

## समान्तर श्रेणी

\* श्रेणी (Progression) :- एक निश्चित पैटर्न का अनुसरण करने वाली संख्याओं की सूची एक श्रेणी कहलाती है।  
जैसे: 3, 7, 11, 15, 19, ...

\* पद (Term) :- सूची की प्रत्येक संख्या एक पद कहलाती है।  
पदों को  $a_1, a_2, a_3, \dots$  अथवा  $t_1, t_2, t_3, \dots$  आदि से दर्शाते हैं।

\* श्रेणियाँ विभिन्न प्रकार की होती हैं—  
 (i) समांतर श्रेणी (A.P)  $\rightarrow$  Arithmetic Progression  
 (ii) गुणोत्तर श्रेणी (G.P)  $\rightarrow$  Geometric Progression  
 (iii) हरात्मक श्रेणी (H.P)  $\rightarrow$  Harmonic Progression

\* ① समान्तर श्रेणी :- यदि किसी श्रेणी के दो क्रमागत पदों का अन्तर एक स्थिरांक (Constant) हो तो उसे समांतर श्रेणी कहते हैं।  
जैसे: 3, 7, 11, 15, 19, ... एक A.P है।

\* सार्व-अन्तर (Common Difference) :- किसी समांतर श्रेणी (A.P) का सार्व-अन्तर (C.d) उसके किसी भी दो क्रमागत संख्याओं के बीच का अंतर होता है जो बाद वाली संख्या में से पहले वाली संख्या को घटाने से प्राप्त होता है।

सार्व-अन्तर ऋणात्मक, शून्यात्मक तथा धनात्मक हो सकता है।

अर्थात् सार्व-अन्तर = दूसरा पद - पहला पद  
 = तीसरा पद - दूसरा पद  
 = चौथा पद - तीसरा पद  
 =  $n$  वीं पद -  $(n-1)$  वीं पद

- (2)
- $\Rightarrow$  सार्वअंतर ज्ञात करने के लिए सदैव छद्म वाले पद से ठीक पहले वाले पद को घटावेंगे।
- $\Rightarrow$  सार्व-अंतर को 'd' ले सूचित करते हैं।

जैसे:- 5, 8, 11, 14, ----

$$\text{सार्व-अंतर} = 8 - 5 = 3$$

\* समांतर श्रेणी का व्यापक रूप (General form of A.P)

यदि किसी A.P का पहला पद (first term) 'a' तथा सार्वअंतर (C.d) 'd' हो तो इसका

$$\text{दूसरा पद} = a_2 = a + d = t_2$$

$$\text{तीसरा पद} = a_3 = a + 2d = t_3$$

$$\text{चौथा पद} = a_4 = a + 3d = t_4$$

$$n\text{वाँ पद} = a_n = a + (n-1)d = t_n$$

अतः, यदि किसी A.P का पहला पद 'a' तथा सार्व-अंतर 'd' हो तो इसके पद

$$a, a+d, a+2d, a+3d, a+4d, \dots \text{ होंगे।}$$

\* परिमित समांतर श्रेणी (Finite A.P) :-

यदि किसी A.P का अन्तिम पद (last term) मासूम हो, तो A.P के पदों की संख्या निश्चित हो जाती है, ऐसे A.P को परिमित A.P कहते हैं।

जैसे:- 3, 5, 7, 9, 11

\* अपरिमित A.P (Infinite A.P)

यदि किसी A.P में ~~अन्तिम~~ अन्तिम पद नहीं हो उसे अपरिमित A.P कहते हैं।

जैसे। 2, 5, 8, 11, ----



- 1) ① प्रथम किलोमीटर के बाद टैक्सी का किराया = 15 रु  
 दूसरे " " " " " " = 15 + 8 = 23 रु  
 तीसरे " " " " " " = 23 + 8 = 31 रु  
 चौथे " " " " " " = 31 + 8 = 39 रु

अतः संख्याएँ 15, 23, 31, 39 ..... एक A.P. बनती हैं क्योंकि इसका प्रत्येक लक्ष-अंतर 8 है।

- ② माना कि,  
 प्रारम्भ में बैलन के हवा की मात्रा  $x$  घन इकाई है।

$$\begin{aligned} \text{पहले बार पंप चलाने पर बैलन में शेष हवा} &= x - \frac{x}{4} \\ &= \frac{4x - x}{4} \\ &= \frac{3x}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{दूसरे बार पंप चलाने पर बैलन में शेष हवा} &= \frac{3x}{4} - \frac{1}{4} \times \frac{3x}{4} \\ &= \frac{3x}{4} - \frac{3x}{16} \\ &= \frac{12x - 3x}{16} \\ &= \frac{9x}{16} \end{aligned}$$

~~अतः~~  
 अतः,

$$x, \frac{3x}{4}, \frac{9x}{16}, \dots$$

$$d_1 = \frac{3x}{4} - x = \frac{3x - 4x}{4} = -\frac{x}{4}$$

$$d_2 = \frac{9x}{16} - \frac{3x}{4} = \frac{9x - 12x}{16} = -\frac{3x}{4}$$

∴ प्रत्येक  $d$  का मान बराबर नहीं है।

∴ यह A.P. में नहीं है।

- (ii) पहले मीटर की खुदई की लागत = 150 रु  
 दूसरे " " " " " " = 150 + 50 = 200 रु  
 तीसरे " " " " " " = 200 + 50 = 250 रु  
 चौथे " " " " " " = 250 + 50 = 300 रु

अतः

लंबाई

$$150, 200, 250, 300, \dots$$

$$d_1 = 200 - 150 = 50$$

$$d_2 = 250 - 200 = 50$$

$$d_3 = 300 - 250 = 50$$

$\therefore$  प्रत्येक  $d$  का मान बराबर है

$\therefore$  यह A.P में है

- (iv) प्रथम वर्ष के अन्त में मिश्रधन =  $10000 \left(1 + \frac{8}{100}\right)$

$$= 10000 \left(\frac{100+8}{100}\right)$$

$$= 10000 \times \frac{108}{100}$$

$$= 10800 \text{ रु}$$

$$\text{दूसरे वर्ष के अन्त में मिश्रधन} = 10000 \left(1 + \frac{8}{100}\right)^2$$

$$= 10000 \left(\frac{100+8}{100}\right)^2$$

$$= 10000 \left(\frac{108}{100}\right)^2$$

$$= 10000 \times \frac{108}{100} \times \frac{108}{100}$$

$$= 11664 \text{ रु}$$

$$\text{तीसरे वर्ष के अन्त में मिश्रधन} = 10000 \left(1 + \frac{8}{100}\right)^3$$

$$= 10000 \left(\frac{100+8}{100}\right)^3$$

$$= 10000 \left(\frac{108}{100}\right)^3$$

$$= 10000 \times \frac{108}{100} \times \frac{108}{100} \times \frac{108}{100}$$

$$= \frac{1259712}{100}$$

$$= 12597.12 \text{ रु}$$

$$d_1 = 11664 - 10800 = 864$$

$$d_2 = 12597.12 - 11664$$

$$= 933.12$$

प्रत्येक  $d$  का मान बराबर नहीं है

$\therefore$  यह A.P में नहीं है



2) ①  $a = 10$   
 $d = 10$

पहला पद  $= a = 10$

दूसरा पद  $= a_2 = a + d$

$= 10 + 10$

$= 20$

तीसरा पद  $= a_3 = a + 2d$

$= 10 + 2 \times 10$

$= 10 + 20$

$= 30$

चौथा पद  $= a_4 = a + 3d$

$= 10 + 3 \times 10$

$= 10 + 30$

$= 40$

अभीष्ट प्रथम चार पद —  $10, 20, 30, 40$  A

②  $a = -2$   
 $d = 0$

प्रथम पद  $= a = -2$

दूसरा पद  $= a_2 = a + d$

$= -2 + 0$

$= -2$

तीसरा पद  $= a_3 = a + 2d$

$= -2 + 2 \times 0$

$= -2 + 0$

$= -2$

चौथा पद  $= a_4 = a + 3d$

$= -2 + 3 \times 0$

$= -2 + 0$

$= -2$

$\therefore$  अभीष्ट प्रथम चार पद —  $-2, -2, -2, -2$  A

(6)

$$\textcircled{\text{iii}} \quad a = 4$$

$$d = -3$$

$$\text{प्रथम पद} = a = 4$$

$$\begin{aligned} \text{दूसरा पद} = a_2 &= a + d \\ &= 4 + (-3) \\ &= 4 - 3 \\ &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{तीसरा पद} = a_3 &= a + 2d \\ &= 4 + 2 \times (-3) \\ &= 4 - 6 \\ &= -2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{चौथा पद} = a_4 &= a + 3d \\ &= 4 + 3 \times (-3) \\ &= 4 - 9 \\ &= -5 \end{aligned}$$

अभीष्ट प्रथम चार पद =  $4, 1, -2, -5$   $\phi$

$$\textcircled{\text{iv}} \quad a = -1$$

$$d = \frac{1}{2}$$

$$\text{प्रथम पद} = a = -1$$

$$\begin{aligned} \text{दूसरा पद} = a_2 &= a + d \\ &= -1 + \frac{1}{2} \\ &= \frac{-2+1}{2} = -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{तीसरा पद} = a_3 &= a + 2d \\ &= -1 + 2 \times \frac{1}{2} \\ &= -1 + 1 \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{चौथा पद} = a_4 &= a + 3d \\ &= -1 + 3 \times \frac{1}{2} \\ &= -1 + \frac{3}{2} \\ &= \frac{-2+3}{2} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$\therefore$  अभीष्ट प्रथम चार पद -  
 $-1, -\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}$

$\phi$

(v)  $a = -1.25$   
 $d = -0.25$

प्रथम पद  $= a = -1.25$

दूसरा पद  $= a_2 = a + d$

$$= -1.25 + (-0.25)$$

$$= -1.25 - 0.25$$

$$= -1.50$$

तीसरा पद  $= a_3 = a + 2d$

$$= -1.25 + 2 \times (-0.25)$$

$$= -1.25 - 0.50$$

$$= -1.75$$

चौथा पद  $= a_4 = a + 3d$

$$= -1.25 + 3 \times (-0.25)$$

$$= -1.25 - 0.75$$

$$= -2.00$$

अतः प्रथम चार पद -

$$-1.25, -1.50, -1.75, -2.0$$





3. > (i)  $3, 1, -1, -3, \dots$

प्रथम पद  $= a = 3$

सार्व-अन्तर  $= d = 1 - 3 = -2$

(ii)  $-5, -1, 3, 7, \dots$

प्रथम पद  $= a = -5$

सार्व-अन्तर  $= d = -1 - (-5)$

$= -1 + 5$

$= 4$

(iii)  $\frac{1}{3}, \frac{5}{3}, \frac{9}{3}, \frac{13}{3}, \dots$

प्रथम पद  $= a = \frac{1}{3}$

सार्व-अन्तर  $= d = \frac{5}{3} - \frac{1}{3}$

$= \frac{5-1}{3}$

$= \frac{4}{3}$

(iv)  $0.6, 1.7, 2.8, 3.9, \dots$

प्रथम पद  $= a = 0.6$

सार्व-अन्तर  $= d = 1.7 - 0.6$

$= 1.1$



4.7 (i)  $2, 4, 8, 16, \dots$

(9)

$$\therefore a = 2$$

$$d_1 = 4 - 2 = 2$$

$$d_2 = 8 - 4 = 4$$

$$d_3 = 16 - 8 = 8$$

$\therefore$  प्रत्येक स्थिति में  $d$  का मान बराबर नहीं है

$\therefore$  यह A.P. में नहीं है

✗

(ii)  $2, \frac{5}{2}, 3, \frac{7}{2}, \dots$

$$\therefore a = 2$$

$$d_1 = \frac{5}{2} - 2$$

$$= \frac{5-4}{2} = \frac{1}{2}$$

$$d_2 = 3 - \frac{5}{2}$$

$$= \frac{6-5}{2} = \frac{1}{2}$$

$$d_3 = \frac{7}{2} - 3$$

$$= \frac{7-6}{2} = \frac{1}{2}$$

$\therefore$  प्रत्येक स्थिति में  $d$  का मान बराबर है

$\therefore$  यह A.P. में है

$$\therefore \text{सार्व-भन्तर} = d = \frac{1}{2}$$

$$\text{पाँचवा पद} = a_5 = a + 4d$$

$$= 2 + 4 \times \frac{1}{2}$$

$$= 2 + 2 = 4$$

$$\text{छठा पद} = a_6 = a + 5d$$

$$= 2 + 5 \times \frac{1}{2}$$

$$= 2 + \frac{5}{2} = \frac{4+5}{2} = \frac{9}{2}$$

$$\begin{aligned} \text{छात्रवैषम्य} &= a_7 = a + 6d \\ &= 2 + 6 \times \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$= 2 + 3$$

$$= 5$$

$\therefore$  अग्रेष्ट तीन पद,

$$4, \frac{9}{2}, 5$$

✓

(iii)

(10)

$$-1.2, -3.2, -5.2, -7.2, \dots$$

$$\therefore a = -1.2$$

$$d_1 = -3.2 - (-1.2)$$

$$= -3.2 + 1.2$$

$$= -2.0$$

$$d_2 = -5.2 - (-3.2)$$

$$= -5.2 + 3.2$$

$$= -2.0$$

$$d_3 = -7.2 - (-5.2)$$

$$= -7.2 + 5.2$$

$$= -2.0$$

$\therefore$  प्रत्येक स्थिति में  $d$  का मान बराबर है

$\therefore$  यह A.P में है

$$\therefore \text{सार्व-अन्तर} = d = -2 \underline{A}$$

$$\text{पाँचवा पद} = a_5 = a + 4d$$

$$= -1.2 + 4 \times (-2)$$

$$= -1.2 - 8$$

$$= -9.2$$

$$\text{छठा पद} = a_6 = a + 5d$$

$$= -1.2 + 5 \times (-2)$$

$$= -1.2 - 10$$

$$= -11.2$$

$$\text{सातवाँ पद} = a_7 = a + 6d$$

$$= -1.2 + 6 \times (-2)$$

$$= -1.2 - 12$$

$$= -13.2$$

$$\text{अभीष्ट तीन पद} = -9.2, -11.2, -13.2 \underline{A}$$



iv)  $-10, -6, -2, 2, \dots$

$$\therefore a = -10$$

$$d_1 = -6 - (-10)$$

$$= -6 + 10 = 4$$

$$d_2 = -2 - (-6) = -2 + 6 = 4$$

$$d_3 = 2 - (-2) = 2 + 2 = 4$$

$\therefore$  प्रत्येक स्थिति में  $d$  का मान बराबर है

$\therefore$  यह A.P में है

$$\therefore \text{लॉक-अनलर} = d = 4$$

$$\text{पाचवाँ पद} = a_5 = a + 4d = -10 + 4 \times (4)$$

$$= -10 + 16 = 6$$

$$\text{छठा पद} = a_6 = a + 5d = -10 + 5 \times 4$$

$$= -10 + 20 = 10$$

$$\text{सातवाँ पद} = a_7 = a + 6d = -10 + 6 \times 4$$

$$= -10 + 24 = 14$$

$$\therefore \text{अनलर तीनों पद} = 6, 10, 14$$

vi)

$$0.2, 0.22, 0.222, 0.2222, \dots$$

$$\therefore a = 0.2$$

$$d_1 = 0.22 - 0.2 = 0.02$$

$$d_2 = 0.222 - 0.22 = 0.002$$

$$d_3 = 0.2222 - 0.222 = 0.0002$$

$\therefore$  प्रत्येक स्थिति में  $d$  का मान बराबर नहीं है

$\therefore$  यह A.P में नहीं है



(v)  $3, 3+\sqrt{2}, 3+2\sqrt{2}, 3+3\sqrt{2}, \dots$

$$\therefore a = 3$$

$$d_1 = 3+\sqrt{2} - 3 = \sqrt{2}$$

$$d_2 = (3+2\sqrt{2}) - (3+\sqrt{2})$$

$$= 3+2\sqrt{2} - 3 - \sqrt{2} = \sqrt{2}$$

$$d_3 = 3+3\sqrt{2} - (3+2\sqrt{2})$$

$$= 3+3\sqrt{2} - 3 - 2\sqrt{2} = \sqrt{2}$$

$\therefore$  प्रत्येक स्थिति में  $d$  का मान बराबर है  
 $\therefore$  यह A.P. में है

$$\therefore \text{सार्व-अन्तर} = d = \sqrt{2}$$

$$\text{पाचवाँ पद} = a_5 = a + 4d$$

$$= 3 + 4\sqrt{2}$$

$$\text{छठा पद} = a_6 = a + 5d = 3 + 5\sqrt{2}$$

$$\text{सातवाँ पद} = a_7 = a + 6d = 3 + 6\sqrt{2}$$

$$\therefore \text{अभीष्ट तीन पद} = 3+4\sqrt{2}, 3+5\sqrt{2}, 3+6\sqrt{2}$$

(vii)  $0, -4, -8, -12, \dots$

$$\therefore a = 0$$

$$d_1 = -4 - 0 = -4$$

$$d_2 = -8 - (-4) = -8 + 4 = -4$$

$$d_3 = -12 - (-8) = -12 + 8 = -4$$

$\therefore$  प्रत्येक स्थिति में  $d$  का मान बराबर है

$\therefore$  यह A.P. में है

$$\therefore \text{सार्व-अन्तर} = d = -4$$

$$\text{पाचवाँ पद} = a_5 = a + 4d = 0 + 4(-4) = 0 - 16 = -16$$

$$\text{छठा पद} = a_6 = a + 5d = 0 + 5(-4) = 0 - 20 = -20$$

$$\text{सातवाँ पद} = a_7 = a + 6d = 0 + 6(-4) = 0 - 24 = -24$$

$$\therefore \text{अभीष्ट तीन पद} = -16, -20, -24$$



(viii)  $-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, \dots$

$$\therefore a = -\frac{1}{2}$$

$$d_1 = -\frac{1}{2} - (-\frac{1}{2}) = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 0$$

$$d_2 = -\frac{1}{2} - (-\frac{1}{2}) = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 0$$

$$d_3 = -\frac{1}{2} - (-\frac{1}{2}) = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 0$$

$\therefore$  प्रत्येक स्थिति में  $d$  का मान बराबर है

$\therefore$  यह A.P. में है

$$\therefore \text{सार्व-अन्तर} = 0$$

$$\text{पाचवीं पद} = a_5 = a + 4d = -\frac{1}{2} + 4 \times 0 = -\frac{1}{2} + 0 = -\frac{1}{2}$$

$$\text{छठा पद} = a_6 = a + 5d = -\frac{1}{2} + 5 \times 0 = -\frac{1}{2} + 0 = -\frac{1}{2}$$

$$\text{सातवीं पद} = a_7 = a + 6d = -\frac{1}{2} + 6 \times 0 = -\frac{1}{2} + 0 = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore \text{अग्रेष्ट तीन पद} = -\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$$

(ix)

$$1, 3, 9, 27, \dots$$

$$\therefore a = 1$$

$$d_1 = 3 - 1 = 2$$

$$d_2 = 9 - 3 = 6$$

$$d_3 = 27 - 9 = 18$$

$\therefore$  प्रत्येक स्थिति में  $d$  का मान बराबर नहीं है

$\therefore$  यह A.P. में नहीं है

Q

(X)

$$a, 2a, 3a, 4a, \dots$$

(14)

$$\therefore a = a$$

$$d_1 = 2a - a = a$$

$$d_2 = 3a - 2a = a$$

$$d_3 = 4a - 3a = a$$

$\therefore$  प्रत्येक स्थिति में  $d$  का मान बराबर है।

$\therefore$  यह A.P. में है।

$$\therefore \text{सार्व-अन्तर} = d = a$$

$$\text{पाचवाँ पद} = a_5 = a + 4d = a + 4a = 5a$$

$$\text{छठा पद} = a_6 = a + 5d = a + 5a = 6a$$

$$\text{सातवाँ पद} = a_7 = a + 6d = a + 6a = 7a$$

$$\therefore \text{अभीष्ट तीन पद} = 5a, 6a, 7a$$

(XI)

$$a, a^2, a^3, a^4, \dots$$

$$\therefore a = a$$

$$d_1 = a^2 - a = a(a-1)$$

$$d_2 = a^3 - a^2 = a^2(a-1)$$

$$d_3 = a^4 - a^3 = a^3(a-1)$$

$\therefore$  प्रत्येक स्थिति में  $d$  का मान बराबर नहीं है।

$\therefore$  यह A.P. में नहीं है।



xii)

$$\sqrt{2}, \sqrt{8}, \sqrt{18}, \sqrt{32}, \dots$$

$$\therefore a = \sqrt{2}$$

$$d_1 = \sqrt{8} - \sqrt{2} = 2\sqrt{2} - \sqrt{2} = \sqrt{2}$$

$$d_2 = \sqrt{18} - \sqrt{8} = 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = \sqrt{2}$$

$$d_3 = \sqrt{32} - \sqrt{18} = 4\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = \sqrt{2}$$

$\therefore$  प्रत्येक स्थिति में  $d$  का मान बराबर है  
 $\therefore$  यह A.P में है

$$\therefore \text{लार्क-अंतर} = d = \sqrt{2}$$

$$\text{पाचवाँ पद} = a_5 = a + 4d = \sqrt{2} + 4\sqrt{2} = 5\sqrt{2} = \sqrt{50}$$

$$\text{छठा पद} = a_6 = a + 5d = \sqrt{2} + 5\sqrt{2} = 6\sqrt{2} = \sqrt{72}$$

$$\text{सातवाँ पद} = a_7 = a + 6d = \sqrt{2} + 6\sqrt{2} = 7\sqrt{2} = \sqrt{98}$$

$$\therefore \text{अभीष्ट तीनों पद} = \sqrt{50}, \sqrt{72}, \sqrt{98}$$

xiii)

$$\sqrt{3}, \sqrt{6}, \sqrt{9}, \sqrt{12}, \dots$$

$$\therefore a = \sqrt{3}$$

$$d_1 = \sqrt{6} - \sqrt{3}$$

$$d_2 = \sqrt{9} - \sqrt{6} = 3 - \sqrt{6}$$

$$d_3 = \sqrt{12} - \sqrt{9} = 2\sqrt{3} - 3$$

$\therefore$  प्रत्येक स्थिति में  $d$  का मान बराबर नहीं है

$\therefore$  यह A.P में नहीं है

8

(xiv)

$$1^2, 3^2, 5^2, 7^2, \dots$$

(16)

$$\therefore a = 1^2 = 1$$

$$d_1 = 3^2 - 1^2 = 9 - 1 = 8$$

$$d_2 = 5^2 - 3^2 = 25 - 9 = 16$$

$$d_3 = 7^2 - 5^2 = 49 - 25 = 24$$

$\therefore$  प्रत्येक स्थिति में  $d$  का मान बराबर नहीं है  
 $\therefore$  यह A.P. में नहीं है

8

(xv)

$$1^2, 5^2, 7^2, 73, \dots$$

$$\therefore a = 1^2 = 1$$

$$d_1 = 5^2 - 1^2 = 25 - 1 = 24$$

$$d_2 = 7^2 - 5^2 = 49 - 25 = 24$$

$$d_3 = 73 - 7^2 = 73 - 49 = 24$$

$\therefore$  प्रत्येक स्थिति में  $d$  का मान बराबर है  
 $\therefore$  यह A.P. में है

$$\therefore \text{सर्व-अंतर} = d = 24$$

$$\text{पाचवाँ पद} = a_5 = a + 4d = 1 + 4 \times 24 = 1 + 96 = 97$$

$$\text{छठा पद} = a_6 = a + 5d = 1 + 5 \times 24 = 1 + 120 = 121$$

$$\text{सातवाँ पद} = a_7 = a + 6d = 1 + 6 \times 24 = 1 + 144 = 145$$

$$\therefore \text{अगले तीन पद} = 97, 121, 145$$

2