कोणो का युग्म है

$\therefore AB \parallel CD$

सिद्ध

प्रमेय - 6.6 वे रेखाएं जो एक ही रेखा के समान्तर हो, परस्पर समांतर होती है।



दिया है:- $AB \parallel XY$
$CD \parallel XY$

सिद्ध करना है:- $AB \parallel CD$

रचना :- LM एक रेखा खीचा जो XY, AB और CD को क्रमश: P, Q, तथा R बिन्दुओ पर काटती है।

प्रमाण:- $\because AB \parallel XY$ तथा LM एक तिर्यक रेखा है।

$\therefore \angle 1 = \angle 2$ —— (i) [अन्त: एकान्तर कोण]

फिर,

$\because CD \parallel XY$ तथा LM एक तिर्यक रेखा है।

$\therefore \angle 1 = \angle 3$ —— (ii) [अंत: एकान्तर कोण]

समी० (i) तथा (ii) से,

$\angle 2 = \angle 3$

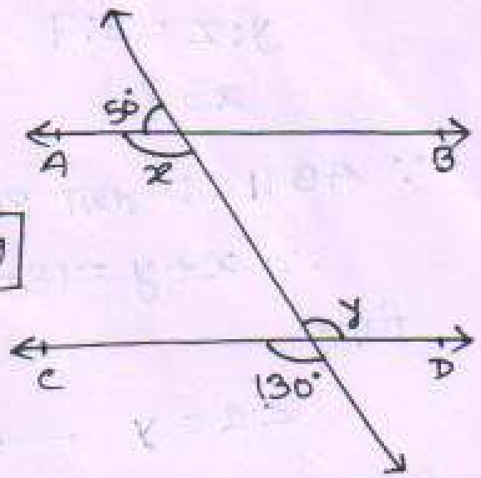
$\therefore$ ये संगत कोणो के युग्म है।

अत: $AB \parallel CD$

सिद्ध

Ex-6.2

1) सिद्ध करना है:- AB || CD



प्रमाण:-

$$x + 50° = 180° \quad [\text{रैखिक युग्म}]$$

$$\Rightarrow x = 180° - 50°$$

$$\Rightarrow x = 130° \text{ —— (1)}$$

फिर,

$$y = 130° \text{ —— (11)} \quad [\text{शीर्षाभिमुख कोण}]$$

समी० (1) तथा (11) से,

$$x = y$$

ये एकान्तर अन्त: कोण है।

$\therefore$ AB || CD

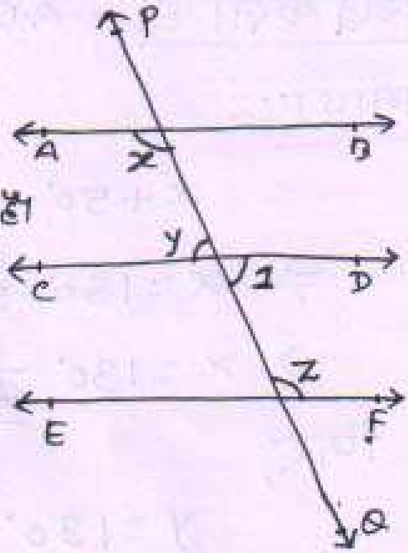
सिद्ध

2> दिया है:- $AB \parallel CD$

$CD \parallel EF$

$y : z = 3 : 7$

$x = ?$



$\because$ $AB \parallel CD$ तथा PQ एक तिर्यक रेखा है।

$\therefore$ $x + y = 180°$ —— (1) [सह अन्तः कोण]

फिर,

$\angle 1 = y$ —— (11) [शीर्षाभिमुख कोण]

फिर,

$\angle 1 + z = 180°$ —— [स. अन्तः कोण]

$\Rightarrow$ $y + z = 180°$ —— (111)

माना कि,

$y = 3K$

$z = 7K$

समी॰ (111) से,

$y + z = 180°$

$\Rightarrow$ $3K + 7K = 180°$

$\Rightarrow$ $10K = 180°$

$\Rightarrow$ $K = \frac{\cancel{180°}}{\cancel{10}} = 18°$

$\therefore$ $y = 3K = 3 \times 18° = 54°$

समी॰ (1) से,

$x + y = 180°$

$\Rightarrow$ $x + 54° = 180°$

$\Rightarrow$ $x = 180° - 54°$

$\Rightarrow$ $x = 126°$ Ans

3) दिया है:- $AB \parallel CD$

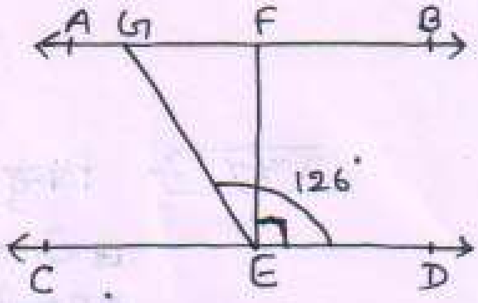
$EF \perp CD$

$\angle GED = 126°$

$\angle AGE = ?$

$\angle GEF = ?$

$\angle FGE = ?$



∵ $AB \parallel CD$ तथा GE एक तिर्यक रेखा है।

∴ $\angle AGE = \angle GED$ — (अंतः कोण एकान्तर कोण)

$\Rightarrow \angle AGE = 126°$ Ans

फिर,

∵ $EF \perp CD$

∴ $\angle FED = 90°$

अब,

$\angle GEF = \angle GED - \angle FED$

$= 126° - 90°$

$= 36°$ A

∵ $AB \parallel CD$ तथा FE एक तिर्यक रेखा है।

∴ $\angle GFE = \angle FED = 90°$ (अंतः एकान्तर कोण)

∵ ΔGFE में,

$\angle GFE + \angle FGE + \angle GEF = 180°$ [Δ के तीनो कोणों का योगफल 180° होता है।]

$\Rightarrow 90° + \angle FGE + 36° = 180°$

$\Rightarrow 126° + \angle FGE = 180°$

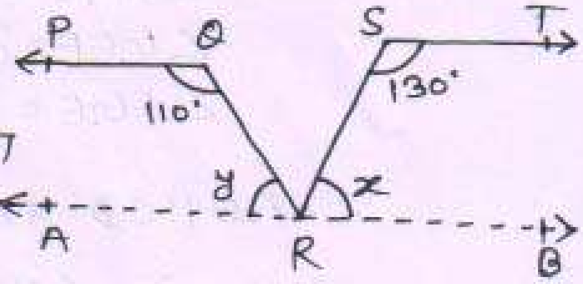
$\Rightarrow \angle FGE = 180° - 126°$

$= 54°$ A

4.) यदि $PQ \parallel ST$, $\angle PQR = 110^\circ$

$\angle RST = 130^\circ$

$\angle QRS = ?$



रचना :- बिन्दु R से होकर ST के समांतर एक रेखा AB खींचा।

माना कि, $\angle SRB = x$ और $\angle QRA = y$

$\because$ $ST \parallel AB$ और तिर्यक रेखा SR है।

$\therefore$ $x + 130^\circ = 180^\circ$ [सह-अन्तः कोण]

$\Rightarrow x = 180^\circ - 130^\circ$

$\Rightarrow x = 50^\circ$

फिर,

$PQ \parallel AB$ और QR एक तिर्यक रेखा है।

$\therefore$ $y + 110^\circ = 180^\circ$ [सह-अन्तः कोण]

$\Rightarrow y = 180^\circ - 110^\circ$

$\Rightarrow y = 70^\circ$

$\because$ ARB एक सरल रेखा है।

$\therefore$ $y + \angle QRS + x = 180^\circ$

$\Rightarrow 70^\circ + \angle QRS + 50^\circ = 180^\circ$

$\Rightarrow 120^\circ + \angle QRS = 180^\circ$

$\Rightarrow \angle QRS = 180^\circ - 120^\circ$

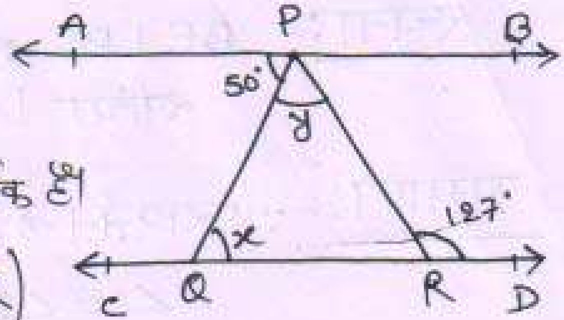
$\Rightarrow \angle QRS = 60^\circ$ Ans

5.) यदि $AB \parallel CD$, $\angle APQ = 50°$

$\angle PRD = 127°$

$x = ?$

$y = ?$



$\because$ $AB \parallel CD$ और PQ एक तिर्यक है।

$\therefore$ $x = 50°$ (अन्तः एकान्तर कोण)

फिर,

$AB \parallel CD$ और PR एक तिर्यक रेखा है।

$\therefore$ $\angle APR = \angle PRD$ [अन्तः एकान्तर कोण]

$\Rightarrow$ $50° + y = 127°$

$\Rightarrow$ $y = 127 - 50°$

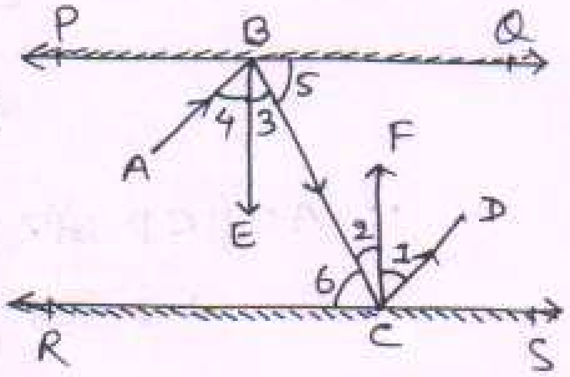
$\Rightarrow$ $y = 77°$

अतः $x = 50°$, $y = 77°$ Ans

6) दिया है:- PQ || RS दो दर्पण हैं।

सिद्ध करना है:- AB || CD

रचना:- BE ⊥ PQ तथा CF ⊥ RS खींचा।



प्रमाण:- ∵ परावर्तन के नियम से,

$\angle 1 = \angle 2$ —— (i)

और

$\angle 3 = \angle 4$ —— (ii)

∵ PQ || RS और BC एक तिर्यक रेखा है।

∴ $\angle 6 = \angle 5$ —— (iii) [एकान्तर अन्तः कोण]

फिर,

BE ⊥ PQ तथा CF ⊥ RS

∴ $\angle 2 + \angle 6 = 90^\circ$ —— (iv)

और

$\angle 3 + \angle 5 = 90^\circ$

$\Rightarrow \angle 3 = 90^\circ - \angle 5$ —— (v)

समी॰ (iv) से,

$\angle 2 + \angle 6 = 90^\circ$

$\Rightarrow \angle 2 = 90^\circ - \angle 6$

$= 90^\circ - \angle 5$ $(\angle 6 = \angle 5)$

$= \angle 3$

∴ $\angle 2 = \angle 3$ —— (vi)

∵ $\angle BCD = \angle 1 + \angle 2$

$= \angle 2 + \angle 2$ (समी॰ (i) से)

$= 2\angle 2$

$= 2\angle 3$ (समी॰ (vi) से

$= \angle 3 + \angle 3$

$\angle BCD = \angle 3 + \angle 4$ (समी॰ (ii) से)

$\angle BCD = \angle ABC$

लेकिन ये एकान्तर कोण हैं

∴ AB || CD

सिद्ध