

Exercise - 2.2

<1> निम्न द्विघात बहुपदों के शून्यक ज्ञात कीजिए और शून्यकों तथा गुणकों के बीच के संबंध की सत्यता की जाँच कीजिए।

① $x^2 - 2x - 8$

$$= x^2 - 4x + 2x - 8$$

$$= x(x-4) + 2(x-4)$$

$$= (x+2)(x-4)$$

$$\therefore (x+2)(x-4) = 0$$

$$\Rightarrow x+2=0 \text{ या } x-4=0$$

$$\Rightarrow x=-2 \quad \Rightarrow x=4$$

$$\therefore x = -2, 4$$

माना $\alpha = -2$

$$\beta = 4$$

फिर, बहुपद $x^2 - 2x - 8$ में,

$$x^2 \text{ का गुणक} = a = 1$$

$$x \text{ का गुणक} = b = -2$$

$$\text{अचरपद} = c = -8$$

$$\text{शून्यकों का योग} = \alpha + \beta = -2 + 4$$

$$= \frac{2}{1}$$

$$= \frac{-(-2)}{1} = \frac{-b}{a} = - \frac{x \text{ का गुणक}}{x^2 \text{ का गुणक}}$$

$$\text{शून्यकों का गुणफल} = \alpha\beta = -2 \times 4$$

$$= \frac{-8}{1}$$

$$= \frac{c}{a} = \frac{\text{अचरपद}}{x^2 \text{ का गुणांक}}$$

अंश

$$\textcircled{\text{ii}} \quad 4x^2 - 4x + 1$$

$$= 4x^2 - 2x - 2x + 1$$

$$= 2x(2x-1) - 1(2x-1)$$

$$= (2x-1)(2x-1)$$

$$\therefore (2x-1)(2x-1) = 0$$

$$\Rightarrow 2x-1=0 \quad \text{या} \quad 2x-1=0$$

$$\Rightarrow 2x=1 \quad \Rightarrow 2x=1$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{2} \quad \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

$$\therefore x = \frac{1}{2}, \frac{1}{2}$$

माना कि

$$\alpha = \frac{1}{2}$$

$$\beta = \frac{1}{2}$$

फिर, बहुपद $4x^2 - 4x + 1$ में;

$$x^2 \text{ का गुणांक} = a = 4$$

$$x \text{ का गुणांक} = b = -4$$

$$\text{अचरपद} = c = 1$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{शून्यकों का योगफल} &= \alpha + \beta = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \\ &= \frac{1+1}{2} \\ &= \frac{2}{2} \times \frac{2}{2} \\ &= \frac{4}{4} \\ &= \frac{-(-4)}{4} \\ &= \frac{-(8 \text{ का गुणांक})}{8^2 \text{ का गुणांक}}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{शून्यकों का गुणनफल} &= \alpha \beta = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \\ &= \frac{1}{4} \\ &= \frac{c}{a} \\ &= \frac{\text{अचर पद}}{x^2 \text{ का गुणांक}}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{(iii)} \quad 6x^2 - 3 - 7x \\ &= 6x^2 - 7x - 3 \\ &= 6x^2 - 9x + 2x - 3 \\ &= 3x(2x - 3) + 1(2x - 3) \\ &= (3x + 1)(2x - 3)\end{aligned}$$

$$\therefore (3x + 1)(2x - 3) = 0$$

$$\Rightarrow 3x + 1 = 0 \quad \text{या} \quad 2x - 3 = 0$$

$$\Rightarrow 3x = -1 \quad \Rightarrow 2x = 3$$

$$\Rightarrow x = -\frac{1}{3} \quad \Rightarrow x = \frac{3}{2}$$

$$\therefore x = -\frac{1}{3}, \frac{3}{2}$$

माना कि,

$$\alpha = -\frac{1}{3}, \beta = \frac{3}{2}$$

फिर, बहुपद $6x^2 - 7x - 3$ में,

$$x^2 \text{ का गुणांक} = a = 6$$

$$x \text{ का गुणांक} = b = -7$$

$$\text{अचर पद} = c = -3$$

$$\begin{aligned} \text{मूल्यों का योगफल} &= \alpha + \beta = -\frac{1}{3} + \frac{3}{2} \\ &= \frac{-2+9}{6} \end{aligned}$$

$$= \frac{7}{6}$$

$$= \frac{-(-7)}{6}$$

$$= -\frac{b}{a} = -\frac{x \text{ का गुणांक}}{x^2 \text{ का गुणांक}}$$

$$\text{मूल्यों का गुणनफल} = \alpha\beta = -\frac{1}{3} \times \frac{3}{2}$$

$$= -\frac{3}{6}$$

$$= \frac{c}{a} = \frac{\text{अचर पद}}{x^2 \text{ का गुणांक}}$$

जाँच

Exercise - 2.2

(iv) $4u^2 + 8u$

$$= 4u(u+2)$$

$$\therefore 4u(u+2) = 0$$

$$\Rightarrow 4u = 0 \quad \text{या} \quad u+2 = 0$$

$$\Rightarrow u = \frac{0}{4} = 0 \quad \Rightarrow u = -2$$

$$\therefore u = 0, -2$$

माना कि,

$$\alpha = 0$$

$$\beta = -2$$

फिर, बहुपद $4u^2 + 8u$ में,

$$u^2 \text{ का गुणांक} = a = 4$$

$$u \text{ का गुणांक} = b = 8$$

$$\text{अचर पद} = c = 0$$

$$\text{शून्यको का योगफल} = \alpha + \beta = 0 + (-2)$$

$$= 0 - 2$$

$$= \frac{-2}{1}$$

$$= \frac{-2 \times 4}{1 \times 4}$$

$$= \frac{-8}{4}$$

$$= -\frac{b}{a} = -\frac{u \text{ का गुणांक}}{u^2 \text{ का गुणांक}}$$

$$\text{शून्यको का गुणनफल} = \alpha\beta = 0 \times (-2)$$

$$= \frac{0}{1}$$

$$= \frac{0 \times 4}{1 \times 4}$$

$$= \frac{0}{4}$$

$$= \frac{c}{a} = \frac{\text{अचर पद}}{x^2 \text{ का गुणांक}}$$

जाँच

$$\textcircled{v} \quad x^2 - 15$$

$$= x^2 - (\sqrt{15})^2$$

$$= (x + \sqrt{15})(x - \sqrt{15})$$

$$\therefore (x + \sqrt{15})(x - \sqrt{15}) = 0$$

$$\Rightarrow x + \sqrt{15} = 0 \quad \text{और} \quad x - \sqrt{15} = 0$$

$$\Rightarrow x = -\sqrt{15} \quad \Rightarrow x = \sqrt{15}$$

$$\therefore x = -\sqrt{15}, \sqrt{15}$$

$$\text{माना कि } \alpha = -\sqrt{15}$$

$$\beta = \sqrt{15}$$

फिर, बहुपद $x^2 - 15$ में

$$x^2 \text{ का गुणांक} = a = 1$$

$$x \text{ का गुणांक} = b = 0$$

$$\text{अचर पद} = c = -15$$

Exercise - 2.2

अब,

$$\text{शून्यकों का योगफल} = \alpha + \beta = -\sqrt{15} + \sqrt{15}$$

$$= \frac{0}{1}$$

$$= -\frac{b}{a}$$

$$= -\frac{x \text{ का गुणोक्त}}{x^2 \text{ का गुणोक्त}}$$

$$\text{शून्यकों का गुणनफल} = \alpha \beta = -\sqrt{15} \times \sqrt{15}$$

$$= \frac{-15}{1}$$

$$= \frac{c}{a} = \frac{\text{अचर पद}}{x^2 \text{ का गुणोक्त}}$$

(vi)

$$3x^2 - x - 4$$

$$= 3x^2 - 4x + 3x - 4$$

$$= x(3x - 4) + 1(3x - 4)$$

$$= (x + 1)(3x - 4)$$

$$\therefore (x + 1)(3x - 4) = 0$$

$$\Rightarrow x + 1 = 0 \quad \text{या} \quad 3x - 4 = 0$$

$$\Rightarrow x = -1$$

$$\Rightarrow 3x = 4$$

$$\Rightarrow x = \frac{4}{3}$$

$$\therefore x = -1, \frac{4}{3}$$

माना कि,

$$\alpha = -1$$

$$\beta = \frac{4}{3}$$

फिर,

बहुपद $3x^2 - x - 4$ में,

$$x^2 \text{ का गुणांक} = a = 3$$

$$x \text{ का गुणांक} = b = -1$$

$$\text{अचर पद} = c = -4$$

अब,

$$\text{शून्यकों का योगफल} = \alpha + \beta = -1 + \frac{4}{3}$$

$$= \frac{-3+4}{3}$$

$$= \frac{1}{3}$$

$$= \frac{-(-1)}{3}$$

$$= \frac{-b}{a} = - \frac{x \text{ का गुणांक}}{x^2 \text{ का गुणांक}}$$

$$\text{शून्यकों का गुणनफल} = \alpha \beta = -1 \times \frac{4}{3}$$

$$= \frac{-4}{3}$$

$$= \frac{c}{a} = \frac{\text{अचर पद}}{x^2 \text{ का गुणांक}}$$

जॉय

Exercise - 2.2

(2) एक द्विघात बहुपद ज्ञात कीजिए जिसके शून्यकों के योग तथा गुणनफल क्रमशः दी गई संख्याएँ हैं:-

(i) $\frac{1}{4}, -1$

$\therefore \alpha$ और β द्विघात बहुपद के शून्यक हैं।

\therefore शून्यकों का योगफल $= \alpha + \beta = \frac{1}{4}$

शून्यकों का गुणनफल $= \alpha\beta = -1$

\therefore द्विघात बहुपद $= x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta$

$= x^2 - \frac{1}{4}x + (-1)$

$= x^2 - \frac{1}{4}x - 1$

$= \frac{4x^2 - x - 4}{4}$

$= \frac{1}{4}(4x^2 - x - 4)$



(ii) $\sqrt{2}, \frac{1}{3}$

$\therefore \alpha$ एवं β द्विघात बहुपद के शून्यक हैं।

\therefore शून्यकों का योगफल $= \alpha + \beta = \sqrt{2}$

शून्यकों का गुणनफल $= \alpha\beta = \frac{1}{3}$

\therefore द्विघात बहुपद $= x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta$

$= x^2 - \sqrt{2}x + \frac{1}{3}$

$= \frac{3x^2 - 3\sqrt{2}x + 1}{3}$

$= \frac{1}{3}(3x^2 - 3\sqrt{2}x + 1)$



iii)

$$0, \sqrt{5}$$

$\therefore \alpha$ एवं β द्विघात बहुपद के शून्यक हैं।

$$\therefore \text{शून्यकों का योगफल} = \alpha + \beta = 0$$

$$\text{शून्यकों का गुणनफल} = \alpha\beta = \sqrt{5}$$

$$\therefore \text{द्विघात बहुपद} = x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta$$

$$= x^2 - 0 \cdot x + \sqrt{5}$$

$$= x^2 + \sqrt{5}$$

iv)

$$-\frac{1}{4}, \frac{1}{4}$$

$\therefore \alpha$ एवं β द्विघात बहुपद के शून्यक हैं।

$$\therefore \text{शून्यकों का योगफल} = \alpha + \beta = -\frac{1}{4}$$

$$\text{शून्यकों का गुणनफल} = \alpha\beta = \frac{1}{4}$$

$$\therefore \text{द्विघात बहुपद} = x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta$$

$$= x^2 - \left(-\frac{1}{4}\right)x + \frac{1}{4}$$

$$= x^2 + \frac{1}{4}x + \frac{1}{4}$$

$$= \frac{4x^2 + x + 1}{4}$$

$$= \frac{1}{4} (4x^2 + x + 1)$$

Exercise - 2.2

(iv) 1, 1

$\therefore \alpha$ एवं β द्विघात बहुपद का शून्यक है।

$$\therefore \text{शून्यकों का योगफल} = \alpha + \beta = 1$$

$$\text{शून्यकों का गुणनफल} = \alpha\beta = 1$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{द्विघात बहुपद} &= x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta \\ &= x^2 - 1 \cdot x + 1 \\ &= x^2 - x + 1\end{aligned}$$



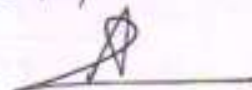
(vi) 4, 1

$\therefore \alpha$ एवं β द्विघात बहुपद के शून्यक हैं।

$$\therefore \text{शून्यकों का योगफल} = \alpha + \beta = 4$$

$$\text{शून्यकों का गुणनफल} = \alpha\beta = 1$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{द्विघात बहुपद} &= x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta \\ &= x^2 - (4)x + 1 \\ &= x^2 - 4x + 1\end{aligned}$$



Important Question with Answer:-

Q:- एक द्विघात बहुपद ज्ञात करें जिसके शून्यक निम्नलिखित हैं-

(i) $2, -\frac{3}{2}$

$\therefore \alpha$ एवं β द्विघात बहुपद के शून्यक हैं।

$$\therefore \alpha = 2$$

$$\beta = -\frac{3}{2}$$

$$\therefore \alpha + \beta = 2 + \left(-\frac{3}{2}\right)$$

$$= 2 - \frac{3}{2}$$

$$= \frac{4-3}{2}$$

$$= \frac{1}{2}$$

$$\alpha\beta = 2 \times \left(-\frac{3}{2}\right)$$

$$= -\cancel{2} \times \frac{3}{\cancel{2}}$$

$$= -3$$

$$\therefore \text{द्विघात बहुपद} = x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta$$

$$= x^2 - \left(\frac{1}{2}\right)x + (-3)$$

$$= x^2 - \frac{1}{2}x - 3$$

$$= \frac{2x^2 - x - 6}{2}$$

$$= \frac{1}{2}(2x^2 - x - 6)$$

Q- स्वयं हल करें:-

(i) $2+\sqrt{3}, 2-\sqrt{3}$ [Ans. $x^2 - 4x + 1$]

(ii) $\frac{3-\sqrt{3}}{2}, \frac{3+\sqrt{3}}{2}$ [Ans. $25x^2 - 30x + 6$]

(iii) $\sqrt{2}, 2\sqrt{2}$ [Ans. $x^2 - 3\sqrt{2}x + 4$]

(v) $1+2\sqrt{3}, 1-2\sqrt{3}$ [Ans. $x^2 - 2x - 1$]