

पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन

* घनाकृति या ठोस (Solid):- तीन विमाओं वाली आकृति को घनाकृति या ठोस कहते हैं।

जैसे:- ईंट, बक्सा, मानचिस की डिब्बिया, कमरा प्लेट, जग, डक्टर इत्यादि ।

=> इन सभी आकृतियों में लम्बाई, चौड़ाई तथा गहराई/ऊँचाई होती है।

इसलिए इन्हें त्रिविमीय (three dimension) आकृतियाँ कहते हैं।

* आयतन:- किसी ठोस वस्तु द्वारा घेरे गए स्थान को मापा जा सकता है। यही माप वस्तु का आयतन कहलाता है।

* सतह/पृष्ठ/फलक :- किसी ठोस को घेरने वाली सतहें ठोस की सतह या पृष्ठ या फलक (Surface) कहलाती हैं।

* घनाभ (Cuboid) :- एक आयताकार पृष्ठों से घिरे आकृति को घनाभ कहते हैं।

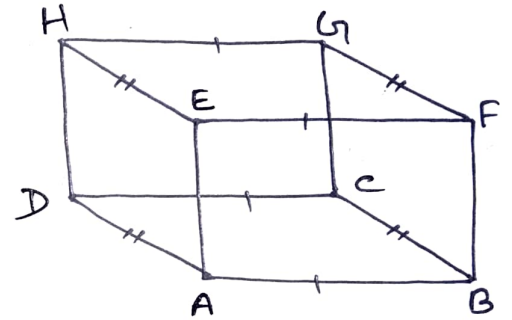
जैसे:- दियासलाई की डिब्बिया, ईंट, बक्सा आदि।

\Rightarrow घनाभ के आमने-सामने के पृष्ठ बराबर तथा समांतर होते हैं।

\Rightarrow विपरीत शीर्षों को मिलाने वाली रेखा घनाभ का विकर्ण कहलाता है।

\Rightarrow घनाभ में कुल चार विकर्ण होते हैं जिनकी लम्बाइयाँ बराबर होती हैं।

\Rightarrow किनारा - 12
शीर्ष - 8
पृष्ठ/फलक - 6
विकर्ण - 4



सूत्र (Formula) :-

(1) घनाभ का कुल पृष्ठीय क्षेत्र = $2(lb + bh + lh)$

जहाँ

$l \rightarrow$ लम्बाई

$b \rightarrow$ चौड़ाई

$h \rightarrow$ ऊँचाई

घनाभ का विकर्ण = $\sqrt{l^2 + b^2 + h^2}$

घनाभ का आयतन = $l \times b \times h$

= लम्बाई \times चौड़ाई \times ऊँचाई

* घन (Cube):- जिस घनाभ की लम्बाई, चौड़ाई तथा ऊँचाई तीनों बराबर हों उसे घन कहते हैं।

जैसे:- पासा,

\Rightarrow घन के सभी फलक वर्गाकार होते हैं। इसके सभी भुजाओं (किनारों) की लम्बाई समान होती है।

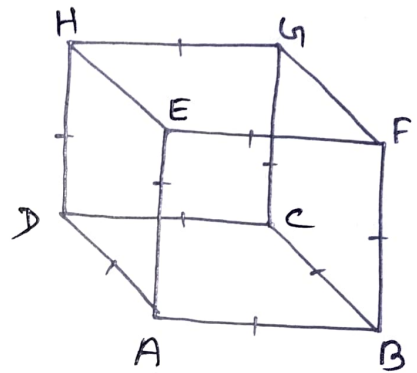
\Rightarrow घन में भी कुल चार विकर्ण होते हैं।

\Rightarrow किनारा/भुजा $\rightarrow 12$

शीर्ष $\rightarrow 8$

पृष्ठ/फलक $\rightarrow 6$

विकर्ण $\rightarrow 4$



सूत्र (Formula):-

$$\begin{aligned} \langle 1 \rangle \text{ घन का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल} &= 6 \times \text{भुजा}^2 \\ &= 6a^2 \quad (\because \text{भुजा} = a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \langle 2 \rangle \text{ घन का पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल} &= 4 \times \text{भुजा}^2 \\ &= 4a^2 \quad (\because \text{भुजा} = a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \langle 3 \rangle \text{ घन का विकर्ण} &= \sqrt{3} \times \text{भुजा} \\ &= \sqrt{3}a \quad (\because \text{भुजा} = a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \langle 4 \rangle \text{ घन का आयतन} &= (\text{भुजा})^3 \\ &= a^3 \quad (\because \text{भुजा} = a) \end{aligned}$$

$\langle 5 \rangle$ घन की लम्बाई, चौड़ाई तथा ऊँचाई तीनों आपस में बराबर होता है।

* कमरे के चारों दीवारों का क्षेत्रफल = $2(\text{लम्बाई} + \text{चौड़ाई}) \times \text{ऊँचाई}$ (4)
 $= 2(l+b) \times h$

* कमरे के छत का क्षेत्रफल या फर्श का क्षेत्रफल = $\text{लम्बाई} \times \text{चौड़ाई}$

* यदि किसी घनाभ के संलग्न पृष्ठों के क्षेत्रफल x, y, z और आयतन V हो तो —

$$V^2 = xyz$$

* ढक्कनदार संदूक के संबंध में कुछ बातें —

<1> जब संदूक ढक्कनदार हो —

$$\text{भीतरी लम्बाई} = \text{बाहरी लम्बाई} - 2 \times \text{मोटाई}$$

$$\text{भीतरी चौड़ाई} = \text{बाहरी चौड़ाई} - 2 \times \text{मोटाई}$$

$$\text{भीतरी ऊँचाई} = \text{बाहरी ऊँचाई} - 2 \times \text{मोटाई}$$

<2> जब संदूक बिना ढक्कन का हो —

$$\text{भीतरी लम्बाई} = \text{बाहरी लम्बाई} - 2 \times \text{मोटाई}$$

$$\text{भीतरी चौड़ाई} = \text{बाहरी चौड़ाई} - 2 \times \text{मोटाई}$$

$$\text{भीतरी ऊँचाई} = \text{बाहरी ऊँचाई} - \text{मोटाई}$$

Note:-

घनाभ के छः फलकों में से नीचले और ऊपरी फलकों को छोड़कर शेष चार फलकों का क्षेत्रफल घनाभ का पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल कहलाता है।

$$\therefore \text{घनाभ का पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्र} = 2(l+b) \times h$$



Exercise - 13.1

5

<1>

टलास्टिक के डिब्बे की लम्बाई $= l = 1.5 \text{ m}$

चौड़ाई $= b = 1.25 \text{ m}$

गहराई $= h = 65 \text{ cm}$

$$= \frac{65}{100} \text{ m}$$

$$= 0.65 \text{ m}$$

(i) डिब्बिया बनाने के लिए आवश्यक टलास्टिक शीट का क्षेत्रफल

$=$ डिब्बे का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल - ऊपरी भाग का क्षेत्र

$$= 2(lb + bh + lh) - lb$$

$$= 2(1.5 \times 1.25 + 1.25 \times 0.65 + 1.5 \times 0.65) - 1.5 \times 1.25 \text{ m}^2$$

$$= 2(1.875 + 0.8125 + 0.975) - 1.875 \text{ m}^2$$

$$= 2 \times 3.6625 - 1.875 \text{ m}^2$$

$$= 7.325 - 1.875 \text{ m}^2$$

$$= 5.45 \text{ m}^2$$

\therefore डिब्बे बनाने के लिए आवश्यक टलास्टिक शीट का क्षेत्र $= 5.45 \text{ m}^2$

Ans

(ii) टलास्टिक शीट का मूल्य $= ₹ 20 \times 5.45$

$$= ₹ 109$$

$$= 109 \text{ ₹}$$

Am

(2.) कमरे की लम्बाई = $l = 5\text{m}$

चौड़ाई = $b = 4\text{m}$

ऊँचाई = $h = 3\text{m}$

$$\begin{aligned}\therefore \text{कमरे के चारों दीवारों का क्षेत्र} &= 2(l+b) \times h \\ &= 2(5+4) \times 3 \\ &= 2 \times 9 \times 3 \\ &= 54\text{m}^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{कमरे की छत का क्षेत्र} &= l \times b \\ &= 5 \times 4 \\ &= 20\text{m}^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{कमरे की चारों दीवारों एवं छत का क्षेत्र} &= 54 + 20 \\ &= 74\text{m}^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{सफेदी कराने का व्यय} &= \text{₹. } 50 \times 74 \\ &= \text{₹. } 555.00 \\ &= \text{₹. } 555\end{aligned}$$

Ans

(3) कमरे के फर्श का परिमाण = 250m

$$\Rightarrow 2(l+b) = 250$$

$$\Rightarrow l+b = \frac{250}{2}^{125}$$

$$\Rightarrow l+b = 125 \rightarrow \textcircled{1}$$

माना कि हॉल की ऊँचाई = h m

अब,

$$\text{पेंट करवाई जानेवाली दीवारों का क्षेत्र} = \frac{15000}{10} \text{ m}^2$$

$$\Rightarrow 2(l+b) \times h = 1500 \text{ m}^2$$

$$\Rightarrow 2 \times 125 \times h = 1500$$

$$\Rightarrow h = \frac{1500}{2 \times 125} = 6$$

$$\Rightarrow h = 6 \text{ m}$$

\therefore हॉल की ऊँचाई = 6m



(4) एक्ईट की लम्बाई = $l = 22.5 \text{ cm}$

चोड़ाई = $b = 10 \text{ cm}$

ऊँचाई = $h = 7.5 \text{ cm}$

$$\therefore \text{पेंट की जानेवाली एक्ईट का पृष्ठीय क्षेत्रफल} = 2(lb + bh + lh)$$

$$= 2(22.5 \times 10 + 10 \times 7.5 + 22.5 \times 7.5)$$

$$= 2(225 + 75 + 168.75) \text{ cm}^2$$

$$= 2 \times 468.75 \text{ cm}^2$$

$$= 937.5 \text{ cm}^2$$

$$\therefore \text{पेंट की जानेवाली ईंटों की संख्या} = \frac{9.375 \text{ m}^2}{937.5 \text{ cm}^2}$$

$$= \frac{9375 \times 100 \times 100 \text{ cm}^2}{937.5 \text{ cm}^2}$$

$$= \frac{9375 \times 100 \times 100 \times 100}{1000 \times 9375}$$

$$= 100 \text{ Ans}$$

(5) घनाकार डिब्बे की प्रत्येक किनारे की लम्बाई = $a = 10 \text{ cm}$

$$\therefore \text{घनाकार डिब्बे का पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्र} = 4a^2$$

$$= 4 \times 10^2$$

$$= 4 \times 100$$

$$= 400 \text{ cm}^2$$

फिर,

$$\text{घनाभाकार डिब्बे की लम्बाई} = l = 12.5 \text{ cm}$$

$$\text{चौड़ाई} = b = 10 \text{ cm}$$

$$\text{ऊँचाई} = h = 8 \text{ cm}$$

$$\therefore \text{घनाभाकार डिब्बे का पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्र} = 2(l+b) \times h$$

$$= 2(12.5+10) \times 8$$

$$= 2 \times 22.5 \times 8$$

$$= 360 \text{ cm}^2$$

$$\therefore \text{पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफलों में अंतर} = 400 - 360 \text{ cm}^2$$

$$= 40 \text{ cm}^2$$

अतः

घनाकार डिब्बे का पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल घनाभाकार डिब्बे के पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल से 40 cm^2 अधिक है।

Ans

(ii) घनाकार डिब्बे का कुल पृष्ठीय क्षेत्र = $6a^2$

$$= 6 \times 10 \times 10$$

$$= 600 \text{ cm}^2$$

$$\text{घनाभाकार डिब्बे का कुल पृष्ठीय क्षेत्र} = 2(lb+bh+lh)$$

$$= 2(12.5 \times 10 + 10 \times 8 + 12.5 \times 8)$$

$$= 2(125 + 80 + 100)$$

$$= 2 \times 305 \text{ cm}^2$$

$$= 610 \text{ cm}^2$$

$$\therefore \text{कुल पृष्ठीय क्षेत्रफलों में अंतर} = 610 \text{ cm}^2 - 600 \text{ cm}^2 \\ = 10 \text{ cm}^2$$

अतः

घनाकार डिब्बे का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल घनाभाकार डिब्बे के कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल से 10 cm^2 कम है।

Ans

(6) (i) पौधा घर की लम्बाई $= l = 30 \text{ cm}$
 चौड़ाई $= b = 25 \text{ cm}$
 ऊँचाई $= h = 25 \text{ cm}$

$$\therefore \text{पौधा घर का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल} = 2(lb + bh + lh) \\ = 2(30 \times 25 + 25 \times 25 + 30 \times 25) \\ = 2(750 + 625 + 750) \\ = 2 \times 2125 \\ = 4250 \text{ cm}^2$$

$$\therefore \text{पौधा घर में प्रयुक्त शीशे की पट्टियों का क्षेत्र} = 4250 \text{ cm}^2$$

Ans

(ii) *

12 किनारों के लिए आवश्यक टेपों की कुल लम्बाई $= 12$ किनारों की लम्बाई

$$= 4l + 4b + 4h$$

$$= 4(l + b + h)$$

$$= 4(30 + 25 + 25)$$

$$= 4 \times 80$$

$$= 320 \text{ cm}$$

Ans

(7) बड़े डिब्बे के लिए —

$$\text{लम्बाई} = l = 25 \text{ cm}$$

$$\text{चौड़ाई} = b = 20 \text{ cm}$$

$$\text{ऊँचाई} = h = 5 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} \therefore 1 \text{ बड़े डिब्बे का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल} &= 2(lb + bh + lh) \\ &= 2(25 \times 20 + 20 \times 5 + 25 \times 5) \\ &= 2(500 + 100 + 125) \\ &= 2 \times 725 \\ &= 1450 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

अतिव्यापिकता के लिए,

$$\text{गत्ते का क्षेत्रफल} = 1450 \text{ का } 5\%$$

$$= 1450 \times \frac{5}{100}$$

$$= 72.5 \text{ cm}^2$$

$$\begin{aligned} \therefore 1 \text{ बड़े डिब्बे को बनाने के लिए लगे गत्ते का क्षेत्रफल} &= 1450 + 72.5 \\ &= 1522.5 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore 250 \text{ बड़े डिब्बे को बनाने के लिए लगे गत्ते का क्षेत्रफल} &= 250 \times 1522.5 \\ &= 380625 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

फिर,

छोटे डिब्बे के लिए —

$$\text{लम्बाई} = l = 15 \text{ cm}$$

$$\text{चौड़ाई} = b = 12 \text{ cm}$$

$$\text{ऊँचाई} = h = 5 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} \therefore 1 \text{ छोटे डिब्बे का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल} &= 2(lb + bh + lh) \\ &= 2(15 \times 12 + 12 \times 5 + 15 \times 5) \\ &= 2(180 + 60 + 75) \\ &= 2 \times 315 \\ &= 630 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

अतिव्यापिका के लिए,

$$\text{गते का क्षेत्रफल} = 630 \text{ का } 5\%$$

$$= 630 \times \frac{5}{100} \text{ cm}^2$$

$$= 31.5 \text{ cm}^2$$

$$\therefore 1 \text{ छोटे डिब्बे को बनाने के लिए लगे गते का क्षेत्र} = 630 + 31.5$$

$$= 661.5 \text{ cm}^2$$

$$\therefore 250 \text{ डिब्बे को बनाने के लिए लगे गते का क्षेत्र} = 250 \times 661.5$$

$$= 165375 \text{ cm}^2$$

इस प्रकार,

$$500 \text{ डिब्बों को बनाने के लिए लगे गते का क्षेत्र} = 380625 + 165375$$

$$= 546000 \text{ cm}^2$$

$$\therefore \text{कार्ड बोर्ड का लागत खर्च} = \frac{4}{1000} \times 546000 \text{ रु}$$

$$= 2184 \text{ रु}$$

Ans

(8) ढाँचे की लम्बाई $= l = 4 \text{ m}$

चोड़ाई $= b = 3 \text{ m}$

ऊँचाई $= h = 2.5 \text{ m}$

$$\therefore \text{आवश्यक तिरपाल का क्षेत्रफल} = \text{चारों दीवारों का क्षेत्र} + \text{छत का क्षेत्र}$$

$$= 2(l+b) \times h + lb$$

$$= 2(4+3) \times 2.5 + 4 \times 3$$

$$= 2 \times 7 \times 2.5 + 12$$

$$= 35 + 12$$

$$= 47 \text{ m}^2$$

$$\therefore \text{ढाँचे को बनाने के लिए आवश्यक तिरपाल का क्षेत्र} = 47 \text{ m}^2$$