

Notes: -

प्रजगुणन विधि :-

दिए गए समीकरण में;

$$a_1x + b_1y + c_1 = 0 \quad \text{--- (I)}$$

$$a_2x + b_2y + c_2 = 0 \quad \text{--- (II)}$$

प्रजगुणन सूत्र से,

$$\frac{x}{b_1c_2 - b_2c_1} = \frac{y}{c_1a_2 - c_2a_1} = \frac{1}{a_1b_2 - a_2b_1}$$

यदि $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ हो तो

① एक अद्वितीय हल होगा है।

यदि $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ हो तो

① अपरिमित रूप से अनेक हल होंगे।

यदि $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ हो तो

① कोई हल नहीं होगा।

Exercise - 3.5

(2)

<1> (i) $x - 3y - 3 = 0$ — (1)

$$3x - 9y - 2 = 0 \text{ — (11)}$$

माना कि,

$a_1 = 1$

$a_2 = 3$

$b_1 = -3$

$b_2 = -9$

$c_1 = -3$

$c_2 = -2$

$$\therefore \frac{a_1}{a_2} = \frac{1}{3}, \quad \frac{b_1}{b_2} = \frac{-3}{-9} = \frac{1}{3}, \quad \frac{c_1}{c_2} = \frac{-3}{-2} = \frac{3}{2}$$

$$\therefore \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$$

 \therefore कोई हल नहीं है

(ii) $2x + y = 5$

$$\Rightarrow 2x + y - 5 = 0 \text{ — (1)}$$

और,

$3x + 2y = 8$

$$\Rightarrow 3x + 2y - 8 = 0 \text{ — (11)}$$

माना कि,

$a_1 = 2$

$a_2 = 3$

$b_1 = 1$

$b_2 = 2$

$c_1 = -5$

$c_2 = -8$

$$\therefore \frac{a_1}{a_2} = \frac{2}{3}, \quad \frac{b_1}{b_2} = \frac{1}{2}, \quad \frac{c_1}{c_2} = \frac{-5}{-8} = \frac{5}{8}$$

$$\therefore \frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$$

 \therefore एक अद्वितीय हल है

(3)

स्रजगुणन विधि से,

$$\frac{x}{b_1c_2 - b_2c_1} = \frac{y}{c_1a_2 - c_2a_1} = \frac{1}{a_1b_2 - a_2b_1}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{1 \times (-8) - 2 \times (-5)} = \frac{y}{-5 \times 3 - (-8) \times 2} = \frac{1}{2 \times 2 - 3 \times 1}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{-8 + 10} = \frac{y}{-15 + 16} = \frac{1}{4 - 3}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{y}{1} = 1$$

$$\therefore \frac{x}{2} = 1 \quad \text{और} \quad \frac{y}{1} = 1$$

$$\Rightarrow x = 2$$

$$\Rightarrow y = 1$$

$$\therefore \left. \begin{array}{l} x = 2 \\ y = 1 \end{array} \right\} \text{Ans}$$

(iii) $3x - 5y = 20$

$$\Rightarrow 3x - 5y - 20 = 0 \quad \text{--- (I)}$$

और,

$$6x - 10y = 40$$

$$\Rightarrow 6x - 10y - 40 = 0 \quad \text{--- (II)}$$

माना कि,

$$a_1 = 3$$

$$a_2 = 6$$

$$b_1 = -5$$

$$b_2 = -10$$

$$c_1 = -20$$

$$c_2 = -40$$

$$\therefore \frac{a_1}{a_2} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}, \quad \frac{b_1}{b_2} = \frac{-5}{-10} = \frac{1}{2}, \quad \frac{c_1}{c_2} = \frac{-20}{-40} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$$

\therefore अपरिमिति रूप से अनेक हल होगा।

(4)

$$(iv) \quad x - 3y - 7 = 0 \quad \text{--- (I)}$$

$$3x - 3y - 15 = 0 \quad \text{--- (II)}$$

माना कि,

$$a_1 = 1 \quad a_2 = 3$$

$$b_1 = -3 \quad b_2 = -3$$

$$c_1 = -7 \quad c_2 = -15$$

$$\therefore \frac{a_1}{a_2} = \frac{1}{3}, \quad \frac{b_1}{b_2} = \frac{-3}{-3} = 1, \quad \frac{c_1}{c_2} = \frac{-7}{-15}$$

$$\therefore \frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$$

\therefore एक अद्वितीय हल होगा।

अब,

व्रजगुणन विधि से,

$$\frac{x}{b_1 c_2 - b_2 c_1} = \frac{y}{c_1 a_2 - c_2 a_1} = \frac{1}{a_1 b_2 - a_2 b_1}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{-3 \times (-15) - (-3) \times (-7)} = \frac{y}{-7 \times 3 - (-15) \times 1} = \frac{1}{1 \times (-3) - 3 \times (-3)}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{45 - 21} = \frac{y}{-21 + 15} = \frac{1}{-3 + 9}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{24} = \frac{y}{-6} = \frac{1}{6}$$

$$\therefore \frac{x}{24} = \frac{1}{6} \quad \text{और} \quad \frac{y}{-6} = \frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow x = 4$$

$$\Rightarrow y = -1$$

$$\therefore \left. \begin{array}{l} x = 4 \\ y = -1 \end{array} \right\} \underline{\hspace{2cm}}$$

(2.) (i)

$$2x + 3y = 7 \quad \text{--- (I)}$$

$$(a-b)x + (a+b)y = 3a+b-2 \quad \text{--- (II)}$$

माना कि,

$$a_1 = 2$$

$$a_2 = a-b$$

$$b_1 = 3$$

$$b_2 = a+b$$

$$c_1 = 7$$

$$c_2 = 3a+b-2$$

\therefore समीकरणों के युग्म के अपरिमित रूप से अनेक हल होंगे

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{a-b} = \frac{3}{a+b} = \frac{7}{3a+b-2}$$

$$\therefore \frac{2}{a-b} = \frac{3}{a+b}$$

$$\Rightarrow 3(a-b) = 2(a+b)$$

$$\Rightarrow 3a - 3b = 2a + 2b$$

$$\Rightarrow 3a - 3b - 2a - 2b = 0$$

$$\Rightarrow a - 5b = 0 \quad \text{--- (III)}$$

और

$$\frac{3}{a+b} = \frac{7}{3a+b-2}$$

$$\Rightarrow 3(3a+b-2) = 7(a+b)$$

$$\Rightarrow 9a + 3b - 6 = 7a + 7b$$

$$\Rightarrow 9a + 3b - 7a - 7b = 6$$

$$\Rightarrow 2a - 4b = 6$$

$$\Rightarrow 2(a - 2b) = 6$$

$$\Rightarrow a - 2b = 3 \quad \text{--- (IV)}$$

समी. (III) में से (IV) का घटाने पर

$$a - 5b = 0$$

$$a - 2b = 3$$

$$\begin{array}{r} a - 5b = 0 \\ a - 2b = 3 \\ \hline \end{array}$$

$$-3b = -3$$

$$\Rightarrow b = \frac{-3}{-3} = 1$$

b का मान समी. (III) में रखने पर

$$a - 5b = 0$$

$$\Rightarrow a - 5 \times 1 = 0$$

$$\Rightarrow a - 5 = 0$$

$$\Rightarrow a = 5$$

$$\therefore \left. \begin{array}{l} a = 5 \\ b = 1 \end{array} \right\}$$

11

$$3x + y = 1$$

$$(2k-1)x + (k-1)y = 2k+1$$

माना कि,

$$a_1 = 3$$

$$a_2 = 2k-1$$

$$b_1 = 1$$

$$b_2 = k-1$$

$$c_1 = 1$$

$$c_2 = 2k+1$$

\therefore समीकरणों के मूल्य का कोई हल नहीं है -

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$$

$$\Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2k-1} = \frac{1}{k-1}$$

$$\Rightarrow 2k-1 = 3k-3$$

$$\Rightarrow -1+3 = 3k-2k$$

$$\Rightarrow 2 = k$$

$$\therefore k = 2$$



3.

$$8x + 5y = 9 \quad \text{--- (I)}$$

$$3x + 2y = 4 \quad \text{--- (II)}$$

समी. (I) से,

$$3x + 2y = 4$$

$$\Rightarrow 3x = 4 - 2y$$

$$\Rightarrow x = \frac{4 - 2y}{3}$$

x का मान समी. (I) में प्रतिस्थापित करने पर,

$$8x + 5y = 9$$

$$\Rightarrow 8 \times \frac{4 - 2y}{3} + 5y = 9$$

$$\Rightarrow \frac{32 - 16y}{3} + 5y = 9$$

$$\Rightarrow \frac{32 - 16y + 15y}{3} = 9$$

$$\Rightarrow 32 - y = 27$$

$$\Rightarrow 32 - 27 = y$$

$$\Rightarrow 5 = y$$

$$\therefore y = 5$$

$$x = \frac{4 - 2y}{3}$$

$$= \frac{4 - 2 \times 5}{3}$$

$$= \frac{4 - 10}{3}$$

$$= \frac{-6}{3}$$

$$= -2$$

$$\therefore x = -2$$

$$y = 5$$

समी. (I) से,

$$8x + 5y = 9$$

$$\Rightarrow 8x + 5y - 9 = 0 \quad \text{--- (III)}$$

समी. (II) से,

$$3x + 2y = 4$$

$$\Rightarrow 3x + 2y - 4 = 0 \quad \text{--- (IV)}$$

माना कि,

$$a_1 = 8 \quad a_2 = 3$$

$$b_1 = 5 \quad b_2 = 2$$

$$c_1 = -9 \quad c_2 = -4$$

प्रत्यक्षानुपात विधि से,

$$\frac{x}{b_1 c_2 - b_2 c_1} = \frac{y}{c_1 a_2 - c_2 a_1} = \frac{1}{a_1 b_2 - a_2 b_1}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{8 \times (-4) - 2 \times (-9)} = \frac{y}{(-9) \times 3 - (-4) \times 8} = \frac{1}{8 \times 2 - 3 \times 5}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{-20 + 18} = \frac{y}{-27 + 32} = \frac{1}{16 - 15}$$

$$\therefore \frac{x}{-2} = \frac{y}{5} = \frac{1}{1}$$

$$\therefore \frac{x}{-2} = \frac{1}{1} \quad \text{और} \quad \frac{y}{5} = \frac{1}{1}$$

$$\Rightarrow x = -2$$

$$\Rightarrow y = 5$$

$$\therefore x = -2$$

$$y = 5$$

4. (i) माना कि छात्रावास के मासिक किराया = ₹ x
प्रतिदिन के भोजन का मूल्य = ₹ y
प्रश्न से,

$$x + 20y = 1000$$
$$\Rightarrow x + 20y - 1000 = 0 \quad \text{--- (I)}$$

और,

$$x + 26y = 1180$$

$$\Rightarrow x + 26y - 1180 = 0 \quad \text{--- (II)}$$

यहाँ,

$$a_1 = 1$$

$$a_2 = 1$$

$$b_1 = 20$$

$$b_2 = 26$$

$$c_1 = -1000$$

$$c_2 = -1180$$

$$\therefore \frac{a_1}{a_2} = \frac{1}{1}, \quad \frac{b_1}{b_2} = \frac{20}{26} = \frac{10}{13}, \quad \frac{c_1}{c_2} = \frac{-1000}{-1180} = \frac{50}{59}$$

$$\therefore \frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$$

इसका अर्थित्व है

समजा गुणन विधि से,

$$\frac{x}{b_1 c_2 - b_2 c_1} = \frac{y}{c_1 a_2 - c_2 a_1} = \frac{1}{a_1 b_2 - a_2 b_1}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{20 \times (-1180) - 26 \times (-1000)} = \frac{y}{-1000 \times 1 - (-1180) \times 1} = \frac{1}{1 \times 26 - 1 \times 20}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{-23600 + 26000} = \frac{y}{-1000 + 1180} = \frac{1}{26 - 20}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{2400} = \frac{y}{180} = \frac{1}{6}$$

$$\therefore \frac{x}{\frac{2400}{6}} = \frac{1}{6}$$

और $\frac{y}{\frac{180}{6}} = \frac{1}{6}$

$$\Rightarrow x = 400$$

$$\Rightarrow y = 30$$

मासिक किराया = ₹ 400
प्रतिदिन के भोजन का मूल्य = ₹ 30

⑪ माना कि अंश = x
हर = y

भिन्न = $\frac{x}{y}$

प्रश्न से,

$$\frac{x-1}{y} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow 3x-3=y$$

$$\Rightarrow 3x-y=3 \text{ --- (1)}$$

और,

$$\frac{x}{y+8} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow 4x=y+8$$

$$\Rightarrow 4x-y=8 \text{ --- (II)}$$

समी. ① में से ① को घटाने पर

$$\begin{array}{r} 3x-y=3 \\ 4x-y=8 \\ \hline -x=5 \\ \Rightarrow x=5 \end{array}$$

x का मान समी. ① में रखने पर

$$3x-y=3$$

$$\Rightarrow 3 \times 5 - y = 3$$

$$\Rightarrow 15 - y = 3$$

$$\Rightarrow 15 - 3 = y$$

$$\Rightarrow 12 = y$$

भिन्न = $\frac{x}{y} = \frac{5}{12}$

4. (iii)

10

माना कि यज्ञ द्वारा किए गए सही प्रश्नों की संख्या = x
यज्ञ द्वारा किए गए गलत प्रश्नों की संख्या = y
प्रश्न ले,

$$3x - y = 40 \quad \text{--- (I) } \times 2$$

$$4x - 2y = 50 \quad \text{--- (II)}$$

समीक (I) में 2 ले गुणा करने पर घटाने पर

$$6x - 2y = 80$$

$$4x - 2y = 50$$

$$\underline{\quad \quad \quad}$$

$$2x = 30$$

$$x = \frac{30}{2} = 15$$

x का मान समीक (I) में रखने पर

$$3x - y = 40$$

$$\Rightarrow 3 \times 15 - y = 40$$

$$\Rightarrow 45 - y = 40$$

$$\Rightarrow 45 - 40 = y$$

$$\Rightarrow 5 = y$$

\therefore सही प्रश्नों की संख्या = 15

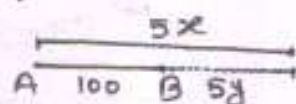
गलत प्रश्नों की संख्या = 5

(iv) माना कि,

स्थान A वाली कार की चाल = x km/h

स्थान B वाली कार की चाल = y km/h

स्थान A तथा B के बीच की दूरी = 100 km



\therefore 5 घंटे की स्थिति में,

कार A द्वारा तय की गई दूरी = $5x$ km

कार B द्वारा तय की गई दूरी = $5y$ km

प्रश्न से,

$$5x - 5y = 100$$

$$\Rightarrow 5(x - y) = 100$$

$$\Rightarrow x - y = 20 \quad \text{--- (I)}$$

1 घंटे की स्थिति में,

कार A द्वारा तय की दूरी = x km

कार B द्वारा तय की दूरी = y km

प्रश्न से,

$$x + y = 100 \quad \text{--- (I)}$$

समीक (I) तथा (II) को जोड़ने पर

$$\begin{array}{r} x - y = 20 \\ + \\ x + y = 100 \\ \hline \end{array}$$

$$2x = 120$$

$$x = \frac{120}{2} = 60$$


x का मान समीक (I) में रखने पर

$$x + y = 100$$

$$\Rightarrow 60 + y = 100$$

$$\Rightarrow y = 100 - 60 = 40$$

\therefore स्थान A वाली कार की चाल = 60 km/h

स्थान B वाली कार की चाल = 40 km/h } 

(v) माना कि आयत की लम्बाई = x

चौड़ाई = y

\therefore आयत का क्षेत्र = xy

प्रश्न से,

$$(x-5)(y+3) = xy - 9$$

$$\Rightarrow xy + 3x - 5y - 15 = xy - 9$$

$$\Rightarrow 3x - 5y = -9 + 15$$

$$\Rightarrow 3x - 5y = 6 \quad \text{--- (I)} \times 2$$

फिर,

$$(x+3)(y+2) = xy + 67$$

$$\Rightarrow xy + 2x + 3y + 6 = xy + 67$$

$$\Rightarrow 2x + 3y = 67 - 6$$

$$\Rightarrow 2x + 3y = 61 \quad \text{--- (II)} \times 3$$

समीक (I) में 2 से तथा (II) में 3 से गुणा करके घटाने पर

$$6x - 10y = 12$$

$$-6x + 9y = 183$$

$$-19y = 195$$

$$\Rightarrow y = \frac{195}{-19} = 19$$

y का मान समीक (I) में रखने पर

$$2x + 3y = 61$$

$$\Rightarrow 2x + 3 \times 19 = 61$$

$$\Rightarrow 2x + 57 = 61$$

$$\Rightarrow 2x = 61 - 57 = 4$$

$$\Rightarrow x = \frac{4}{2} = 2$$

\therefore लम्बाई = 2

चौड़ाई = 19 } 