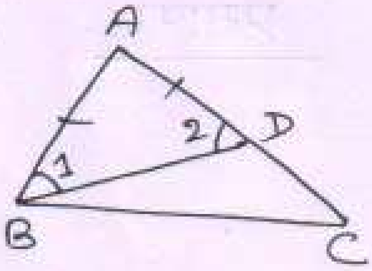
प्रमेय - 7.6 यदि किसी त्रिभुज की दो भुजाएँ असमान हो, तो लम्बी भुजा के सामने का सम्मुख कोण बड़ा होता है।

दिया है:- $\Delta ABC$ में,

$AC > AB$

सिद्ध करना है:- $\angle ABC > \angle ACB$




रचना :- भुजा AC पर बिन्दु D इस प्रकार लिया कि $AB = AD$ ।

BD को मिलाया ।

प्रमाण:- $\Delta ABD$ में,

$AB = AD$

$\therefore \angle 1 = \angle 2$ —— (I) [समान भुजाओं के सम्मुख कोण समान है]

लेकिन,

$\angle 2$, $\Delta BCD$ का बहिष्कोण है।

$\therefore \angle 2 > \angle ACB$ —— (II)

समी॰ (I) तथा (II) से,

$\angle 1 > ACB$ —— (III)

लेकिन,

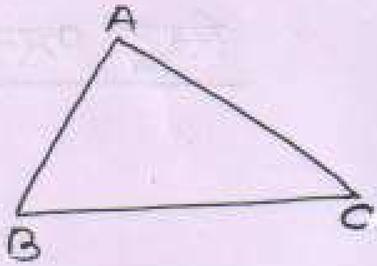
$\angle ABC > \angle 1$ —— (IV)

समी॰ (III) तथा (IV) से,

$\angle ABC > \angle ACB$

सिद्ध

प्रमेय-7.7 यदि किसी त्रिभुज के दो कोण असमान हो, तो बड़े कोण की सम्मुख भुजा बड़ी (लम्बी) होती है।




दिया है:- $\triangle ABC$ में,

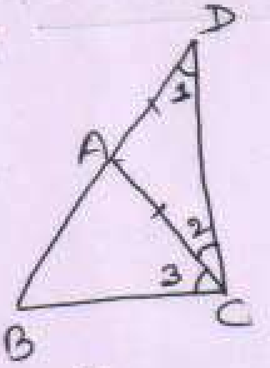
$\angle ABC > \angle ACB$

सिद्ध करना है:- $AC > AB$

प्रमेय - 7.8 त्रिभुज की किन्ही दो भुजाओ का योग तीसरी भुजा से बड़ा होता है।

दिया है:- ABC एक त्रिभुज है।

सिद्ध करना है:- (I) $AB + AC > BC$
(II) $AB + BC > AC$
(III) $BC + AC > AB$



रचना:- भुजा BA को बढ़ाया
तथा $AC = AD$ बनाया।

प्रमाण:- $\Delta ACD$ में,

$AC = AD$ [रचना से]

$\therefore \angle 1 = \angle 2$ [समान भुजाओ के सम्मुख कोण समान होते है।]

$\therefore \angle 2 = \angle 1$

$\Rightarrow \angle 2 + \angle 3 > \angle 1$

$\Rightarrow \angle BCD > \angle 1$

$\therefore BD > BC$ [बड़े कोण की सम्मुख भुजा बड़ी होती है।]

$\Rightarrow AB + AD > BC$

$\Rightarrow AB + AC > BC$

इसी प्रकार से,

$AB + BC > AC$

और $BC + AC > AB$

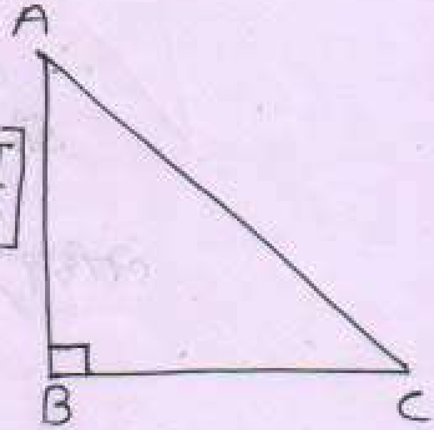
सिद्ध

## Exercise - 7.4

⟨1⟩ दर्शाइए कि समकोण त्रिभुज में कर्ण सबसे लंबी भुजा होती है।

**दिया है:-** समकोण $\Delta ABC$ में,
$\angle B = 90^\circ$

**सिद्ध करना है:-** कर्ण AC, समकोण $\Delta ABC$ में सबसे लंबी भुजा है।




**प्रमाण:-** $\Delta ABC$ में,

$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ [त्रिभुज के कोणों का गुण]

$\Rightarrow \angle A + 90^\circ + \angle C = 180^\circ$

$\Rightarrow \angle A + \angle C = 180^\circ - 90^\circ$

$\Rightarrow \angle A + \angle C = 90^\circ$

$\therefore \angle A < 90^\circ$

$\Rightarrow \angle A < \angle B$

$\Rightarrow \angle B > \angle A$ एवं $\angle B > \angle C$

$\therefore AC > BC$ एवं $AC > AB$

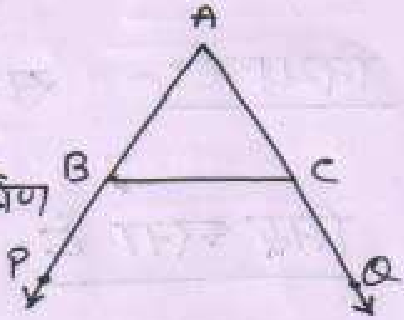
$\therefore$ AC, $\Delta ABC$ में सबसे लम्बी भुजा है।

सिद्ध

<2> दिया है:- $\Delta ABC$ की भुजाओं AB और AC को क्रमश: बिंदुओं P और Q तक बढ़ाया गया है।

$\angle PBC < \angle QCB$

सिद्ध करना है:- $AC > AB$



प्रमाण:- ∵ किसी त्रिभुज का बहिष्कोण अपने अन्त: कोणों के योगफल के बराबर होता है।

∴ बहिष्कोण $\angle PBC = \angle A + \angle ACB$.

और

बहिष्कोण $\angle QCB = \angle A + \angle ABC$

लेकिन,

$\angle PBC < \angle QCB$

$\Rightarrow \cancel{\angle A} + \angle ACB < \cancel{\angle A} + \angle ABC$

$\Rightarrow \angle ACB < \angle ABC$

$\Rightarrow AB < AC$

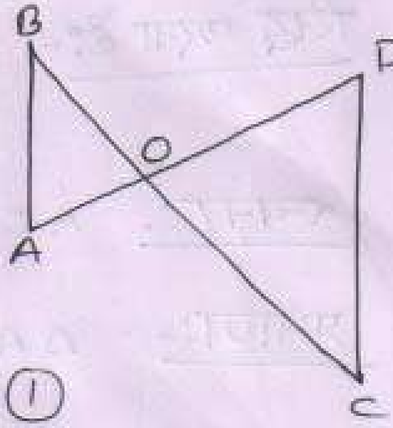
∴ $AC > AB$

सिद्ध

(3.) <u>दिया है:-</u> $\angle B < \angle A$

$\angle C < \angle D$

<u>सिद्ध करना है:-</u> $AD < BC$



<u>प्रमाण:-</u> $\triangle OAB$ में,

$\angle B < \angle A$

$\therefore$ $OA < OB$ — (I)

और

$\because$ $\triangle OCD$ में,

$\angle C < \angle D$

$\therefore$ $OD < OC$ — (II)

समी० (I) तथा (II) को जोड़ने पर

$OA + OD < OB + OC$

$\Rightarrow$ $AD < BC$

<u>सिद्ध</u>

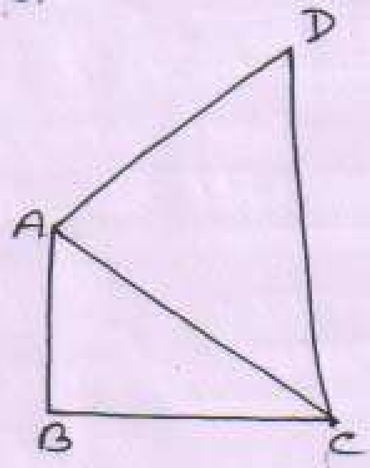
(4) <u>दिया है:-</u> चतुर्भुज ABCD में,

AB सबसे छोटी भुजा है,

तथा CD सबसे बड़ी भुजा है।

<u>सिद्ध करना है:-</u> (i) $\angle A > \angle C$

(ii) $\angle B > \angle D$




<u>रचना:-</u> AC को मिलाया।

<u>प्रमाण:-</u> $\Delta ABC$ में,

$BC > AB$

$\therefore \angle BAC > \angle BCA$ —— (1)

फिर,

$\Delta ACD$ में,

$CD > AD$

$\therefore \angle CAD > \angle ACD$ —— (ii)

समी० (1) तथा (ii) को जोड़ने पर

$\angle BAC + \angle CAD > \angle BCA + \angle ACD$

$\Rightarrow \angle A > \angle C$

<u>सिद्ध</u>

(ii) यदि BD को मिलाया दिया जाए तो

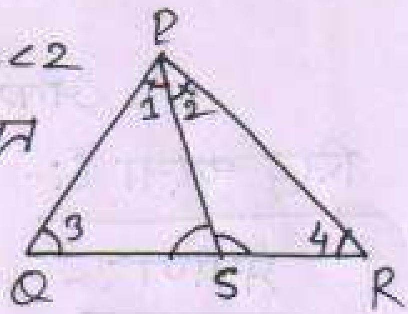
$\angle B > \angle D$ साबित किया जा सकता है

<u>सिद्ध</u>

(5) दिया है:- $\Delta PQR$ में,

$PR > PQ$ और $\angle 1 = \angle 2$

PS, $\angle QPR$ को समद्विभाजित करता है।




सिद्ध करना है:- $\angle PSR > \angle PSQ$

प्रमाण:- $\Delta PQR$ में,

$PR > PQ$

$\therefore \angle 3 > \angle 4$

$\Rightarrow \angle 3 - \angle 4 > 0$ —— (1)

$\because$ त्रिभुज के तीनो कोणों का योग $180°$ होता है।

$\therefore \Delta PRS$ में,

$\angle PSR + \angle 2 + \angle 4 = 180°$ —— (II)

और,

$\Delta PQS$ में,

$\angle PSQ + \angle 1 + \angle 3 = 180°$ —— (III)

समी० (1) तथा (II) से,

$\angle PSR + \angle 2 + \angle 4 = \angle PSQ + \angle 1 + \angle 3$

$\Rightarrow \angle PSR + \cancel{\angle 1} + \angle 4 = \angle PSQ + \cancel{\angle 1} + \angle 3$ [$\angle 1 = \angle 2$]

$\Rightarrow \angle PSR + \angle 4 = \angle PSQ + \angle 3$

$\Rightarrow \angle PSR - \angle PSQ = \angle 3 - \angle 4$

$\Rightarrow \angle PSR - \angle PSQ > 0$

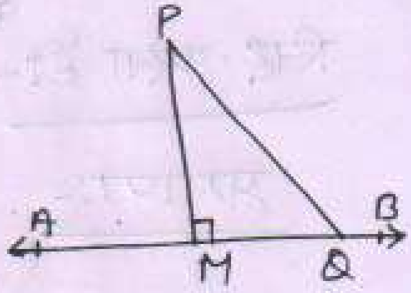
$\Rightarrow \angle PSR > \angle PSQ$

सिद्ध

(6) दिया है:- AB एक रेखा है और P एक बिन्दु है जो रेखा AB पर स्थित नहीं है।

$PM \perp AB$ तथा Q रेखा AB पर M से अलग कोई बिन्दु है।

सिद्ध करना है:- $PM < PQ$




प्रमाण:- $\Delta PMQ$ में,

$\angle M = 90^\circ$

$\therefore \angle Q$, एक न्यून कोण है।

$\therefore \angle M > \angle Q$

$\Rightarrow PQ > PM$

$\Rightarrow PM < PQ$

सिद्ध