Class-IX

CHAPTER-6
रेखाएँ और कोण

* **रेखा (LINE)** :- रेखा वह है जिसमे केवल लम्बाई होती है, चौड़ाई एवं मोटाई नही होती है। इसे दोनो ही दिशाओ में अनन्त तक बढ़ाया जा सकता है।

⇒ रेखा का एक भी अन्त बिन्दु नही होता है।

$\boxed{\overleftrightarrow{AB} \rightarrow \text{रेखा } AB}$

* **रेखाखण्ड (LINE SEgment)** :-

⇒ एक रेखा का वह भाग जिसके दो अन्त बिन्दु हो, एक रेखाखण्ड कहलाता है।

⇒ रेखाखण्ड की लम्बाई निश्चित होती है।

$\boxed{\overline{AB} \rightarrow \text{रेखाखण्ड } AB}$

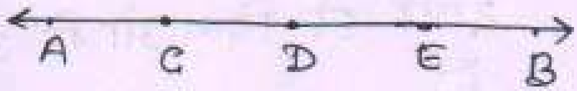
* **किरण (Ray)** :- एक रेखा का वह भाग जिसका एक अंतबिन्दु हो, एक किरण कहलाता है।

⇒ किरण की लम्बाई निश्चित नही होती है।

$\boxed{\overrightarrow{AB} \rightarrow \text{किरण } AB}$

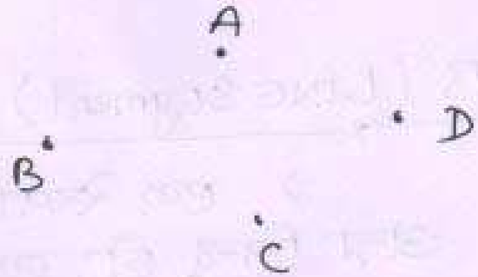
* संरेख बिन्दुएँ (Collinear Points):-

तीन या तीन से अधिक बिन्दुएँ संरेख कहलाती है यदि वे एक ही रेखा पर स्थित हो।



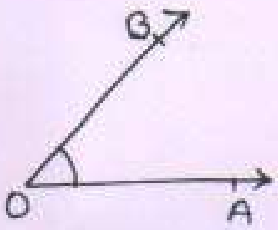
* असंरेख बिन्दुएँ (Non-collinear Points):-

तीन या तीन से अधिक बिन्दुएँ जो एक रेखा पर स्थित नहीं हो असंरेख बिन्दुएँ कहलाती है।



* कोण (Angle):-

एक ही अंतबिन्दु वाली दो किरणों के सम्मिलन को कोण कहते है।



कोण AOB या कोण BOA

अर्थात्

$\angle AOB$ या $\angle BOA$ या $\angle O$

लिख सकते है।

* कोणो के प्रकार (Kinds of Angle):-

(1) न्यूनकोण (Acute Angle):- वह कोण जिसकी माप 0° से बड़ा तथा 90° से छोटा हो न्यूनकोण कहलाता है।

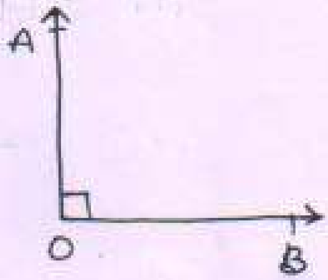
Example:- 40°, 50°, 80°, 89°

न्यूनकोण:- $\boxed{0^\circ < \text{न्यूनकोण} < 90^\circ}$

(2) समकोण (Right Angle):-

वह कोण जिसकी माप 90° हो, समकोण कहलाता है।

$\boxed{\angle AOB = 90^\circ}$

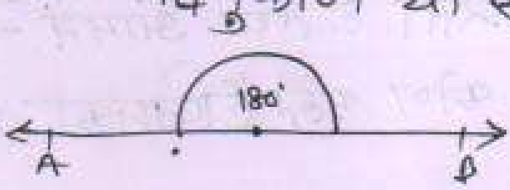


(3) अधिककोण (Obtuse Angle):-

वह कोण जिसकी माप 90° से अधिक तथा 180° से कम हो, अधिककोण कहलाता है।

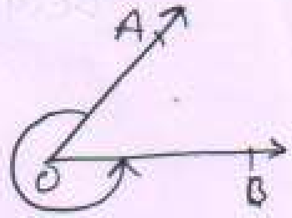
$\boxed{\angle AOB = \text{अधिककोण}}$

(4) ऋजुकोण (Straight Angle):- वह कोण जिसकी माप 180° हो उसे ऋजुकोण या सरल कोण कहते है।



5.) पुनर्युक्त कोण या प्रतिवर्ती कोण (Reflex Angle)

वह कोण जिसकी माप 180° से बड़ा तथा 360° से छोटा हो उसे पुनर्युक्त या प्रतिवर्ती कोण कहते है।



6.) पुरक कोण (Complementary Angle) :-

यदि दो कोणों को मापो का योग 90° हो, तो उसे पुरक कोण कहते है।

Example :- $40^\circ + 50^\circ = 90^\circ$

$\therefore$ 40° और 50° एक दुसरे पुरक कोण है।

7.) सम्पुरक कोण (Supplementary Angle) :-

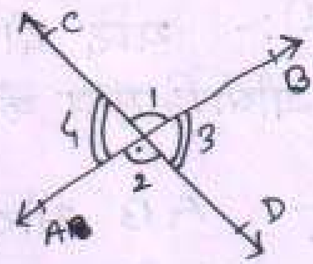
यदि दो कोणों की मापो का योग 180° हो, तो उसे सम्पुरक कोण कहते है।

Example :- 50° और 130° एक-दुसरे का सम्पुरक कोण है।

8.) शीर्षाभिमुख कोण (Vertically Opposite Angle) :-

जब दो रेखाएं परस्पर प्रतिच्छेद करती है तथा आमने-सामने के कोण को शीर्षाभिमुख कोण कहते है जिसका माप आपस में बराबर होते है।

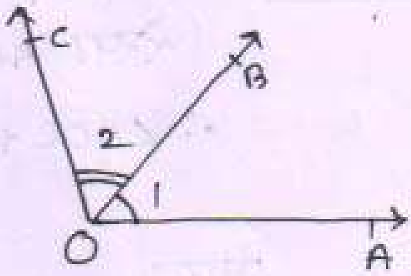
$\angle 1 = \angle 2$ } शीर्षाभिमुख कोण
$\angle 3 = \angle 4$



* आसन्न कोण (Adjacent Angle) :-

दो कोणों को आसन्न कोण कहते हैं यदि उनका शीर्ष एक ही बिन्दु हो तथा उनकी एक उभयनिष्ठ भुजा हो।

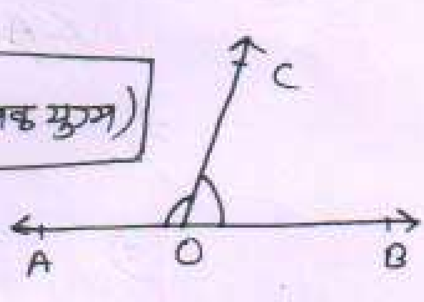
$\angle 1$ तथा $\angle 2$ आसन्न कोण हैं।



* कोणों का रैखिक युग्म (Linear Pair of Angles)

दो आसन्न कोणों का योगफल 180° हो तथा जिनकी भिन्न भुजाएँ दो विपरीत किरणें हों, कोणों का रैखिक युग्म कहलाता है।

$\therefore$ $\boxed{\angle AOC + \angle BOC = 180^\circ \text{ (रैखिक युग्म)}}$

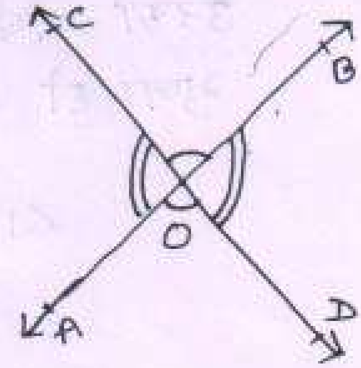


प्रमेय →(6·1):- यदि दो रेखाएँ परस्पर प्रतिच्छेद करती हैं, तो शीर्षाभिमुख कोण बराबर होते हैं।

दिया है:- AB और CD दो रेखाएँ हैं जो परस्पर 'O' बिन्दु पर प्रतिच्छेद करती हैं।

सिद्ध करना है:- (i) $\angle AOD = \angle BOC$

(ii) $\angle COA = \angle BOD$



प्रमाण:- ∵ किरण OC का शीर्ष 'O' रेखा AB पर स्थित है।

∴ $\angle AOC + \angle BOC = 180^\circ$ —(1)

[रैखिक युग्म]

फिर,

∵ किरण OA का शीर्ष 'O' रेखा CD पर स्थित है।

∴ $\angle AOC + \angle AOD = 180^\circ$ —(11) [रैखिक युग्म]

समी० (1) तथा (11) से,

$$\cancel{\angle AOC} + \angle BOC = \cancel{\angle AOC} + \angle AOD$$

$$\Rightarrow \angle BOC = \angle AOD$$

$$\Rightarrow \angle AOD = \angle BOC$$

इसी प्रकार से,

$$\angle COA = \angle BOD$$

सिद्ध

Ex - 6.1

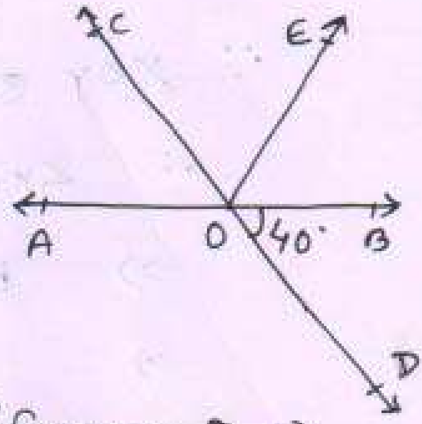
1.) दिया है:- रेखाएँ AB और CD बिंदु O पर प्रतिच्छेद करती है।

$\angle AOC + \angle BOE = 70^\circ$

$\angle BOD = 40^\circ$

$\angle BOE = ?$

प्रतिवर्ती $\angle COE = ?$



∵ रेखाएँ AB और CD परस्पर O बिन्दु प्रतिच्छेद करती है।

∴ $\angle AOC = \angle BOD$ (शीर्षाभिमुख कोण)

$\Rightarrow \angle AOC = 40^\circ$

लेकिन,

$\angle AOC + \angle BOE = 70^\circ$

$\Rightarrow 40^\circ + \angle BOE = 70^\circ$

$\Rightarrow \angle BOE = 70^\circ - 40^\circ$

$\Rightarrow \angle BOE = 30^\circ$

∵ AOB एक सरल रेखा है।

∴ $\angle AOC + \angle COE + \angle BOE = 180^\circ$

$\Rightarrow \angle AOC + \angle BOE + \angle COE = 180^\circ$

$\Rightarrow 70^\circ + \angle COE = 180^\circ$ [$\angle AOC + \angle BOE = 70^\circ$]

$\Rightarrow \angle COE = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$

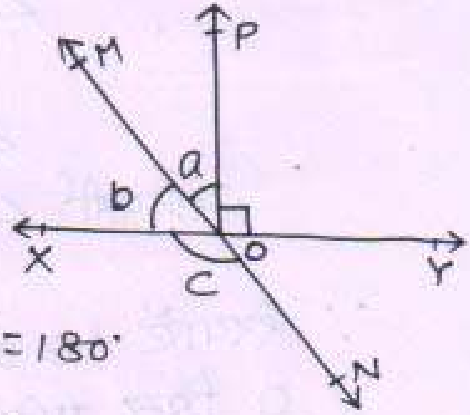
प्रतिवर्ती $\angle COE = 360^\circ - 110^\circ = 250^\circ$

2) दिया है:- रेखाएँ XY और MN बिन्दु O पर प्रतिच्छेद करती हैं।

$\angle POY = 90°$

$a : b = 2 : 3$

$c = ?$



∵ XOY एक सरल रेखा है।

$\therefore \angle XOM + \angle MOP + \angle POY = 180°$

$\Rightarrow b + a + 90° = 180°$

$\Rightarrow a + b = 180° - 90°$

$\Rightarrow a + b = 90°$ —— (1)

माना कि

$a = 2K$

$b = 3K$

समी० (1) से,

$a + b = 90°$

$\Rightarrow 2K + 3K = 90°$

$\Rightarrow 5K = 90°$

$\Rightarrow K = \frac{90°}{5} = 18°$

$\therefore a = 2K = 2 \times 18° = 36°$

$b = 3K = 3 \times 18° = 54°$

∵ रेखाएँ XY और MN बिन्दु O पर प्रतिच्छेद करती हैं।

$\therefore \angle XON = \angle MOY$ [शीर्षाभिमुख कोण]

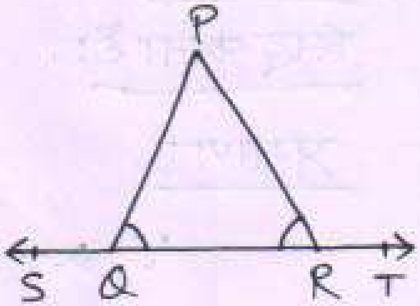
$\Rightarrow c = a + \angle POY$

$= 36° + 90°$

$= 126°$ Ans

3) दिया है:- $\angle PQR = \angle PRQ$

सिद्ध करना है:- $\angle PQS = \angle PRT$



प्रमाण:-

$\because$ $\angle PQS + \angle PQR = 180°$ —— (i) [रैखिक युग्म]

और

$\angle PRT + \angle PRQ = 180°$ —— (ii) [रैखिक युग्म]

समी० (i) तथा (ii) से,

$\angle PQS + \angle PQR = \angle PRT + \angle PRQ$

$\Rightarrow$ $\angle PQS + \cancel{\angle PRQ} = \angle PRT + \cancel{\angle PRQ}$

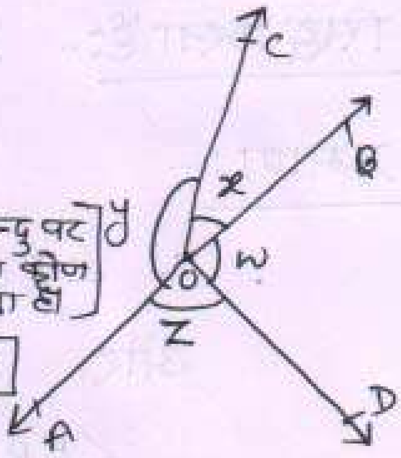
$\Rightarrow$ $\angle PQS = \angle PRT$

सिद्ध

4.) दिया है:- $x+y = w+z$

सिद्ध करना है:- AOB एक रेखा है।

प्रमाण:-



$\because x+y+z+w = 360^\circ$ [एक बिन्दु पर 360° का कोण बनता है]

$\Rightarrow x+y+x+y = 360^\circ$ [$x+y = w+z$]

$\Rightarrow 2(x+y) = 360^\circ$

$\Rightarrow x+y = \frac{360^\circ}{2}$

$\Rightarrow x+y = 180^\circ$

$\therefore$ यह एक रैखिक युग्म है

$\therefore$ AOB एक रेखा है

सिद्ध

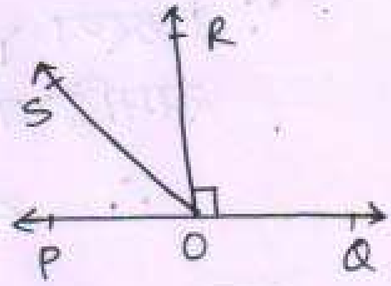
5) **दिया है:-** POQ एक रेखा है।

$OR \perp PQ$

किरणों OP और OR के बीच में OS एक किरण है।

सिद्ध करना है:- $\angle ROS = \frac{1}{2}(\angle QOS - \angle POS)$

प्रमाण:- $\because OR \perp PQ$



$\therefore \angle POR = \angle ROQ = 90^\circ$

$\Rightarrow \angle POS + \angle ROS = \angle ROQ$

दोनों तरफ $\angle ROS$ जोड़ने पर

$\Rightarrow \angle POS + \angle ROS + \angle ROS = \angle ROQ + \angle ROS$

$\Rightarrow \angle POS + 2\angle ROS = \angle QOS$

$\Rightarrow 2\angle ROS = \angle QOS - \angle POS$

$\Rightarrow \angle ROS = \frac{1}{2}(\angle QOS - \angle POS)$

सिद्ध

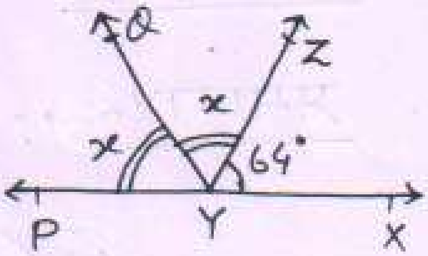
6) दिया है:- $\angle XYZ = 64^\circ$

XY को बिन्दु P तक बढ़ाया जाता है।

किरण YQ, $\angle ZYP$ को समद्विभाजित करती है।

$\angle XYQ = ?$

प्रतिवर्ती $\angle QYP = ?$



$\because$ किरण YQ, $\angle ZYP$ को समद्विभाजित करती है।

$\therefore \angle PYQ = \angle QYZ = x$ (माना)

फिर,

$\because$ PYX एक सरल रेखा है।

$\therefore \angle PYQ + \angle QYZ + \angle XYZ = 180^\circ$

$\Rightarrow x + x + 64^\circ = 180^\circ$

$\Rightarrow 2x = 180^\circ - 64^\circ$

$\Rightarrow 2x = 116^\circ$

$\Rightarrow x = \frac{116}{2} = 58^\circ$

$\therefore \angle XYQ = \angle QYZ + \angle XYZ$

$= x + 64^\circ$

$= 58^\circ + 64^\circ = 112^\circ$

$\angle QYP = x = 58^\circ$ Ans

प्रतिवर्ती $\angle QYP = 360^\circ - 58^\circ = 302^\circ$ Ans