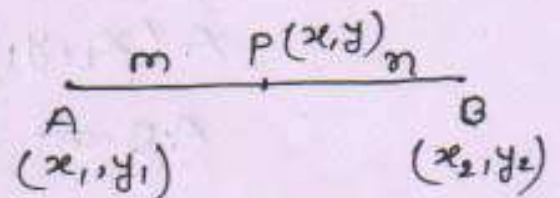


* विभाजन सूत्र (Section Formula): -

- ① दो बिन्दुओं को मिलाने वाली रेखाखण्ड को एक अनुपात में अन्तः विभाजन करना: -

माना कि,

$P(x, y)$ एक बिन्दु है जो दो बिन्दुओं $A(x_1, y_1)$ और $B(x_2, y_2)$ को मिलाने वाली रेखाखण्ड AB को $m:n$ के अनुपात में अन्तः विभाजित करता है।



$$\therefore P \text{ का निर्देशांक } = \left(\frac{mx_2 + nx_1}{m+n}, \frac{my_2 + ny_1}{m+n} \right)$$

जहाँ,

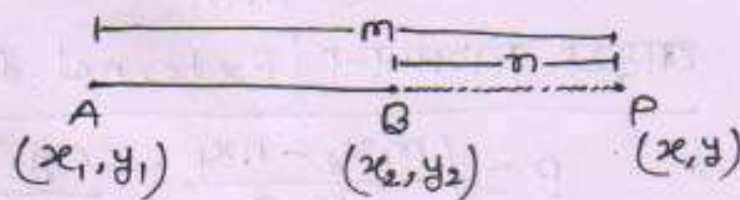
$$x = \frac{mx_2 + nx_1}{m+n}$$

$$y = \frac{my_2 + ny_1}{m+n}$$

- ② दो बिन्दुओं को मिलाने वाली रेखाखण्ड एक दिए अनुपात में बाह्य विभक्त करने वाली बिन्दु का निर्देशांक: -

माना कि,

$A(x_1, y_1)$ और $B(x_2, y_2)$ दो बिन्दुओं से मिलाने वाली रेखाखण्ड AB को एक बिन्दु $P(x, y)$ $m:n$ में बाह्य विभक्त करता है।



$$\therefore P \text{ का निर्देशांक} = \left(\frac{mx_2 - nx_1}{m-n}, \frac{my_2 - ny_1}{m-n} \right) \quad (2)$$

जहाँ,

$$x = \frac{mx_2 - nx_1}{m-n}$$

$$y = \frac{my_2 - ny_1}{m-n}$$

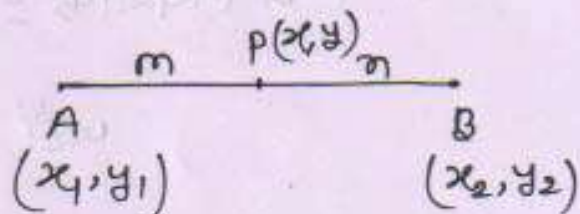
③ मध्य-बिन्दु का निर्देशांक

माना कि,

$P(x, y)$ एक बिन्दु है जो दो बिन्दुओं

$A(x_1, y_1)$ और $B(x_2, y_2)$ को मिलाने वाली रेखाखण्ड AB का मध्य-बिन्दु है।

$$\therefore m = n$$



$$\therefore P \text{ का निर्देशांक} = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

जहाँ,

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$y = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

Note:-

अन्त विभाजन (Internal division)

$$P = \left(\frac{mx_2 + nx_1}{m+n}, \frac{my_2 + ny_1}{m+n} \right)$$

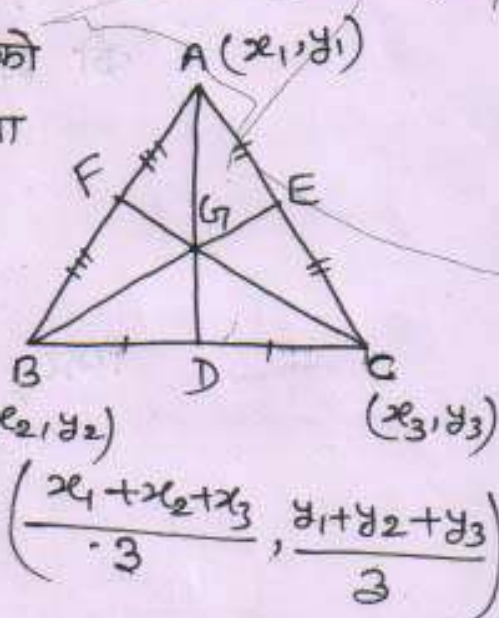
बाह्य विभाजन (External division)

$$P = \left(\frac{mx_2 - nx_1}{m-n}, \frac{my_2 - ny_1}{m-n} \right)$$

(4) त्रिभुज का केन्द्रक :-

किसी त्रिभुज का केन्द्रक 'G' है जिसके शीर्षों का निर्देशांक (x_1, y_1) , (x_2, y_2) , (x_3, y_3) हैं।

∴ त्रिभुज के निर्देशांक को 'G' से सूचित किया जाता है।



$$\therefore \text{त्रिभुज का केन्द्रक} = G = \left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3} \right)$$

(5) त्रिभुज का अन्तः केन्द्र :-

ΔABC के तीन शीर्ष A, B, C हैं जिसके निर्देशांक क्रमशः (x_1, y_1) , (x_2, y_2) , (x_3, y_3) हैं।

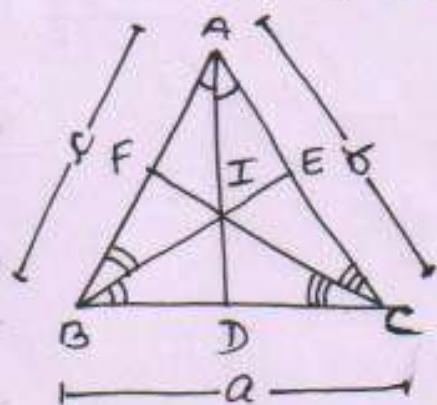
∴ माना कि,

$$AB = c$$

$$BC = a$$

$$AC = b$$

∴ त्रिभुज का अन्तः केन्द्र को 'I' से सूचित किया जाता है।



$$\therefore \text{त्रिभुज का अन्तः केन्द्र} = \left(\frac{ax_1 + bx_2 + cx_3}{a+b+c}, \frac{ay_1 + by_2 + cy_3}{a+b+c} \right)$$

$$\therefore I = \left(\frac{ax_1 + bx_2 + cx_3}{a+b+c}, \frac{ay_1 + by_2 + cy_3}{a+b+c} \right)$$

Note:- अनुपात को $m:n$ या $k:1$ के रूप में मानते हैं।

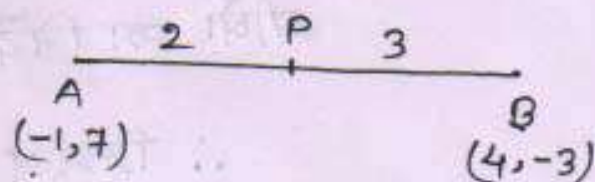
Exercise - 7.2

1) दिया है:-

$$A = (-1, 7)$$

$$B = (4, -3)$$

∴ P, रेखाखण्ड AB



को 2:3 के अनुपात में विभाजित करता है।

$$\therefore m:n = 2:3$$

$$\therefore m = 2$$

$$n = 3$$

फिर,

माना कि,

$$x_1 = -1$$

$$x_2 = 4$$

$$y_1 = 7$$

$$y_2 = -3$$

विभाजन सूत्र से,

$$P \text{ का निर्देशांक } = \left(\frac{mx_2 + nx_1}{m+n}, \frac{my_2 + ny_1}{m+n} \right)$$

$$= \left(\frac{2 \times 4 + 3 \times (-1)}{2+3}, \frac{2 \times (-3) + 3 \times 7}{2+3} \right)$$

$$= \left(\frac{8-3}{5}, \frac{-6+21}{5} \right)$$

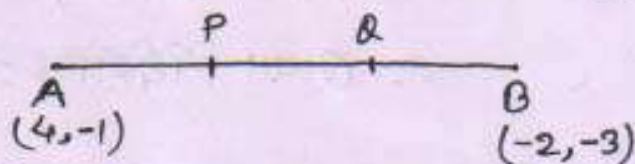
$$= \left(\frac{5}{5}, \frac{15}{5} \right)$$

$$= (1, 3)$$

Ans

<2> दिया है:- $A = (4, -1)$

$$B = (-2, -3)$$



माना कि P और Q रेखाखण्ड AB को समत्रिभाजित करता है।

\therefore P, रेखाखण्ड AB को 1:2 के अनुपात में विभाजित करता है।

$$\therefore m:n = 1:2$$

जहाँ,

$$m = 1$$

$$n = 2$$

तथा,

$$x_1 = 4$$

$$x_2 = -2$$

$$y_1 = -1$$

$$y_2 = -3$$

विभाजन सूत्र से,

$$\begin{aligned} \text{P का निर्देशांक} &= \left(\frac{mx_2 + nx_1}{m+n}, \frac{my_2 + ny_1}{m+n} \right) \\ &= \left(\frac{1 \times (-2) + 2 \times 4}{1+2}, \frac{1 \times (-3) + 2 \times (-1)}{1+2} \right) \\ &= \left(\frac{-2+8}{3}, \frac{-3-2}{3} \right) \\ &= \left(\frac{6}{3}, \frac{-5}{3} \right) \\ &= \left(2, -\frac{5}{3} \right) \quad \underline{\underline{\text{Ans}}} \end{aligned}$$

फिर,

\therefore Q, रेखाखण्ड AB को 2:1 के अनुपात में विभाजित करता है।

$$\therefore m:n = 2:1$$

जहाँ,

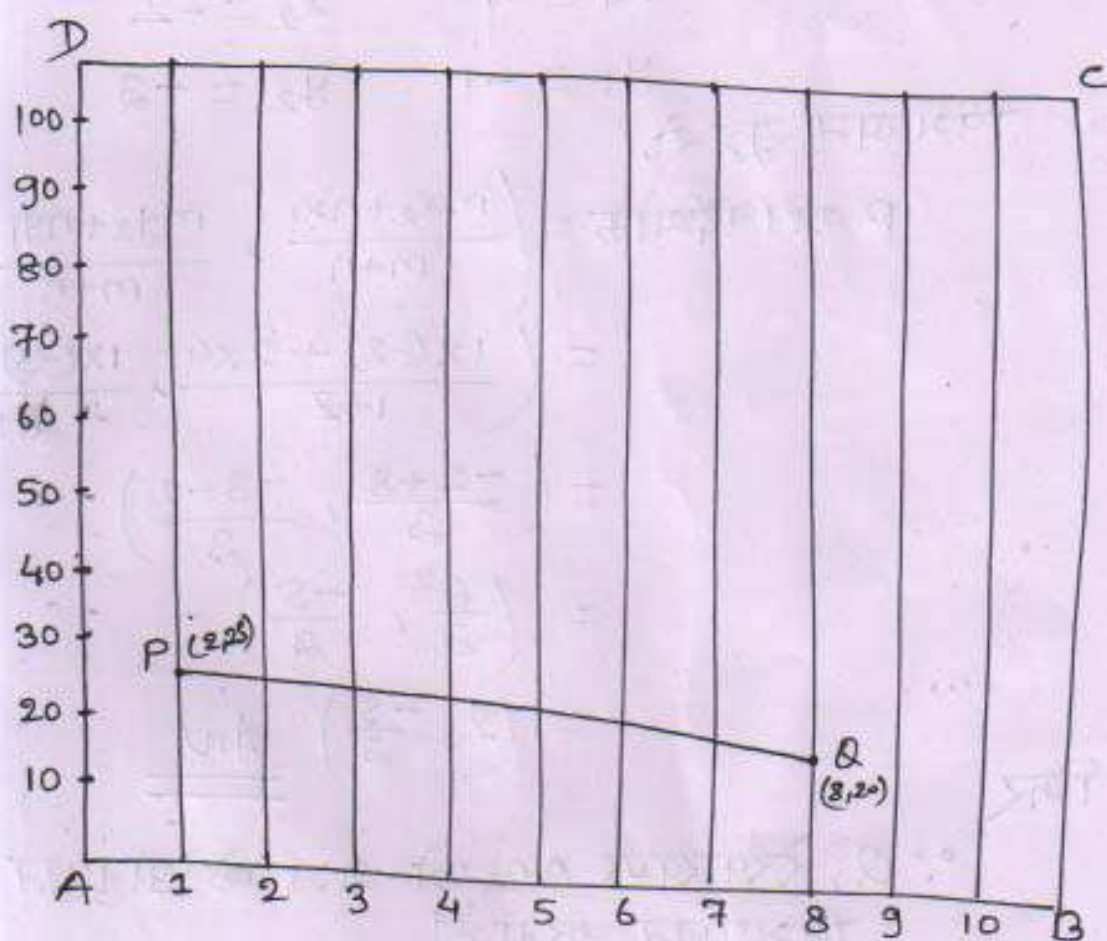
$$m = 2$$

$$n = 1$$

विभाजन सूत्र से,

$$\begin{aligned}
 \therefore Q \text{ का निर्देशांक} &= \left(\frac{mx_2 + nx_1}{m+n}, \frac{my_2 + ny_1}{m+n} \right) \\
 &= \left(\frac{2 \times (-2) + 1 \times 4}{2+1}, \frac{2 \times (-3) + 1 \times (-1)}{2+1} \right) \\
 &= \left(\frac{-4+4}{3}, \frac{-6-1}{3} \right) \\
 &= \left(\frac{0}{3}, \frac{-7}{3} \right) \\
 &= \left(0, -\frac{7}{3} \right) \quad \underline{\underline{\text{Ans}}}
 \end{aligned}$$

<3>



पंक्ति :

∴ निहारिका दूसरी पंक्ति में AD के $\frac{1}{4}$ भाग के बराबर की दूरी बिन्दु P पर एक हरा भण्डा गाड़ देती है।

$$\begin{aligned}\therefore P(\text{हरा भण्डा}) &= \left(2, \frac{1}{4} \times \frac{25}{100}\right) \\ &= (2, 25)\end{aligned}$$

फिर,

∴ प्रीति आठवीं पंक्ति में AD के $\frac{1}{5}$ भाग के बराबर की दूरी बिन्दु Q पर एक लाल भण्डा गाड़ देती है।

$$\begin{aligned}\therefore Q(\text{लाल भण्डा}) &= \left(8, \frac{1}{5} \times \frac{20}{100}\right) \\ &= (8, 20)\end{aligned}$$

∴ दोनों भण्डों के बीच की दूरी = PQ

$$\begin{aligned}\therefore PQ &= \sqrt{(2-8)^2 + (25-20)^2} \\ &= \sqrt{(-6)^2 + 5^2} \\ &= \sqrt{36 + 25} \\ &= \sqrt{61} \text{ Ans}\end{aligned}$$

फिर,

रश्मि को एक नीला भण्डा इन दोनों भण्डों के ~~बीच~~ मिलाने वाले रेखाखण्ड पर ठीक आधी दूरी पर गाड़ना है।

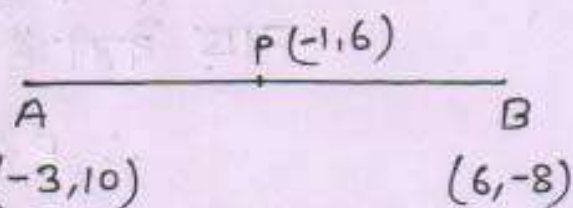
∴ R, PQ का मध्य-बिन्दु है।

$$\begin{aligned}\therefore R &= \left(\frac{2+8}{2}, \frac{25+20}{2}\right) \\ &= \left(\frac{10}{2}, \frac{45}{2}\right) = (5, 22.5) \text{ A}\end{aligned}$$

(4) दिया है:- $A = (-3, 10)$

$$B = (6, -8)$$

$$P = (-1, 6)$$



माना कि अभीष्ट अनुपात = $K:1$

\therefore बिन्दु P, रेखाखंड AB को $K:1$ के अनुपात में विभाजित करता है।

$$\therefore m:n = K:1$$

जहाँ,

$$m = K$$

$$n = 1$$

तथा

$$x_1 = -3$$

$$y_1 = 10$$

$$x_2 = 6$$

$$y_2 = -8$$

विभाजन सूत्र से,

$$P \text{ का निर्देशांक} = \left(\frac{mx_2 + nx_1}{m+n}, \frac{my_2 + ny_1}{m+n} \right)$$

$$= \left(\frac{K \times 6 + 1 \times (-3)}{K+1}, \frac{K \times (-8) + 1 \times 10}{K+1} \right)$$

$$= \left(\frac{6K-3}{K+1}, \frac{-8K+10}{K+1} \right)$$

लेकिन,

$$P \text{ का निर्देशांक} = (-1, 6)$$

तुलना करने पर,

$$\frac{6K-3}{K+1} = -1$$

$$\Rightarrow 6K-3 = -K-1$$

$$\Rightarrow 6K + K = -1 + 3$$

$$\Rightarrow 7K = 2$$

$$\Rightarrow K = \frac{2}{7}$$

और,

$$\frac{-8K+10}{K+1} = 6$$

$$\Rightarrow -8K+10 = 6K+6$$

$$\Rightarrow -8K-6K = 6-10$$

$$\Rightarrow -14K = -4$$

$$\Rightarrow K = \frac{-4}{-14} = \frac{2}{7}$$

$$\therefore \text{अवर्गीकृत अनुपात} = K:1$$

$$= \frac{2}{7}:1$$

$$= \frac{2}{7}$$

$$= 2:7 \quad \underline{\underline{\text{Ans}}}$$

<5> दिया है:- $A = (1, -5)$

$$B = (-4, 5)$$

$\therefore P$, x -अक्ष पर स्थित है

$$\therefore P \text{ का निर्देशांक} = (x, 0)$$

माना कि,

$$\text{अभीष्ट अनुपात} = K:1$$

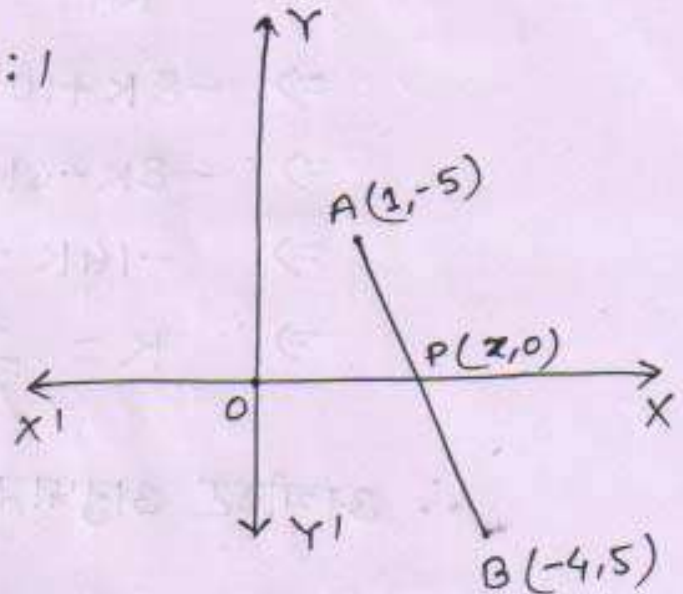
$$\therefore m:n = K:1$$

$$\text{जहाँ, } m = K \\ n = 1$$

और,

$$x_1 = 1, x_2 = -4$$

$$y_1 = -5, y_2 = 5$$



\therefore विभाजन सूत्र से,

$$P \text{ का निर्देशांक} = \left(\frac{mx_2 + nx_1}{m+n}, \frac{my_2 + ny_1}{m+n} \right)$$

$$= \left(\frac{Kx(-4) + 1x1}{K+1}, \frac{Kx5 + 1x(-5)}{K+1} \right)$$

$$= \left(\frac{-4K+1}{K+1}, \frac{5K-5}{K+1} \right)$$

लेकिन,

$$P \text{ का निर्देशांक} = (x, 0)$$

दोनों तरफ तुलना करने पर,

$$\frac{-4K+1}{K+1} = x \quad \text{--- (1)}$$

और,

$$\frac{5K-5}{K+1} = 0$$

$$\Rightarrow 5K-5 = 0$$

$$\Rightarrow 5K = 5$$

$$\Rightarrow K = \frac{5}{5}$$

$$\Rightarrow K = 1$$

समीकरण (1) से,

$$\frac{-4K+1}{K+1} = x$$

$$\Rightarrow \frac{-4 \times 1 + 1}{1+1} = x$$

$$\Rightarrow \frac{-4+1}{2} = x$$

$$\Rightarrow \frac{-3}{2} = x$$

$\therefore P$ का निर्देशांक $= (x, 0)$

$$= \left(-\frac{3}{2}, 0 \right) \text{ Any}$$

अन्वीष्ट अनुपात $= K:1$

$$= 1:1 \text{ Any}$$

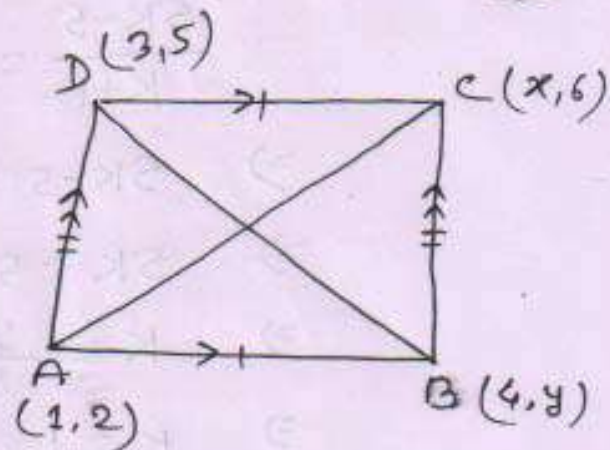
(6.) समान्तर चतुर्भुज ABCD में,

$$A = (1, 2)$$

$$B = (4, y)$$

$$C = (x, 6)$$

$$D = (3, 5)$$



∴ हम जानते हैं कि समान्तर चतुर्भुज के विकर्ण परस्पर समद्विभाजित करते हैं।

∴ बिन्दु P, विकर्ण AC और BD का मध्य-बिन्दु है।

यदि P, AC का मध्य-बिन्दु है,

$$\therefore P = \left(\frac{1+x}{2}, \frac{2+6}{2} \right)$$

$$= \left(\frac{1+x}{2}, \frac{8}{2} \right)$$

$$= \left(\frac{1+x}{2}, 4 \right)$$

फिर,

P, BD का मध्य-बिन्दु है।

$$\therefore P = \left(\frac{4+3}{2}, \frac{y+5}{2} \right)$$

$$= \left(\frac{7}{2}, \frac{y+5}{2} \right)$$

तुलना करने पर

$$\frac{1+x}{2} = \frac{7}{2}$$

$$\Rightarrow 1+x = 7$$

$$\Rightarrow x = 7-1 = 6$$

और,

$$\Rightarrow \frac{y+5}{2} = 4$$

$$\Rightarrow y+5 = 8$$

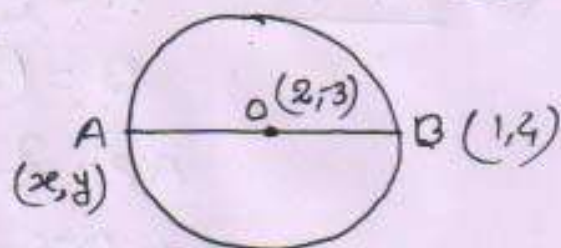
$$\Rightarrow y = 8-5$$

$$\Rightarrow y = 3$$

<7> दिया है:- 0 केन्द्र वाले वृत्त में,

$$\text{केन्द्र } O = (2, -3)$$

$$B = (1, 4)$$



माना कि $A = (x, y)$

\therefore AB वृत्त का व्यास है।

\therefore O, व्यास AB का मध्य-बिन्दु है।

$$\therefore O \text{ का निर्देशांक} = \left(\frac{x+1}{2}, \frac{y+4}{2} \right)$$

लेकिन

$$O \text{ का निर्देशांक} = (2, -3)$$

तुलना करने पर

$$\frac{x+1}{2} = 2$$

$$\Rightarrow x+1 = 4$$

$$\Rightarrow x = 4-1 = 3$$

और,

$$\frac{y+4}{2} = -3$$

$$\Rightarrow y+4 = -6$$

$$\Rightarrow y = -6-4 = -10$$

$$\therefore A = (x, y)$$

$$= (3, -10)$$

(8.) दिया है:- $A = (-2, -2)$

$$B = (2, -4)$$

$$AP = \frac{3}{7} AB$$

P का निर्देशांक = ?

$$\therefore AP = \frac{3}{7} AB$$

$$\Rightarrow 7AP = 3AB$$

$$\Rightarrow 7AP = 3(AP + PB)$$

$$\Rightarrow 7AP = 3AP + 3PB$$

$$\Rightarrow 7AP - 3AP = 3PB$$

$$\Rightarrow 4AP = 3PB$$

$$\Rightarrow \frac{AP}{PB} = \frac{3}{4}$$

$$\therefore \frac{m}{n} = \frac{AP}{PB} = \frac{3}{4}$$

$$\therefore m = 3$$

$$n = 4$$

तथा,

$$x_1 = -2$$

$$x_2 = 2$$

$$y_1 = -2$$

$$y_2 = -4$$

विभाजन सूत्र से,

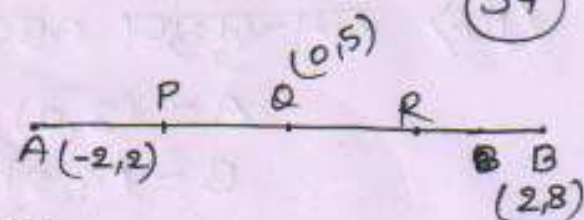
$$P \text{ का निर्देशांक} = \left(\frac{3 \times 2 + 4 \times (-2)}{3+4}, \frac{3 \times (-4) + 4 \times (-2)}{3+4} \right)$$

$$= \left(\frac{6-8}{7}, \frac{-12-8}{7} \right)$$

$$= \left(-\frac{2}{7}, -\frac{20}{7} \right)$$



<9> दिया है:- $A = (-2, 2)$
 $B = (2, 8)$



∴ बिन्दु P, Q, R रेखाखण्ड AB को चार बराबर भागों में विभाजित करते हैं।

इस प्रकार,

Q, AB का मध्य-बिन्दु है।

$$\begin{aligned}\therefore Q &= \left(\frac{-2+2}{2}, \frac{2+8}{2} \right) \\ &= \left(\frac{0}{2}, \frac{10}{2} \right) \\ &= (0, 5) \quad \underline{\underline{A}}\end{aligned}$$

फिर,

P, AQ का मध्य-बिन्दु है।

$$\begin{aligned}\therefore P &= \left(\frac{-2+0}{2}, \frac{2+5}{2} \right) \\ &= \left(\frac{-2}{2}, \frac{7}{2} \right) \\ &= \left(-1, \frac{7}{2} \right) \quad \underline{\underline{A}}\end{aligned}$$

फिर,

R, BQ का मध्य-बिन्दु है।

$$\begin{aligned}\therefore R &= \left(\frac{0+2}{2}, \frac{5+8}{2} \right) \\ &= \left(\frac{2}{2}, \frac{13}{2} \right) \\ &= \left(1, \frac{13}{2} \right) \quad \underline{\underline{A}}\end{aligned}$$

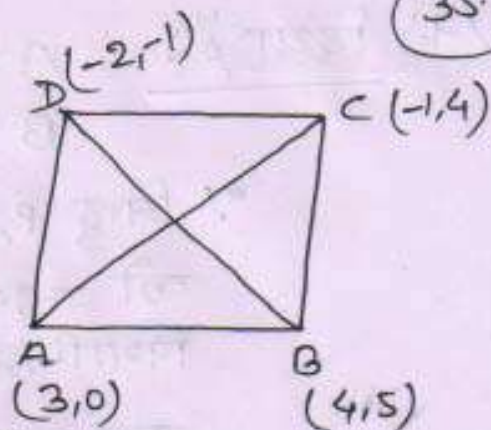
(10.) समचतुर्भुज ABCD में,

$$A = (3, 0)$$

$$B = (4, 5)$$

$$C = (-1, 4)$$

$$D = (-2, -1)$$



∴ समचतुर्भुज के विकर्ण AC तथा BD हैं।

$$\begin{aligned}\therefore AC &= \sqrt{[3 - (-1)]^2 + (0 - 4)^2} \\&= \sqrt{(3+1)^2 + (-4)^2} \\&= \sqrt{4^2 + 16} \\&= \sqrt{16 + 16} \\&= \sqrt{32} \\&= 4\sqrt{2}\end{aligned}$$

तथा,

$$\begin{aligned}BD &= \sqrt{[4 - (-2)]^2 + [5 - (-1)]^2} \\&= \sqrt{(4+2)^2 + (5+1)^2} \\&= \sqrt{6^2 + 6^2} \\&= \sqrt{36 + 36} \\&= \sqrt{72} \\&= 6\sqrt{2}\end{aligned}$$

∴ समचतुर्भुज का क्षेत्र = $\frac{1}{2} \times$ विकर्णों का गुणनफल

$$= \frac{1}{2} \times AC \times BD$$

$$= \frac{1}{2} \times 4\sqrt{2} \times 6\sqrt{2}$$

$$= 2 \times 6 \times 2$$

$$= 24$$