

Exercise - 2.3

(1) विभाजन एल्गोरिथ्म का प्रयोग करके निम्न में  $P(x)$  को  $g(x)$  से भाग देने पर भागफल तथा शेषफल ज्ञात कीजिए:-

(i)  $P(x) = x^3 - 3x^2 + 5x - 3$

$g(x) = x^2 - 2$

$$\begin{array}{r} x^2 - 2 \overline{) x^3 - 3x^2 + 5x - 3} \quad (x - 3) \\ \underline{-x^3} \phantom{+ 3x^2} \phantom{+ 5x} \phantom{- 3} \\ -3x^2 + 7x - 3 \\ \underline{-(-3x^2 + 6x - 6)} \\ 7x - 9 \end{array}$$

$\therefore$  भागफल  $= x - 3$

शेषफल  $= 7x - 9$  Ans

(ii)  $P(x) = x^4 - 3x^2 + 4x + 5$

$g(x) = x^2 + 1 - x$   
 $= x^2 - x + 1$

$$\begin{array}{r} x^2 - x + 1 \overline{) x^4 - 3x^2 + 4x + 5} \quad (x^2 + x - 3) \\ \underline{-x^4 + x^3 - x^2} \\ x^3 - 4x^2 + 4x + 5 \\ \underline{-x^3 + x^2 - x} \\ -3x^2 + 3x + 5 \\ \underline{-(-3x^2 + 3x - 3)} \\ 8 \end{array}$$

$\therefore$  भागफल  $= x^2 + x - 3$

शेषफल  $= +8$

(iii)

$$P(x) = x^4 - 5x + 6$$

$$g(x) = 2 - x^2$$

$$= -x^2 + 2$$

(26)

$$\begin{array}{r} -x^2+2 \overline{) x^4 - 5x + 6} \quad (-x^2-2) \\ \underline{x^4 - 2x^2} \phantom{+ 6} \\ 2x^2 - 5x + 6 \\ \underline{2x^2 \phantom{- 5x} - 4} \\ -5x + 10 \end{array}$$

$$\therefore \left. \begin{array}{l} \text{भागफल} = -x^2 - 2 \\ \text{शेषफल} = -5x + 10 \end{array} \right\} \underline{A}$$

(2.) पहले बहुपद से दूसरे बहुपद को भाग करके, जाँच कीजिए कि क्या प्रथम बहुपद द्वितीय बहुपद का एक गुणनखंड है:-

(i)  $t^2 - 3, 2t^4 + 3t^3 - 2t^2 - 9t - 12$

$$\begin{array}{r} t^2-3 \overline{) 2t^4 + 3t^3 - 2t^2 - 9t - 12} \quad (2t^2+3t+4) \\ \underline{2t^4 \phantom{+ 3t^3} - 6t^2} \phantom{- 9t - 12} \\ 3t^3 + 4t^2 - 9t - 12 \\ \underline{3t^3 \phantom{+ 4t^2} - 9t} \phantom{- 12} \\ 4t^2 - 12 \\ \underline{4t^2 - 12} \\ 0 \end{array}$$

$$\therefore \text{शेषफल} = 0$$

$\therefore$  प्रथम बहुपद द्वितीय बहुपद का एक गुणनखंड है।



Exercise - 2.3

(ii)  $x^2 + 3x + 1$ ,  $3x^4 + 5x^3 - 7x^2 + 2x + 2$

$$\begin{array}{r}
 x^2 + 3x + 1 \overline{) 3x^4 + 5x^3 - 7x^2 + 2x + 2} \quad (3x^2 - 4x + 2 \\
 \underline{3x^4 + 9x^3 + 3x^2} \phantom{+ 2x + 2} \\
 -4x^3 - 10x^2 + 2x + 2 \\
 \underline{-4x^3 - 12x^2 - 4x} \phantom{+ 2} \\
 2x^2 + 6x + 2 \\
 \underline{2x^2 + 6x + 2} \\
 0
 \end{array}$$

$\therefore$  भागफल =  $3x^2 - 4x + 2$

शेषफल = 0

$\therefore$  प्रथम बहुपद द्वितीय बहुपद का एक गुणरखंड है।

Ans

(iii)  $x^3 - 3x + 1$ ,  $x^5 - 4x^3 + x^2 + 3x + 1$

$$\begin{array}{r}
 x^3 - 3x + 1 \overline{) x^5 - 4x^3 + x^2 + 3x + 1} \quad (x^2 - 1 \\
 \underline{x^5 - 3x^3 + x^2} \phantom{+ 3x + 1} \\
 -x^3 + 3x + 1 \\
 \underline{-x^3 + 3x - 1} \\
 +2
 \end{array}$$

$\therefore$  शेषफल = +2

$\therefore$  प्रथम बहुपद द्वितीय बहुपद का एक गुणरखंड नहीं है।



(3.7)  $3x^4 + 6x^3 - 2x^2 - 10x - 5$  के अन्य सभी शून्यक ज्ञात कीजिए, यदि इसके दो शून्यक  $\sqrt{\frac{5}{3}}$  और  $-\sqrt{\frac{5}{3}}$  हैं।

हल:-  $\because \sqrt{\frac{5}{3}}$  एवं  $-\sqrt{\frac{5}{3}}$  बहुपद  $P(x)$  का शून्यक हैं।

$$\therefore x = \sqrt{\frac{5}{3}} \quad \text{और} \quad x = -\sqrt{\frac{5}{3}}$$

$$\Rightarrow x - \sqrt{\frac{5}{3}} = 0 \quad \Rightarrow x + \sqrt{\frac{5}{3}} = 0$$

$$\therefore \left(x - \sqrt{\frac{5}{3}}\right) \left(x + \sqrt{\frac{5}{3}}\right) = x^2 - \frac{5}{3}$$

$\therefore x^2 - \frac{5}{3}$  दिए गए बहुपद का गुणखंड है।

अब,

$$\begin{array}{r} x^2 - \frac{5}{3} \Bigg) 3x^4 + 6x^3 - 2x^2 - 10x - 5 \left( 3x^2 + 6x + 3 \right. \\ \underline{3x^4 \phantom{+ 6x^3} - 5x^2} \phantom{- 10x - 5} \\ 6x^3 + 3x^2 - 10x - 5 \\ \underline{6x^3 \phantom{+ 3x^2} - 10x} \phantom{- 5} \\ 3x^2 - 5 \\ \underline{3x^2 \phantom{- 10x} - 5} \\ 0 \end{array}$$

$\therefore 3x^2 + 6x + 3$ ,  $P(x)$  का गुणखंड है।



Exercise - 2.3

$$\therefore 3x^2 + 6x + 3 = 0$$

$$\Rightarrow 3(x^2 + 2x + 1) = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + 2x + 1 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + x + x + 1 = 0$$

$$\Rightarrow x(x+1) + 1(x+1) = 0$$

$$\Rightarrow (x+1)(x+1) = 0$$

$$\therefore x+1=0 \quad \text{और} \quad x+1=0$$

$$\Rightarrow x = -1 \quad \Rightarrow x = -1$$

$$\therefore P(x) \text{ का शून्यक} = -1, -1, \sqrt{\frac{5}{3}}, -\sqrt{\frac{5}{3}}$$

॥५॥ यदि  $x^3 - 3x^2 + x + 2$  को एक बहुपद  $g(x)$  से भाग देने पर भागफल और शेषफल क्रमशः  $x-2$  और  $-2x+4$  हों तो  $g(x)$  ज्ञात कीजिए।

हल:-  $P(x) = x^3 - 3x^2 + x + 2$

$$\text{भागफल} = q(x) = x - 2$$

$$\text{शेषफल} = r(x) = -2x + 4$$

$$g(x) = ?$$

सूत्र से,

$$P(x) = g(x) \cdot q(x) + r(x)$$

$$\Rightarrow P(x) - r(x) = g(x) \cdot q(x)$$

$$\Rightarrow g(x) = \frac{P(x) - r(x)}{q(x)}$$

$$= \frac{x^3 - 3x^2 + x + 2 - (-2x + 4)}{x - 2}$$

$$= \frac{x^3 - 3x^2 + x + 2 + 2x - 4}{x - 2}$$

$$= \frac{x^3 - 3x^2 + 3x - 2}{x - 2}$$

अतः,

$$\begin{array}{r} x-2 \overline{) x^3 - 3x^2 + 3x - 2} \quad (x^2 - x + 1) \\ \underline{x^3 - 2x^2} \phantom{+ 3x - 2} \\ -x^2 + 3x - 2 \\ \underline{-x^2 + 2x} \phantom{- 2} \\ x - 2 \\ \underline{x - 2} \\ 0 \end{array}$$

$$\therefore g(x) = x^2 - x + 1$$

Exercise - 2.3

(5.) छहपदों  $P(x)$ ,  $q(x)$ ,  $r(x)$  और  $s(x)$  के ऐसे उदाहरण दीजिए जो विभाजन एल्गोरिथ्म को संतुष्ट करते हैं।

(i) छात  $P(x) =$  छात  $q(x)$

माना कि

$$P(x) = 2x^2 - 2x + 14$$

$$q(x) = x^2 - x + 7$$

$\therefore$  छात  $P(x) =$  छात  $q(x)$  दोनों द्विघातीय हैं।

$$\begin{array}{r} x^2 - x + 7 \overline{) 2x^2 - 2x + 14} \quad (2 \\ \underline{2x^2 - 2x + 14} \phantom{0} \\ 0 \end{array}$$

$$\therefore g(x) = 2$$

$$r(x) = 0$$

(ii) छात  $q(x) =$  छात  $r(x)$

माना कि

$$q(x) = 2x - 1$$

$$r(x) = x + 1$$

$$g(x) = x^2 + 1$$

विभाजन एल्गोरिथ्म से,

$$\therefore P(x) = g(x) \cdot q(x) + r(x)$$

$$= (x^2 + 1)(2x - 1) + x + 1$$

$$= 2x^3 - x^2 + 2x - 1 + x + 1$$



$$= 2x^3 - x^2 + 3x \quad \underline{\underline{A}}$$

(iii)

छात  $r(x) = 0$

माना कि

$$r(x) = 1$$

$$g(x) = x+1$$

$$q(x) = x^2+1$$

विभाजन एल्गोरिथ्म से,

$$p(x) = g(x) \cdot q(x) + r(x)$$

$$= (x+1)(x^2+1) + 1$$

$$= x^3 + x + x^2 + 1 + 1$$

$$= x^3 + x^2 + x + 2$$

जोय