

Exercise - 2.4

(1) सत्यापित कीजिए कि निम्न त्रिघात बहुपदों के साथ दी गई संख्याएँ उसकी शून्यक हैं। प्रत्येक स्थिति में शून्यकों और गुणांकों के बीच के संबंध को भी सत्यापित कीजिए।

(i)  $P(x) = 2x^3 + x^2 - 5x + 2$

शून्यक =  $\frac{1}{2}, 1, -2$

अर्थात्

$x = \frac{1}{2}, 1, -2$

$\therefore P\left(\frac{1}{2}\right) = 2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 5 \times \frac{1}{2} + 2$

$= 2 \times \frac{1}{8} + \frac{1}{4} - \frac{5}{2} + 2$

$= \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{5}{2} + 2$

$= \frac{1 + 1 - 10 + 8}{4}$

$= \frac{10 - 10}{4}$

$= \frac{0}{4}$

$= 0$

फिर,

$$P(1) = 2 \times 1^3 + 1^2 - 5 \times 1 + 2$$

$$= 2 \times 1 + 1 - 5 + 2$$

$$= 2 + 1 - 5 + 2$$

$$= 5 - 5$$

$$= 0$$

और,

$$P(-2) = 2 \times (-2)^3 + (-2)^2 - 5 \times (-2) + 2$$

$$= 2 \times (-8) + 4 + 10 + 2$$

$$= -16 + 16$$

$$= 0$$

∴ शून्यक  $\frac{1}{2}, 1, -2$  बहुपद  $P(x)$  के शून्यक हैं।

$$\therefore \alpha = \frac{1}{2}$$

$$\beta = 1$$

$$\gamma = -2$$

अब,

$$P(x) = 2x^3 + x^2 - 5x + 2 \text{ में,}$$

माना कि

$$x^3 \text{ का गुणांक} = a = 2$$

$$x^2 \text{ का गुणांक} = b = 1$$

$$x \text{ का गुणांक} = c = -5$$

$$\text{अचर पद} = d = 2$$

Exercise - 2.4

$$\alpha + \beta + \gamma = \frac{1}{2} + 1 + (-2)$$

$$= \frac{1}{2} + 1 - 2$$

$$= \frac{1 + 2 - 4}{2}$$

$$= \frac{3 - 4}{2}$$

$$= -\frac{1}{2}$$

$$= -\frac{b}{a} = -\frac{x^2 \text{ का गुणांक}}{x^3 \text{ का गुणांक}}$$

$$\alpha\beta + \beta\gamma + \alpha\gamma = \frac{1}{2} \times 1 + 1 \times (-2) + \frac{1}{2} \times (-2)$$

$$= \frac{1}{2} - 2 - \frac{1}{2} \times 2$$

$$= \frac{1}{2} - 2 - 1$$

$$= \frac{1}{2} - 3$$

$$= \frac{1 - 6}{2}$$

$$= -\frac{5}{2}$$

$$= \frac{c}{a} = \frac{x \text{ का गुणांक}}{x^3 \text{ का गुणांक}}$$



Exercise - 2.4

$$\alpha\beta\gamma = \frac{1}{2} \times 1 \times (-2)$$

$$= -\frac{1}{2} \times 1 \times 2$$

$$= -\frac{2}{2}$$

$$= -\frac{d}{a} = -\frac{\text{अचर पद}}{x^3 \text{ का गुणांक}}$$

जोड़

(ii)  $P(x) = x^3 - 4x^2 + 5x - 2$

संख्याएँ = 2, 1, 1

$$P(2) = 2^3 - 4 \times 2^2 + 5 \times 2 - 2$$

$$= 8 - 4 \times 4 + 10 - 2$$

$$= 8 - 16 + 10 - 2$$

$$= 18 - 18$$

$$= 0$$

$$P(1) = 1^3 - 4 \times 1^2 + 5 \times 1 - 2$$

$$= 1 - 4 \times 1 + 5 - 2$$

$$= 1 - 4 + 5 - 2$$

$$= 6 - 6$$

$$= 0$$

$\therefore 2, 1, 1$  बहुपद  $P(x)$  के मूल हैं।

$$\therefore \alpha = 2, \beta = 1, \gamma = 1$$

फिर,  $p(x) = x^3 - 4x^2 + 5x - 2$

माना कि,

$$x^3 \text{ का गुणांक} = a = 1$$

$$x^2 \text{ का गुणांक} = b = -4$$

$$x \text{ का गुणांक} = c = 5$$

$$\text{अचर पद} = d = -2$$

$$\therefore \alpha + \beta + \gamma = 2 + 1 + 1$$

$$= \frac{4}{1}$$

$$= \frac{-(-4)}{1}$$

$$= -\frac{b}{a} = -\frac{x^2 \text{ का गुणांक}}{x^3 \text{ का गुणांक}}$$

$$\alpha\beta + \beta\gamma + \alpha\gamma = 2 \times 1 + 1 \times 1 + 2 \times 1$$

$$= 2 + 1 + 2$$

$$= \frac{5}{1}$$

$$= \frac{c}{a} = \frac{x \text{ का गुणांक}}{x^3 \text{ का गुणांक}}$$

$$\alpha\beta\gamma = 2 \times 1 \times 1$$

$$= \frac{2}{1}$$

$$= \frac{-(-2)}{1}$$

$$= -\frac{d}{a} = -\frac{\text{अचर पद}}{x^3 \text{ का गुणांक}} \quad \underline{\underline{\frac{50}{4}}}$$

Exercise - 2.4

(2.) एक त्रिघात बहुपद प्राप्त कीजिए जिसके शून्यकों का योग, दो शून्यकों का एक साथ लेकर उनके गुणनफल का योग तथा तीनों शून्यकों के गुणनफल क्रमशः 2, -7, -14 हों।

हल:-

∵  $\alpha, \beta, \gamma$  त्रिघात बहुपद के शून्यक हैं।

$$\therefore \alpha + \beta + \gamma = 2$$

$$\alpha\beta + \beta\gamma + \alpha\gamma = -7$$

$$\alpha\beta\gamma = -14$$

$$\therefore \text{त्रिघात बहुपद} = x^3 - (\alpha + \beta + \gamma)x^2 + (\alpha\beta + \beta\gamma + \alpha\gamma)x + \alpha\beta\gamma$$

$$= x^3 - 2x^2 + (-7)x + (-14)$$

$$= x^3 - 2x^2 - 7x - 14$$





Exercise - 2.4

(3.) यदि बहुपद  $x^3 - 3x^2 + x + 1$  के शून्यक  $a-b, a, a+b$  हों, तो  $a$  और  $b$  ज्ञात कीजिए।

हल:-  $P(x) = x^3 - 3x^2 + x + 1$

शून्यक =  $a-b, a, a+b$

$\therefore \alpha, \beta, \gamma$  त्रिघात बहुपद के शून्यक हों

$\therefore \alpha = a-b$

$\beta = a$

$\gamma = a+b$

फिर,  $P(x) = x^3 - 3x^2 + x + 1$  में,

माना कि

$x^3$  का गुणांक =  $a = 1$

$x^2$  का गुणांक =  $b = -3$

$x$  का गुणांक =  $c = 1$

अचर पद =  $d = 1$

अब,

$\alpha + \beta + \gamma = -\frac{b}{a}$

$\Rightarrow a-b+a+a+b = -\left(\frac{-3}{1}\right)$

$= 3a = \frac{3}{1}$

$\Rightarrow a = \frac{3}{3}$

$\Rightarrow a = 1$

और

$$\angle Py = -\frac{d}{a}$$

$$\Rightarrow (a-b) \cdot a \cdot (a+b) = -\frac{1}{1}$$

$$\Rightarrow (a^2 - b^2) \times 1 = -1$$

$$\Rightarrow a^2 - b^2 = -1$$

$$\Rightarrow 1^2 - b^2 = -1$$

$$\Rightarrow 1 - b^2 = -1$$

$$\Rightarrow 1+1 = b^2$$

$$\Rightarrow 2 = b^2$$

$$\Rightarrow b = \pm\sqrt{2}$$

$$\therefore \left. \begin{array}{l} a = 1 \\ b = \pm\sqrt{2} \end{array} \right\} \text{Answer}$$

(4.) यदि बहुपद  $x^4 - 6x^3 - 26x^2 + 138x - 35$  के दो शून्यक  $2 \pm \sqrt{3}$  हों, तो अन्य शून्यक ज्ञात कीजिए ।

हल:-

$$P(x) = x^4 - 6x^3 - 26x^2 + 138x - 35$$

$$\text{शून्यक} = 2 \pm \sqrt{3}$$

$$= 2 + \sqrt{3}, 2 - \sqrt{3}$$

$$\therefore x = 2 + \sqrt{3}$$

$$\text{और } x = 2 - \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow x - 2 - \sqrt{3} = 0$$

$$\Rightarrow x - 2 + \sqrt{3} = 0$$

$$\Rightarrow (x-2) - \sqrt{3} = 0$$

$$\Rightarrow (x-2) + \sqrt{3} = 0$$

अतः  $[(x-2) - \sqrt{3}][(x-2) + \sqrt{3}]$  दिए गए बहुपद का एक गुणनखंड होगा ।



Exercise - 2.4

$$\therefore [(x-2)-\sqrt{3}][(x-2)+\sqrt{3}]$$

$$= (x-2)^2 - (\sqrt{3})^2$$

$$= x^2 - 4x + 4 - 3$$

$$= x^2 - 4x + 1$$

$\therefore x^2 - 4x + 1$  दिए गए बहुपद का एक गुणनखंड होगा।

अब,

$$\begin{array}{r} x^2 - 4x + 1 \overline{) x^4 - 6x^3 - 26x^2 + 138x - 35} \quad (x^2 - 2x - 35) \\ \underline{x^4 - 4x^3 + x^2} \phantom{- 35} \\ -2x^3 - 27x^2 + 138x - 35 \\ \underline{-2x^3 + 8x^2 - 2x} \phantom{- 35} \\ -35x^2 + 140x - 35 \\ \underline{-35x^2 + 140x - 35} \\ 0 \end{array}$$

$\therefore x^2 - 2x - 35$  भी बहुपद  $P(x)$  का गुणनखण्ड होगा।

$$\therefore x^2 - 2x - 35 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 7x + 5x - 35 = 0$$

$$\Rightarrow x(x-7) + 5(x-7) = 0$$

$$\Rightarrow (x+5)(x-7) = 0$$

$$\Rightarrow x+5=0 \quad \text{और} \quad x-7=0$$

$$\Rightarrow x = -5$$

$$\Rightarrow x = 7$$

$\therefore -5$  और  $7$  भी बहुपद  $P(x)$  के शून्यक होंगे।

5) यदि बहुपद  $x^4 - 6x^3 + 16x^2 - 25x + 10$  को एक अन्य बहुपद  $x^2 - 2x + k$  से भाग दिया जाए और शेषफल  $x + a$  आता हो, तो  $k$  तथा  $a$  ज्ञात कीजिए।

हल:-

$$\begin{array}{r}
 x^2 - 2x + k \overline{) x^4 - 6x^3 + 16x^2 - 25x + 10} \quad (x^2 - 4x + 8 - k \\
 \underline{x^4 - 2x^3 + kx^2} \phantom{- 25x + 10} \\
 -4x^3 + 16x^2 - kx^2 - 25x + 10 \\
 \underline{-4x^3 + 8x^2 - 4kx} \phantom{+ 10} \\
 8x^2 - kx^2 + 4kx - 25x + 10 \\
 \underline{8x^2} \phantom{- kx^2 + 4kx - 25x + 10} \\
 -kx^2 + 4kx - 9x - 8k + 10 \\
 \underline{-kx^2 + 2kx - k^2} \phantom{+ 10} \\
 2kx - 9x + k^2 - 8k + 10
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 \therefore \text{शेषफल} &= 2kx - 9x + k^2 - 8k + 10 \\
 &= (2k - 9)x + (k^2 - 8k + 10)
 \end{aligned}$$

होकि,

$$\text{शेषफल} = x + a$$

तुलना करने पर

$$\Rightarrow (2k - 9)x = x$$

$$\Rightarrow 2k - 9 = 1$$

$$\Rightarrow 2k = 1 + 9$$

$$\Rightarrow 2k = 10$$

$$\Rightarrow k = \frac{10}{2}$$

$$\Rightarrow k = 5$$

$$\text{और } a = k^2 - 8k + 10$$

$$= 5^2 - 8 \times 5 + 10$$

$$= 25 - 40 + 10$$

$$= 35 - 40$$

$$= -5$$

$$\therefore k = 5 \quad a = -5$$