

ओंकड़ों का आत्मेक्षीय निरूपण

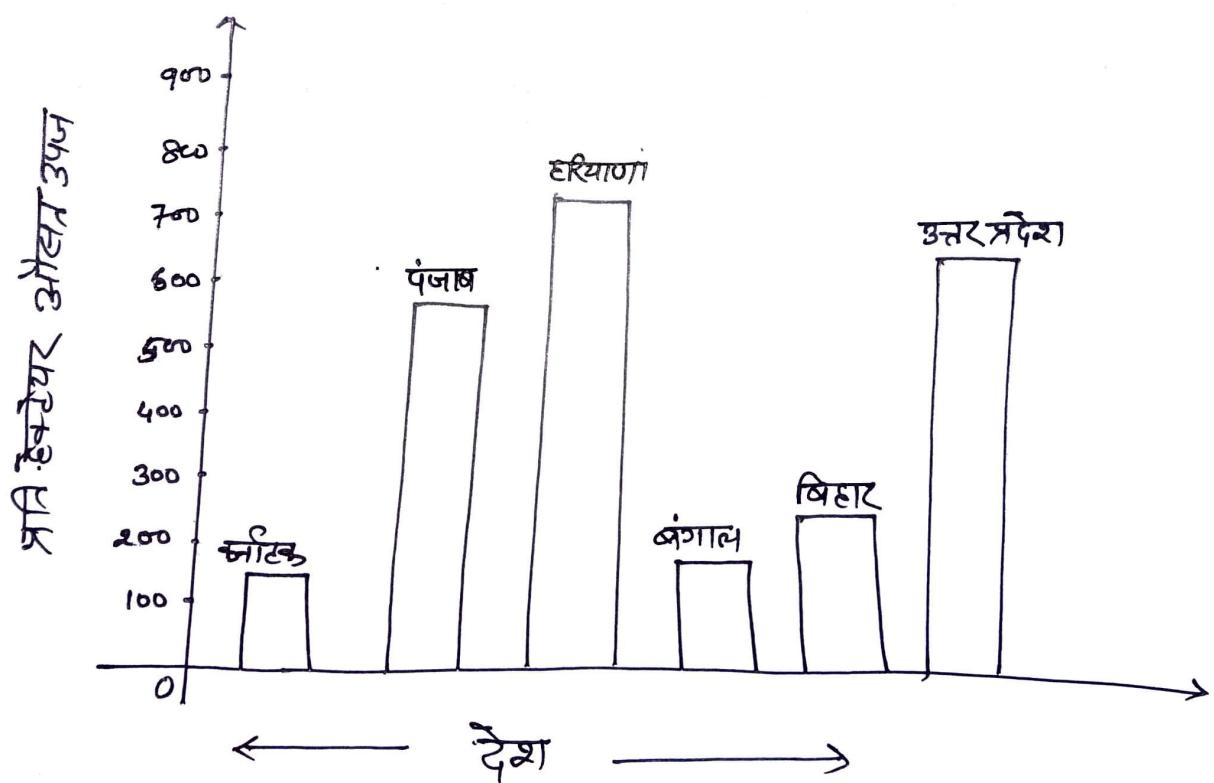
(i)

अपर्याप्ति ओंकड़ों का आत्मेव :-

अपर्याप्ति ओंकड़ों का आत्मेव को दंड-आत्मेव
द्वारा प्रदर्शित किया जाता है।

उदाहरण :-

देश	प्रति हेक्टेयर औसत उपज (kg में)
चंगाल	150
पंजाब	590
हरियाणा	750
बंगाल	200
बिहार	280
उत्तर प्रदेश	700



* कर्ण-अन्तरालों के प्रकार:-

(1) अपवर्जी विधि

(2) समावेशिक विधि

② अपवर्जी विधि

(i) इस तरह के कर्ण-अन्तराल में किसी कर्ण की उच्च सीमा तथा अगले कर्ण की निम्न सीमा बराबर होती है।

(ii) अपवर्जी कर्ण-अन्तराल में किसी कर्ण की निम्न सीमा को उल कर्ण में शामिल किया जाता है लेकिन ऊपरी सीमा को नहीं किया जाता है।

(iii)

प्राप्तांक	30-40	40-50	50-60
आरम्भात्मा	2	6	1

समावेशिक विधि

(i) इस तरह के कर्ण-अन्तराल में किसी कर्ण की उच्च सीमा ठीक अगले कर्ण की निम्न सीमा के बराबर नहीं होती है।

(ii) समावेशी कर्ण-अन्तराल में किसी कर्ण की निम्न तथा ऊपरी दोनों सीमाओं की इस कर्ण में शामिल किया जाता है।

(iii)

उपर्युक्त (वर्षीय) सीमा संलग्न	16-20	21-25	26-30
अध्यापकों की संलग्न	11	32	51

* ऑक्टो छ आतेखीय निरूपण :-

\Rightarrow आयत चित्र (Histogram) :-

→ अपवर्जी विधि में कठीकृत ऑक्टो छ प्रदर्शित करने के लिए आयत-चित्र छ प्रयोग किया जाता है।

→ आयत चित्र बीचने के लिए वर्ग-अन्तराल को x-अक्ष पर तथा संगत बारम्बारता छ y-अक्ष पर लिया जाता है।

\Rightarrow दिए गए बारम्बारता वितरण छ आयत चित्र बीचने के लिए निम्नलिखित घरणों पर ध्यान देना आवश्यक है—

- (i) यदि दिया गया ऑक्टो अवगतिकृत (Ungrouped) हो तो उसे बारम्बारता सारणी में इस प्रकार बदलें कि सभी वर्ग-अन्तराल अपवर्जी विधि में हों।
- (ii) यदि दिया गया ऑक्टो वर्गीकृत हो एवं समावैधिक विधि में हो तो उसे अपवर्जी विधि में बदल लें।
- (iii) x-अक्ष तथा y-अक्ष पर उपयुक्त चैमाना (Scale) लेकर x-अक्ष पर वर्ग-अन्तरालों तथा y-अक्ष पर प्रत्येक वर्ग-अन्तरालों के संगत बारम्बारता छ निरूपित करें।
- (iv) वर्ग-अन्तरालों छ आधार (चौड़ाई) तथा संगत बारम्बारता को ऊँचाई मानकर आयत बीचें।
- (v) प्राप्त आयतों को छायांकित करें।

Note:-

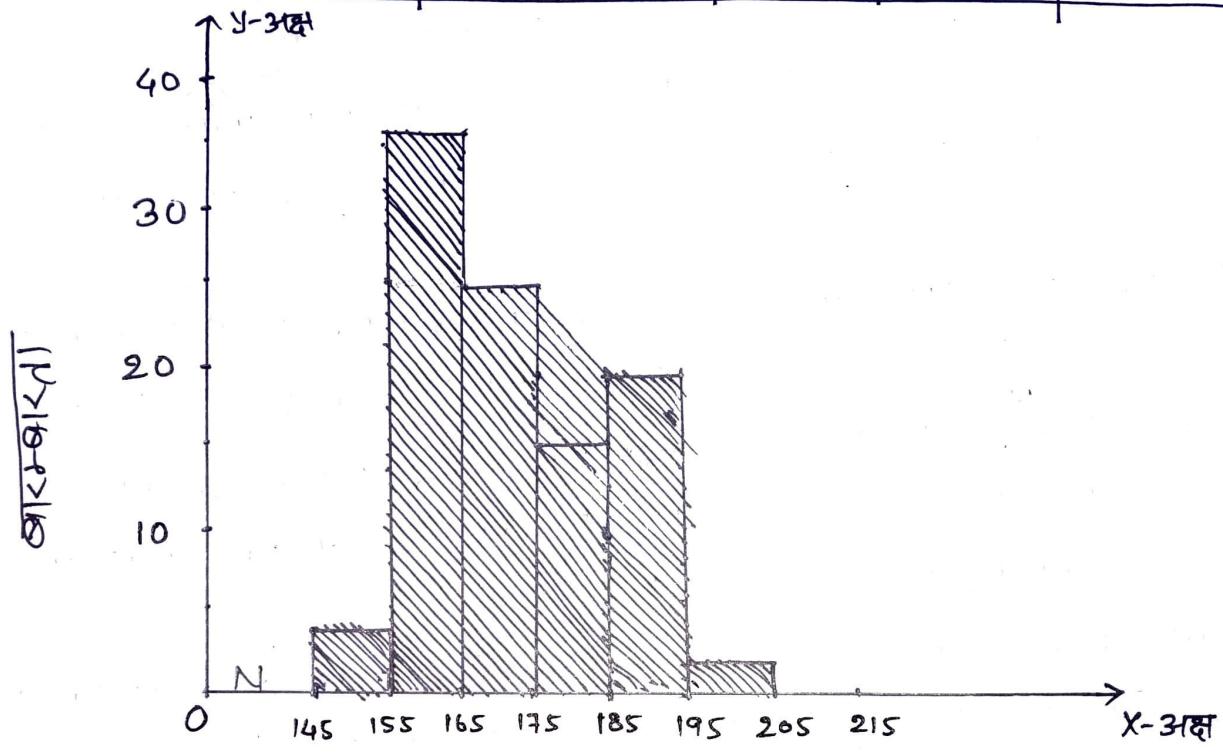
यदि प्रथम वर्ग-अन्तराल की निम्न सीमा कोई बड़ी संख्या हो तो X-अक्ष पर मूल-बिन्दु के निकट एक किंक ($-\infty$ या N) दिखा दिया जाता है।

किंक (Kink) अनियमित द्वारी को प्रदर्शित करता है।

उदाहरण:-

100 व्यक्तियों की लम्बाईयों (cm में) का बंदून निम्न प्रश्न

वर्ग-अन्तराल	145-155	155-165	165-175	175-185	185-195	195-205
लाम्बाई	3	35	25	15	20	2



वर्ग-अन्तराल

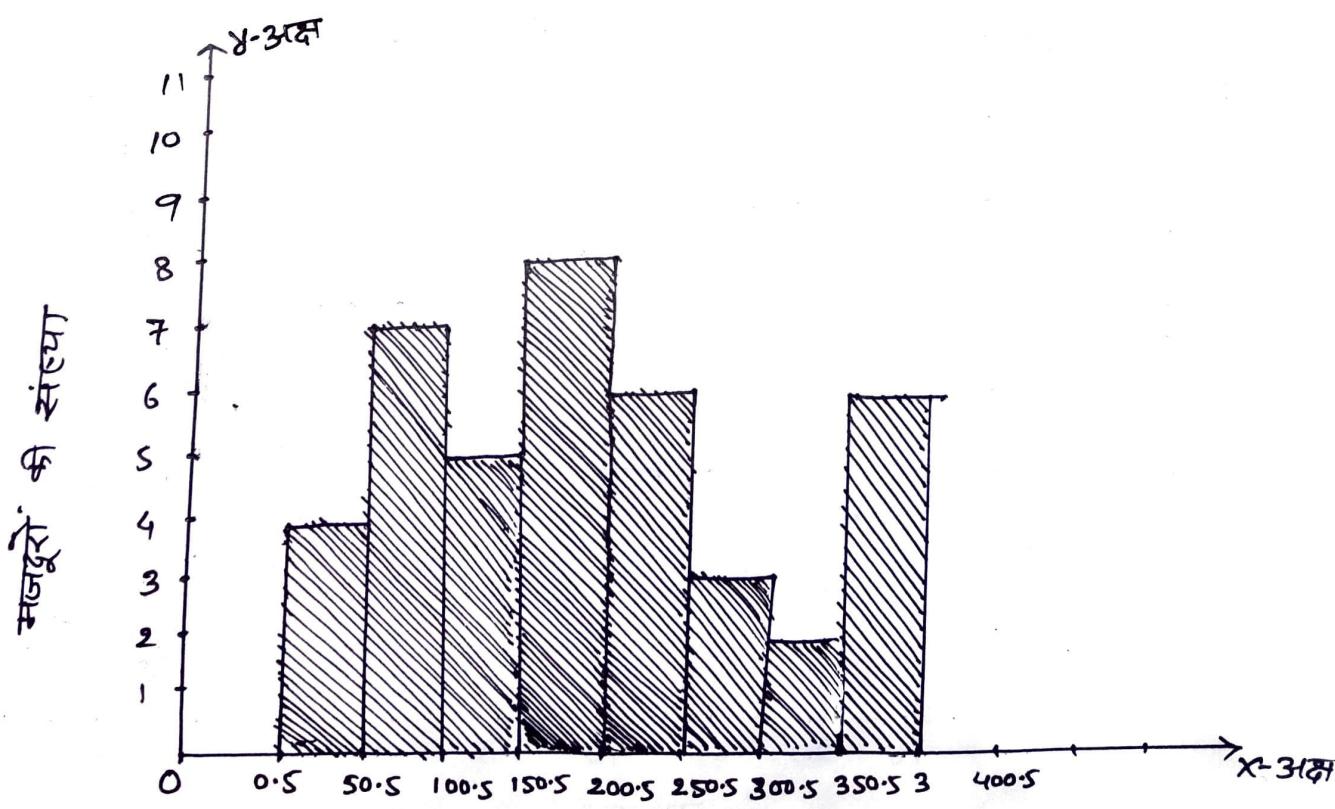
उदाहरण :-

दैनिक आमदनी (रुपये में)	1-50	51-100	101-150	151-200	201-250	251-300	301-350	351-400
मजदूरों की संख्या (बारम्बारता)	4	7	5	8	6	3	2	6

Ans:-

∴ दिया गया बारम्बारता बंद्व समावेशिक विधि में है।
अतः अपकर्ता विधि में,

दैनिक आमदनी	मजदूरों की संख्या (बारम्बारता)
0.5 - 50.5	4
50.5 - 100.5	7
100.5 - 150.5	5
150.5 - 200.5	8
200.5 - 250.5	6
250.5 - 300.5	3
300.5 - 350.5	2
350.5 - 400.5	6



दैनिक मजदूरी (रुपये में)

* भारतवारता बहुभुज (Frequency Polygon)

∴ भारतवारता बहुभुज दो विधियों द्वारा खीचा जा सकता है-

(i) आयत चित्र के प्रयोग करके ।

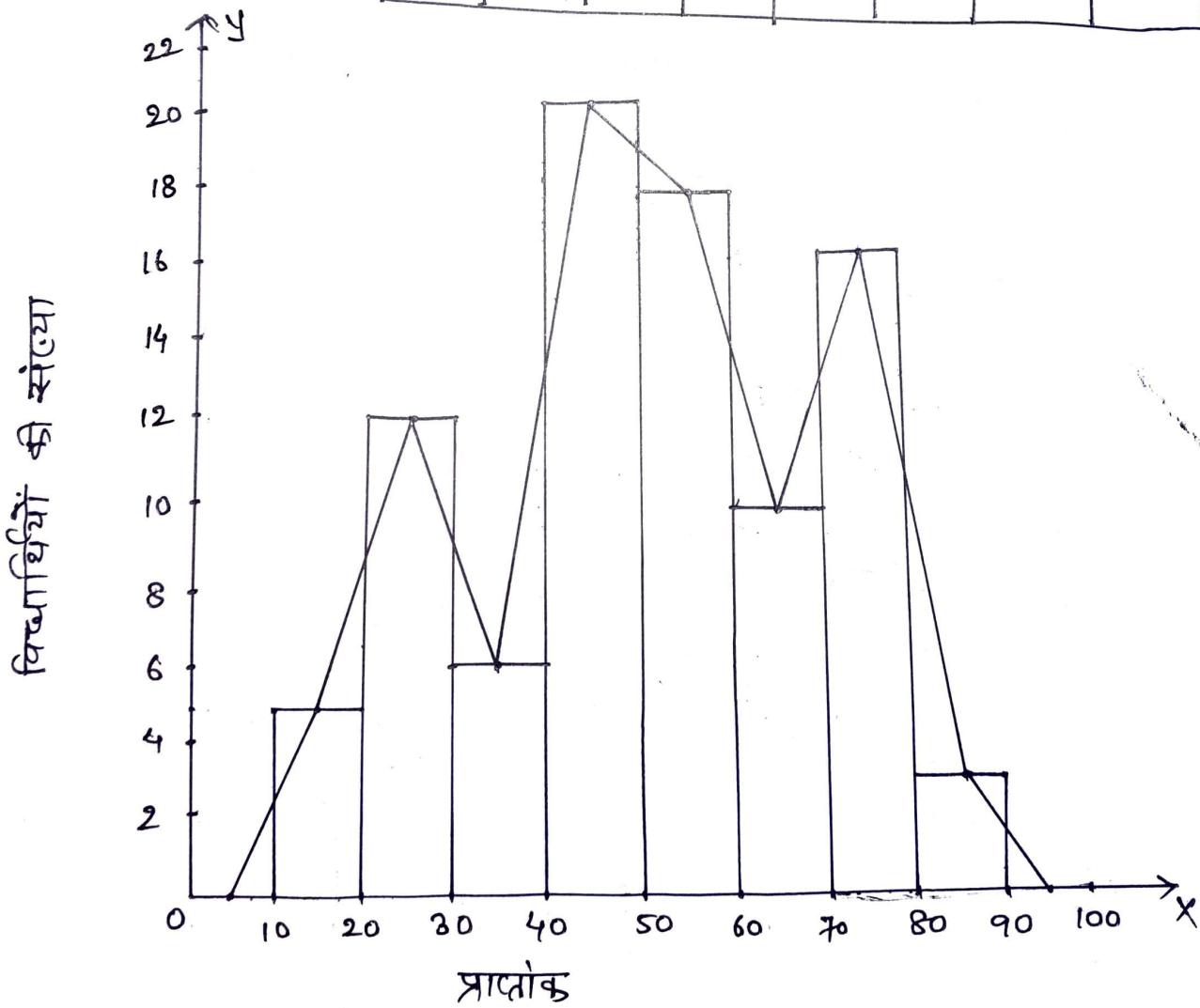
(ii) बिना आयत चित्र के प्रयोग के ।

(i) आयत चित्र के प्रयोग द्वारा भारतवारता बहुभुज खीचना ।

दिए गए ऑकड़ों का भारतवारता बहुभुज, उन ऑकड़ों के आयत चित्र के आयतों की ऊपर भुजाओं के मध्य-बिंदुओं को एम से देवरवणों द्वारा मिलाने से बनता है।

उदाहरण:-

प्राप्तांक	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90
विधार्थियों की संख्या	5	12	6	20	18	10	16	3

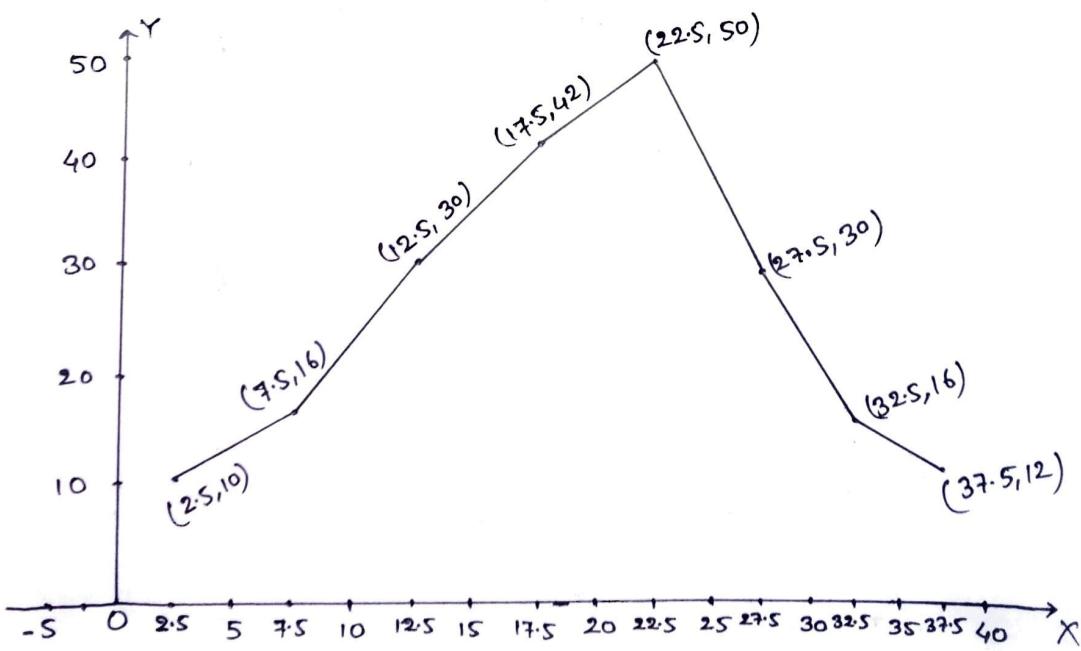


उदाहरण :- एक स्कूल के 206 विद्यार्थियों के दैनिक औषध स्वर्च का छोरा नीचे तालिका में दिया गया है।

जेब स्वर्च (रु० में)	0-5	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30	30-35	35-40
विद्यार्थियों की संख्या	10	16	30	42	50	30	16	12

इन औंचड़ों के निरूपित करने के लिए एक वारम्बारता बहुभुज खीचे।

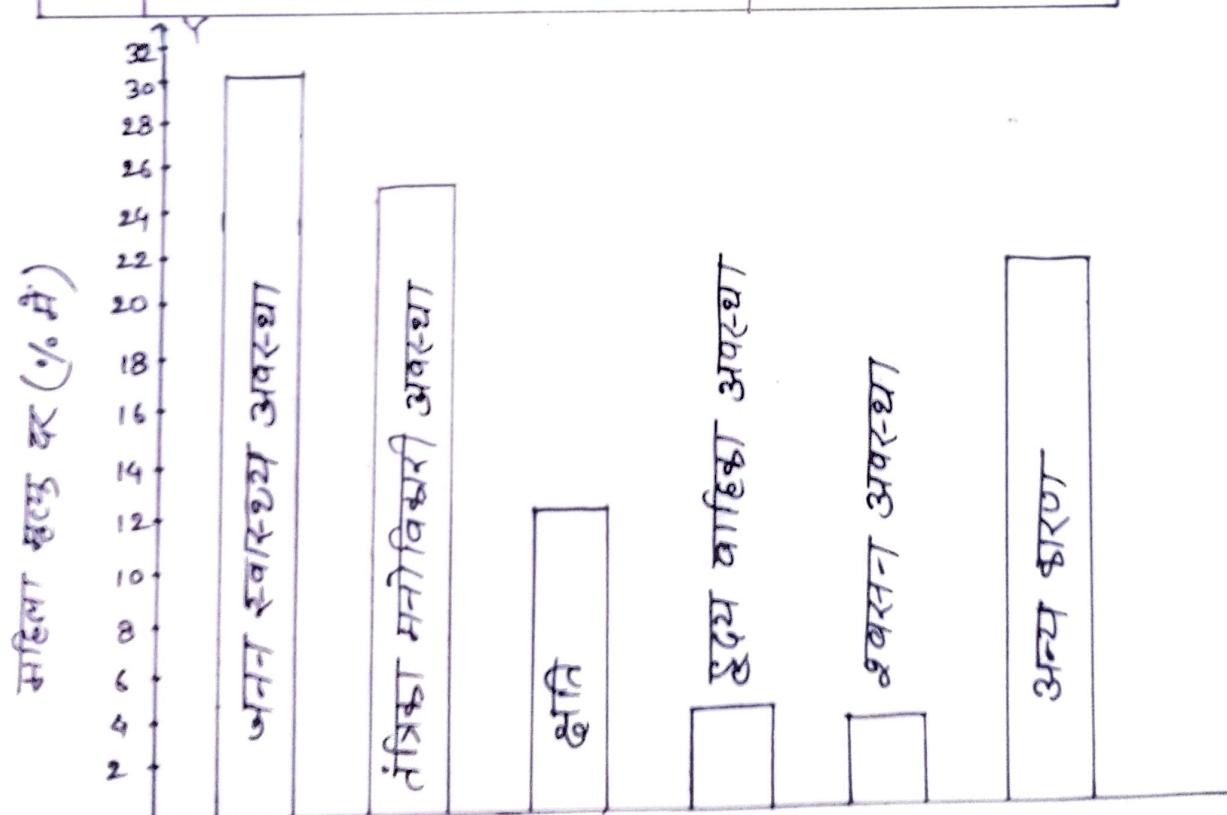
जेब स्वर्च (रु० में)	कोई-चिह्न	वारम्बारता
0-5	2.5	10
5-10	7.5	16
10-15	12.5	30
15-20	17.5	42
20-25	22.5	50
25-30	27.5	30
30-35	32.5	16
35-40	37.5	12



Exercise - 14.3

(1) रक्ष संगठन ने पुरे विषय में 15-44 (वर्षों में) की आयु काली महिलाओं में बीमारी और मृत्यु के छरणों का पता लगाने के लिए किंवदं लवेक्षण से निम्नलिखित अंकों (%, में) प्राप्त हैं :—

क्र.सं.	कारण	महिला मृत्यु दर (%)
1.	जनन स्वास्थ्य अवस्था	31.8
2.	तंत्रिका मनोविज्ञानी अवस्था	25.4
3.	क्षति	12.4
4.	हृदय वाहिका अवस्था	4.3
5.	श्वसन अवस्था	4.1
6.	अन्य कारण	22.0



महिलाओं में बीमारी और मृत्यु के छरण →

(ii) छोन-सी अवरचा पुरे विश्व की महिलाओं के स्वराष स्वास्थ्य और मृत्यु का बड़ा कारण है?

Ans:- जनन स्वास्थ्य अवरचा

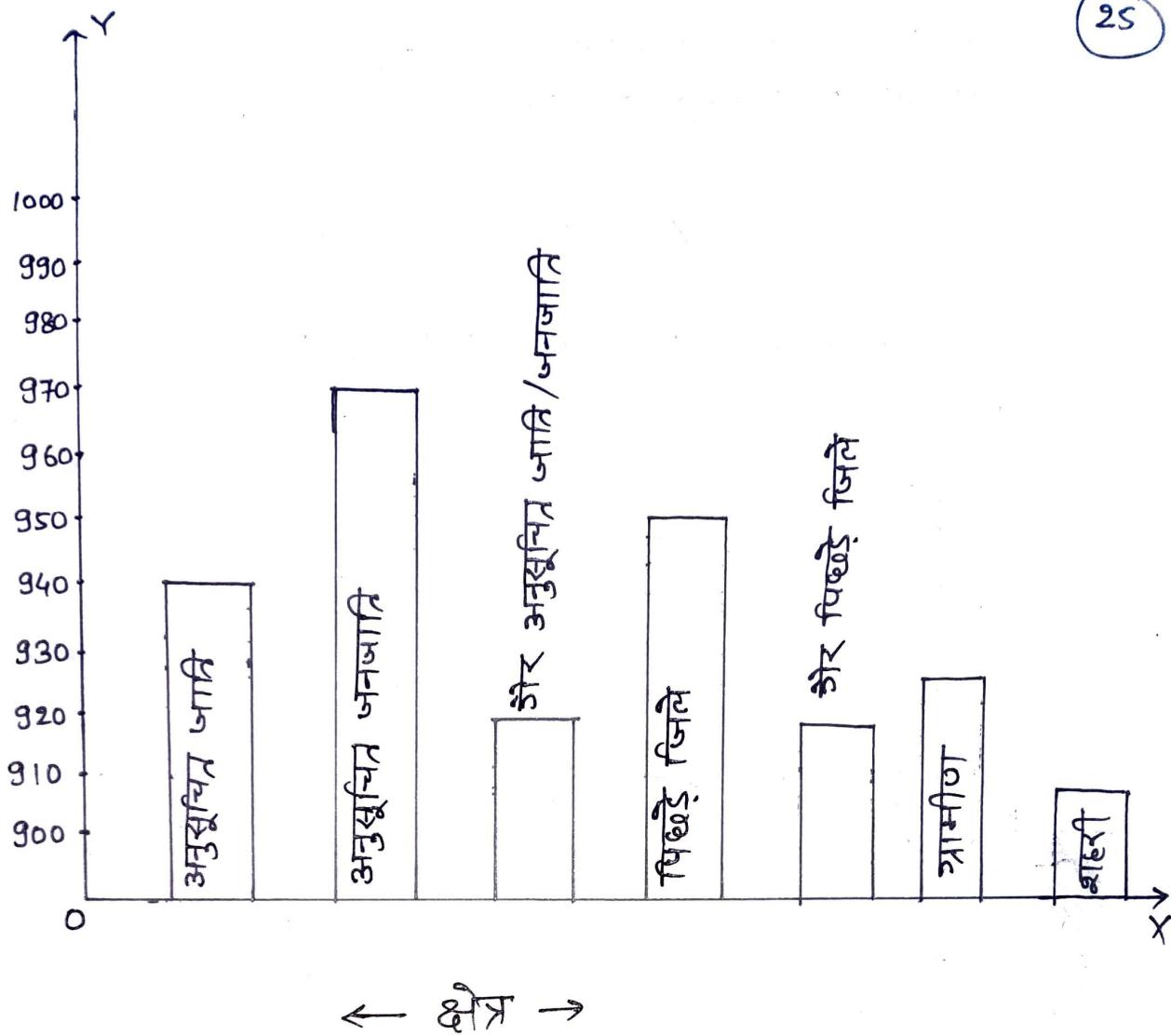
(iii) अपनी अव्यापिका की सहायता से ऐसे दो भारणों का पता भगाने का प्रयास कीजिए जिनकी ऊपर (ii) में मुख्य भूमिका रही हो।

- Ans:-
- (i) शिव्यु जनन के लिए अस्पतालों की संख्या ४८ है।
 - (ii) अनचाहे बच्ची का जन्म देना।
 - (iii) अर्थोऽय निकिट्सकों द्वारा गर्भपात्र कराना।

(2.) भारतीय समाज के विभिन्न क्षेत्रों में प्रति द्व्यार भड़कों पर भड़कियों की संख्या के आंकड़े नीचे दिए गए हैं:-

क्षेत्र	प्रति द्व्यार भड़कों पर भड़कियों की संख्या
अनुसूचित जाति	940
अनुसूचित जनजाति	970
और अनुसूचित जाति/जनजाति	920
पिछड़े जिले	950
और पिछड़े जिले	920
आमीण	930
शहरी	910

आति छजार भड़को पर लेडियों की संख्या



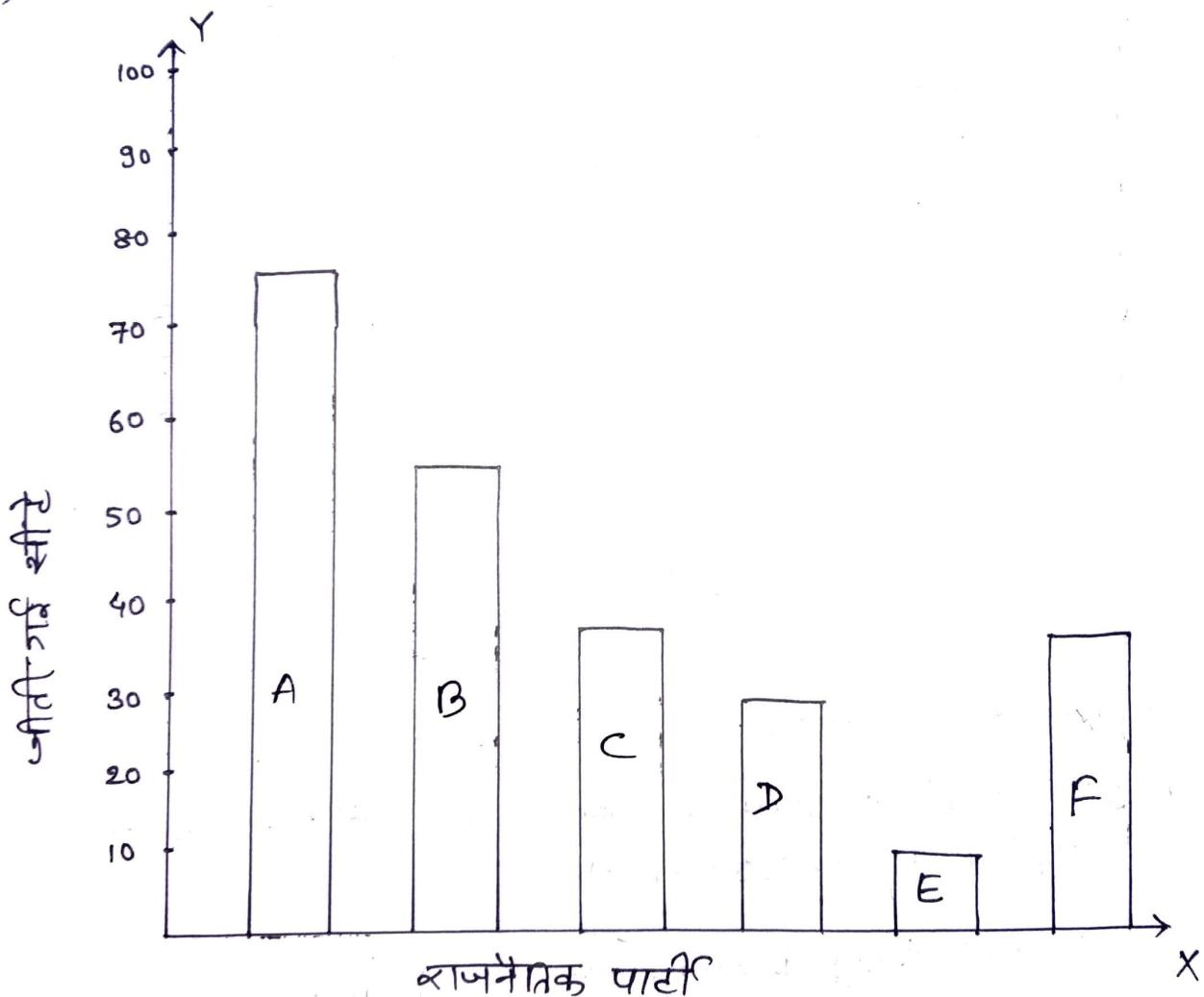
(ii) આલેરવ કે નિર્ધર્ષ:-

- अन्य જાતિયોं કી અપેક્ષા અનુસૂચિત જનજાતિ મેં (પ્રતિ છજાર ભડકોં પર) ભડકીયોં કી સંખ્યા અધિક હૈ
- ઔર-પિછેડે જિલ્લોં કે સાપેક પિછેડે જિલ્લોં મેં (પ્રતિ છજાર ભડકો પર) ભડકીયોં કી સંખ્યા અધિક હૈ

<3> एक राज्य के विधान सभा के चुनाव में विभिन्न राजनीतिक पार्टियों द्वारा प्राप्ति गई सीटों के परिणाम निम्न दिए गए हैं:-

राजनीतिक पार्टी	A	B	C	D	E	F
जीती गई सीटें	75	55	37	29	10	37

(i)



(ii) किस राजनीतिक पार्टी ने अधिकतम सीटें जीती हैं?

Ans:- पार्टी A 

<4>

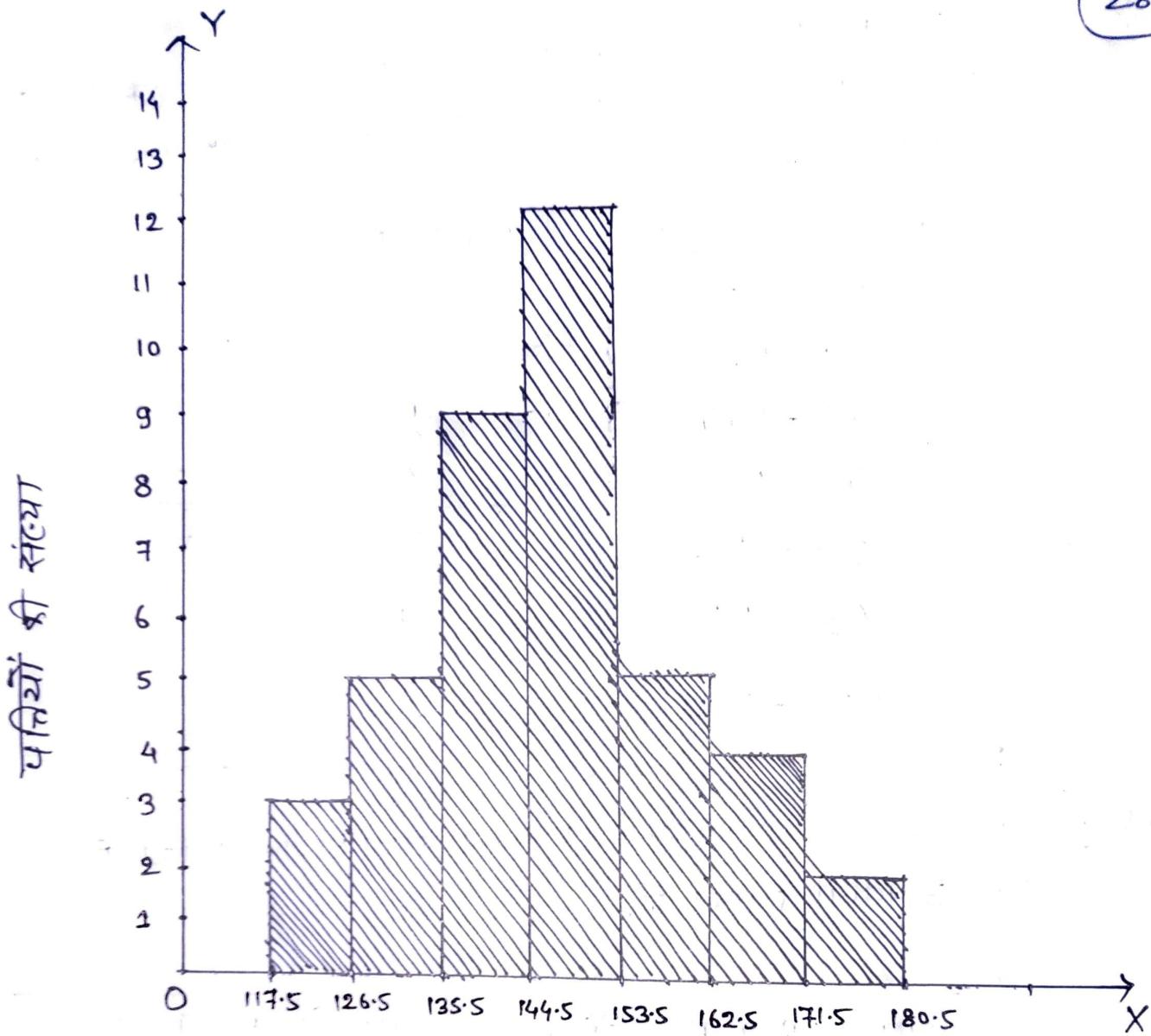
रक पोड़े की 40 पत्तियों की भंबाईयाँ एक मिलीमीटर में अमृ मापी गया हैं और प्राप्त ऑफ़ज़ों को निम्नलिखित सारणी में निरूपित किया गया है-

भंबाई (मिलीमीटर में)	पत्तियों की संख्या
118 - 126	3
127 - 135	5
136 - 144	9
145 - 153	12
154 - 162	5
163 - 171	4
172 - 180	2

Ans:-

- ∴ दिया गया भारतीय बंहन समावेशिक विधि में है।
 ∴ उपर्युक्त विधि में,

भंबाई (मिलीमीटर में)	पत्तियों की संख्या
117.5 - 126.5	3
126.5 - 135.5	5
135.5 - 144.5	9
144.5 - 153.5	12
153.5 - 162.5	5
162.5 - 171.5	4
171.5 - 180.5	2



अंकार्ड (समीक्षा)

(ii) क्या इन्हीं अंकों की निरूपित करने वाला कोई अन्य उपचरण आवश्यक है?

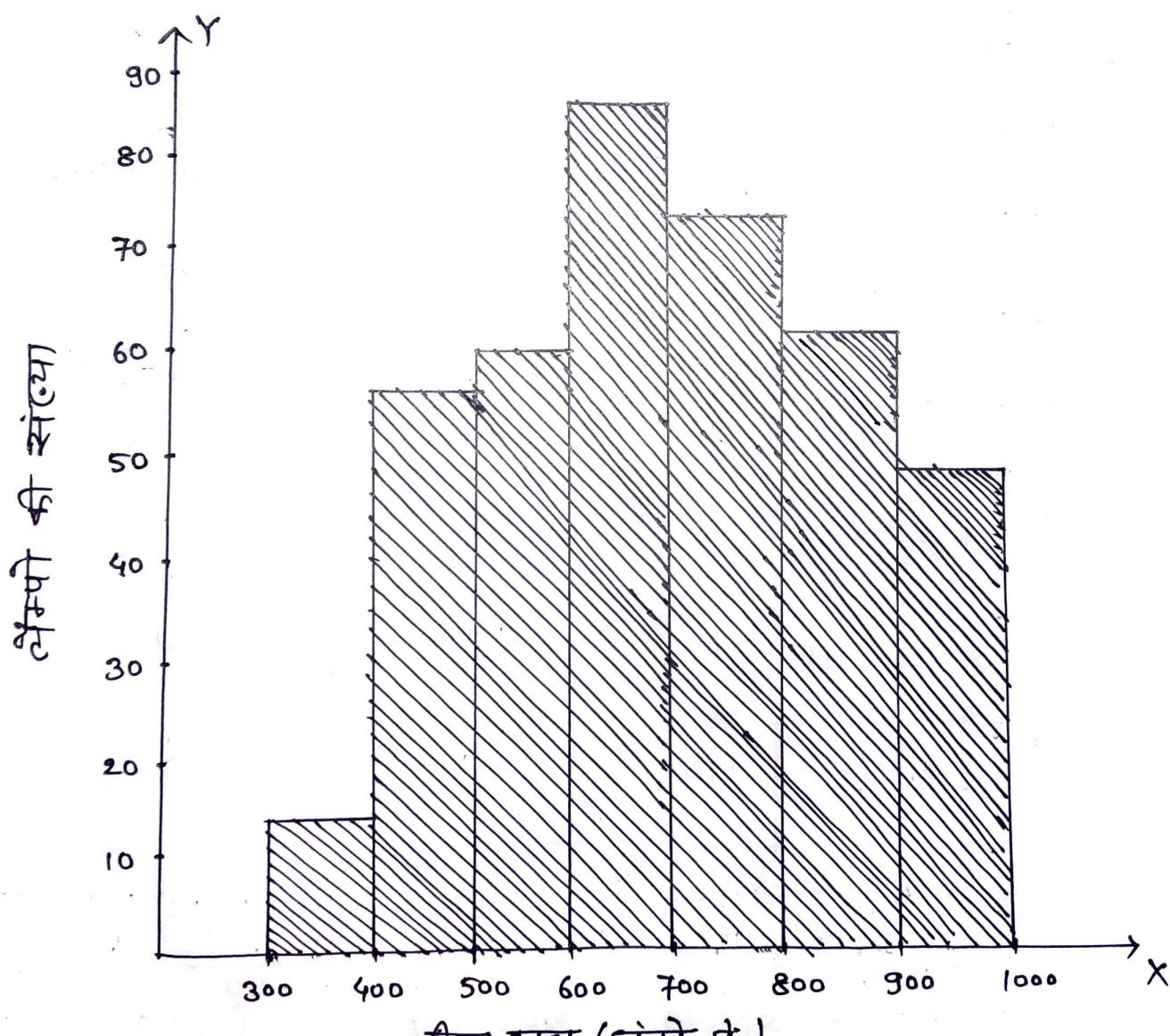
Ans:- हाँ, बारमार्गता ~~ए~~ वक्र

(iii) क्या यह सही निष्कर्ष है कि 153 मलीमीटर भूमार्द वाली परियों की संख्या सबसे अधिक है? क्यों?

Ans:- हाँ, क्यों-अन्तराल $145-153$ ($144.5-153.5$) में परियों की संख्या अधिकतम है क्योंकि आयत चित्र में इस वर्ग के संगत आयत की ऊँचाई सबसे अधिक है।

29. (5) नीचे की सारणी में 400 नियंत्रित लैंपों के जीवन आय दिए गए हैं।

जीवन-आय (घंटों में)	लैंपों की संख्या
300 - 400	14
400 - 500	56
500 - 600	60
600 - 700	86
700 - 800	74
800 - 900	62
900 - 1000	48



(ii)

184 लैंप A

Q6.) नीचे की दो सारणियों में प्राप्त हिट गढ़ अंकों के अनुसार दो सेक्सनों के विधार्थियों का बंटन दिया गया है:-

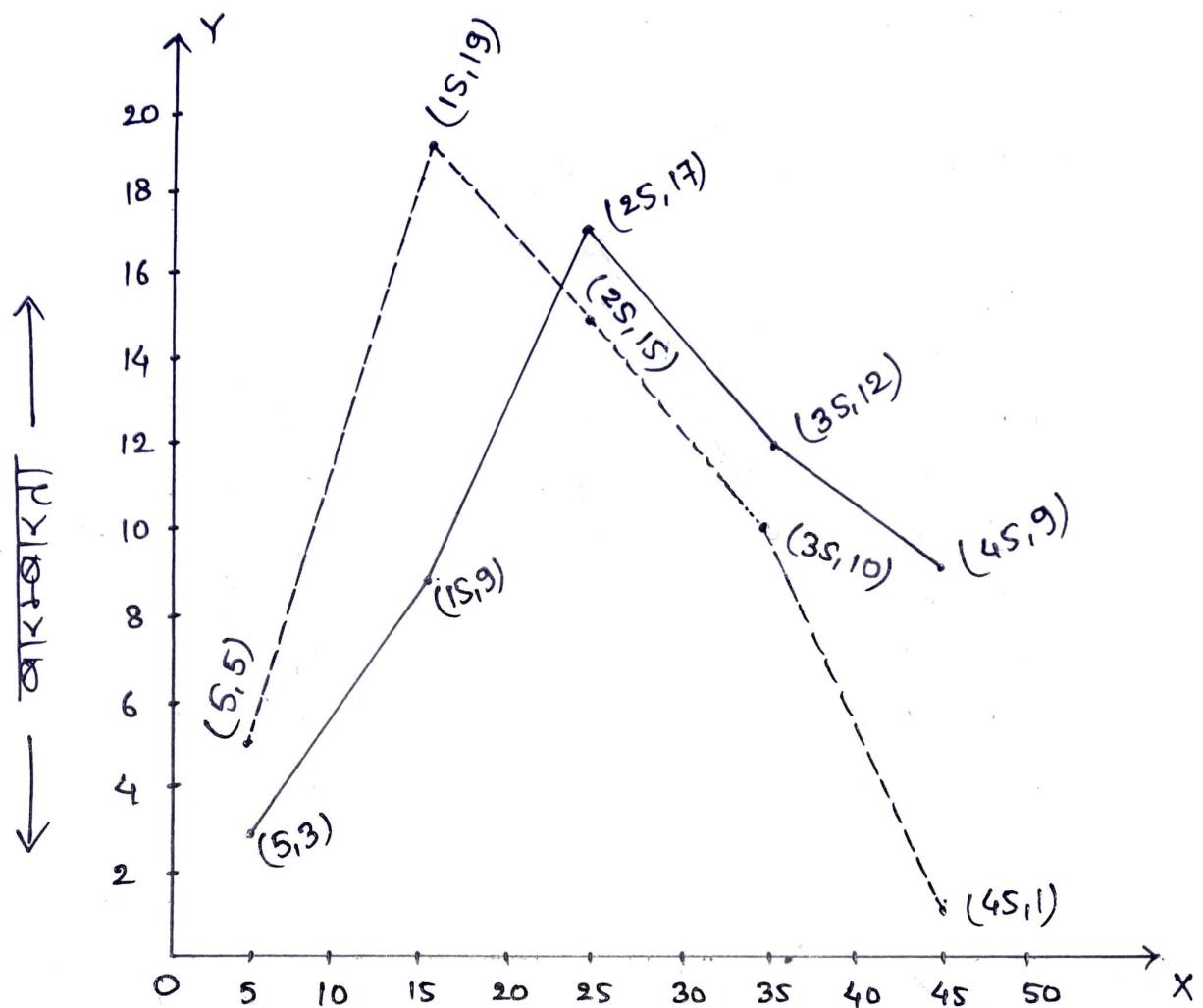
सेक्सन A		सेक्सन B	
अंक	बारम्बारता	अंक	बारम्बारता
0-10	3	0-10	5
10-20	9	10-20	19
20-30	17	20-30	15
30-40	12	30-40	10
40-50	9	40-50	1

Ans.

अंक	वर्ग-चिह्न	बारम्बारता [सेक्सन A]	बारम्बारता [सेक्सन B]
0-10	5	3	5
10-20	15	9	19
20-30	25	17	15
30-40	35	12	10
40-50	45	9	1

सेक्सन A के बारम्बारता बहुभूज के लिए — [रेकर्वेंडो से मिलायेंगे]
 $(5, 3), (15, 9), (25, 17), (35, 12), (45, 9)$

सेक्सन B के बारम्बारता बहुभूज के लिए — [डॉड भाइन से मिलायेंगे]
 $(5, 5), (15, 19), (25, 15), (35, 10), (45, 1)$



पर्याप्ति विधि

7

(प.) एक क्रिकेट मैच में दो टीमों A और B द्वारा प्रथम 60 गेंदों में
बनाए गए सभी गेंदों की संख्या दिए गए हैं:-

गेंदों की संख्या	टीम A	टीम B
1 - 6	2	5
7 - 12	1	6
13 - 18	8	2
19 - 24	9	10
25 - 30	4	5
31 - 36	5	6
37 - 42	6	3
43 - 48	10	4
49 - 54	6	8
55 - 60	2	10

Ans.

गेंदों की संख्या	कर्ण-निन्ह	टीम A	टीम B
1 - 6	3	2	5
7 - 12	9	1	6
13 - 18	15	8	2
19 - 24	21	9	10
25 - 30	27	4	5
31 - 36	33	5	6
37 - 42	39	6	3
43 - 48	45	10	4
49 - 54	51	6	8
55 - 60	57	2	10

33.

टीम A का भारतीय बहुभूज प्राप्त करने के लिए बिन्दु हैं -

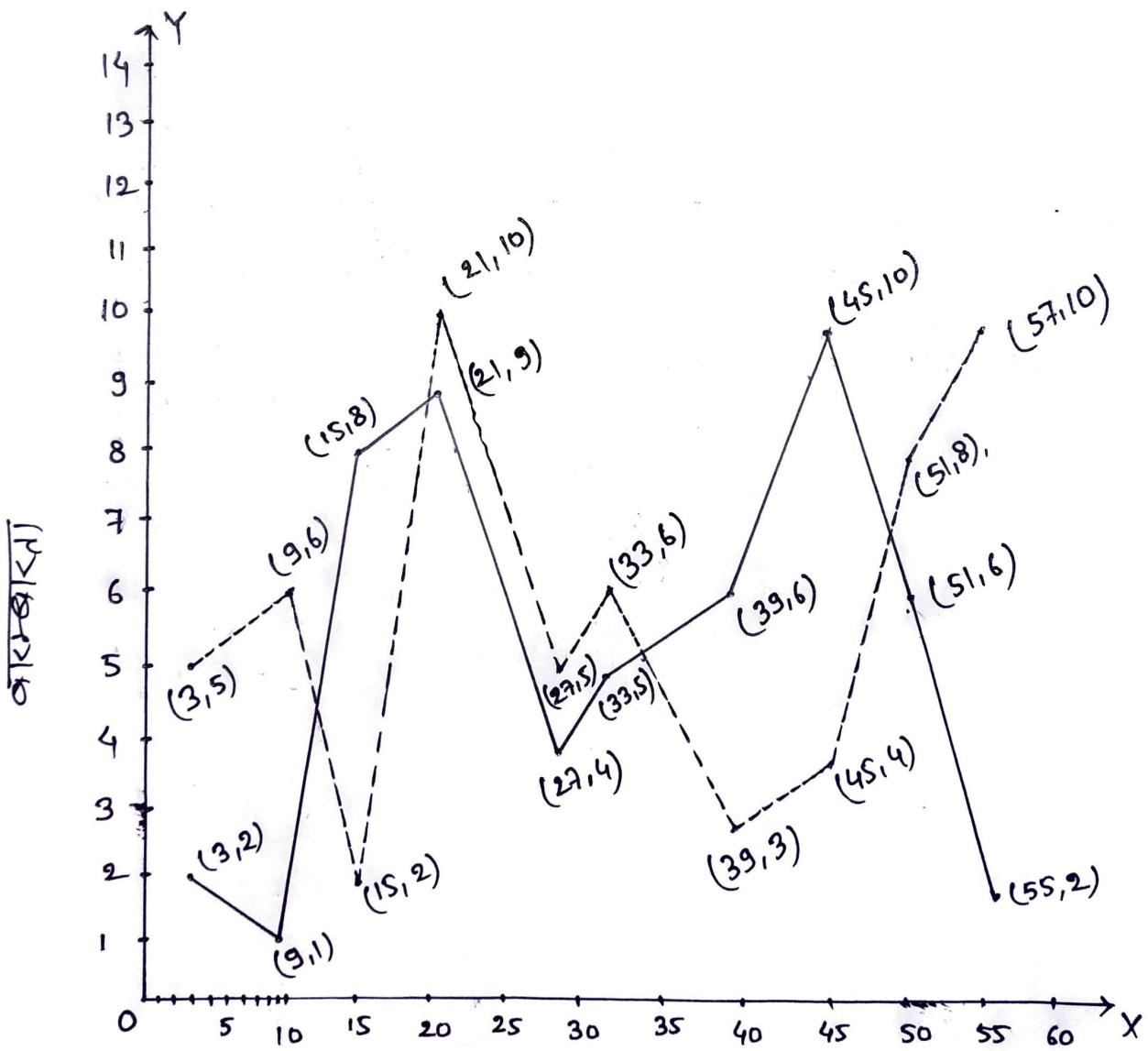
$(3, 2), (9, 1), (15, 8), (21, 9), (27, 4), (33, 5), (39, 6), (45, 10)$

$(51, 6), (57, 2)$ को निरूपित कर इनको रेखाखण्डों से जोड़ेंगे।

टीम B का भारतीय बहुभूज प्राप्त करने के लिए बिन्दु हैं -

$(3, 5), (9, 6), (15, 2), (21, 10), (27, 5), (33, 6), (39, 3), (45, 4)$

$(51, 8), (57, 10)$ को अंकित कर डॉट लाइन से मिलायेंगे।



ट्रॉन्डों की संख्या

Q8) एक पार्क में स्कैल रहे विभिन्न आयु वर्गों के छन्दों की संख्या का इच्छिक सर्वेक्षण कराने पर निम्नलिखित अंकों प्राप्त हुए:-

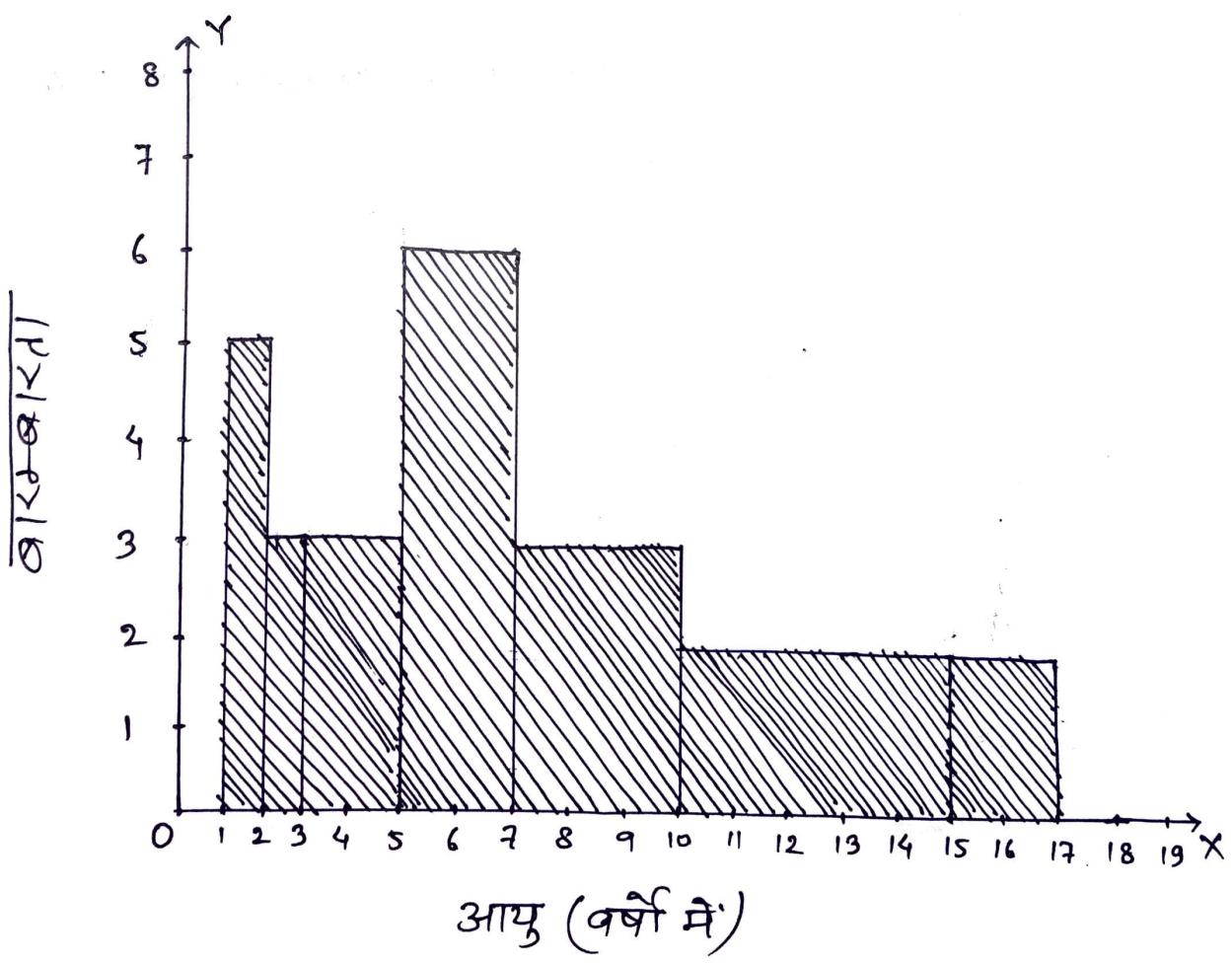
आयु (वर्षों में)	छन्दों की संख्या
1 - 2	5
2 - 3	3
3 - 5	6
5 - 7	12
7 - 10	9
10 - 15	10
15 - 17	4

Ans:- ∵ दिए गए भारतीय बंदून में हम देखते हैं कि वर्ग-आमाप अलग-अलग हैं। अतः भारतीय वर्ग की समायोजित छेंडे।

$$\therefore \text{छेंडे की समायोजित भारतीय} = \frac{\text{अनतम वर्ग-आकार}}{\text{इस वर्ग का वर्ग-आमाप}} \times \text{भारतीय}$$

यहाँ, अनतम वर्ग-आकार = 2-1 = 1

आयु (वर्षों में)	भारतीय बारम्बारता	समायोजित बारम्बारता
1-2	5	$\frac{1}{x} \times 5 = 5$
2-3	3	$\frac{1}{x} \times 3 = 3$
3-5	6	$\frac{1}{2} \times 6^3 = 3$
5-7	12	$\frac{1}{2} \times 12^6 = 6$
7-10	9	$\frac{1}{3} \times 9^3 = 3$
10-15	10	$\frac{1}{5} \times 10^5 = 2$
15-17	4	$\frac{1}{2} \times 4^2 = 2$



(9.) एक स्थानीय टेली फोन निर्देशिका से 100 कुलनाम यदृच्छा
पिए गए और उनमें अंग्रेजी वर्णमाला के अक्षरों की संख्या का निम्न
बारम्बारता बंटन प्राप्त किया गया।

वर्णमाला के अक्षरों की संख्या	कुलनामों की संख्या
1-4	6
4-6	30
6-8	44
8-12	16
12-20	4

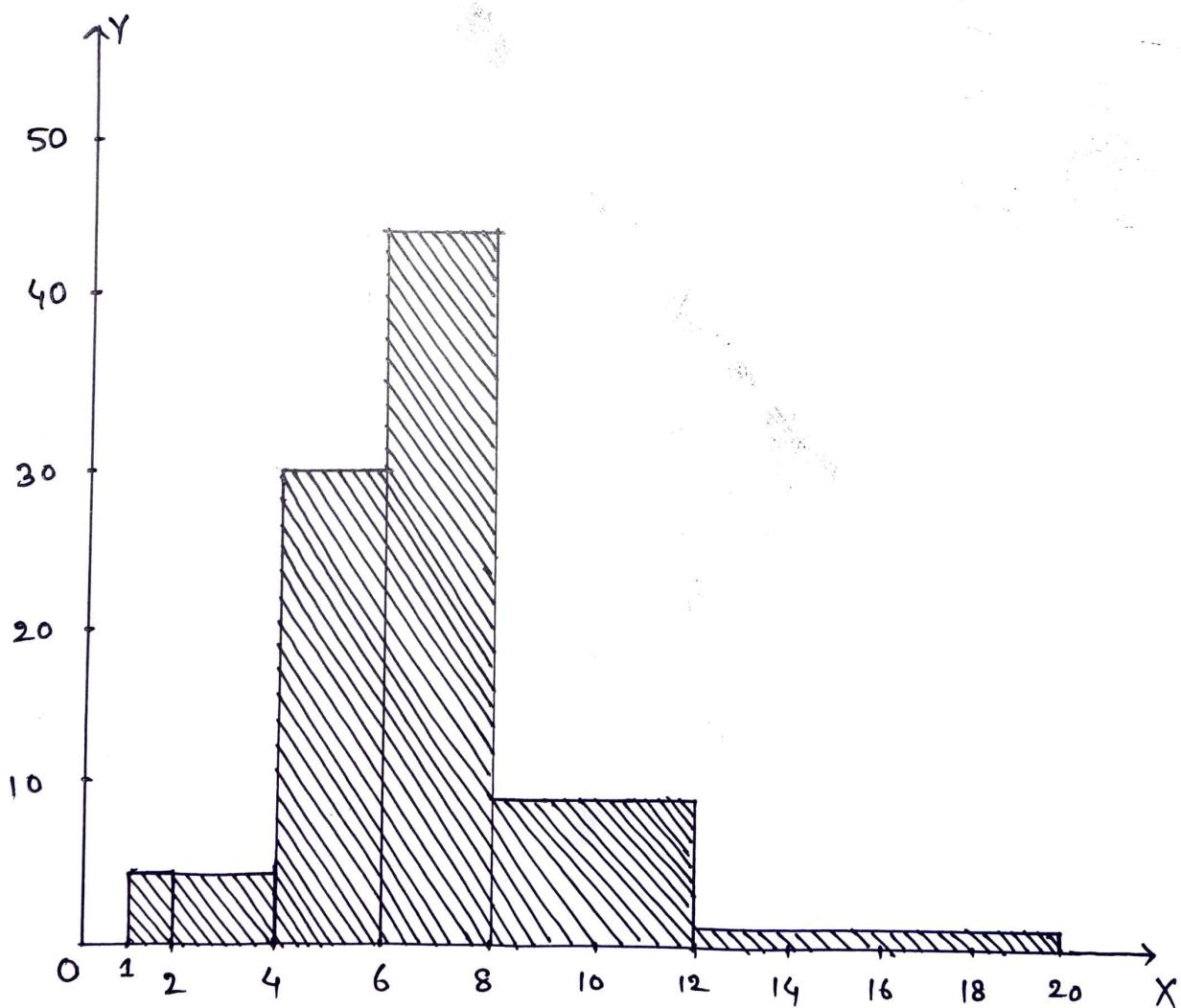
Ans.: दिए गए बारम्बारता बंटन में वर्ग-आमाप अलग-अलग हैं।
अतः बारम्बारता को समायोजित करेंगे।

$$\therefore \text{किसी वर्ग की समायोजित बारम्बारता} = \frac{\text{-पूनर्तम वर्ग-आकार}}{\text{इस वर्ग का वर्ग-आमाप}}$$

$$\text{यहों, -पूनर्तम वर्ग-आकार} = 6-4 = 2$$

पर्यामाला के अक्षरों की संख्या	कुल नामों की संख्या (बारम्बारता)	पर्यामाला की चौड़ाई	समायोजित बारम्बारता
1-4	6	3	$\frac{2}{3} \times 6^2 = 4$
4-6	30	2	$\frac{2}{2} \times 30 = 30$
6-8	44	2	$\frac{2}{2} \times 44 = 44$
8-12	16	4	$\frac{2}{4} \times 16 = 8$
12-20	4	8	$\frac{2}{8} \times 4 = 1$

बारम्बारता



पर्यामाला के अक्षरों की संख्या