

9.) सत्यापित कीजिए :-

(i) $x^3 + y^3 = (x+y)(x^2 - xy + y^2)$

R.H.S,

$$(x+y)(x^2 - xy + y^2) = x(x^2 - xy + y^2) + y(x^2 - xy + y^2)$$

$$= x^3 - \cancel{xy^2} + \cancel{xy^2} + \cancel{xy^2} - \cancel{xy^2} + y^3$$

$$= x^3 + y^3 = \text{L.H.S}$$

सिद्ध

(ii) $x^3 - y^3 = (x-y)(x^2 + xy + y^2)$

R.H.S,

$$(x-y)(x^2 + xy + y^2) = x(x^2 + xy + y^2) - y(x^2 + xy + y^2)$$

$$= x^3 + \cancel{xy^2} + \cancel{xy^2} - \cancel{xy^2} - \cancel{xy^2} - y^3$$

$$= x^3 - y^3$$

$$\therefore \text{L.H.S} = \text{R.H.S}$$

सिद्ध

10.) निम्नलिखित में से प्रत्येक का गुणखंड कीजिए -

(i) $27y^3 + 125z^3 = (3y)^3 + (5z)^3$

$$= (3y + 5z) [(3y)^2 - 3y \times 5z + (5z)^2]$$

$$[a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)]$$

$$= (3y + 5z) (9y^2 - 15yz + 25z^2)$$

(ii) $64m^3 - 343n^3 = (4m)^3 - (7n)^3$

$$= (4m - 7n) [(4m)^2 + 4m \times 7n + (7n)^2]$$

$$= (4m - 7n) (16m^2 + 28mn + 49n^2)$$

14.) गुणखण्ड कीजिए -

$$27x^3 + y^3 + z^3 - 9xyz$$

$$= (3x)^3 + y^3 + z^3 - 3 \times 3x \times y \times z$$

$$= (3x + y + z) [(3x)^2 + y^2 + z^2 - 3x \cdot y - yz - z \cdot 3x]$$

$$[\because a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a+b+c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)]$$

$$= (3x + y + z) (9x^2 + y^2 + z^2 - 3xy - yz - 3xz)$$

12.) सत्यापित कीजिए :-

$$x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = \frac{1}{2} (x+y+z) [(x-y)^2 + (y-z)^2 + (z-x)^2]$$

L.H.S,

$$x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$$

$$= (x+y+z) (x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx)$$

$$= (x+y+z) \cdot \frac{1}{2} (2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 2xy - 2yz - 2zx)$$

$$= (x+y+z) \cdot \frac{1}{2} [x^2 + x^2 + y^2 + y^2 + z^2 + z^2 - 2xy - 2yz - 2zx]$$

$$= \frac{1}{2} (x+y+z) [(x^2 + y^2 - 2xy) + (y^2 + z^2 - 2yz) + (z^2 + x^2 - 2zx)]$$

$$= \frac{1}{2} (x+y+z) [(x-y)^2 + (y-z)^2 + (z-x)^2]$$

$$= \underline{\underline{\text{Ans}}}$$

13.) यदि $x+y+z=0$ हो,

$$x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = (x+y+z) (x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx)$$

$$= 0 \times (x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx)$$

$$= 0$$

$$\therefore x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = 0$$

$$\Rightarrow x^3 + y^3 + z^3 = 3xyz$$

$$\underline{\underline{\text{Proved}}}$$

14.) वास्तव में घनों का परिकल्पन बिना निम्नलिखित में से प्रत्येक का मान ज्ञात कीजिए -

(i) $(-12)^3 + (7)^3 + (5)^3$

माना कि,

$$x = -12$$

$$y = 7$$

$$z = 5$$

$$\begin{aligned}\therefore x + y + z &= -12 + 7 + 5 \\ &= -12 + 12 \\ &= 0\end{aligned}$$

$$\therefore x^3 + y^3 + z^3 = 3xyz$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow (-12)^3 + (7)^3 + (5)^3 &= 3 \times (-12) \times 7 \times 5 \\ &= -1260\end{aligned}$$

(ii) $(28)^3 + (-15)^3 + (-13)^3$

माना कि,

$$x = 28$$

$$y = -15$$

$$z = -13$$

$$\begin{aligned}\therefore x + y + z &= 28 + (-15) + (-13) \\ &= 28 - 15 - 13 \\ &= 28 - 28 \\ &= 0\end{aligned}$$

$$\therefore x^3 + y^3 + z^3 = 3xyz$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow (28)^3 + (-15)^3 + (-13)^3 &= 3 \times 28 \times (-15) \times (-13) \\ &= 16380\end{aligned}$$

15) नीचे दिए गए आयतों, जिनमें उनके क्षेत्रफल दिए गए हैं, में से प्रत्येक की लम्बाई और चौड़ाई के लिए संभव व्यंजक दीजिए -

$$\begin{aligned} \text{(i) क्षेत्रफल} &= 25a^2 - 35a + 12 \\ &= 25a^2 - 20a - 15a + 12 \\ &= 5a(5a - 4) - 3(5a - 4) \\ &= (5a - 3)(5a - 4) \end{aligned}$$

∴

$$\begin{aligned} \therefore \text{लम्बाई} &= 5a - 3 \\ \text{चौड़ाई} &= 5a - 4 \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} \text{लम्बाई} &= 5a - 3 \\ \text{चौड़ाई} &= 5a - 4 \end{aligned}} \right\} \text{✓}$$

$$\begin{aligned} \text{(ii) क्षेत्रफल} &= 35y^2 + 13y - 12 \\ &= 35y^2 + 28y - 15y - 12 \\ &= 7y(5y + 4) - 3(5y + 4) \\ &= (7y - 3)(5y + 4) \end{aligned}$$

∴

$$\begin{aligned} \text{लम्बाई} &= 7y - 3 \\ \text{चौड़ाई} &= 5y + 4 \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} \text{लम्बाई} &= 7y - 3 \\ \text{चौड़ाई} &= 5y + 4 \end{aligned}} \right\} \text{✓}$$