

Guess Question with Solve

(11) सिद्ध करें कि  $\sqrt{11}$  एक अपरिमैय संख्या है।

हल:- माना कि  $\sqrt{11}$  एक परिमैय संख्या है।

$$\therefore \sqrt{11} = \frac{p}{q} \left[ p \text{ एवं } q \text{ पूर्णांक हैं, } q \neq 0 \text{ तथा } p \text{ एवं } q \text{ का उभयनिष्ठ गुणनखण्ड केवल 1 होता है} \right]$$

दोनों तरफ वर्ग करने पर

$$\Rightarrow (\sqrt{11})^2 = \left(\frac{p}{q}\right)^2$$

$$\Rightarrow 11 = \frac{p^2}{q^2}$$

$$\Rightarrow 11q^2 = p^2 \quad \text{--- (1)}$$

$\therefore p^2, 11$  से विभाज्य है।

$\therefore p$  भी 11 से विभाज्य होगा।

$\therefore 11, p$  का गुणनखण्ड है।

फिर, माना कि  $p = 11K$

समी. (1) से,

$$11q^2 = p^2$$

$$\Rightarrow 11q^2 = (11K)^2$$

$$\Rightarrow 11q^2 = 11 \times 11K^2$$

$$\Rightarrow q^2 = 11K^2$$

$\therefore q^2, 11$  से विभाज्य है।

$\therefore q$  भी 11 से विभाज्य होगा।

$\therefore 11, q$  का गुणनखण्ड है।

पुनः  $p$  एवं  $q$  का उभयनिष्ठ गुणनखण्ड 11 है लेकिन कथन के अनुसार  $p$  एवं  $q$  का उभयनिष्ठ गुणनखण्ड केवल 1 होता है।

$\therefore$  विरोधाभास है,  
हमारा मानना  
गलत है।

अतः  $\sqrt{11}$  एक  
अपरिमैय संख्या  
है।

सिद्ध

<12> सिद्ध करें कि निम्नलिखित अपरिमेय संख्या हैं।

(i)  $\frac{1}{\sqrt{5}}$

माना कि  $\frac{1}{\sqrt{5}}$  एक परिमेय संख्या है।

$$\therefore \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{p}{q} \quad [\text{जहाँ } p \text{ एवं } q \text{ पूर्णांक हैं, } q \neq 0]$$

$$\Rightarrow \sqrt{5} p = q$$

$$\Rightarrow \sqrt{5} = \frac{q}{p}$$

$\therefore p$  एवं  $q$  पूर्णांक हैं।

$\therefore \frac{q}{p}$  एक परिमेय संख्या है परन्तु  $\sqrt{5}$  एक अपरिमेय संख्या है।

अतः

अपरिमेय संख्या = परिमेय संख्या जो कि असत्य है।

$\therefore$  विरोधाभास है,

हमारा मानना गलत है।

$\therefore \frac{1}{\sqrt{5}}$  एक अपरिमेय संख्या है।

सिद्ध

(iv)

$$6 + \sqrt{2}$$

माना कि  $6 + \sqrt{2}$  एक परिमेय संख्या है।

$$\therefore 6 + \sqrt{2} = \frac{p}{q} \quad [\text{जहाँ } p \text{ एवं } q \text{ पूर्णांक हैं, } q \neq 0]$$

$$\Rightarrow \sqrt{2} = \frac{p}{q} - 6$$

$$\Rightarrow \sqrt{2} = \frac{p-6q}{q}$$

$\therefore p$  एवं  $q$  पूर्णांक हैं।

$\therefore p, -6q$  एवं  $6$  भी पूर्णांक होंगे।

$\therefore \frac{p-6q}{q}$  एक परिमेय संख्या है परन्तु  $\sqrt{2}$  एक अपरिमेय संख्या है।



Guess Question with Solve

(iv) अतः अपरिमेय संख्या = परिमेय संख्या जो कि असत्य है  
 $\therefore$  विरोधाभास ले,  
हमारा मानना गलत है।  
 $\therefore 6 + \sqrt{2}$  एक अपरिमेय संख्या है।  
सिद्ध

(ii)  $3\sqrt{3}$   
माना कि  $3\sqrt{3}$  एक परिमेय संख्या है  
 $\therefore 3\sqrt{3} = \frac{p}{q}$  [जहाँ  $p$  एवं  $q$  पूर्णांक हैं,  $q \neq 0$ ]  
 $\Rightarrow \sqrt{3} = \frac{p}{3q}$   
 $\therefore p$  एवं  $q$  पूर्णांक हैं।  
 $\therefore p$  एवं  $3q$  भी पूर्णांक होंगे।  
 $\therefore \frac{p}{3q}$  एक परिमेय संख्या है परन्तु  $\sqrt{3}$  एक अपरिमेय संख्या है।  
अतः अपरिमेय संख्या = परिमेय संख्या जो कि असत्य है  
 $\therefore$  विरोधाभास ले,  
हमारा मानना गलत है।  
 $\therefore 3\sqrt{3}$  एक अपरिमेय संख्या है।  
सिद्ध

माना कि  $5\sqrt{3}$  एक परिमेय संख्या है।

$$\therefore 5\sqrt{3} = \frac{p}{q} \text{ [जहाँ } p \text{ एवं } q \text{ पूर्णांक हैं, } q \neq 0]$$

$$\Rightarrow \sqrt{3} = \frac{p}{5q}$$

$\therefore p$  एवं  $q$  पूर्णांक हैं।

$\therefore p$  एवं  $5q$  भी पूर्णांक होगा।

$\therefore \frac{p}{5q}$  एक परिमेय संख्या है लेकिन  $\sqrt{3}$  एक अपरिमेय संख्या है।

अतः अपरिमेय संख्या = परिमेय संख्या जो कि असत्य है।

$\therefore$  विरोधाभास ले,

हमारा मानना गलत है।

$\therefore 5\sqrt{3}$  एक अपरिमेय संख्या है।

सिद्ध

माना कि  $5-\sqrt{3}$  एक परिमेय संख्या है।

$$\therefore 5-\sqrt{3} = \frac{p}{q} \text{ [जहाँ } p \text{ एवं } q \text{ पूर्णांक हैं, } q \neq 0]$$

$$\Rightarrow 5 - \frac{p}{q} = \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \frac{5q-p}{q} = \sqrt{3}$$

$\therefore p$  एवं  $q$  पूर्णांक हैं।

$\therefore 5q, p$  एवं  $q$  भी पूर्णांक होगा।

$\therefore \frac{5q-p}{q}$  एक परिमेय संख्या है लेकिन  $\sqrt{3}$  एक अपरिमेय संख्या है।

अतः परिमेय संख्या = अपरिमेय संख्या जो कि असत्य है।

$\therefore$  विरोधाभास ले,

हमारा मानना गलत है।

$\therefore 5-\sqrt{3}$  एक अपरिमेय संख्या है।

सिद्ध

Guess Question with Answer

(vi)  $3 + \sqrt{5}$

माना कि  $3 + \sqrt{5}$  एक परिमेय संख्या है।

$$\therefore 3 + \sqrt{5} = \frac{p}{q} \text{ [जहाँ } p \text{ एवं } q \text{ पूर्णांक हैं, } q \neq 0]$$

$$\Rightarrow \sqrt{5} = \frac{p}{q} - 3$$

$$\Rightarrow \sqrt{5} = \frac{p - 3q}{q}$$

$\therefore p$  एवं  $q$  पूर्णांक हैं।

$\therefore p, 3q$  एवं  $q$  भी पूर्णांक होंगे।

$\therefore \frac{p - 3q}{q}$  एक परिमेय संख्या है लेकिन  $\sqrt{5}$  एक अपरिमेय संख्या है।

अतः अपरिमेय संख्या = परिमेय संख्या जो कि असत्य है।

$\therefore$  विरोधाभास ले,

हमारा माना गलत है।

$\therefore 3 + \sqrt{5}$  एक अपरिमेय संख्या है।

सिद्ध

(vii)  $3 + 5\sqrt{2}$

माना कि  $3 + 5\sqrt{2}$  एक परिमेय संख्या है।

$$\therefore 3 + 5\sqrt{2} = \frac{p}{q} \text{ [जहाँ } p \text{ एवं } q \text{ पूर्णांक हैं, } q \neq 0]$$

$$\Rightarrow 5\sqrt{2} = \frac{p}{q} - 3$$

$$\Rightarrow 5\sqrt{2} = \frac{p - 3q}{q}$$

$$\Rightarrow \sqrt{2} = \frac{p - 3q}{5q}$$



$\therefore p$  एवं  $q$  पूर्णांक हैं।

$\therefore p, -3q$  एवं  $5q$  भी पूर्णांक होंगे।

$\therefore \frac{p-3q}{5q}$  एक परिमेय संख्या है लेकिन  $\sqrt{2}$  एक अपरिमेय संख्या है।

अतः अपरिमेय संख्या = परिमेय संख्या जो कि असत्य है  
 $\therefore$  विरोधाभास से,

हमारा मानना गलत है।

$\therefore 3+5\sqrt{2}$  एक अपरिमेय संख्या है।  
सिद्ध

(viii)  $5\sqrt{2}+7$

माना कि  $5\sqrt{2}+7$  एक परिमेय संख्या है।

$\therefore 5\sqrt{2}+7 = \frac{p}{q}$  [ $p$  एवं  $q$  पूर्णांक हैं,  $q \neq 0$ ]

$$\Rightarrow 5\sqrt{2} = \frac{p}{q} - 7$$

$$\Rightarrow 5\sqrt{2} = \frac{p-7q}{q}$$

$$\Rightarrow \sqrt{2} = \frac{p-7q}{5q}$$

$\therefore p$  एवं  $q$  पूर्णांक हैं।

$\therefore p, -7q$  एवं  $5q$  भी पूर्णांक होंगे।

$\therefore \frac{p-7q}{5q}$  एक परिमेय संख्या है लेकिन  $\sqrt{2}$  एक अपरिमेय संख्या है।

अतः अपरिमेय संख्या = परिमेय संख्या जो कि असत्य है

$\therefore$  विरोधाभास से,

हमारा मानना गलत है।

$\therefore 5\sqrt{2}+7$  एक अपरिमेय संख्या है।

सिद्ध

Guess Question with Answer

(ix)  $7-5\sqrt{3}$

माना कि  $7-5\sqrt{3}$  एक परिमेय संख्या है।

$$\therefore 7-5\sqrt{3} = \frac{p}{q} \quad [p \text{ एवं } q \text{ पूर्णांक हैं, } q \neq 0]$$

$$\Rightarrow 7 - \frac{p}{q} = 5\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \frac{7q - p}{q} = 5\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \frac{7q - p}{5q} = \sqrt{3}$$

$\therefore p$  एवं  $q$  पूर्णांक हैं।

$\therefore 7q, -p$  एवं  $5q$  भी पूर्णांक होंगे।

$\therefore \frac{7q - p}{5q}$  एक परिमेय संख्या है लेकिन  $\sqrt{3}$  एक अपरिमेय संख्या है।

अतः परिमेय संख्या = अपरिमेय संख्या जो कि असत्य है।

$\therefore$  विरोधाभास से,

हमारा मानना गलत है।

$\therefore 7-5\sqrt{3}$  एक अपरिमेय संख्या है।

सिद्ध

(x)  $2-3\sqrt{5}$

माना कि  $2-3\sqrt{5}$  एक परिमेय संख्या है।

$$\therefore 2-3\sqrt{5} = \frac{p}{q} \quad [\text{जहाँ } p \text{ एवं } q \text{ पूर्णांक हैं, } q \neq 0]$$

$$\Rightarrow 2 - \frac{p}{q} = 3\sqrt{5}$$

$$\Rightarrow \frac{2q - p}{q} = 3\sqrt{5}$$

$$\Rightarrow \frac{2q - p}{3q} = \sqrt{5}$$



$\therefore p$  एवं  $q$  पूर्णांक हैं।

$\therefore 2q, -p$  एवं  $3q$  भी पूर्णांक होंगे।

$\therefore \frac{2q-p}{3q}$  एक परिमेय संख्या है लेकिन  $\sqrt{5}$  एक अपरिमेय संख्या है।

अतः परिमेय संख्या = अपरिमेय संख्या जो कि असत्य है।

$\therefore$  विरोधाभास से,

हमारा मानना गलत है।

$\therefore 2-3\sqrt{5}$  एक अपरिमेय संख्या है।

सिद्ध

(xii)  $\frac{2}{\sqrt{7}}$

माना कि  $\frac{2}{\sqrt{7}}$  एक परिमेय संख्या है।

$\therefore \frac{2}{\sqrt{7}} = \frac{p}{q}$  [जहाँ  $p$  एवं  $q$  पूर्णांक हैं,  $q \neq 0$ ]

$$\Rightarrow \sqrt{7}p = 2q$$

$$\Rightarrow \sqrt{7} = \frac{2q}{p}$$

$\therefore p$  एवं  $q$  पूर्णांक हैं।

$\therefore 2q$  एवं  $p$  भी पूर्णांक होंगे।

$\therefore \frac{2q}{p}$  एक परिमेय संख्या है लेकिन  $\sqrt{7}$  एक परिमेय संख्या है।

अतः अपरिमेय संख्या = परिमेय संख्या जो कि असत्य है।

$\therefore$  विरोधाभास से, ~~असत्य~~

हमारा मानना गलत है।

$\therefore \frac{2}{\sqrt{7}}$  एक अपरिमेय संख्या है।

सिद्ध



Guess Question with Solve

(13) बिना लंबी विभाजन प्रक्रिया किए बताइए कि निम्नलिखित परिमेय संख्या का दशमलव प्रसार सांत है या असांत आवर्ती है।

(i)  $\frac{15}{1800}$

$\therefore$  हर 1800 का गुणनखण्ड  $= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5$   
 $= 2^3 \times 3^2 \times 5^2$

$\therefore$  1800 का गुणनखण्ड  $2^n \times 5^m$  के रूप में नहीं है।

$\therefore$  इसका दशमलव प्रसार असांत है।

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 1800} \\ 2 \overline{) 900} \\ 2 \overline{) 450} \\ 3 \overline{) 225} \\ 3 \overline{) 75} \\ 5 \overline{) 25} \\ 5 \overline{) 5} \\ 1 \end{array}$$

(ii)  $\frac{14}{350}$

हर 350 का गुणनखण्ड  $= 2 \times 5 \times 5 \times 7$

$\therefore$  350 का गुणनखण्ड  $2^n \times 5^m$  के रूप में नहीं है।

$\therefore$  इसका दशमलव प्रसार असांत है।

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 350} \\ 5 \overline{) 175} \\ 5 \overline{) 35} \\ 7 \overline{) 7} \\ 1 \end{array}$$

(iii)  $\frac{91}{1300}$

हर 1300 का गुणनखण्ड  $= 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 13$   
 $= 2^2 \times 5^2 \times 13$

$\therefore$  1300 का गुणनखण्ड  $2^n \times 5^m$  के रूप में नहीं है।

$\therefore$  इसका दशमलव प्रसार असांत है।

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 1300} \\ 2 \overline{) 650} \\ 5 \overline{) 325} \\ 5 \overline{) 65} \\ 13 \overline{) 13} \\ 1 \end{array}$$

(iv)  $\frac{15}{2^2 \times 3 \times 5^4}$

$\therefore$  हर  $2^2 \times 3 \times 5^4$  है जो  $2^m \times 5^m$  के रूप में नहीं है।

$\therefore$  इसका दशमलप प्रसार असांत है।

✗

(v)  $\frac{17}{2^2 \times 5^3}$

$\therefore$  हर  $2^2 \times 5^3$  है जो  $2^n \times 5^m$  के रूप में है।

$\therefore$  इसका दशमलप प्रसार सांत है।

✗

(vi)  $\frac{64}{455}$

हर 455 का गुणनखंड =  $5 \times 7 \times 13$

$\therefore$  455 का अभाज्य गुणनखंड  $2^n \times 5^m$  के रूप में नहीं है।

$\therefore$  इसका दशमलप प्रसार असांत है।

5	455
7	91
13	13
	1

(vii)  $\frac{1}{6}$

हर 6 का गुणनखंड =  $2 \times 3$

$\therefore$  6 का गुणनखंड  $2^n \times 5^m$  के रूप में नहीं है।

$\therefore$  इसका दशमलप प्रसार असांत है।

2	6
3	3
	1

(viii)  $\frac{7}{100}$

हर 100 का गुणनखंड =  $2 \times 2 \times 5 \times 5 = 2^2 \times 5^2$

$\therefore$  100 का गुणनखंड  $2^n \times 5^m$  के रूप में है।

$\therefore$  इसका दशमलप प्रसार सांत है।

2	100
2	50
5	25
5	5
	1



Guess Question with Answer

Q.4) निम्नलिखित प्रत्येक परिमेय संख्या को  $\frac{p}{q}$  के रूप में लिखें—

(i)  $0.\overline{54} = 0.545454\ldots$

माना कि  $x = 0.545454\ldots$  — (i)

दोनों तरफ 100 ले गुणा करने पर

$\Rightarrow 100x = 54.545454\ldots$  — (ii)

समी. (ii) में से (i) को घटाने पर

$\Rightarrow 99x = 54$

$\Rightarrow x = \frac{54}{99} = \frac{6}{11}$  A

(ii)  $0.0\overline{3} = 0.0333\ldots$

माना कि  $x = 0.0333\ldots$  — (i)

दोनों तरफ 10 ले गुणा करने पर

$\Rightarrow 10x = 0.333\ldots$  — (ii)

फिर,

समी. (i) में से 100 ले गुणा करने

$\Rightarrow 100x = 3.333\ldots$  — (iii)

समी. (iii) में से (ii) को घटाने पर

$90x = 3$

$x = \frac{3}{90}$  A

$$(iii) \quad 2.\overline{153} = 2.153153153\ldots$$

माना कि  $x = 2.153153153\ldots$  — (i)

दोनों तरफ 1000 से गुणा करने पर

$$\Rightarrow 1000x = 2153.153153153\ldots$$
 — (ii)

समी. (ii) में से (i) को घटाने पर

$$\Rightarrow 999x = 2151$$

$$x = \frac{2151}{999}$$

$$(iv) \quad 0.\overline{236} = 0.236236236\ldots$$

माना कि  $x = 0.236236236\ldots$  — (i)

दोनों तरफ 1000 से गुणा करने पर

$$\Rightarrow 1000x = 236.236236\ldots$$
 — (ii)

समी. (ii) में से (i) को घटाने पर

$$999x = 236$$

$$x = \frac{236}{999}$$

$$(v) \quad 0.\overline{236} = 0.2363636\ldots$$

माना कि  $x = 0.2363636\ldots$  — (i)

दोनों तरफ 10 से गुणा करने पर

$$10x = 2.363636\ldots$$
 — (ii)

फिर,

समी. (ii) में 1000 से गुणा करने पर

$$\Rightarrow 1000x = 2363.63636\ldots$$
 — (iii)

समी. (iii) में से (ii) को घटाने पर

$$\Rightarrow 990x = 234$$

$$x = \frac{234}{990}$$



Guess Question With Solve

(vi)  $2.\overline{123} = 2.12333\ldots$

माना कि  $x = 2.12333\ldots$  — (i)

दोनों तरफ 100 ले गुणा करने पर

$\Rightarrow 100x = 212.333\ldots$  — (ii)

फिर,

समीक (i) में 10000 ले गुणा करने पर

$\Rightarrow 10000x = 2123.333\ldots$  — (iii)

समीक (iii) में ले (ii) से घटाने पर

$900x = 1911$

$\Rightarrow x = \frac{1911}{900}$

(vii)  $4.\overline{43} = 4.4333\ldots$

माना कि  $x = 4.4333\ldots$  — (i)

दोनों तरफ 10 ले गुणा करने पर

$\Rightarrow 10x = 44.333\ldots$  — (ii)

फिर,

समीक (i) में 100 ले गुणा करने पर

$\Rightarrow 100x = 443.333\ldots$  — (iii)

समीक (iii) में ले (ii) से घटाने पर

$90x = 399$

$x = \frac{399}{90}$

(iii)  $0.23\bar{4} = 0.23444\ldots$

माना कि  $x = 0.23444\ldots$  — (i)

दोनों तरफ 100 ले गुणा करने पर

$\Rightarrow 100x = 23.444\ldots$  — (ii)

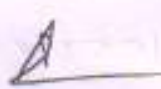
फिर,

समी. (i) में 1000 ले गुणा करने पर

$\Rightarrow 1000x = 234.444\ldots$  — (iii)

समी. (iii) में (ii) को घटाने पर

$900x = 211$

$x = \frac{211}{900}$  

(15) जाँच कीजिए कि क्या किसी प्राकृत संख्या  $n$  के लिए  $4^n$  का मान अंक 0 पर समाप्त हो सकता है।

हल..

$\because 4^n = (2 \times 2)^n = (2^2)^n = (2)^{2n}$

हम जानते हैं कि किसी संख्या का अंत 0 (शून्य) में तभी समाप्त होता है जब 2 और 5 के घातांक घात इसके गुणनखण्ड हों।

$\therefore 4^n = 2^{2n}$  यह गुणनखण्ड अद्वितीय है

$\therefore$  2 के अतिरिक्त कोई दूसरी अभाज्य संख्या  $4^n$  का गुणनखण्ड नहीं होगा।

$\therefore 4^n$  का अंत 0 पर समाप्त नहीं होगा।

