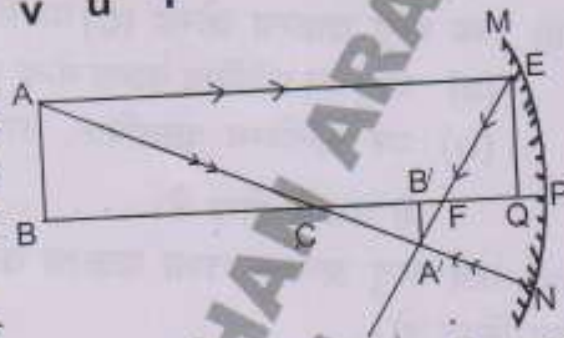


21. अवतल दर्पण में सिद्ध करें कि  $\frac{1}{v} + \frac{1}{u} = \frac{1}{f}$

अथवा

किसी अवतल दर्पण में वस्तु की दूरी (u) प्रतिबिम्ब की दूरी (v) तथा फोकस दूरी (f) में संबंध स्थापित करें?



उत्तर—माना कि चित्र में MN एक अवतल दर्पण है। जिसका ध्रुव (P) फोकस (F) तथा वक्रता का केन्द्र (C) है। C से अनन्त दूरी पर एक वस्तु AB स्थित है। जिसका वास्तविक प्रतिबिम्ब A'B' पर बनता है। जैसा चित्र में दिखाया गया है।

समरूप  $\triangle ABC$  तथा  $\triangle A'B'C$  में,

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C} \quad \text{--- (i)}$$

again  $\triangle EQF$  तथा  $\triangle A'B'F$  में,

$$\frac{EQ}{A'B'} = \frac{QF}{B'F}$$

$$E \text{ को } P \text{ के निकट मानने पर}$$

$$QF = PF, EQ = AB$$

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{PF}{B'F} \quad \text{--- (ii)}$$

समी० (i) तथा समी० (ii) से,

$$\frac{BC}{B'C} = \frac{PF}{B'F}$$

$$\frac{PB-PC}{PC-B'P} = \frac{PF}{B'P-PF}$$

$$\frac{-u-(-r)}{(-r)-(-v)} = \frac{-f}{-v-(-f)}$$

$$\frac{-u+r}{(-r)-(-v)} = \frac{-f}{-v-(-f)}$$

$$\frac{-u+r}{-r+v} = \frac{-f}{-v+f}$$

चिन्हन परिपाटी से,

$$PB = -u$$

$$PC = -r$$

$$PF = -f$$

$$B'P = -v$$

$$(-u+r)(-v+f) = (-r+v) \times (-f)$$

$$uv - rv - uf + rf = rf - vf$$

$$uv - rv - uf = -vf \quad (\text{Where } r = 2f)$$

$$uv - 2fv - uf = -vf$$

$$uv - uf = -vf + 2vf$$

$$uv - uf = vf$$

दोनों तरफ  $uvf$  से भाग देने पर,

$$\frac{uv}{uvf} - \frac{uf}{uvf} = \frac{vf}{uvf}$$

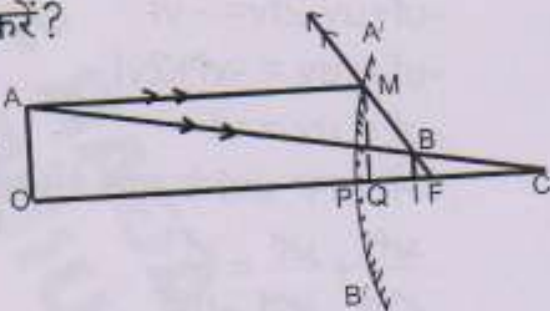
$$\frac{1}{f} - \frac{1}{v} = \frac{1}{u}$$

$$\boxed{\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f}}$$

22. उत्तल दर्पण में सिद्ध करें कि  $\frac{1}{v} + \frac{1}{u} = \frac{1}{f}$

अथवा किसी उत्तल में वस्तु की दूरी ( $u$ ) प्रतिबिम्ब की दूरी ( $v$ ) तथा फोकस दूरी ( $f$ ) में संबंध स्थापित करें?

उत्तर - माना कि चित्र में  $AB$  एक उत्तल है। दर्पण का ध्रुव ( $P$ ), फोकस ( $F$ ) तथा वक्रता का केन्द्र ( $C$ ) है।  $PC$  दर्पण का मुख्य अक्ष है।



समरूप  $\triangle OAC$  तथा  $\triangle IBC$  में,

$$\frac{OA}{IB} = \frac{OC}{IC}$$

$$\frac{OA}{IB} = \frac{OC}{IC}$$

$$\frac{OA}{IB} = \frac{OP + PC}{PC - PI} \quad \text{--- (i)}$$

$$\frac{OA}{IB} = \frac{PC - PI}{PC - PI}$$

again  $\triangle QMF$  तथा  $\triangle IBF$  में,

चिन्हन परिपाटी से,

$$OP = -u$$

$$PI = +v$$

$$PF = +f$$

$$PC = +r$$

$$\frac{QM}{IB} = \frac{QF}{IF}$$

$$(QM = OA)$$

$$\frac{OA}{IB} = \frac{QF}{PF-PI}$$

PF से QF छोटा हों, तो

$$QF = PF$$

$$\frac{OA}{IB} = \frac{PF}{PF-PI} \quad \text{--- (ii)}$$

समी० (i) तथा समी० (ii) से,

$$\frac{OP+PC}{PC-PI} = \frac{PF}{PF-PI}$$

$$\frac{-u+r}{r-v} = \frac{f}{f-v}$$

$$(-u + r)(f - v) = (r-v) \times f$$

$$-uf + rf + uv - rv = rf - vf$$

$$(r = 2f)$$

$$-uf + uv - 2fv = -vf$$

$$-uf + uv = -vf + 2vf$$

$$-uf + uv = vf$$

दोनों तरफ  $uvf$  से भाग देने पर,

$$\frac{-\cancel{uf}}{\cancel{uvf}} + \frac{\cancel{uv}}{\cancel{uvf}} = \frac{\cancel{vf}}{\cancel{uvf}}$$

$$-\frac{1}{v} + \frac{1}{f} = \frac{1}{u}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{u} + \frac{1}{v}$$

$$\boxed{\frac{1}{v} + \frac{1}{u} = \frac{1}{f}}$$

