class ...

CHAPTER-14

सांख्यिकी (Statistics)

* **सांख्यिकी :-** सांख्यिकी विज्ञान की वह शाखा है जिसमें आँकड़ो का एकत्रीकरण, वर्गीकरण, प्रस्तुतीकरण, विश्लेषण एवं व्याख्या की जाती है।

⇒ सांख्यिकी में आँकड़े विशेष उद्देश्यों के लिए एकत्र किये जाते है।

⇒ आँकड़े को दो भागो बाँटा गया है।

(i) अवर्गीकृत आँकड़ा

(ii) वर्गीकृत आँकड़ा

* **अवर्गीकृत आँकड़ो का समान्तर माध्य :- (Arithmetic Mean)**

प्रेक्षण → $x_1, x_2, x_3, x_4, \ldots\ldots x_n$

बारम्बारता → $f_1, f_2, f_3, f_4, \ldots\ldots, f_n$

① जब आँकड़े बारम्बारता बंटन सारणी के रूप में नही हो—

समान्तर माध्य/माध्य = $\dfrac{\text{कुल प्रेक्षणों का योगफल}}{\text{प्रेक्षणों की कुल संख्या}}$

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \ldots\ldots + x_n}{n}$$

जहाँ, n = प्रेक्षणो की कुल संख्या

उदाहरण :- यदि प्रेक्षण 3, 7, 5, 2, 8 हो तब उनका समान्तर माध्य क्या होगा।

Ans:- समान्तर माध्य = $\dfrac{3+7+5+2+8}{5}$

$= \dfrac{\cancel{25}}{\cancel{5}} = 5$ **Ans**

फिर,

(ii) यदि $x_1, x_2, x_3, \ldots\ldots x_n$ किसी आँकड़े के प्रेक्षण हो तथा $f_1, f_2, f_3, \ldots\ldots f_n$ इनकी संगत बारंबारताएँ हों।

सभी प्रेक्षणों का योगफल $= f_1x_1 + f_2x_2 + f_3x_3 + \cdots + f_nx_n$

प्रेक्षणों की कुल संख्या $= f_1 + f_2 + f_3 + \cdots + f_n$

$$\therefore \text{माध्य } (\bar{x}) = \frac{f_1x_1 + f_2x_2 + f_3x_3 + \cdots + f_nx_n}{f_1 + f_2 + f_3 + \cdots + f_n}$$

$$= \frac{\sum f_ix_i}{\sum f_i}$$

जहाँ $\sum \rightarrow$ सिगमा (कुल योग)

उदाहरण

x_i	f_i	f_ix_i
10	3	30
11	12	132
12	18	216
13	12	156
14	3	42
	$\sum f_i = 48$	$\sum f_ix_i = 576$

$$\therefore \text{माध्य} = \frac{\sum f_ix_i}{\sum f_i}$$

$$= \frac{\cancel{576}^{\cancel{144}\,12}}{\cancel{48}_{12}} = 12 \text{ Ans}$$

* वर्गीकृत आँकड़ो का माध्य

=> वर्गीकृत आँकड़ों में प्रेक्षण एक संख्या न होकर एक वर्ग-अन्तराल होता है।

=> प्रत्येक वर्ग-अन्तराल का वर्ग-चिन्ह (class mark) निकालते है।

$$\therefore \text{वर्ग-चिन्ह} = \frac{\text{ऊपरि वर्ग सीमा} + \text{निचली वर्ग सीमा}}{2}$$

अथवा,

$$\text{वर्ग-चिन्ह} = \frac{\text{उच्च सीमा} + \text{निम्न सीमा}}{2}$$

$$\boxed{\text{परिसर} = \text{उच्च सीमा} - \text{निम्न सीमा}}$$

उदाहरण:-

वर्ग-अन्तराल	बारम्बारता (f_i)	x_i	$f_i x_i$
100-150	4	125	500
150-200	5	175	875
200-250	12	225	2700
250-300	2	275	550
300-350	2	325	650
	$\Sigma f_i = 25$		$\Sigma f_i x_i = 5275$

$$\therefore \text{माध्य} = \frac{\Sigma f_i x_i}{\Sigma f_i}$$

$$= \frac{\cancel{5275}^{211}}{\cancel{25}}$$

$$= 211 \text{ Ans}$$

इस प्रकार से,

प्रत्यक्ष विधि (Direct Method) :-

Working rules :-

(i) वर्ग अन्तराल के लिए उसका वर्ग-चिन्ह (x_i) ज्ञात करें।

(ii) यदि वर्ग-अन्तराल समावेशिक विधि में हो तो उसे अपवर्जी विधि में बदलकर वर्ग-चिन्ह ज्ञात करें।

(iii) प्रत्येक वर्ग-अन्तराल के लिए $f_i x_i$ ज्ञात करें।

(iv) फिर $\Sigma f_i x_i$ तथा Σf_i ज्ञात करें।

(v) तब, माध्य $= \dfrac{\Sigma f_i x_i}{\Sigma f_i}$ का सूत्र प्रयोग करके

माध्य ज्ञात करें।

* कल्पित माध्य विधि (Assumed-mean Method) :–
या
लघुरीति विधि (Short-cut Method)

→ Working rules (कार्यकारी माध्य)

(i) प्रत्येक वर्ग-अन्तराल के लिए वर्ग-चिन्ह निकालें।

$$\text{वर्ग-चिन्ह} = \frac{\text{उच्च सीमा} + \text{निम्न सीमा}}{2}$$

(ii) वर्ग-चिन्हों में से सबसे बीच वाले मान को कल्पित माध्य मानें तथा इसे 'a' से सूचित करें।

(iii) प्रत्येक वर्ग-अन्तराल के लिए विचलन $(d_i) = (x_i - a)$ निकालें।

(iv) फिर, प्रत्येक वर्ग-अन्तराल के लिए $f_i d_i$ ज्ञात करें।

(v) फिर, $\Sigma f_i d_i$ तथा Σf_i ज्ञात करें

(vi) $$\text{माध्य} = a + \frac{\Sigma f_i d_i}{\Sigma f_i}$$

जहाँ, a = कल्पित माध्य
d_i = विचलन (वर्ग-अन्तराल)
f_i = बारम्बारता (वर्ग-अन्तराल)

उदाहरण :–

दैनिक मजदूरी (रु० में)	मजदूरों की संख्या (f_i)	x_i	$d_i = x_i - a$	$f_i d_i$
100 – 120	12	110	–40	–480
120 – 140	14	130	–20	–280
140 – 160	8	150=a	00	000
160 – 180	6	170	20	120
180 – 200	10	190	40	400
	$\Sigma f_i = 50$			$\Sigma f_i d_i = -240$

$$\text{माध्य} = a + \frac{\Sigma f_i d_i}{\Sigma f_i}$$

$$= 150 + \frac{-240}{50}$$

$$= 150 - \frac{24\cancel{0}}{5\cancel{0}}$$

$$= 150 - 4.8$$

$$= 145.2 \text{ Ans}$$

* पद विचलन विधि (Step deviation method):-

Working rules (कार्यकारी नियम):-

(i) प्रत्येक वर्ग-अन्तराल का वर्ग-चिन्ह (x_i) ज्ञात करें।

(ii) वर्ग-चिन्हों में से सबसे बीच वाले मान को a (कल्पित माध्य) मान लिया जाता है।

(iii) सभी वर्ग-अन्तरालों के लिए विचलन $d_i = x_i - a$ निकालें।

(iv) फिर, $u_i = \frac{d_i}{c}$ (जहाँ c = उच्च सीमा - निम्न सीमा) निकालें।

(v) प्रत्येक वर्ग-अन्तराल के लिए $f_i u_i$ ज्ञात करें।

(vi) फिर, $\Sigma f_i u_i$ तथा Σf_i ज्ञात करें

(vii) माध्य $= a + \frac{\Sigma f_i u_i}{\Sigma f_i} \times c$ द्वारा माध्य निकालें।

उदाहरण :-

हृदय की धड़कनों की संख्या (प्रति मिनट)	महिलाओं की संख्या (f_i)	x_i	$d_i = x_i - a$	$u_i = \frac{d_i}{c}$	$f_i u_i$
65 - 68	2	66.5	-9	-3	-6
68 - 71	4	69.5	-6	-2	-8
71 - 74	3	72.5	-3	-1	-3
74 - 77	8	75.5 = a	0	0	0
77 - 80	7	78.5	3	1	7
80 - 83	4	81.5	6	2	8
83 - 86	2	84.5	9	3	6
	$\Sigma f_i = 30$				$\Sigma f_i u_i = 4$

$$\therefore \text{माध्य} = a + \frac{\Sigma f_i u_i}{\Sigma f_i} \times c$$

$$= 75.5 + \frac{4}{\cancel{30}_{10}} \times \cancel{3}$$

$$= 75.5 + \frac{4}{10}$$

$$= 75.5 + 0.4$$

$$= 75.9$$

Important उदाहरण :-

वर्ग-अन्तराल (वर्षों में)	बारम्बारता
25 - 29	4
30 - 34	14
35 - 39	22
40 - 44	16
45 - 49	6
50 - 54	5
55 - 59	3
कुल	70

Ans: ∵ दी गई सारणी समावेशिक विधि में है। इसे अपवर्जी विधि में लिखेंगे।

वर्ग-अन्तराल	बारम्बारता f_i	वर्ग चिन्ह x_i	$f_i x_i$	
24.5 - 29.5	4	27	108	
29.5 - 34.5	14	32	448	
34.5 - 39.5	22	37	814	
39.5 - 44.5	16	42	672	
44.5 - 49.5	6	47	282	
49.5 - 54.5	5	52	260	
54.5 - 59.5	3	57	171	
	$\Sigma f_i = 70$		$\Sigma f_i x_i = 2755$	

$$\therefore \text{माध्य} = \frac{\Sigma f_i x_i}{\Sigma f_i} = \frac{2755}{70} = 39.36 \text{ वर्ष (लगभग)}$$

फिर,

वर्ग-अन्तराल (वर्षों में)	बारम्बारता (f_i)	x_i	$f_i x_i$
25 - 29	4	27	108
30 - 34	14	32	448
35 - 39	22	37	814
40 - 44	16	42	672
45 - 49	6	47	282
50 - 54	5	52	260
55 - 59	3	57	171
	$\Sigma f_i = 70$		$\Sigma f_i x_i = 2755$

$$\text{माध्य} = \frac{\Sigma f_i x_i}{\Sigma f_i}$$

$$= \frac{2755}{70}$$

$$= 39.36 \text{ वर्ष (लगभग)}$$