

11) दिया है:- समद्विबाहु  $\triangle ABC$  में,  
 $AB = AC$

$AD \perp BC$

$EF \perp AC$

सिद्ध करना है:-

$\triangle ABD \sim \triangle ECF$

प्रमाण:-  $\because \triangle ABC$  में,  
 $AB = AC$

$\therefore \angle B = \angle C$  ① [समान भुजाओं के सम्मुख कोण समान होता है]

अब,

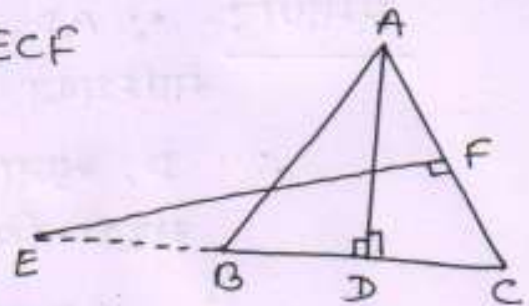
$\triangle ABD$  और  $\triangle ECF$  में,

$\angle B = \angle C$  [लमी. ① ले]

$\angle ADB = \angle EFC (90^\circ)$

$\therefore \triangle ABD \sim \triangle ECF$  [A-A-लमरूपता से]

सिद्ध



(12) दिया है:-  $\triangle ABC$  एवं  $\triangle PQR$  में,

$$\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{AD}{PM}$$

सिद्ध करना है:-  $\triangle ABC \sim \triangle PQR$

प्रमाण:-  $\because AD$ ,  $\triangle ABC$  की माध्यिका है।

$\therefore D$ , भुजा  $BC$  का मध्य-बिन्दु होगा।

$$\therefore BD = DC = \frac{1}{2} BC$$

$$\Rightarrow 2BD = 2DC = BC \text{ --- (I)}$$

फिर,

$\because PM$ ,  $\triangle PQR$  की माध्यिका है।

$\therefore M$ , भुजा  $QR$  का मध्य-बिन्दु है।

$$\therefore QM = MR = \frac{1}{2} QR$$

$$\Rightarrow 2QM = 2MR = QR \text{ --- (II)}$$

अब,

$$\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{AD}{PM}$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{PQ} = \frac{2BD}{2QM} = \frac{AD}{PM}$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{PQ} = \frac{BD}{QM} = \frac{AD}{PM}$$

$\triangle ABD$  तथा  $\triangle PQM$  में,

$$\frac{AB}{PQ} = \frac{BD}{QM} = \frac{AD}{PM}$$

$\therefore \triangle ABD \sim \triangle PQM$  [S-S-S समरूपता से]

$$\angle B = \angle Q$$

अब,

$\triangle ABC$  तथा  $\triangle PQR$  में,

$$\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} \text{ और } \angle B = \angle Q$$

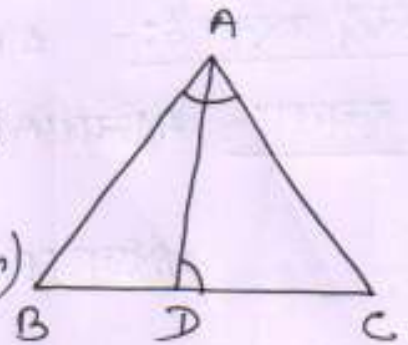
$\therefore \triangle ABC \sim \triangle PQR$  [S-A-S समरूपता से]

सिद्ध

13. दिया है:-  $\triangle ABC$  की भुजा  $BC$  पर एक बिंदु  $D$  इस प्रकार स्थित है कि  $\angle ADC = \angle BAC$

सिद्ध करना है:-  $CA^2 = CB \cdot CD$

प्रमाण:-  $\triangle ADC$  तथा  $\triangle ABC$  में,  
 $\angle ADC = \angle BAC$   
 $\angle C = \angle C$  (Common)



$\therefore \triangle ADC \sim \triangle ABC$  [AA-समरूपता से]

$$\angle CAD = \angle B$$

$$\therefore \frac{CA}{CB} = \frac{CD}{CA}$$

$$\Rightarrow CA^2 = CB \cdot CD$$

सिद्ध



(14) दिया है:-  $\triangle ABC$  तथा  $\triangle PQR$  में,

$$\frac{AB}{PQ} = \frac{AC}{PR} = \frac{AD}{PM} \quad \text{--- (1)}$$

सिद्ध करना है:-  $\triangle ABC \sim \triangle PQR$

रचना:- माध्यिका AD को बिंदु E तक बढ़ाये ताकि

$$AD = DE$$

माध्यिका PM को बिंदु N तक बढ़ाये ताकि

$$PM = MN$$

तथा

BE, CE, QN, RN को मिलाया।

प्रमाण:-  $\triangle ABD$  और  $\triangle ECD$  में,

$$BD = CD \quad [\because D, BC \text{ का मध्य-बिन्दु है}]$$

$$AD = DE$$

$$\angle ADB = \angle EDC \quad [\text{शीर्षाभिमुख कोण}]$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ECD \quad [\text{SAS त}]$$

$$AB = EC \quad \text{--- (ii)}$$

फिर,

$\triangle PQM$  और  $\triangle NRM$  में,

$$QM = MR \quad [M, QR \text{ का मध्य-बिन्दु है}]$$

$$PM = MN$$

$$\angle PMQ = \angle NMR \quad (\text{शीर्षाभिमुख कोण})$$

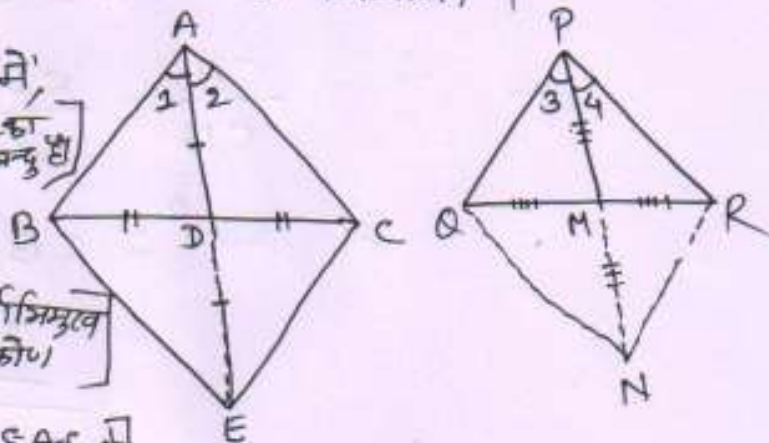
$$\therefore \triangle PQM \cong \triangle NRM \quad [\text{SAS त}]$$

$$\therefore PQ = NR \quad \text{--- (iii)}$$

अब,

$$\frac{AB}{PQ} = \frac{AC}{PR} = \frac{AD}{PM}$$

$$\Rightarrow \frac{EC}{NR} = \frac{AC}{PR} = \frac{\frac{1}{2}AE}{\frac{1}{2}PN}$$



$$\Rightarrow \frac{EC}{NR} = \frac{AC}{PR} = \frac{AE}{PN}$$

$\therefore \triangle ACE \sim \triangle PNR$  [S-S-S समरूपता से]

$$\therefore \angle 2 = \angle 4 \text{ — (iv)}$$

इसी प्रकार से,

$$\triangle ABE \sim \triangle PQN$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 3 \text{ — (v)}$$

समीक (iv) तथा (v) को जोड़ने पर,

$$\angle 1 + \angle 2 = \angle 3 + \angle 4$$

$$\Rightarrow \angle A = \angle P \text{ — (vi)}$$

$\triangle ABC$  तथा  $\triangle PQR$  में,

$$\frac{AB}{PQ} = \frac{AC}{PR} \text{ तथा } \angle A = \angle P$$

$\therefore \triangle ABC \sim \triangle PQR$  [S-A-S समरूपता से]

सिद्ध

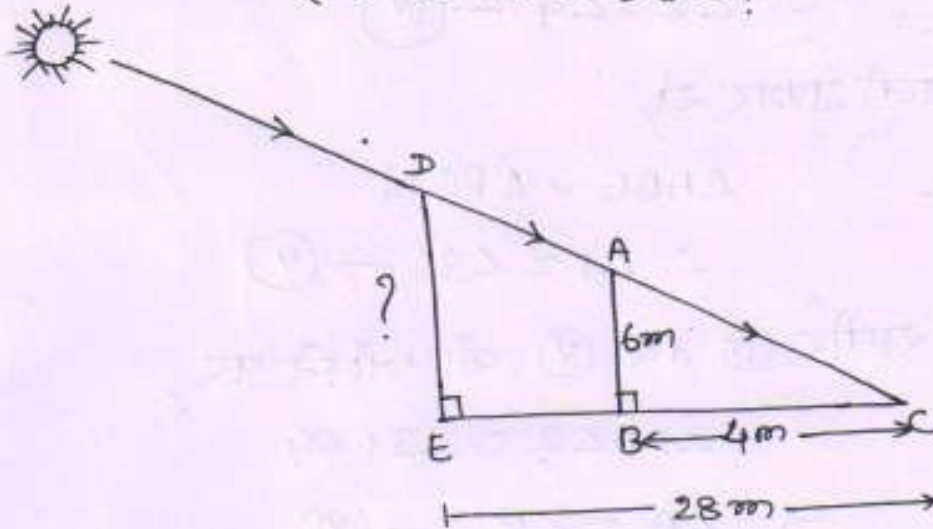
15.

दिया है:- ऊर्ध्वाधर स्तंभ की ऊँचाई =  $AB = 6\text{ m}$

ऊर्ध्वाधर स्तंभ की छाया की लम्बाई =  $BC = 4\text{ m}$

मीनार की छाया की लम्बाई =  $EC = 28\text{ m}$

मीनार की ऊँचाई =  $DE = ?$



$\triangle ABC$  तथा  $\triangle DEC$  में,

$$\angle B = \angle E \quad (90^\circ)$$

$\angle ACB = \angle DCE$  [एक ही समय सूर्य का उन्नयन कोण समान होते हैं]

$\therefore \triangle ABC \sim \triangle DEC$  [A-A-समरूपता से]

$$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EC}$$

$$\Rightarrow \frac{6}{DE} = \frac{4}{28}$$

$$\Rightarrow DE = 42\text{ m.}$$

$\therefore$  मीनार की ऊँचाई =  $DE = 42\text{ m.}$



16) दिया है:- AD और PM त्रिभुजों ABC और PQR की क्रमशः माध्यिकाएँ हैं। (21)

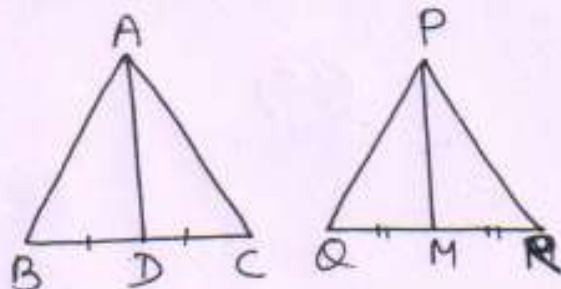
सिद्ध करना है:-  $\Delta ABC \sim \Delta PQR$   
 $\frac{AB}{PQ} = \frac{AD}{PM}$

प्रमाण:-  $\because \Delta ABC \sim \Delta PQR$

$$\angle A = \angle P \text{ --- (i)}$$

$$\angle B = \angle Q \text{ --- (ii)}$$

$$\angle C = \angle R \text{ --- (iii)}$$



और

$$\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{AC}{PR} \text{ --- (iv)}$$

लेकिन,

$$\Rightarrow \frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR}$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{PQ} = \frac{BD}{QM} \left[ \begin{array}{l} \text{क्रमशः} \\ \text{D एवं M, त्रिभुजों BC एवं QR के} \\ \text{मध्य-बिन्दु हैं} \end{array} \right]$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{PQ} = \frac{BD}{QM}$$

अब

$\Delta ABD$  तथा  $\Delta PQM$  में,

$$\frac{AB}{PQ} = \frac{BD}{QM} \text{ तथा } \angle B = \angle Q$$

$\therefore \Delta ABD \sim \Delta PQM$  [S-A-S समरूपता से]

$$\therefore \frac{AB}{PQ} = \frac{AD}{PM}$$

सिद्ध