Important Point

* **अंक (Digit) :-** किसी भी संख्या को व्यक्त करने के लिए हम दस संकेतो 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 का प्रयोग करते है तथा इन दस संकेतो को अंक कहते है। 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 को सार्थक अंक कहते है तथा शून्य (0) असार्थक अंक कहलाता है।

* **प्राकृत संख्या (Natural Number) :-**

गिनती की संख्या को प्राकृत संख्या कहते है जो '1' से शुरू होती है।

जैसे :- 1, 2, 3, 4, 5, ...

* **पूर्ण संख्या (Whole Number) :-**

गिनती की संख्या को पूर्ण संख्या कहते है जो '0' से शुरू होती है।

जैसे :- 0, 1, 2, 3, 4, ...

* **सम संख्या (Even Number) :-**

जो संख्या 2 से पूर्णतः विभाजित हो अर्थात् जिस संख्या के इकाई स्थान पर 0, 2, 4, 6, 8 अंक स्थित हो। वैसी संख्या सम संख्या कहलाती है।

जैसे :- 2, 4, 6, 8, 10, 22, 34, 46, 108, इत्यादि

* विषम संख्या (Odd Number) :-

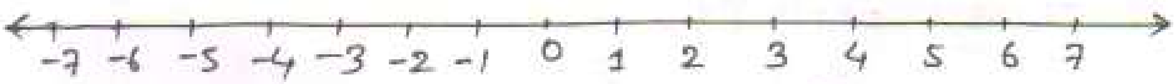
जो संख्या 2 से पूर्णतः विभाजित नही हो अर्थात जिस संख्या के इकाई स्थान पर 1, 3, 5, 7, 9 अंक स्थित हो । वैसी संख्या विषम संख्या कहलाती है।

जैसे:- 1, 3, 5, 7, 9, 11, 153, 165, ------- इत्यादि

* पूर्णांक संख्या (Integers) :-

प्राकृत संख्याओ के संग्रह मे '0' (शून्य) तथा ऋणात्मक संख्याएँ -1, -2, -3, ------- को शामिल करने से प्राप्त संख्याएँ पूर्णांक संख्याएँ कहलाती है।

जैसे:- ....., -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5 ......



* परिमेय संख्या (Rational Number) :-

वह संख्या परिमेय संख्या कहलाती है जिसको $\frac{p}{q}$ के रूप में लिखा जा सके जहाँ p एवं q पूर्णांक हो तथा $q \neq 0$ हो ।

जैसे:- $\frac{1}{3}, \frac{5}{6}, \frac{-4}{3}$, ---------- इत्यादि

Note:- सभी पूर्णांक संख्याएँ परिमेय संख्या होती है।

* अपरिमेय संख्या (Irrational Number) :-

=> वह संख्या जिसे $\frac{p}{q}$ के रूप में नही लिखा जा सके अपरिमेय संख्या कहलाती है जहाँ p एवं q पूर्णांक है और $q \neq 0$ है।

=> वैसी संख्या जिसका वर्गमूल (Square root) नही निकलता हो।

जैसे:- $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{7}, \sqrt{6}, \sqrt{8}$... इत्यादी

* विरोधाभास (Contradiction) :-

कभी-कभी किसी कथन की सत्यता सीधे साबित करना आसान नही होता है। ऐसे में कथन को असत्य मानकर विरोधाभास स्थिति उत्पन्न कर देते है और यही "कथन की सत्यता का प्रमाण बन जाता है।

* वास्तविक संख्या (Real Number) :- परिमेय संख्याओंतथा अपरिमेय संख्याओं के मिलने से जो संख्या परिवार बनता है उसे हम वास्तविक संख्या कहते है।

जैसे:- $1, 2, 3, \sqrt{2}, \sqrt{5}, \sqrt{7}$, इत्यादि

* N.C.E.R.T का Full form क्या होता है—

N → National
C → centre
E → Educational
R → Research
T → Training

N.C.E.R.T → National Educational Research and Training Centre.

Exercise - 1.3

(1) सिद्ध कीजिए कि $\sqrt{5}$ एक अपरिमेय संख्या है।

Ans:- माना कि $\sqrt{5}$ एक परिमेय संख्या है।

$\therefore \sqrt{5} = \frac{p}{q}$ [जहाँ p एवं q पूर्णांक हैं, $q \neq 0$ और p एवं q का उभयनिष्ठ गुणनखण्ड केवल 1 होता है]

दोनो तरफ वर्ग करने पर

$\Rightarrow (\sqrt{5})^2 = \left(\frac{p}{q}\right)^2$

$\Rightarrow 5 = \frac{p^2}{q^2}$

$\Rightarrow 5q^2 = p^2$ —— (1)

$\because p^2$, 5 से विभाज्य है।

$\therefore$ p भी 5 से विभाज्य होगा।

$\therefore$ 5, p का गुणनखण्ड है।

फिर,

माना कि $p = 5K$

समी० (1) से,

$5q^2 = p^2$

$\Rightarrow 5q^2 = (5K)^2$

$\Rightarrow \cancel{5}q^2 = \cancel{25}^{5}K^2$

$\Rightarrow q^2 = 5K^2$

$\because q^2$, 5 से विभाज्य है।

$\therefore$ q भी 5 से विभाज्य होगा।

$\therefore$ 5, q का गुणनखण्ड है।

$\because$ p तथा q का उभयनिष्ठ गुणनखण्ड 5 है लेकिन कथन के अनुसार p तथा q का उभयनिष्ठ गुणनखण्ड केवल 1 होता है।

विरोधाभास से,

हमारा मानना गलत है।

अतः $\sqrt{5}$ एक अपरिमेय संख्या है। सिद्ध

(2.) सिद्ध कीजिए कि $3+2\sqrt{5}$ एक अपरिमेय संख्या है।

Ans: माना कि $3+2\sqrt{5}$ एक परिमेय संख्या है।

$\therefore 3+2\sqrt{5} = \frac{p}{q}$ [जहाँ p एवं q पूर्णांक है, $q \neq 0$]

$\Rightarrow 2\sqrt{5} = \frac{p}{q} - 3$

$\Rightarrow 2\sqrt{5} = \frac{p-3q}{q}$

$\Rightarrow \sqrt{5} = \frac{p-3q}{2q}$

$\because$ p एवं q पूर्णांक है।

$\therefore$ p, −3q एवं 2q भी पूर्णांक है।

$\therefore \frac{p-3q}{2q}$ एक परिमेय संख्या है लेकिन $\sqrt{5}$ एक अपरिमेय संख्या है।

अतः अपरिमेय संख्या = परिमेय संख्या जो सत्य नहीं है।

विरोधाभास से,

हमारा मानना गलत है।

$\therefore 3+2\sqrt{5}$ एक अपरिमेय संख्या है।

सिद्ध

(3.) सिद्ध कीजिए कि निम्नलिखित संख्याएँ अपरिमेय हैं:-

(i) माना कि $\frac{1}{\sqrt{2}}$ एक परिमेय संख्या है।

$\because \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{p}{q}$ [जहाँ p एवं q पूर्णांक हैं, $q \neq 0$]

$\Rightarrow \sqrt{2}p = q$

$\Rightarrow \sqrt{2} = \frac{q}{p}$

$\because$ p एवं q पूर्णांक है।

$\therefore \frac{q}{p}$ एक परिमेय संख्या है लेकिन $\sqrt{2}$ एक अपरिमेय संख्या है।

अतः अपरिमेय संख्या = परिमेय संख्या जो कि असत्य है।

विरोधाभास से,

हमारा मानना गलत है।

$\therefore \frac{1}{\sqrt{2}}$ एक अपरिमेय संख्या है।

सिद्ध

(ii) माना कि $7\sqrt{5}$ एक परिमेय संख्या है।

$\therefore 7\sqrt{5} = \frac{p}{q}$ [जहाँ p एवं q पूर्णांक है, $q \neq 0$]

$\Rightarrow \sqrt{5} = \frac{p}{7q}$

$\because$ p एवं q पूर्णांक है।

$\therefore$ p एवं 7q पूर्णांक है।

$\therefore \frac{p}{7q}$ एक परिमेय संख्या है लेकिन $\sqrt{5}$ एक अपरिमेय संख्या है।

अतः अपरिमेय संख्या = परिमेय संख्या जो कि असत्य है।

विरोधाभास से,

हमारा मानना गलत है।

$\therefore 7\sqrt{5}$ एक अपरिमेय संख्या है।

सिद्ध

(iii) माना कि $6+\sqrt{2}$ एक परिमेय संख्या है।

$\therefore 6+\sqrt{2} = \frac{p}{q}$ [p एवं q पूर्णांक है, $q \neq 0$]

$\Rightarrow \sqrt{2} = \frac{p}{q} - 6$

$= \frac{p-6q}{q}$

$\because$ p एवं q पूर्णांक है।

$\therefore$ 6q, p एवं q भी पूर्णांक है।

$\therefore \frac{p-6q}{q}$ एक परिमेय संख्या है लेकिन $\sqrt{2}$ एक अपरिमेय संख्या है।

विरोधाभास से,

हमारा मानना गलत है।

$\therefore 6+\sqrt{2}$ एक अपरिमेय संख्या है।

सिद्ध

Q→ सिद्ध कीजिए कि $\sqrt{2}$ एक अपरिमेय संख्या है।

Ans:- माना कि $\sqrt{2}$ एक परिमेय संख्या है।

$\therefore \sqrt{2} = \frac{p}{q}$ [जहाँ p एवं q पूर्णांक है, $q \neq 0$ और p एवं q का उभयनिष्ट गुणनखण्ड केवल 1 होता है]

दोनो तरफ वर्ग करने पर

$\Rightarrow (\sqrt{2})^2 = \left(\frac{p}{q}\right)^2$

$\Rightarrow 2 = \frac{p^2}{q^2}$

$\Rightarrow 2q^2 = p^2$ —— ①

$\because p^2$, 2 से विभाज्य है।

$\therefore$ p भी 2 से विभाज्य होगा।

$\therefore$ 2, p का गुणनखण्ड है।

फिर,

माना कि $p = 2K$

समी० ① से,

$2q^2 = p^2$

$\Rightarrow 2q^2 = (2K)^2$

$\Rightarrow \cancel{2}q^2 = {}^{2}\cancel{4}K^2$

$\Rightarrow q^2 = 2K^2$

$\because q^2$, 2 से विभाज्य है।

$\therefore$ q भी 2 से विभाज्य होगा।

$\therefore$ 2, q का गुणनखण्ड है।

$\because$ p एवं q का उभयनिष्ट गुणनखण्ड 2 है लेकिन कथन के अनुसार p एवं q का उभयनिष्ट गुणनखण्ड केवल 1 होता है।

विरोधाभास से,

हमारा मानना गलत है।

$\therefore$ अतः $\sqrt{2}$ एक अपरिमेय संख्या है

सिद्ध