

सांख्यिकी (Statistics)

- * सांख्यिकी → गणित की वह शाखा जिसमें संख्यात्मक आँकड़े का तार्किक एवं नियमपूर्वक, संग्रह, प्रत्युतीकरण, विश्लेषण तथा निर्वचन किया जाता है, उसे सांख्यिकी (Statistics) कहा जाता है।
- * आँकड़ा (Data):- एक निश्चित उद्देश्य से एकत्रित किये गये तथ्यों या अंकों को आँकड़ा कहते हैं।
- * बारम्बारता (Frequency):- दिये गये आँकड़ों में कोई प्रेक्षण कितनी बार आता है, यह उस प्रेक्षण (आँकड़ा) की बारम्बारता कहलाता है।
- * आँकड़ों के मूलभूत गुण:-
 - आँकड़ों को संख्याओं में उपकरण किया जाता है।
 - आँकड़े तथ्यों का संग्रह हैं।
 - आँकड़ों का संग्रह पूर्ण निर्धारित भृत्य के लिए होता है।
 - आँकड़े एक-दूसरे से संबंधित होते हैं, मुलनात्मक नहीं।
 - आँकड़ों के संग्रह में काफी साक्षात्कारी व्यवस्था बरतनी पड़ती है।
- * आँकड़ों के प्रकार:-
 - प्राथमिक आँकड़ा (Primary data):- जब अन्वेषक - अपने दिमाग में एक निश्चित उद्देश्य रखकर सूचनाओं को एकत्र करता है तो इस प्रकार एकत्रित किए गए आँकड़े प्राथमिक आँकड़े कहलाते हैं।
जैसे:- अनगणना द्वारा प्राप्त आँकड़े।

<2> जीण ऑँकड़े या द्वितीयक ऑँकड़े (secondary data)

ऐसे ऑँकड़े जो अन्वेषक के अलापे किसी अन्य स्रोत से इक्कर छिट गए हैं तो ऐसे ऑँकड़े जीण ऑँकड़े कहलाते हैं।

जीण ऑँकड़े पूरी तरह जॉन्य पड़ताल करने के बाद ही प्रयोग में भाए जाते हैं क्योंकि ये ऑँकड़े किसी अन्य द्वारा इक्कित्र छिट गए होते हैं।

* अवरीकृत ऑँकड़े (Raw data / ungrouped data)

अपने मूल रूप में प्राप्त ऑँकड़े अर्थात् जो ऑँकड़े न हो आरोही क्रम में होते हैं और न ही अवरोही क्रम में होते हैं, अवरीकृत ऑँकड़े कहलाते हैं।

30	40	45	40	60	70	60	40	50
40	60	48	80	95	65	60	80	90

अवरीकृत ऑँकड़े का भारतवासी बंदन सारणी: —

प्राप्तोंक	मिलान - फिर	भारतवासी
30	1	1
40		4
45	1	1
48	1	1
50	1	1
60		3
65	1	1
70	1	1
80	11	2
90	1	1
95	1	1

* ग्रुप्पेड ऑफ़डॉट (Grouped data) :-

<3>

जब ऑफ़डॉट को विशेषता, लक्षण, समानता, सजातीयता के आधार पर विभिन्न वर्गों में छाँट दिया जाता है, तो ये ऑफ़डॉट ग्रुप्पेड ऑफ़डॉट कहलाते हैं।

प्राप्ति का अन्तराल	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90	90-100
विद्यार्थियों की संख्या (भारतवर्ष)	21	6	1	5	1	2	2

* वर्ग की सीमाएँ :- प्रत्येक वर्ग की दो सीमाएँ होती हैं।

(i) निम्न सीमा

(ii) उच्च सीमा

$$\therefore \text{वर्ग-अन्तराल} = \text{निम्नलीमा} - \xrightarrow{\text{(उच्च)}} \text{उच्च सीमा तक}$$

* मिलान चिह्न (Tally marks) :- भारतवर्ष वितरण सारिणी में प्रेषणों का मिलान चिह्न निम्न प्रकार सिरवा जाता है—

जैसे—

- 1 - |
- 2 - ||
- 3 - |||
- 4 - ||||
- 5 - |||||
- 6 - ||||| |
- 7 - ||||| ||
- 8 - ||||| |||
- 9 - ||||| ||| |
- 10 - ||||| ||||
- 20 - ||||| ||||| ||||

(4)

* परिसर (Range) :- छिंती बारम्बारता प्रतरण में प्रेक्षणों के उच्च सीमा एवं निम्न सीमा के अंतर को परिसर कहते हैं।

$$\therefore \boxed{\text{परिसर} = \text{उच्च सीमा} - \text{निम्न सीमा}}$$

* कर्ड-माप (Class size) :-

$$\therefore (\text{कर्ड-आमाप} = \text{वास्तविक उच्च सीमा} - \text{वास्तविक निम्नलिखि})$$

* कर्ड-मिह्न (Class Marks)

छिंती कर्ड-अन्तराल के कर्ड-मिह्न का अर्थ
उस कर्ड-अन्तराल का मध्यविन्दु होता है, अर्थात्

$$\text{कर्ड-मिह्न} = \frac{\text{उच्च सीमा} + \text{निम्न सीमा}}{2}$$

* कर्डों की संख्या = परिसर + कर्ड-आमाप

Exercise - 14.1

<1> उन आँकड़ों के पांच उदाहरण दीजिए जिन्हें आप अपने दैनिक जीवन से एकत्रित कर सकते हैं।

Ans:-

अपने दैनिक जीवन से (i) एकत्रित किए जाने वाले आँकड़ों के उदाहरण हैं -

- (i) अपनी कक्षा के 25 सदस्याओं द्वारा एक क्लास हेस्ट में प्राप्त अंकों का संग्रह
- (ii) अपने विद्यालय में पंखों की संख्या
- (iii) पिछले दो वर्षों से घर की बिजली का बिल
- (iv) उद्यान में भजे 20 पौधों की अमूल्याओं का संग्रह
- (v) टेलिविजन या समाचार पत्रों से प्राप्त धुनाव के परिणाम

<2> ऊपर दिए गए प्रश्न (1) के आँकड़ों को प्राथमिक आँकड़ों या दौषिण्य आँकड़ों में कठिन कीजिए।

Ans:-

प्राथमिक आँकड़ा

- (ii), (iii), (i), (iv)

दौषिण्य आँकड़ा

- (v)

Exercise - 14.2

(1) आठवीं कक्षा के 30 विद्यार्थियों के रक्त समूह के हैं:-

A, B, O, O, AB, O, A, O, B, A, O, B, A, O, O, A, AB, O, A, A

O, O, AB, B, A, O, B, A, B, O.

इन ऑक्टों के रक्त भारतवारता बाटन सारणी के रूप में प्रस्तुत कीजिए। बताएं कि इन विद्यार्थियों में छैन-ला रक्त समूह अधिक सामान्य है और छैन-ला रक्त समूह विरलतम् रक्त समूह है।

Ans:-

क्रम संख्या	रक्त समूह	विद्यार्थियों की संख्या (भारतवारता)
1.	A	9
2.	B	6
3.	O	12
4.	AB	3
	कुल योग	30

सारणी से स्पष्ट है कि

⇒ रक्त समूह O अधिक सामान्य है

⇒ रक्त समूह AB विरलतम् है।

(7)

Q2) 40 इंजिनियरों की उनके आपास से कार्य-स्थल की (किलोमीटर में) दूरियाँ हैं:-

5	3	10	20	25	11	13	7	12	31
19	10	12	17	18	11	32	17	16	2
7	9	7	8	3	5	12	15	18	3
12	14	2	9	6	15	15	7	6	12

0-5 की (जिसमें 5 सम्मिलित नहीं है) पहला अंतराल लेकर ऊपर दिए हुए ऑफ़िडों से कार्य-प्राप्त 5 वाली एक वर्गीकृत भारतवारता बनाइए। इस सारणी को निम्न प्रणाली से मुख्य अध्ययन देखने को मिलते हैं?

Ans:-

दूरी - कर्ड	मिलान - चिन्ह	भारतवारता
0-5		05
5-10		11
10-15		11
15-20		09
20-25		01
25-30		01
30-35		02
कुल योग		40

मुख्य अध्ययन:-

\Rightarrow इंजिनियरों के आपास से उनके कार्यालय की न्यूनतम दूरी = 2 किमी।

\Rightarrow अधिकतम दूरी = 32 किमी।

\Rightarrow परिसर = $32 - 2 = 30$ किमी।

\Rightarrow कर्डों की संख्या = 7

\Rightarrow भारतीय इंजिनियरों के कार्यालय उनके आपास से सामान्यतः अधिक दूर हैं।

3) 30 दिन वाले महीने में एक नगर की सापेक्ष आर्द्धता (% घ.)
यह है :-

98.1, 98.6, 99.2, 90.3, 86.5, 95.3, 92.9, 96.3, 94.2, 95.1
89.2, 92.3, 97.1, 93.5, 92.7, 95.1, 97.2, 93.3, 95.2, 97.3
96.2, 92.1, 84.9, 90.2, 95.7, 98.2, 97.3, 96.1, 92.1, 89

Ans:-

(i) वर्ग 84-86, 86-88 आदि ऐंकर एक वर्गीकृत भारतवारता बिंदु बनाइए।

वर्ग	मिलान-चिन्ह	भारतवारता
84-86		01
86-88		01
88-90		02
90-92		02
92-94		07
94-96		06
96-98		07
98-100		04
कुल योग		30

(ii) क्या आप इस सक्ते हैं कि ये ऑक्टो इस महीने या अट्टु से सम्बन्धित हैं?

Ans:- इन ऑक्टो में उल्लिखित आर्द्धता सामान्य से अधिक है। अर्थात् ये ऑक्टो वर्षा अट्टु के इसी महीने में संबंधित किए गए हैं।

(iii) इन ऑक्टो का परिसर क्या है?

Ans. परिसर = 99.2 - 84.9
= 14.3 Any

(9)

4) निकटतम सेटीमीटरों में खापी गई 50 विद्यार्थियों की लम्बाईयाँ हैं हैं:-

161	150	154	165	168	161	154	162	150	151
162	164	171	165	158	154	156	172	160	170
153	159	161	170	162	165	166	168	165	164
154	152	153	156	158	162	160	161	173	166
161	159	162	167	168	159	158	153	154	159

(i) 160 - 165, 165 - 170 आदि छ पर्फ अंतराल लेहर ऊपर दिए गए ऑचड़ों को एक पर्सीकृत भारभारता बनन सारणी के रूप में निरूपित कीजिए।

Ans:-

विद्यार्थी की लम्बाई पर्फ (सेमी)	मिलान चिन्ह	भारभारता
150 - 155		12
155 - 160		09
160 - 165		14
165 - 170		10
170 - 175		05
कुल योग		50

(ii) निष्ठेष:-

(a) अधिकांश छात्रों की लम्बाई 165 सेमी से ज्यादा है।

(b) 5 छात्रों की लम्बाई 170 सेमी से अधिक है।

(5) रुक नगर में पायु में सल्फर डाई-ऑक्साइड का सांद्रण गण प्रति मिलियन [parts per million (ppm)] में ज्ञात करने के लिए एक अध्ययन किया गया। 30 दिनों के प्राप्त किए गए औंचों

0.03	0.08	0.08	0.09	0.04	0.17
0.16	0.05	0.02	0.06	0.18	0.20
0.11	0.08	0.12	0.13	0.22	0.07
0.08	0.01	0.10	0.06	0.09	0.18
0.11	0.07	0.05	0.07	0.01	0.04

(i) 0.00 - 0.04, 0.04 - 0.08 आदि की अंतराल लेकर इन औंचों की एक कीर्ति बारम्बारता बंद सारणी बनाइए।

सल्फर-डाई-ऑक्साइड का सांद्रण (ppm) की	मिलान चिन्ह	बारम्बारता
0.00 - 0.04		04
0.04 - 0.08		09
0.08 - 0.12		09
0.12 - 0.16		02
0.16 - 0.20		04
0.20 - 0.24		02
कुल योग		30

(ii) सल्फर डाई-ऑक्साइड की सांद्रता कितने दिन 0.11 गण प्रति मिलियन से अधिक रही?

Ans. की 0.12 - 0.16 = 02 }
 की 0.16 - 0.20 = 04 } = 08 दिन
 की 0.20 - 0.24 = 02 }



(6) तीन सिक्कों को एक साथ 30 बार उछाला गया। प्रत्येक बार चिन्ह (Head) आने की संख्या निम्न है:-

0	1	2	2	1	2	3	1	3	0
1	3	1	1	2	2	0	1	2	1
3	0	0	1	1	2	3	2	2	0

ऊपर दिए गए ऑफ़िडों के लिए एक भारम्भारता बंदन सारणी बनाइए।

Ans.

3 सिक्कों की उछाल में चिन्ह आने की संख्या (x)	भारम्भारता
0	06
1	10
2	09
3	05
कुल शोरा	30

(न.) 50 दशमलव स्थान तक शुद्ध ए का मान निचे दिया गया है:-

3.141592653589793238462643383279502884197169
39937510

(i) दशमलव बिन्दु के बाद आने वाले 0 से 9 तक के अंकों का इक बारेबारता छंटन बनाइए।

Ans.

अंक	मिलान - निह	बारम्बारता
0		02
1		05
2		05
3		08
4		04
5		05
6		04
7		04
8		05
9		08
कुल योग		50

(ii) सबसे अधिक बार और सबसे कम बार आने वाले अंक कौन - कौन से हैं?

Ans. सबसे अधिक बार आने वाला अंक = 3 और 9
सबसे कम बार आने वाला अंक = 0



(13)

Q8) तीस घन्टों से यह पूछा गया कि पिछले सप्ताह उन्होंने कितने घंटों तक ही.बी के प्रोग्राम देखे। प्राप्त परिणाम ये हैं-

1	6	2	3	5	12	5	8	4	8
10	3	4	12	2	8	15	1	17	6
3	2	8	5	9	6	8	7	14	12

(i) पर्फी-चौड़ाई 5 लेकर और रुक्क कर्फ अंतराल को 5-10 लेकर इन आँखों की एक कमी कृत भारम्बारता बनन सारणी बनाओ।

Ans..

घण्टों की संख्या (कर्फ)	भिलान चिन्ह	भारम्बारता
0 - 5		10
5 - 10		13
10 - 15		05
15 - 20		02
कुल योग		30

(ii) कितने घण्टों ने सप्ताह में 15 या अधिक घंटों तक टेलीविजन देखा?

Ans..

2 घण्टे



Q9) एक कंपनी एक विद्योष प्रश्नार की कार-बैट्री बनाती है इस प्रश्नार की 40 छात्रियों के जीवन-छाल (वर्षों में) ये रहे हैं:-

2.6	3.0	3.7	3.2	2.2	4.1	3.5	4.5
3.5	2.3	3.2	3.4	3.8	3.2	4.6	3.7
2.5	4.4	3.4	3.3	2.9	3.0	4.3	2.8
3.5	3.2	3.9	3.2	3.2	3.1	3.7	3.4
4.6	3.8	3.2	2.6	3.5	4.2	2.9	3.6

0.5 माप के वर्ग अंतराल लेंडर तथा अंतराल 2 - 2.5 से प्रारम्भ करके इन ऑँडरों की एक कर्तिकृत भारतीया जनन सारणी बनाइए।

Ans:

बैट्री का जीवन-छाल (वर्षों में)	मिलान-चिन्ह	भारतीया
2.0 - 2.5		02
2.5 - 3.0		06
3.0 - 3.5		14
3.5 - 4.0		11
4.0 - 4.5		04
4.5 - 5.0		03
कुल योग		40