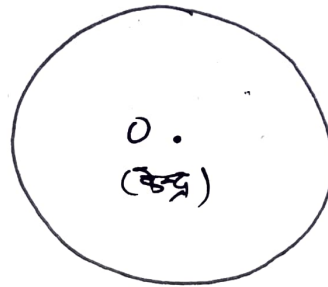


* वृत्त (Circle) :- वृत्त एक बन्द समतलीय आकृति होती है, जिसके मध्य में एक बिन्दु होता है। इस बिन्दु को केन्द्र कहते हैं। इसी केन्द्र बिन्दु के चारों ओर एक रेखा से घिरा होता है।

अथवा,

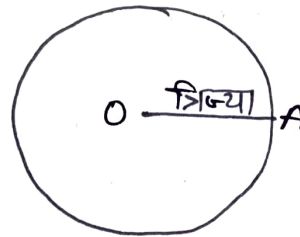
किसी समतल में एक नियत बिन्दु से समान दूरी पर स्थित समस्त बिन्दुओं से बनी आकृति को वृत्त कहते हैं।



* वृत्त की त्रिज्या (Radius) :-

वृत्त के केन्द्र से लेकर वृत्त पर स्थित एक बिन्दु तक की दूरी को वृत्त की त्रिज्या कहते हैं।

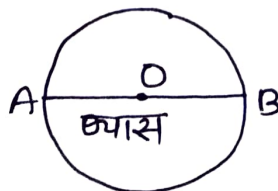
\Rightarrow वृत्त की त्रिज्या को 'r' से सूचित किया जाता है।



* वृत्त का व्यास (Diameter) :-

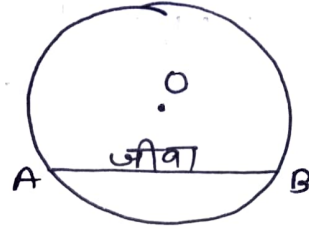
वृत्त पर स्थित किसी दो बिन्दुओं को मिलाने वाली रेखाखण्ड जो वृत्त के केन्द्र से होकर जाती है वृत्त का व्यास कहलाती है।

\Rightarrow वृत्त का व्यास 'd' द्वारा सूचित किया जाता है।



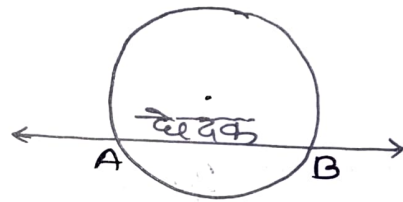
* वृत्त की जीवा (Chord) :-

एक रेखाखण्ड जो वृत्त को दो भागों में विभाजित करता है जिसका अन्तिम बिंदु वृत्त पर स्थित होता है।



* छेदक (Secant) :-

वृत्त को दो बिन्दुओं पर प्रतिच्छेद करने वाली रेखा को छेदक रेखा कहते हैं।



* चाप (Arc) :-

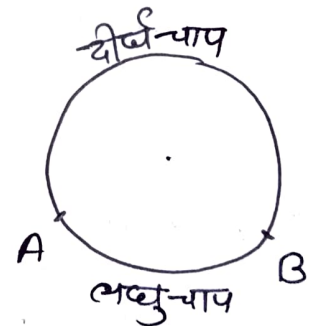
वृत्त के परिधि के किसी सतत भाग (Continuous piece) को चाप कहते हैं।

⇒ वृत्त की चाप दो प्रकार के होते हैं।

(I) लघु-चाप

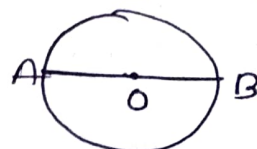
(II) दीर्घ-चाप

⇒ चाप $AB = \widehat{AB}$



* अर्धवृत्त (Semicircle) :-

वृत्त का व्यास वृत्त को दो समान भागों में विभक्त करता है। प्रत्येक भाग को अर्धवृत्त कहते हैं।

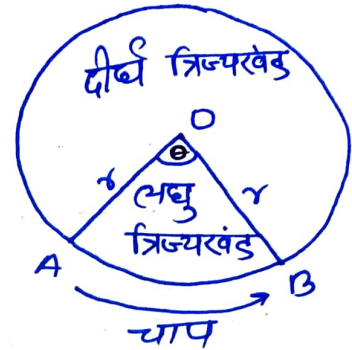


* त्रिज्यखंड (Sector) :- किसी वृत्ताकार क्षेत्र का वह भाग जो दो त्रिज्याओं एवं उनके ~~वृत्त~~ संगत चाप से घिरा हो, उसे त्रिज्यखण्ड कहते हैं।

⇒ त्रिज्यखण्ड दो प्रकार के हैं—

(i) लघु त्रिज्यखण्ड

(ii) दीर्घ त्रिज्यखण्ड



⇒ केन्द्रीय कोण = θ

⇒ त्रिज्यखंड का केन्द्रीय कोण = θ

⇒ दीर्घ त्रिज्यखण्ड का केन्द्रीय कोण = $(360^\circ - \theta)$

⇒ त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल = $\frac{\pi r^2 \theta}{360^\circ}$ या $\frac{\theta}{360^\circ} \times \pi r^2$

⇒ दीर्घ त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल = वृत्त का क्षेत्र - लघु त्रिज्यखण्ड का क्षेत्र

$$\text{या } \pi r^2 - \frac{\pi r^2 \theta}{360^\circ}$$

$$\text{या } \pi r^2 \left(1 - \frac{\theta}{360^\circ}\right)$$

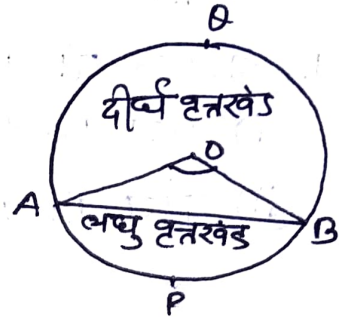
⇒ त्रिज्यखण्ड का क्षेत्र = $\frac{1}{2} \times r \times \text{चाप की लम्बाई}$

⇒ त्रिज्यखण्ड का परिमाप = $2r + \frac{2\pi r \theta}{360^\circ}$

⇒ चाप की लम्बाई = $l = \frac{2\pi r \theta}{360^\circ}$

* वृत्तखण्ड (Segment) :- किसी वृत्ताकार क्षेत्र का वह भाग जो एक जीवा एवं संगत चाप द्वारा घिरा हो, वृत्तखंड कहलाता है।

- ⇒ वृत्तखण्ड दो प्रकार के हैं—
 (i) अधु वृत्तखंड
 (ii) दीर्घ वृत्तखंड



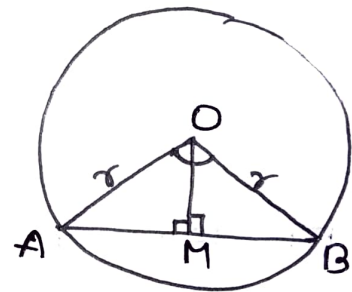
⇒ वृत्तखंड का क्षेत्र = त्रिज्यखंड का क्षेत्र - Δ का क्षेत्र

$$= \frac{\pi r^2 \theta}{360} - \frac{1}{2} r^2 \sin \theta$$

⇒ दीर्घ वृत्तखंड का क्षेत्र = वृत्त का क्षेत्र - अधु वृत्तखंड का क्षेत्र

⇒ ΔAOB का क्षेत्रफल ज्ञात करना :- [यदि $\theta = 120^\circ$]

माना कि $\angle AOB = \theta$
 $OA = OB = r$
 $OM \perp AB$ ज्ञाता
 $\therefore \Delta AOM$ तथा ΔBOM में,
 $OA = OB = r$



$\angle OMA = \angle OMB = 90^\circ$

$OM = OM$ (उभयनिष्ठ)

$\therefore \Delta AOM \cong \Delta BOM$ (R.H.S से)

$\therefore AM = BM$ (CPCT)

और

$\angle AOM = \angle BOM$ (CPCT)

$\therefore \angle AOM = \angle BOM = \frac{1}{2} \angle AOB$

इसी प्रकार से निकालते हैं।

* वृत्त से संबंधित सूत्रों को इस प्रकार से व्यक्त किया जाता है

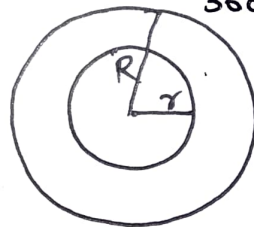
- (i) वृत्त का व्यास $(d) = 2r$
- (ii) वृत्त की त्रिज्या $(r) = \frac{d}{2} = \frac{\text{व्यास}}{2}$ या व्यास का आधा
- (iii) वृत्त की परिधि $= 2\pi r$
- (iv) वृत्त का क्षेत्र $= \pi r^2$
- (v) अर्धवृत्त का क्षेत्र $= \frac{\pi r^2}{2}$
- (vi) अर्धवृत्त का परिमाप $= \pi r + 2r$
- (vii) त्रिज्यखंड के चाप की लम्बाई $= l = \frac{2\pi r \theta}{360^\circ}$
- (viii) त्रिज्यखंड का क्षेत्र $= \frac{\pi r^2 \theta}{360^\circ}$ या $\frac{1}{2} \times r \times \text{चाप की लम्बाई}$
- (ix) त्रिज्यखंड का परिमाप $= 2r + \frac{2\pi r \theta}{360^\circ}$
- (x) वृत्तखंड का क्षेत्र $= \frac{\pi r^2 \theta}{360^\circ} - \frac{1}{2} r^2 \sin \theta$

या

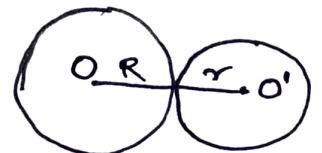
वृत्तखंड का क्षेत्र = त्रिज्यखंड का क्षेत्र - Δ का क्षेत्र
 \Rightarrow वृत्तखंड की परिमाप = Δ की लम्बाई + $\frac{2\pi r \theta}{360^\circ}$

(xi) वलय (Ring):-

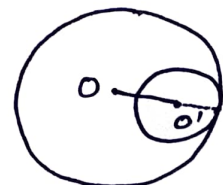
$$\therefore \text{वलय का क्षेत्र} = \pi(R^2 - r^2)$$



(xii) यदि दो वृत्त एक-दूसरे के बाह्य स्पर्श करते हों तो उनके केन्द्रों के बीच की दूरी $= R + r$



(xiii) यदि दो वृत्त एक-दूसरे को आन्तरिक स्पर्श करते हों तो उनके केन्द्रों के बीच की दूरी $= R - r$



(xiv)

क्रिस्ती पहिए द्वारा एक चक्कर में तय की गई दूरी
= पहिये की परिधि.
= 2178

(6)

(xv)

मिनट की सूई द्वारा घड़ी के केन्द्र पर एक मिनट में
बनाया गया कोण = 6°

$$\therefore \boxed{1 \text{ मिनट} = 6^\circ}$$

(xvi)

घंटे की सूई द्वारा घड़ी के केन्द्र पर 1 घंटे में
बनाया गया कोण = 30°

$$\therefore \boxed{1 \text{ घंटा} = 30^\circ}$$

Exercise - 12.1

7.

(1) माना कि पहले वृत्त की त्रिज्या $= r_1 = 19 \text{ cm}$
दूसरे वृत्त की त्रिज्या $= r_2 = 9 \text{ cm}$

$$\begin{aligned}\therefore \text{पहले वृत्त की परिधि} &= 2\pi r_1 \\ &= 2\pi \times 19 \\ &= 38\pi \text{ cm}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{दूसरे वृत्त की परिधि} &= 2\pi r_2 \\ &= 2\pi \times 9 \\ &= 18\pi \text{ cm}\end{aligned}$$

फिर,

माना कि परिणामी वृत्त की त्रिज्या $= R$
प्रश्न से,

$$\text{परिणामी वृत्त की परिधि} = \text{पहले वृत्त की परिधि} + \text{दूसरे वृत्त की परिधि}$$

$$\Rightarrow 2\pi R = 38\pi + 18\pi$$

$$\Rightarrow 2\pi R = 56\pi$$

$$\Rightarrow R = \frac{56\pi}{2\pi}$$

$$\Rightarrow R = 28 \text{ cm}$$

$$\therefore \text{परिणामी वृत्त की त्रिज्या} = R = 28 \text{ cm}$$



(2) माना कि पहले वृत्त की त्रिज्या = $r_1 = 8 \text{ cm}$
 दूसरे वृत्त की त्रिज्या = $r_2 = 6 \text{ cm}$

$$\begin{aligned}\therefore \text{पहले वृत्त का क्षेत्रफल} &= \pi r_1^2 \\ &= \pi \times 8^2 \\ &= \pi \times 8 \times 8 \\ &= 64\pi \text{ c.m}^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{दूसरे वृत्त का क्षेत्रफल} &= \pi r_2^2 \\ &= \pi \times 6^2 \\ &= \pi \times 6 \times 6 \\ &= 36\pi \text{ c.m}^2\end{aligned}$$

फिर,

माना कि परिणामी वृत्त की त्रिज्या = R
 प्रश्न से,

परिणामी वृत्त का क्षेत्र = पहले वृत्त का क्षेत्र + दूसरे वृत्त का क्षेत्र

$$\Rightarrow \pi R^2 = 64\pi + 36\pi$$

$$\Rightarrow \pi R^2 = 100\pi$$

$$\Rightarrow R^2 = \frac{100\cancel{\pi}}{\cancel{\pi}}$$

$$\Rightarrow R^2 = 100$$

$$\Rightarrow R = \sqrt{100}$$

$$\Rightarrow R = 10 \text{ c.m}$$

\therefore परिणामी वृत्त का क्षेत्र = $R = 10 \text{ c.m}$

AD

(3) दिया है:- GOLD अंक वाले क्षेत्र का
 व्यास = 21 cm

$$\therefore \text{त्रिज्या} = \frac{21}{2} \text{ cm}$$

प्रत्येक पट्टी की चौड़ाई = 10.5 cm
 \therefore माना कि,

$$\text{पहले वृत्त की त्रिज्या} = r_1 = 10.5 \text{ cm}$$

$$\therefore \text{पहले वृत्त का क्षेत्र} = \pi r_1^2$$

$$= \frac{22}{7} \times (10.5)^2$$

$$= \frac{22}{7} \times 10.5 \times 10.5$$

$$= \frac{22}{7} \times \frac{105}{10} \times \frac{105}{10}$$

$$= \frac{11 \times 3 \times 105}{10}$$

$$= \frac{3465}{10}$$

$$= 346.5 \text{ cm}^2$$

$$\therefore \text{Gold अंक वाले क्षेत्र का क्षेत्र} = 346.5 \text{ cm}^2$$

फिर,

$$\text{दूसरे वृत्त की त्रिज्या} = 10.5 + 10.5$$

$$r_2 = 21 \text{ cm}$$

$$\therefore \text{दूसरे वृत्त का क्षेत्र} = \pi r_2^2$$

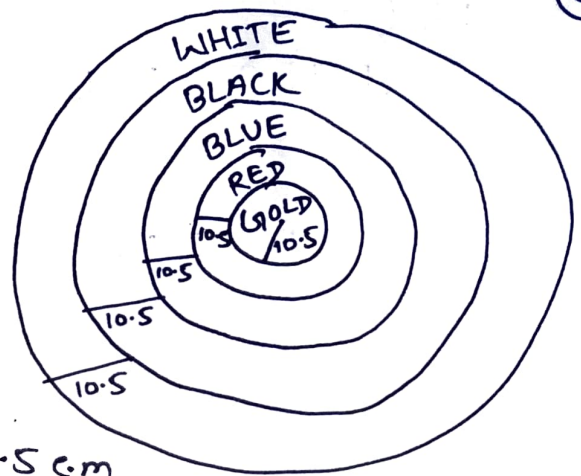
$$= \frac{22}{7} \times (21)^2$$

$$= \frac{22}{7} \times 21^2 \times 21$$

$$= 66 \times 21$$

$$= 1386 \text{ cm}^2$$

$$\therefore \text{Red अंक वाले क्षेत्र का क्षेत्र} = \text{दूसरे वृत्त का क्षेत्र} - \text{पहले वृत्त का क्षेत्र}$$



फिर,

(10)

$$\begin{aligned}\text{तीसरे वृत्त की त्रिज्या} = r_3 &= 21 + 10.5 \\ &= 31.5 \text{ cm}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{तीसरे वृत्त का क्षेत्र} &= \pi r_3^2 \\ &= \frac{22}{7} \times (31.5)^2 \\ &= \frac{22}{7} \times 4.5 \times 31.5 \\ &= 22 \times 4.5 \times 31.5 \\ &= 3118.5 \text{ cm}^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{Blue अंक वाले क्षेत्र का क्षेत्र} &= \text{तीसरे वृत्त का क्षेत्र} - \text{दूसरे वृत्त का क्षेत्र} \\ &= 3118.5 - 1386 \\ &= 1732.5 \text{ cm}^2\end{aligned}$$

फिर,

$$\begin{aligned}\text{चौथे वृत्त की त्रिज्या} = r_4 &= 31.5 + 10.5 \\ &= 42 \text{ cm}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{चौथे वृत्त का क्षेत्र} &= \pi r_4^2 \\ &= \frac{22}{7} \times (42)^2 \\ &= \frac{22}{7} \times 42 \times 42 \\ &= 132 \times 42 \\ &= 5544 \text{ cm}^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{Black अंक वाले क्षेत्र का क्षेत्र} &= \text{चौथे वृत्त का क्षेत्र} - \text{तीसरे वृत्त का क्षेत्र} \\ &= 5544 - 3118.5 \\ &= 2425.5 \text{ cm}^2\end{aligned}$$

फिट,

$$\text{पाँचवें वृत्त की त्रिज्या} = 42 + 10.5$$

$$r_5 = 52.5 \text{ cm}$$

$$\therefore \text{पाँचवें वृत्त का क्षेत्र} = \pi r_5^2$$

$$= \frac{22}{7} \times (52.5)^2$$

$$= \frac{22}{7} \times 7.5 \times 52.5 \times 52.5$$

$$= 22 \times 7.5 \times 52.5$$

$$= 8662.5 \text{ cm}^2$$

$$\therefore \text{white अंक वाले क्षेत्र का क्षेत्र} = \text{पाँचवें वृत्त का क्षेत्र} - \text{चौथे वृत्त का क्षेत्र}$$

$$= 8662.5 - 5544$$

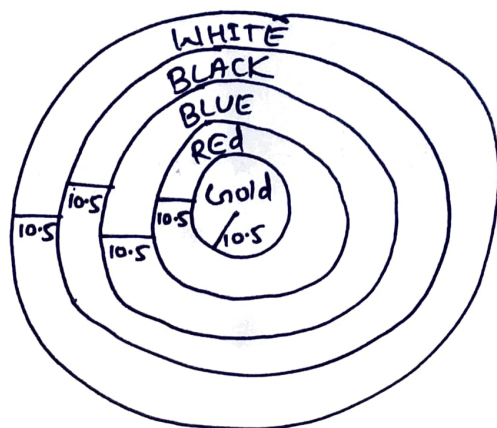
$$= 3118.5 \text{ cm}^2$$



दूसरी विधि से हल:-

12

3. माना कि,
Gold, Red, Blue, Black
एवं White रंगों वाले क्षेत्रों की
त्रिज्याएँ क्रमशः r_1, r_2, r_3, r_4
एवं r_5 हों।



$$\therefore r_1 = \frac{21}{2} = 10.5 \text{ cm}$$

(i) Gold अंक वाले क्षेत्र का क्षेत्र = πr_1^2

$$= \frac{22}{7} \times 10.5 \times 10.5$$
$$= 22 \times 1.5 \times 10.5$$
$$= 346.5 \text{ cm}^2$$

(ii) $r_2 = 10.5 + 10.5 = 21 \text{ cm}$

अतः Red अंक वाले क्षेत्र का क्षेत्र = $\pi r_2^2 - \pi r_1^2$

$$= \pi (r_2^2 - r_1^2)$$
$$= \frac{22}{7} [21^2 - (10.5)^2]$$
$$= \frac{22}{7} [441 - 110.25]$$
$$= \frac{22}{7} \times 330.75$$
$$= 22 \times 47.25$$
$$= 1039.5 \text{ cm}^2$$

\therefore प्रत्येक अंक वाले क्षेत्र की चौड़ाई = 10.5 cm है।
अतः प्रत्येक दो क्षेत्रों के क्षेत्रफलों का अन्तर = $1039.5 - 346.5$
 $= 693 \text{ cm}^2$

(iii) \therefore Blue अंक वाले क्षेत्र का क्षेत्रफल $= 1039.5 + 693 \text{ cm}^2$ (13)
 $= 1732.5 \text{ cm}^2$

(iv) Black अंक वाले क्षेत्र का क्षेत्रफल $= 1732.5 + 693 \text{ cm}^2$
 $= 2425.5 \text{ cm}^2$

(v) White अंक वाले क्षेत्र का क्षेत्रफल $= 2425.5 + 693 \text{ cm}^2$
 $= 3118.5 \text{ cm}^2$

(4) \therefore कार के पहिए का व्यास $= 80 \text{ cm}$
 \therefore त्रिज्या $= r = 40 \text{ cm}$

\therefore पहिए द्वारा 1 चक्कर में तय की गयी दूरी $= 2\pi r$
 $= 2 \times \frac{22}{7} \times 40$

फिर,
 $= \frac{1760}{7} \text{ cm}$

गाड़ी की चाल $= 66 \text{ km/h}$
 $= \frac{66 \times 1000 \times 100}{60 \times 60} \text{ cm/मिनट}$

$= 1100000 \text{ cm/मिनट}$

\therefore गाड़ी द्वारा 1 मिनट में तय की दूरी $= 1100000 \text{ cm}$

\therefore गाड़ी द्वारा 10 मिनट में तय की दूरी $= 1100000 \times 10 \text{ cm}$
 $= 11000000 \text{ cm}$

\therefore 10 मिनट में अगार्ये गए चक्करो की संख्या $= \frac{11000000}{1760}$

$= \frac{625 \times 7}{1760}$
 $= \frac{11000000 \times 7}{1760}$
 $= 625 \times 7$
 $= 4375 \text{ चक्कर}$ Ans

Q5) माना कि वृत्त की त्रिज्या = r

~~∴ $2\pi r$~~
प्रश्न से,

वृत्त का परिमाप = वृत्त का क्षेत्र

$$\Rightarrow 2\pi r = \pi r^2$$

$$\Rightarrow 2r = r \times r$$

$$\Rightarrow 2 = r$$

$$\Rightarrow r = 2 \text{ मात्रक}$$

(A) 

~~वृत्त का क्षेत्रफल = πr^2~~
~~वृत्त का परिमाप = $2\pi r$~~

~~वृत्त का क्षेत्रफल = $\pi \times 2^2 = 4\pi$~~
~~वृत्त का परिमाप = $2\pi \times 2 = 4\pi$~~