

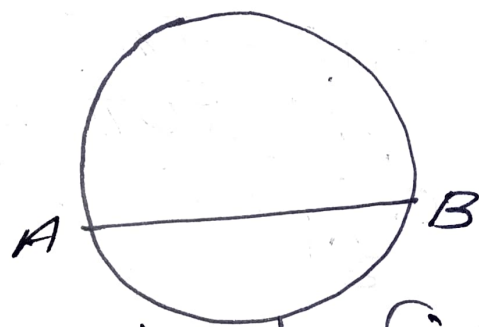
लिखारखण्ड तथा छत खण्ड का क्षेत्रफल

AREA OF Sector & segment of circle.

विभिन्न पदों की परिभाषा

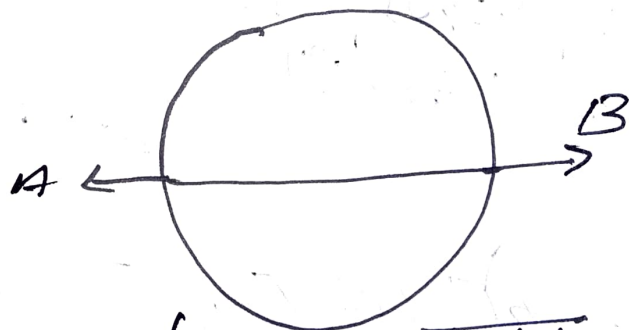
I. जीवा (Chord) - किसी छत के दो बिंदुओं को मिलाने वाली रेखाखण्ड को छत की जीवा कहते हैं।

दिये गये चित्र में
AB छत की जीवा है।



II. ईदक (Segment) - छत के दो बिंदुओं पर प्रातिच्छेद करने वाली रेखा को ईदक कहते हैं।

चित्र में AB
ईदक है।



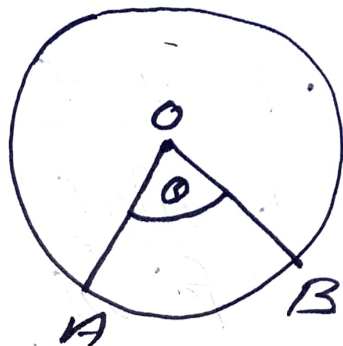
III. चाप (Arc) - छत के एक सतत खण्ड को चाप कहते हैं।

चित्र में APB चाप है।
जो AB से सुचित करते हैं।



14. केंद्रीय कोण (Central Angle) - किसी वृत्त के केंद्र पर वृत्त की जीवा द्वारा अन्तरित कोण को केंद्रीय कोण कहते हैं।

$\angle AOB = \theta$ - केंद्रीय कोण

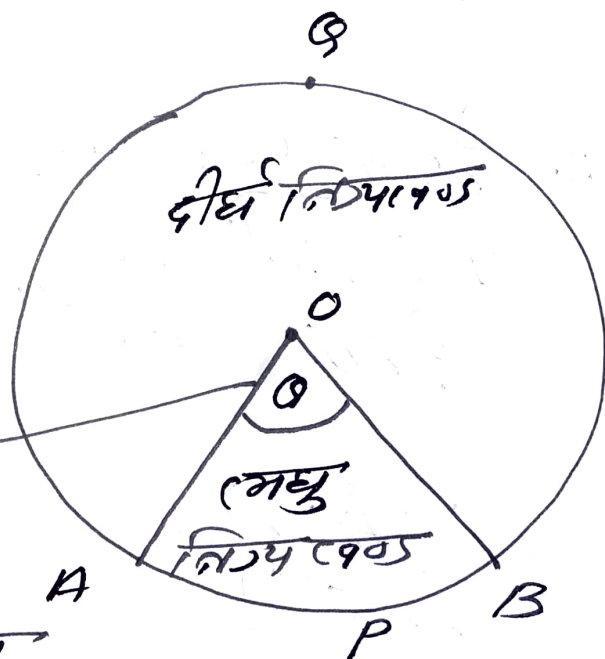


15. वृत्त का त्रिज्यखण्ड
(Sector of circle)

किसी वृत्ताकार क्षेत्र का वह भाग जो दो त्रिज्याओं एवं उनके संगत चाप से घिरा हो, उसे त्रिज्यखण्ड कहते हैं।

चित्र में $\angle AOB$ को त्रिज्यखण्ड का कोण कहते हैं।

$(360 - \theta)$



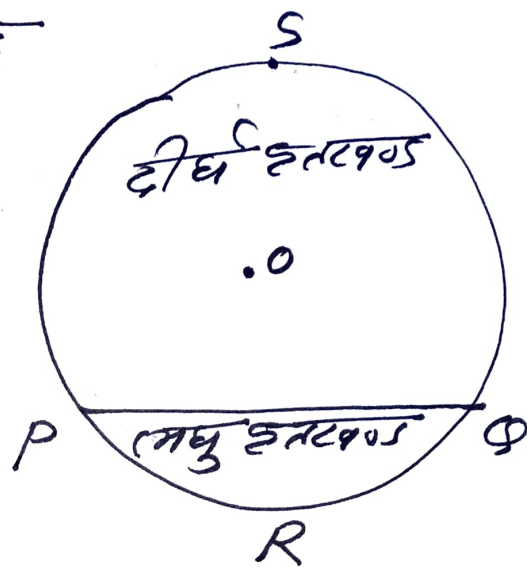
θ को त्रिज्यखण्ड का केंद्रीय कोण कहते हैं।

आइए में $\angle APB$ एक त्रिज्यखण्ड है तथा $\angle AOB$ भी एक त्रिज्यखण्ड है।
 $\angle APB$ लघु त्रिज्यखण्ड तथा $\angle AOB$ दीर्घ त्रिज्यखण्ड है।

(360-θ) एक केंद्रीय कोण है।

(v) इसलवण (segment of circle)

किसी वृत्ताकार क्षेत्र का वह भाग जो एक जीवा एवं संगत चाप द्वारा घिरा हो, उसे इसलवण कहते हैं।



चित्र में PRQ (संक्षु इसलवण तथा PSQ दीर्घ इसलवण है।

महत्वपूर्ण सूत्र

IMPORTANT FORMULA

i. त्रिज्यलवण का क्षेत्रफल

$$= \frac{\theta}{360} \times \pi r^2$$

ii. $\frac{1}{2} \times$ त्रिज्या \times चाप की लंबाई

iii. त्रिज्यलवण का परिमाप

$$= \left(2r + \frac{2\pi r\theta}{360} \right)$$

iv. $\frac{1}{2} \times$ चाप की लंबाई (L)

$$= \frac{\theta}{360} \times 2\pi r$$

$$\text{या } \frac{\theta}{180} \times \pi r$$

$$(iv) \text{ इस के चतुर्थांश का क्षेत्र} = \frac{\pi r^2}{4}$$

$$(v) \text{ इस क्षेत्र का क्षेत्रफल}$$

$$= \text{लंबाई नियम के क्षेत्र} \\ - \text{लंबाई } \Delta \text{ का क्षेत्र}$$

$$\text{या } \frac{\theta}{360} \times \pi r^2 = \frac{1}{2} r^2 \sin \theta$$

\therefore मिनट की सुई द्वारा 60 मिनट में बनाया गया कोण = 360°

$$\therefore \frac{1}{60} \times 360^\circ = 6^\circ$$

Ex-12.2

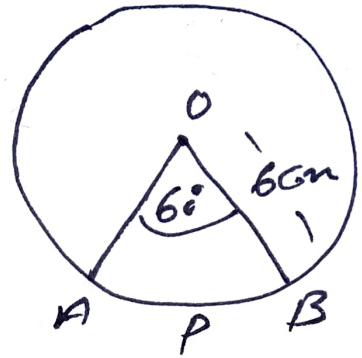
①

① 6 cm त्रिज्या वाली एक वृत्त के त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल ज्ञात करें जिसका कोण 60° है।

$$\theta = 60^\circ$$

$$r = 6 \text{ cm}$$

त्रिज्यखण्ड OAPB का क्षेत्रफल =



$$\frac{\theta}{360} \times \pi r^2$$

$$= \frac{60}{360} \times \frac{22}{7} \times (6)^2$$

$$= \frac{60}{360} \times \frac{22}{7} \times 646$$

$$= \frac{132}{7} \text{ cm}^2 \text{ Ans}$$

② एक वृत्त के चतुर्थांश का क्षेत्रफल ज्ञात करें जिसकी परिधि 22 cm है।

दिया है -

$$\text{वृत्त की परिधि} = 22 \text{ cm}$$

$$2\pi r = 22$$

$$\text{या } 2 \times \frac{22}{7} \times r = 22$$

$$r = \frac{22 \times 7}{2 \times 22}$$

$$r = \frac{7}{2} \text{ cm}$$

$$\text{है के चतुर्थांश का क्षेत्रफल} \\ = \frac{1}{4} \pi r^2$$

$$= \frac{1}{4} \times \frac{22}{7} \times \left(\frac{7}{2}\right)^2$$

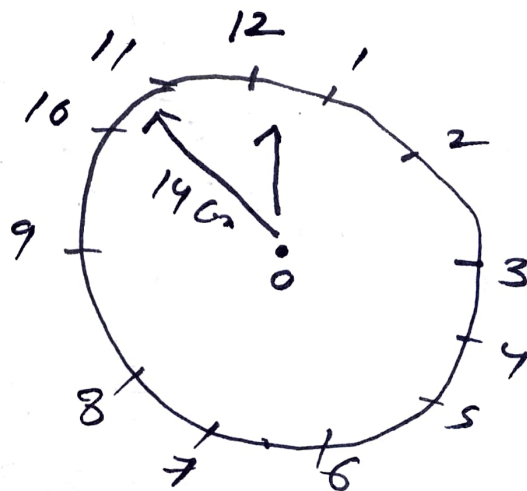
$$= \frac{1}{4} \times \frac{22}{7} \times \frac{7 \times 7}{2 \times 2}$$

$$= \frac{77}{8} \text{ cm}^2 \underline{\text{Ans}}$$

③ एक घड़ी के मिनट की सुई मिलकी (मंदाई 14 cm है। इस सुई द्वारा 5 मिनट में रचित क्षेत्रफल ज्ञात करें।

$$r = 14 \text{ cm}$$

$\therefore 60$ मिनट में बनाया गया कोण = 360°



$$\therefore 1 \text{ } \underline{\hspace{2cm}} = \frac{360}{60}$$

$$\therefore 5 \text{ } \underline{\hspace{2cm}} = \frac{360}{60} \times 5$$

$$= 30^\circ$$

5 मिनट में संचित क्षेत्रफल

$$= \frac{\theta}{360} \times \pi r^2$$

$$= \frac{30}{360} \times \frac{22}{7} \times (14)^2$$

$$= \frac{36}{360} \times \frac{22}{7} \times 14 \times 14$$

$$\frac{11}{10} \times 14 \times 14$$

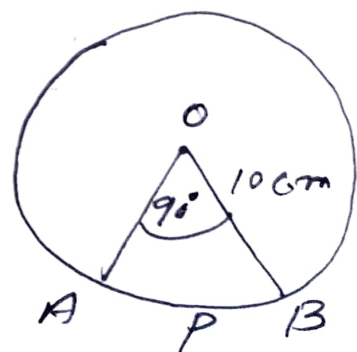
$$= \frac{154}{3} \text{ cm}^2 \text{ Ans}$$

④ 10 cm त्रिज्या वाले रज्जु छत की को कोर्ड जीवा रज्जु पर छत (समकोण) अंतरित करती है। निम्न लिखित के क्षेत्रफल ज्ञात करें।

① संगत (मधु छत खण्ड) ② संगत दीर्घ त्रिभुज खण्ड ($\pi = 3.14$)
दिया है -

$$r = 10 \text{ cm}$$

$$\theta = 90^\circ$$



$$\text{मधु त्रिज्यखण्ड का क्षेत्र (A_1)} \quad (4)$$

$$= \frac{\theta}{360} \times \pi r^2$$

$$= \frac{90}{360} \times 3.14 \times (10)^2$$

$$= \frac{90}{360} \times \frac{157}{100} \times 10 \times 10$$

$$A_1$$

$$= \frac{157}{2} = 78.50 \text{ cm}^2$$

$$\Delta AOB \text{ का क्षेत्र (A}_2\text{)} = \frac{1}{2} \times 10 \times 10^S$$

$$= \underline{50 \text{ cm}^2}$$

$$\text{मधु छलखण्ड का क्षेत्र} = A_1 - A_2$$

$$= 78.50 - 50$$

$$= \underline{28.50 \text{ cm}^2} \quad \underline{Ans}$$

$$\text{दीर्घ त्रिज्यखण्ड का क्षेत्र}$$

$$= \text{छल का क्षेत्र} - \text{मधु छलखण्ड का क्षेत्र}$$

$$= \pi r^2 - 28.50$$

$$= 3.14 \times (10)^2 - 28.50$$

$$= 3.14 \times 10 \times 10 - 28.50$$

$$= 314 - 28.50$$

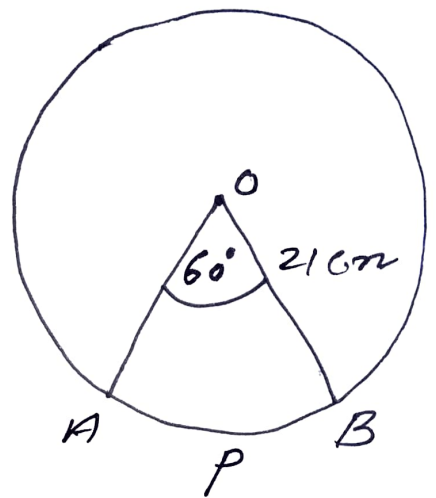
$$= \underline{285.50 \text{ cm}^2} \quad \underline{Ans}$$

⑤ लिखा 21 cm वाले डल का रज्जु-चाप केन्द्र पर 60° का कोण अंतरित करता है। ज्ञात करें- ① चाप की लंबाई ② चाप द्वारा बनाये गये लियखण्ड का क्षेत्र ③ लंगत जीवा द्वारा बनाये गये वृत्तखण्ड का क्षेत्रफल

दिया है-

$$r = 21 \text{ cm}$$

$$\theta = 60^\circ$$



① चाप APB की लंबाई = $\frac{\theta}{180} \times \pi r$

$$= \frac{60}{180} \times \frac{22}{7} \times 21$$

$$= 22 \text{ cm} \quad \underline{\text{Ans}}$$

② लियखण्ड OAPB का क्षेत्र

$$= \frac{\theta}{360} \times \pi r^2$$

$$= \frac{60}{360} \times \frac{22}{7} \times (21)^2$$

$$= \frac{60}{360} \times \frac{22}{7} \times 21 \times 21 = 231 \text{ cm}^2$$

(iii) बांगरू जीवा द्वारा बनाये गये छह खण्डों का क्षेत्रफल = त्रिभुजों $\triangle APB$ का क्षेत्रफल - $\triangle AOB$ का क्षेत्रफल

$$= 231 - \frac{\sqrt{3}}{4} \times 21^2$$

$$= 231 - \frac{\sqrt{3}}{4} \times (21)^2$$

$$= 231 - \frac{\sqrt{3}}{4} \times 21 \times 21$$

$$= 231 - \frac{\sqrt{3}}{4} \times 441$$

$$= \left(231 - \frac{441\sqrt{3}}{4} \right) \text{ cm}^2 \text{ Ans}$$

⑥ 15