

θ	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin \theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan \theta$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	अपरिभाषित
$\operatorname{cosec} \theta$	अपरिभाषित	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	1
$\sec \theta$	1	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{2}$	2	अपरिभाषित
$\cot \theta$	अपरिभाषित	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0

$$\begin{aligned}
 \sin 0^\circ &= \cos 90^\circ = 0 \\
 \sin 30^\circ &= \cos 60^\circ = \frac{1}{2} \\
 \sin 45^\circ &= \cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} \\
 \sin 60^\circ &= \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \\
 \sin 90^\circ &= \cos 0^\circ = 1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \operatorname{cosec} 0^\circ &= \sec 90^\circ = \text{अपरिभाषित} \\
 \operatorname{cosec} 30^\circ &= \sec 60^\circ = 2 \\
 \operatorname{cosec} 45^\circ &= \sec 45^\circ = \sqrt{2} \\
 \operatorname{cosec} 60^\circ &= \sec 30^\circ = \frac{2}{\sqrt{3}} \\
 \operatorname{cosec} 90^\circ &= \sec 0^\circ = 1
 \end{aligned}$$

Exercise - 8.2

1) निम्नलिखित के मान निकालिए :-

$$(i) \sin 60^\circ \cos 30^\circ + \sin 30^\circ \cos 60^\circ$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{3}{4} + \frac{1}{4}$$

$$= \frac{3+1}{4}$$

$$= \frac{4}{4}$$

$$= \underline{\underline{1 \text{ Ans}}}$$

$$(ii) 2 \tan^2 45^\circ + \cos^2 30^\circ - \sin^2 60^\circ$$

$$= 2 \times \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$$

$$= 2 \times \frac{1}{2} + \frac{3}{4} - \frac{3}{4}$$

$$= \underline{\underline{1 \text{ Ans}}}$$

(iii)

19.

$$\begin{aligned}
& \frac{\cos 45^\circ}{\sec 30^\circ + \operatorname{cosec} 30^\circ} \\
&= \frac{\frac{1}{\sqrt{2}}}{\frac{2}{\sqrt{3}} + 2} \\
&= \frac{\frac{1}{\sqrt{2}}}{\frac{2}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} + 2} \\
&= \frac{\frac{1}{\sqrt{2}}}{\frac{2\sqrt{3}}{3} + 2} \\
&= \frac{\frac{1}{\sqrt{2}}}{\frac{2\sqrt{3} + 6}{3}} \\
&= \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{3}{2\sqrt{3} + 6} \\
&= \frac{3}{2\sqrt{6} + 6\sqrt{2}} \times \frac{2\sqrt{6} - 6\sqrt{2}}{2\sqrt{6} - 6\sqrt{2}} \\
&= \frac{6\sqrt{6} - 18\sqrt{2}}{(2\sqrt{6})^2 - (6\sqrt{2})^2} \\
&= \frac{-6(-\sqrt{6} + 3\sqrt{2})}{24 - 72} \\
&= \frac{-6(-\sqrt{6} + 3\sqrt{2})}{-48} \\
&= \frac{3\sqrt{2} - \sqrt{6}}{8} \quad \underline{\underline{\text{Ans}}}
\end{aligned}$$

$$(iv) \frac{\sin 30^\circ + \tan 45^\circ - \operatorname{cosec} 60^\circ}{\sec 30^\circ + \cos 60^\circ + \cot 45^\circ}$$

$$= \frac{\frac{1}{2} + 1 - \frac{2}{\sqrt{3}}}{\frac{2}{\sqrt{3}} + \frac{1}{2} + 1}$$

$$= \frac{\frac{\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 4}{2\sqrt{3}}}{\frac{4 + \sqrt{3} + 2\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}}$$

$$= \frac{3\sqrt{3} - 4}{3\sqrt{3} + 4}$$

$$= \frac{3\sqrt{3} - 4}{3\sqrt{3} + 4} \times \frac{3\sqrt{3} - 4}{3\sqrt{3} - 4}$$

$$= \frac{(3\sqrt{3} - 4)^2}{(3\sqrt{3})^2 - 4^2}$$

$$= \frac{(3\sqrt{3})^2 - 2 \times 3\sqrt{3} \times 4 + 4^2}{9 \times 3 - 16}$$

$$= \frac{27 - 24\sqrt{3} + 16}{27 - 16}$$

$$= \frac{43 - 24\sqrt{3}}{11} \quad \underline{\underline{\text{Ans}}}$$

$$(v) \frac{5 \cos^2 60^\circ + 4 \sec^2 30^\circ - \tan^2 45^\circ}{\sin^2 30^\circ + \cos^2 30^\circ}$$

$$= \frac{5 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 4 \times \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2 - 1^2}{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}$$

$$= \frac{5 \times \frac{1}{4} + 4 \times \frac{4}{3} - 1}{\frac{1}{4} + \frac{3}{4}}$$

$$= \frac{\frac{5}{4} + \frac{16}{3} - 1}{1}$$

$$\frac{1+3}{4}$$

$$= \frac{\frac{15+64-12}{12}}{\frac{4}{4}}$$

$$= \frac{79-12}{12}$$

$$= \frac{67}{12} \text{ Ans}$$

2.) सही विकल्प चुनिए और अपने विकल्प का औचित्य दीजिए (22)

$$(i) \frac{2 \tan 30^\circ}{1 + \tan^2 30^\circ} = \frac{2 \times \frac{1}{\sqrt{3}}}{1 + \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2}$$

$$= \frac{\frac{2}{\sqrt{3}}}{1 + \frac{1}{3}}$$

$$= \frac{\frac{2}{\sqrt{3}}}{\frac{3+1}{3}}$$

$$= \frac{\frac{2}{\sqrt{3}}}{\frac{4}{3}}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{3}} \times \frac{3}{4}$$

$$= \frac{3}{2\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{\cancel{3}\sqrt{3}}{2 \times \cancel{3}}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= \sin 60^\circ$$

(A) 

$$\begin{aligned}
 \text{(ii)} \quad \frac{1 - \tan^2 45^\circ}{1 + \tan^2 45^\circ} &= \frac{1 - 1^2}{1 + 1^2} \\
 &= \frac{1 - 1}{1 + 1} \\
 &= \frac{0}{2} \\
 &= 0 \text{ Ans} \\
 &\quad \textcircled{D}
 \end{aligned}$$

$$\text{(iii)} \quad \sin 2A = 2 \sin A$$

यदि $A = 0^\circ$

$$\therefore \sin 2A = 2 \sin A$$

$$\Rightarrow \sin 2 \times 0^\circ = 2 \sin 0^\circ$$

$$\Rightarrow \sin 0^\circ = 2 \times 0$$

$$\Rightarrow 0 = 0$$

$$\therefore \textcircled{A} \text{ Ans}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(iv)} \quad \frac{2 + \tan 30^\circ}{1 - \tan^2 30^\circ} &= \frac{2 \times \frac{1}{\sqrt{3}}}{1 - \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2} \\
 &= \frac{\frac{2}{\sqrt{3}}}{1 - \frac{1}{3}} \\
 &= \frac{\frac{2}{\sqrt{3}}}{\frac{3-1}{3}} \\
 &= \frac{2}{\sqrt{3}} \times \frac{3}{2}
 \end{aligned}$$

$$= \frac{3}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{3\sqrt{3}}{3}$$

$$= \sqrt{3}$$

$$= \tan 60^\circ$$

$$\therefore \textcircled{C} \text{ Ans}$$

$$3) \because \tan(A+B) = \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \tan(A+B) = \tan 60^\circ$$

दोनों तरफ तुलना करने पर

$$A+B = 60^\circ \quad \text{--- (1)}$$

फिर,

$$\tan(A-B) = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow \tan(A-B) = \tan 30^\circ$$

दोनों तरफ तुलना करने पर

$$\Rightarrow A-B = 30^\circ$$

$$\Rightarrow A = 30^\circ + B$$

समी० (1) में A का मान प्रतिस्थापित करने पर

$$A+B = 60^\circ$$

$$\Rightarrow 30^\circ + B + B = 60^\circ$$

$$\Rightarrow 30^\circ + 2B = 60^\circ$$

$$\Rightarrow 2B = 60^\circ - 30^\circ = 30^\circ$$

$$\Rightarrow B = \frac{30^\circ}{2} = 15^\circ$$

$$\therefore A = 30^\circ + B$$

$$= 30^\circ + 15^\circ$$

$$= 45^\circ$$

इस प्रकार,

$$\left. \begin{array}{l} A = 45^\circ \\ B = 15^\circ \end{array} \right\} \underline{\text{Ans}}$$

4. > बताइए कि निम्नलिखित में कौन-कौन सत्य है या असत्य है।
कारण सहित अपने उत्तर की पुष्टि कीजिए।

(i) $\sin(A+B) = \sin A + \sin B$

कारण:- असत्य Ans

जब $A = 60^\circ$
 $B = 30^\circ$

L.H.S,

$$\begin{aligned}\sin(A+B) &= \sin(60^\circ + 30^\circ) \\ &= \sin 90^\circ \\ &= 1\end{aligned}$$

R.H.S,

$$\begin{aligned}\sin A + \sin B &= \sin 60^\circ + \sin 30^\circ \\ &= \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \\ &= \frac{\sqrt{3} + 1}{2}\end{aligned}$$

$\therefore \text{L.H.S} \neq \text{R.H.S}$

(ii) θ में वृद्धि होने के साथ $\sin \theta$ के मान में भी वृद्धि होती है।

सत्य Ans

कारण:-

$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2} = 0.5$$

$$\sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.7 \text{ (लगभग)}$$

$$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} = 0.87 \text{ (लगभग)}$$

$$\sin 90^\circ = 1$$

\therefore जब θ का मान 0° से 90° तक बढ़ता है तो $\sin \theta$ का मान भी बढ़ता है।

(iii) θ में वृद्धि होने के साथ $\cos \theta$ के मान में भी वृद्धि होती है
असत्य है Ans

कारण:-

$$\cos 0^\circ = 1$$

$$\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} = 0.87 \text{ (लगभग)}$$

$$\cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.7 \text{ (लगभग)}$$

$$\cos 60^\circ = \frac{1}{2} = 0.5$$

$$\cos 90^\circ = 0$$

अतः θ का मान 0° से 90° तक बढ़ता है तो $\cos \theta$ का मान घटता है।

(iv) θ के सभी मानों पर $\sin \theta = \cos \theta$

असत्य है Ans

कारण:-

$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore \sin 30^\circ \neq \cos 30^\circ$$

अतः,

$$\sin 45^\circ = \cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ होता है।}$$

(v) $A = 0^\circ$ पर $\cot A$ परिभाषित नहीं है।

सत्य है Ans

कारण:-

$$\cot 0^\circ = \frac{1}{\tan 0^\circ} = \frac{1}{0} \text{ अपरिभाषित}$$