

Exercise - 2.3

1) विभाजन एल्गोरिथ्म का प्रयोग करके, निम्न में $P(x)$ को $g(x)$ से भाग देने पर भागफल तथा शेषफल ज्ञात कीजिए :-

(i) $P(x) = x^3 - 3x^2 + 5x - 3$
 $g(x) = x^2 - 2$

$$\begin{array}{r} x^2 - 2 \overline{) x^3 - 3x^2 + 5x - 3} \quad (x - 3) \\ \underline{x^3 + 2x} \\ -3x^2 + 7x - 3 \\ \underline{-3x^2 + 6} \\ 7x - 9 \end{array}$$

भागफल = $x - 3$

शेषफल = $7x - 9$ Ans

(ii) $P(x) = x^4 - 3x^2 + 4x + 5$
 $g(x) = x^2 + 1 - x = x^2 - x + 1$

~~$$\begin{array}{r} x^2 - x + 1 \overline{) x^4 - 3x^2 + 4x + 5} \quad (x^2 + x - 3) \\ \underline{x^4 - x^3 + x^2} \\ -x^3 - 4x^2 + 4x + 5 \\ \underline{-x^3 - x^2 + x} \\ -3x^2 + 3x + 5 \\ \underline{-3x^2 + 3x - 3} \\ +8 \end{array}$$~~

$$\begin{array}{r} x^2 - x + 1 \overline{) x^4 - 3x^2 + 4x + 5} \quad (x^2 + x - 3) \\ \underline{x^4 - x^3 + x^2} \\ -x^3 - 4x^2 + 4x + 5 \\ \underline{-x^3 - x^2 + x} \\ -3x^2 + 3x + 5 \\ \underline{-3x^2 + 3x - 3} \\ +8 \end{array}$$

भागफल = $x^2 + x - 3$

शेषफल = $+8$

Ans

(iii)

$$P(x) = x^4 - 5x + 6$$

$$g(x) = 2 - x^2$$

$$= -x^2 + 2$$

$$\begin{array}{r} -x^2+2 \overline{) x^4 - 5x + 6} \quad (-x^2-2) \\ \underline{x^4 - 2x^2} \\ 2x^2 - 5x + 6 \\ \underline{2x^2} \\ -5x + 10 \end{array}$$

$$\text{भागफल} = -x^2 - 2$$

$$\text{शेषफल} = -5x + 10$$

2. > (i) $x^2 - 3, 2x^4 + 3x^3 - 2x^2 - 9x - 12$

$$\begin{array}{r} x^2-3 \overline{) 2x^4 + 3x^3 - 2x^2 - 9x - 12} \quad (2x^2+3x+4) \\ \underline{2x^4} \\ 3x^3 + 4x^2 - 9x - 12 \\ \underline{3x^3} \\ 4x^2 - 12 \\ \underline{4x^2} \\ 0 \end{array}$$

$$\therefore \text{शेषफल} = 0$$

\therefore प्रथम बहुपद द्वितीय बहुपद का एक गुणखंड है।

ii) $x^2 + 3x + 1, 3x^4 + 5x^3 - 7x^2 + 2x + 2$

$$\begin{array}{r}
 x^2 + 3x + 1 \overline{) 3x^4 + 5x^3 - 7x^2 + 2x + 2} \quad (3x^2 - 4x + 2 \\
 \underline{3x^4 + 9x^3 + 3x^2} \\
 -4x^3 - 10x^2 + 2x + 2 \\
 \underline{-4x^3 - 12x^2 - 4x} \\
 +2x^2 + 6x + 2 \\
 \underline{2x^2 + 6x + 2} \\
 0
 \end{array}$$

\therefore शेषफल = 0

\therefore प्रथम बहुपद द्वितीय बहुपद का एक गुणनखंड है।

iii) $x^3 - 3x + 1, x^5 - 4x^3 + x^2 + 3x + 1$

Ans

$$\begin{array}{r}
 x^3 - 3x + 1 \overline{) x^5 - 4x^3 + x^2 + 3x + 1} \quad (x^2 - 1 \\
 \underline{x^5 - 3x^3 + x^2} \\
 -x^3 + 3x + 1 \\
 \underline{-x^3 + 3x - 1} \\
 +2
 \end{array}$$

\therefore शेषफल = +2

\therefore प्रथम बहुपद द्वितीय बहुपद का एक गुणनखंड नहीं है।



3.) $P(x) = 3x^4 + 6x^3 - 2x^2 - 10x - 5$

(20)

$\because \sqrt{\frac{5}{3}}$ एवं $-\sqrt{\frac{5}{3}}$ बहुपद $P(x)$ का शून्यक है।

$\therefore x = \sqrt{\frac{5}{3}}$ और $x = -\sqrt{\frac{5}{3}}$

$\Rightarrow x - \sqrt{\frac{5}{3}} = 0 \quad \Rightarrow x + \sqrt{\frac{5}{3}} = 0$

$\therefore \left(x - \sqrt{\frac{5}{3}}\right) \left(x + \sqrt{\frac{5}{3}}\right) = x^2 - \frac{5}{3}$ दिए गए बहुपद का गुणनखंड है।

अब,

$$\begin{array}{r} x^2 - \frac{5}{3} \overline{) 3x^4 + 6x^3 - 2x^2 - 10x - 5} \\ \underline{3x^4} \\ 6x^3 \\ \underline{6x^3} \\ 3x^2 - 10x - 5 \\ \underline{3x^2} \\ -10x - 5 \\ \underline{-10x} \\ -5 \\ \underline{-5} \\ 0 \end{array}$$

$\therefore 3x^2 + 6x + 3$, $P(x)$ का गुणनखंड है।

$\Rightarrow 3x^2 + 6x + 3 = 0$

$\Rightarrow 3(x^2 + 2x + 1) = 0$

$\Rightarrow x^2 + 2x + 1 = 0$

$\Rightarrow x^2 + x + x + 1 = 0$

$\Rightarrow x(x+1) + 1(x+1) = 0$

$\Rightarrow (x+1)(x+1) = 0$

$\therefore x+1 = 0$ या $x+1 = 0$

$\Rightarrow x = -1 \quad \Rightarrow x = -1$

$\therefore P(x)$ का शून्यक
 $-1, -1, \sqrt{\frac{5}{3}}, -\sqrt{\frac{5}{3}}$

✓

$$4.7 \quad P(x) = x^3 - 3x^2 + x + 2$$

$$\text{भागफल } q(x) = x - 2$$

$$\text{शेषफल } = r(x) = -2x + 4$$

$$g(x) = ?$$

सूत्र से,

$$P(x) = g(x) \cdot q(x) + r(x)$$

$$\Rightarrow P(x) - r(x) = g(x) \cdot q(x)$$

$$\Rightarrow g(x) = \frac{P(x) - r(x)}{q(x)}$$

$$= \frac{x^3 - 3x^2 + x + 2 - (-2x + 4)}{x - 2}$$

$$= \frac{x^3 - 3x^2 + x + 2 + 2x - 4}{x - 2}$$

$$= \frac{x^3 - 3x^2 + 3x - 2}{x - 2}$$

$$\begin{array}{r} x-2 \overline{) x^3 - 3x^2 + 3x - 2} \quad (x^2 - x + 1) \\ \underline{-(x^3 - 2x^2)} \\ -x^2 + 3x - 2 \\ \underline{-(x^2 - 2x)} \\ x - 2 \\ \underline{-(x - 2)} \\ 0 \end{array}$$

$$\therefore g(x) = x^2 - x + 1$$

A

5) बहुपदों $P(x)$, $q(x)$, $r(x)$ और $r(x)$ के ऐसे उदाहरण दीजिए जो विभाजन एल्गोरिथ्म को संतुष्ट करते हैं

(i) छात्र $P(x) =$ छात्र $q(x)$

माना कि

$$P(x) = 2x^2 - 2x + 14$$

$$q(x) = x^2 - x + 7$$

\therefore छात्र $P(x) =$ छात्र $q(x)$ दोनों द्विघातीय हैं

$$\begin{array}{r} x^2 - x + 7 \overline{) 2x^2 - 2x + 14} \quad (2 \\ \underline{2x^2 - 2x + 14} \\ 0 \end{array}$$

$$\therefore g(x) = 2$$

$$r(x) = 0$$

(ii) छात्र $q(x) =$ छात्र $r(x)$

माना कि,

$$q(x) = 2x - 1$$

$$r(x) = x + 1$$

$$g(x) = x^2 + 1$$

$$\begin{aligned} \therefore P(x) &= g(x) \cdot q(x) + r(x) \\ &= (x^2 + 1)(2x - 1) + x + 1 \\ &= 2x^3 - x^2 + 2x - 1 + x + 1 \\ &= 2x^3 - x^2 + 3x \end{aligned}$$

विभाजन एल्गोरिथ्म को

$$P(x) = g(x) \cdot q(x) + r(x)$$

है

(ii)

$$\text{દ્યાત્ર } r(x) = 0$$

પ્રાપ્ત થી,

$$\text{દ્યાત્ર } r(x) = 1$$

$$g(x) = x+1$$

$$q(x) = x^2+1$$

વિભાજન અલ્ગોરિથમ મે,

$$p(x) = g(x) \cdot q(x) + r(x)$$

$$= (x+1)(x^2+1) + 1$$

$$= x^3 + x + x^2 + 1 + 1$$

$$= x^3 + x^2 + x + 2$$

જા/મ