

Important Point

\* सांत या असांत आवर्ती दशमलव के रूप में परिमेय संख्याओं का दशमलव प्रसार

- (i) परिमेय संख्या का दशमलव प्रसार या तो सांत (Terminating) होता है या तो असांत (अनवसानी) आवर्ती [non-terminating recurring or repeating] होता है।
- (ii) वह संख्या जिसका दशमलव प्रसार सांत या अनवसानी आवर्ती होता है, परिमेय संख्या होती है।

जैसे:-  $0.984$ ,  $3.666 = 3.\bar{6}$ ,  $\frac{1}{3} = 0.1\bar{4}2857$

- (iii) एक परिमेय संख्या है जिसका दशमलव प्रसार सांत है तो हम  $\frac{p}{q}$  के रूप में व्यक्त कर सकते हैं, जहाँ  $p$  और  $q$  सह-अभाज्य हैं तथा  $q$  का अभाज्य गुणनखण्ड  $2^n \cdot 5^m$  के रूप का है जहाँ  $n, m$  धनात्मक पूर्णांक होता है।
- (iv) मान लीजिए  $x = \frac{p}{q}$  एक ऐसी परिमेय संख्या है कि  $q$  का अभाज्य गुणनखंड  $2^n \cdot 5^m$  के रूप का है, जहाँ  $n, m$  धनात्मक पूर्णांक हो तो  $x$  का दशमलव प्रसार सांत होगा।
- (v) मान लीजिए  $x = \frac{p}{q}$  एक ऐसी परिमेय संख्या है कि  $q$  का अभाज्य गुणनखंड  $2^n \cdot 5^m$  का रूप में नहीं है, जहाँ  $n, m$  धनात्मक पूर्णांक हो तो  $x$  का दशमलव प्रसार असांत आवर्ती होगा।

जैसे:-  $\frac{5}{30} = \frac{5}{2 \times 3 \times 5} \rightarrow$  असांत

$\frac{5}{32} = \frac{5}{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2} = \frac{5}{2^5} \rightarrow$  सांत

उदाहरण :-  $\frac{35}{50}$  का दशमलव प्रसार क्या है?

$$\therefore \frac{35}{50} = \frac{35}{2 \times 5 \times 5}$$

$\therefore 50$  का अभाज्य गुणनखंड =  $2 \times 5 \times 5 = 2 \times 5^2$  है।  
 जो  $2^n \times 5^m$  के रूप में है।

$\therefore$  इसका दशमलव प्रसार सांत है।

उदाहरण :-  $\frac{256}{4050}$  का दशमलव प्रसार क्या है?

$$\therefore \frac{256}{4050} = \frac{256}{2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5}$$

2	4050
3	2025
3	675
3	225
3	75
5	25
5	5
	1

$$\therefore 4050 = 2 \times 3^4 \times 5^2$$

$$= 2 \times 3^4 \times 5^2$$

जो  $2^n \times 5^m$  के रूप में नहीं है क्योंकि

4050 का अभाज्य गुणनखण्ड में 2 या 5 के अलावा 3 भी है।

$\therefore$  इसका दशमलव प्रसार असांत है।



\* मुख्य बातें याद रखें :-

जो संख्या दी गई है उसके हर का अभाज्य गुणनखण्ड करने के बाद यदि अभाज्य गुणनखण्ड में 2 और 5 के अलावा कोई दूसरी संख्या शामिल हो तो वह संख्या असांत होगा नहीं तो सांत होगा।

2 और 5 एक से अधिक बार भी आ सकता है।



Exercise - 1.4

(1) बिना भंषी विभाजन प्रक्रिया किए बताइए कि निम्नलिखित परिमेय संख्याओं के दशमलव प्रसार सांत हैं या असांत आवर्ती हैं।

(i)  $\frac{13}{3125}$

$\therefore$  हर 3125 का अभाज्य गुणनखण्ड  
 $= 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$   
 $= 5^5$

जो  $2^n \times 5^m$  के रूप में है।

अतः दी गई संख्या सांत है। ✓

$$\begin{array}{r|l} 5 & 3125 \\ \hline 5 & 625 \\ \hline 5 & 125 \\ \hline 5 & 25 \\ \hline 5 & 5 \\ \hline & 1 \end{array}$$

(ii)  $\frac{17}{8}$

$\therefore$  हर 8 का अभाज्य गुणनखण्ड  
 $= 2 \times 2 \times 2$   
 $= 2^3$

जो  $2^n \times 5^m$  के रूप में है।

अतः  $\frac{17}{8}$  का दशमलव प्रसार सांत है। ✓

$$\begin{array}{r|l} 2 & 8 \\ \hline 2 & 4 \\ \hline 2 & 2 \\ \hline & 1 \end{array}$$

(iii)  $\frac{64}{455}$

$\therefore$  हर 455 का अभाज्य गुणनखण्ड  
 $= 5 \times 7 \times 13$

जो  $2^n \times 5^m$  के रूप में नहीं है।

अतः  $\frac{64}{455}$  का दशमलव प्रसार असांत है।

✓

(iv)  $\frac{15}{1600}$

∴ हर 1600 का अभाज्य गुणनखण्ड

$$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5$$

$$= 2^6 \times 5^2$$

जो  $2^n \times 5^m$  के रूप में है।

अतः  $\frac{15}{1600}$  का दशमलव प्रसार सांत होगा।

2	1600
2	800
2	400
2	200
2	100
2	50
5	25
5	5
	1

(v)  $\frac{29}{343}$

∴ हर 343 का अभाज्य गुणनखण्ड

$$= 7 \times 7 \times 7$$

$$= 7^3$$

जो  $2^n \times 5^m$  के रूप में नहीं है।

अतः  $\frac{29}{343}$  का दशमलव प्रसार असांत होगा।

7	343
7	49
7	7
	1

(vi)  $\frac{23}{2^3 \times 5^2}$

∴ हर  $2^n \times 5^m$  के रूप में है।

∴  $\frac{23}{2^3 \times 5^2}$  का दशमलव प्रसार सांत होगा।

(vii)  $\frac{129}{2^2 \times 5^7 \times 7^5}$

∴ हर  $2^n \times 5^m$  के रूप में नहीं है।

∴  $\frac{129}{2^2 \times 5^7 \times 7^5}$  का दशमलव प्रसार असांत होगा।

Ans

(viii)  $\frac{6^2}{+55} = \frac{2}{5}$

$$\begin{array}{r|l} 5 & 5 \\ \hline & 1 \end{array}$$

∴ हर 5 का अभाज्य गुणनखण्ड  
 $= 1 \times 5$

जो  $2^n \times 5^m$  के रूप में है।

अतः  $\frac{2}{5}$  का दशमलव प्रसार सांत होगा।

Ans

(ix)  $\frac{35}{50}$

∴ हर 50 का अभाज्य गुणनखण्ड

$$= 2 \times 5 \times 5$$

$$= 2 \times 5^2$$

जो  $2^n \times 5^m$  के रूप में है।

अतः  $\frac{35}{50}$  का दशमलव प्रसार सांत होगा।

Ans

(x)  $\frac{77}{210}$

∴ हर 210 का अभाज्य गुणनखण्ड

$$= 2 \times 3 \times 5 \times 7$$

जो  $2^n \times 5^m$  के रूप में नहीं है।

अतः  $\frac{77}{210}$  का दशमलव प्रसार असांत होगा।

Ans



(3) कुछ वास्तविक संख्याओं के दशमलव प्रसार नीचे दर्शाए गए हैं। प्रत्येक स्थिति के लिए निर्धारित कीजिए कि यह संख्या परिमेय संख्या है या नहीं। यदि यह परिमेय संख्या है और  $\frac{p}{q}$  के रूप की है तो  $q$  के अभाज्य गुणखंडों के बारे में आप क्या कह सकते हैं?

(i)  $43.123456789$

माना कि  $x = 43.123456789$

यहाँ,  $x$  का दशमलव प्रसार सांत है।

अतः  $x$  एक परिमेय संख्या है।

फिर, यदि  $x, \frac{p}{q}$  के रूप का हो तब  $q$  का रूप  $2^n \times 5^m$  का होगा जहाँ  $m$  और  $n$  धनात्मक पूर्णांक हैं।  $\phi$

(ii)  $0.1201200120001200001\ldots$

माना कि  $x = 0.1201200120001200001\ldots$

यहाँ,  $x$  का दशमलव प्रसार न तो सांत है और न आवर्ती

$\therefore x$  एक परिमेय संख्या नहीं है।  $\phi$

(iii)  $43.\overline{123456789}$

माना कि  $x = 43.\overline{123456789}$

$\therefore x$  का दशमलव विस्तार आवर्ती है।

$\therefore x$  एक परिमेय संख्या है।

$\phi$