Guess Answer

(6) विभाजन एल्गोरिथ्म का प्रयोग करके निम्न में $P(x)$ को $g(x)$ से भाग देने पर भागफल $q(x)$ तथा शेषफल $r(x)$ ज्ञात कीजिए —

(i) $P(x) = 2x^2+3x+1$
$g(x) = x+2$

$$x+2 \,\big)\, 2x^2+3x+1 \,\big(\, 2x-1$$
$$\underline{\cancel{2x^2} + 4x}$$
$$\;\; -\cancel{x}+1$$
$$\underline{\;\; -\cancel{x}-2}$$
$$+3$$

$\therefore$ भागफल $= q(x) = 2x-1$
शेषफल $= r(x) = +3$

(ii) $P(x) = x^4-1$
$g(x) = x+1$

$$x+1 \,\big)\, x^4-1 \,\big(\, x^3-x^2+x-1$$
$$\underline{\cancel{x^4}+x^3}$$
$$-\cancel{x^3}-1$$
$$\underline{-\cancel{x^3}-x^2}$$
$$\cancel{x^2}-1$$
$$\underline{\cancel{x^2}+x}$$
$$-\cancel{x}-1$$
$$\underline{-\cancel{x}-1}$$
$$0$$

$\therefore$ भागफल $= q(x) = x^3-x^2+x-1$
शेषफल $= r(x) = 0$

Ans

(iii) $p(x) = x^3 - 3x^2 - x + 3$

$g(x) = x^2 - 4x + 3$

$$x^2 - 4x + 3 \overline{\big)\, x^3 - 3x^2 - x + 3 \,}\big(x + 1$$

$$\cancel{x^3} - 4x^2 + 3x$$

$$- \quad + \quad -$$

$$\cancel{x^2} - \cancel{4x} + \cancel{3}$$

$$\cancel{x^2} - \cancel{4x} + \cancel{3}$$

$$- \quad + \quad -$$

$$0$$

भागफल $= q(x) = x + 1$

शेषफल $= r(x) = 0$

(iv) $p(x) = x^3 - 3x^2 + 4x + 2$

$g(x) = x - 1$

$$x - 1 \overline{\big)\, x^3 - 3x^2 + 4x + 2 \,}\big(x^2 - 2x + 2$$

$$\cancel{x^3} - x^2$$

$$- \quad +$$

$$-2\cancel{x^2} + 4x + 2$$

$$-\cancel{2x^2} + 2x$$

$$+ \quad -$$

$$2\cancel{x} + 2$$

$$\cancel{2x} - 2$$

$$- \quad +$$

$$+4$$

भागफल $= q(x) = x^2 - 2x + 2$

शेषफल $= r(x) = +4$

Guess Answer

(v) $p(x) = 6x^3 + 13x^2 + x - 2$

$g(x) = 2x + 1$

$$
\begin{array}{r|l|l}
2x+1 & \cancel{6x^3} + 13x^2 + x - 2 & 3x^2 + 5x - 2 \\
 & \cancel{6x^3} + 3x^2 & \\
 & \quad - \qquad - & \\
\hline
 & \cancel{10x^2} + x - 2 & \\
 & \cancel{10x^2} + 5x & \\
 & \quad - \qquad - & \\
\hline
 & \cancel{-4x} \cancel{- 2} & \\
 & \cancel{-4x} \cancel{- 2} & \\
 & \quad + \qquad + & \\
\hline
 & 0 &
\end{array}
$$

भागफल $= q(x) = 3x^2 + 5x - 2$

शेषफल $= r(x) = 0$

7. विभाजन एल्गोरिथ्म का प्रयोग करके यह जाँच करें कि क्या प्रथम बहुपद, दुसरे बहुपद का एक गुणनखण्ड है?

(i) $x-2, \; x^3+3x^2-12x+4$

$$x-2 \,\big)\, x^3+3x^2-12x+4 \,\big(\, x^2+5x-2$$

$$\begin{array}{r} x^3+3x^2-12x+4 \\ \underline{\cancel{x^3} \; \overset{+}{-} \; 2x^2 \qquad\qquad} \\ \cancel{5x^2}-12x+4 \\ \underline{\cancel{5x^2} \; \overset{+}{-} \; 10x \qquad} \\ \cancel{-2x}+\cancel{4} \\ \underline{\cancel{-2x}+\cancel{4}} \\ 0 \end{array}$$

$\because$ शेषफल $= 0$

$\therefore$ $x-2$, बहुपद $x^3+3x^2-12x+4$ का गुणनखण्ड है।

जाँच

(ii) $x^2-4x+3, \; x^3-3x^2-x+3$

$$x^2-4x+3 \,\big)\, x^3-3x^2-x+3 \,\big(\, x+1$$

$$\begin{array}{r} x^3-3x^2-x+3 \\ \underline{\cancel{x^3} \; \overset{+}{-} \; 4x^2 \overset{-}{+} 3x \qquad} \\ \cancel{x^2}-\cancel{4x}+\cancel{3} \\ \underline{\cancel{x^2}-\cancel{4x}+\cancel{3}} \\ 0 \end{array}$$

$\because$ शेषफल $=0$

$\therefore$ x^2-4x+3, बहुपद x^3-3x^2-x+3 का एक गुणनखण्ड है।

जाँच

Guess Answer

(8) बहुपद $6x^4+8x^3+17x^2+21x+7$ को बहुपद $3x^2+4x+1$ से विभाजित करने पर शेष $ax+b$ है, तो a और b ज्ञात करें-

हल:- $P(x) = 6x^4+8x^3+17x^2+21x+7$

$g(x) = 3x^2+4x+1$

$r(x) = ax+b$

$$
\begin{array}{r|l}
3x^2+4x+1 & \cancel{6x^4}+\cancel{8x^3}+17x^2+21x+7 \;\big(\, 2x^2+5 \\
 & \cancel{6x^4}+\cancel{8x^3}+2x^2 \\
 & -\quad\;\; -\quad\;\; - \\
\hline
 & \cancel{15x^2}+21x+7 \\
 & \cancel{15x^2}+20x+5 \\
 & -\quad\;\; -\quad\;\; - \\
\hline
 & x+2
\end{array}
$$

$\because$ शेषफल $= x+2$

लेकिन,

शेषफल $= ax+b$

तुलना करने पर,

$ax = x$

$\Rightarrow a = \frac{\cancel{x}}{\cancel{x}} = 1$

और, $b = 2$

$\therefore a=1,\ b=2$

(9) $2x^4 - 9x^3 + 5x^2 + 3x - 1$ के सभी शून्यक ज्ञात कीजिए यदि आपको इसके दो शून्यक $2 \pm \sqrt{3}$ हो, तो अन्य शून्यक ज्ञात कीजिए।

<u>हल:-</u> $P(x) = 2x^4 - 9x^3 + 5x^2 + 3x - 1$

शून्यक $= 2 \pm \sqrt{3}$

$= 2+\sqrt{3},\ 2-\sqrt{3}$

$\therefore\ x = 2+\sqrt{3}$ और $x = 2-\sqrt{3}$

$\Rightarrow x - 2 - \sqrt{3} = 0$ $\qquad \Rightarrow x - 2 + \sqrt{3} = 0$

$\Rightarrow (x-2) - \sqrt{3} = 0$ $\qquad \Rightarrow (x-2) + \sqrt{3} = 0$

अत: $[(x-2)-\sqrt{3}]\,[(x-2)+\sqrt{3}]$ दिए गए बहुपद $P(x)$ का एक गुणनखण्ड होगा।

$\therefore\ [(x-2)-\sqrt{3}]\,[(x-2)+\sqrt{3}]$

$\Rightarrow (x-2)^2 - (\sqrt{3})^2$

$= x^2 - 4x + 4 - 3$

$= x^2 - 4x + 1$

$\therefore\ x^2 - 4x + 1$ दिए गए बहुपद $P(x)$ का एक गुणनखण्ड होगा।

Guess Answer

अब,

$$x^2-4x+1 \overline{\big)\, 2x^4-9x^3+5x^2+3x-1 \,\big(} \, 2x^2-x-1$$

$$\cancel{2x^4}-8x^3+2x^2$$
$$- \quad + \quad -$$
$$\overline{-\cancel{x^3}+3x^2+3x-1}$$
$$-\cancel{x^3}+4x^2-x$$
$$+ \quad - \quad +$$
$$\overline{-\cancel{x^2}+\cancel{4x}-\cancel{1}}$$
$$-\cancel{x^2}+\cancel{4x}-\cancel{1}$$
$$+ \quad - \quad +$$
$$\overline{\quad 0 \quad}$$

$\therefore$ $2x^2-x-1$ भी बहुपद $P(x)$ का गुणनखण्ड होगा।

$\therefore$ $2x^2-x-1=0$

$\Rightarrow 2x^2-2x+x-1=0$

$\Rightarrow 2x(x-1)+1(x-1)=0$

$\Rightarrow (2x+1)(x-1)=0$

$\Rightarrow 2x+1=0$ और $x-1=0$

$\Rightarrow 2x=-1$ $\qquad \Rightarrow x=1$

$\Rightarrow x=\frac{-1}{2}$

$\therefore$ $-\frac{1}{2}$ और 1 भी बहुपद $P(x)$ के शून्यक होगा।

10. $2x^3-4x-x^2+2$ के $\sqrt{2}$ और $-\sqrt{2}$ दो शून्यक है तो अन्य शून्यक भी ज्ञात करे ।

हल :- $P(x) = 2x^3-4x-x^2+2$

$= 2x^3-x^2-4x+2$

शून्यक $= \sqrt{2}, -\sqrt{2}$

$\therefore$ $x=\sqrt{2}$ और $x=-\sqrt{2}$

$\Rightarrow x-\sqrt{2}=0$ $\Rightarrow x+\sqrt{2}=0$

अतः $(x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2})$ दिए गए बहुपद $P(x)$ का एक गुणनखण्ड है।

$\therefore$ $(x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2})$

$= x^2-(\sqrt{2})^2$

$= x^2-2$

$\therefore$ x^2-2 भी दिए गए बहुपद $P(x)$ का एक गुणनखण्ड होगा।

अब,

$$x^2-2 \overline{)\, \cancel{2x^3} - x^2 - \cancel{4x} + 2\,} (2x-1$$
$$\underline{\overset{-}{\cancel{2x^3}} \qquad \overset{+}{\cancel{-4x}}}$$
$$-\cancel{x^2}+\cancel{2}$$
$$\underline{\overset{+}{\cancel{-x^2}} \overset{-}{\cancel{+2}}}$$
$$0$$

$\therefore$ $2x-1$ भी बहुपद $P(x)$ का गुणनखण्ड होगा।

$\therefore$ $2x-1=0$

$\Rightarrow 2x=1$

$\Rightarrow x=1/2$ $\therefore$ $1/2$ भी बहुपद $P(x)$ का गुणनखण्ड है।

Guess Answer

(11) यदि α और β बहुपद $2x^2+3x-6$ के शून्यक हो, तब निम्नांकित का मान ज्ञात करे-

हल:- $p(x) = 2x^2+3x-6$ से,

$$a = 2$$
$$b = 3$$
$$c = -6$$

$$\therefore \alpha+\beta = -\frac{b}{a} = -\frac{3}{2}$$

$$\alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{-\cancel{6}^{3}}{\cancel{2}} = -3$$

(i) $\alpha^2+\beta^2 = (\alpha+\beta)^2 - 2\alpha\beta$

$$= \left(-\frac{3}{2}\right)^2 - 2\times(-3)$$

$$= \frac{9}{4}+6$$

$$= \frac{9+24}{4} = \frac{33}{4} \text{ Ans}$$

(ii) $\alpha^2+\beta^2+\alpha\beta = (\alpha+\beta)^2 - 2\alpha\beta + \alpha\beta$

$$= \left(-\frac{3}{2}\right)^2 - \alpha\beta$$

$$= \frac{9}{4} - (-3)$$

$$= \frac{9}{4}+3$$

$$= \frac{9+12}{4} = \frac{21}{4} \text{ Ans}$$

(iii) $\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} = \frac{\alpha^2+\beta^2}{\alpha\beta}$

$= \frac{(\alpha+\beta)^2 - 2\alpha\beta}{\alpha\beta}$

$= \frac{\left(\frac{-3}{2}\right)^2 - 2\times(-3)}{-3}$

$= \frac{\frac{9}{4}+6}{-3}$

$= \frac{\frac{9+24}{4}}{-3}$

$= \frac{\cancel{33}\,11}{-\cancel{3}\times 4}$

$= -\frac{11}{4}$

(v) $\frac{\alpha^2}{\beta} + \frac{\beta^2}{\alpha} = \frac{\alpha^3+\beta^3}{\alpha\beta}$

$= \frac{(\alpha+\beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha+\beta)}{\alpha\beta}$

$= \frac{\left(-\frac{3}{2}\right)^3 - 3\times(-3)\left(-\frac{3}{2}\right)}{-3}$

$= \frac{-\frac{27}{8} - \frac{27}{2}}{-3}$

$= \frac{\cancel{-}\left(\frac{27}{8}+\frac{27}{2}\right)}{\cancel{-}3}$

$= \frac{\frac{27+108}{8}}{3}$

$= \frac{\cancel{135}\,45}{8\times\cancel{3}}$

$= \frac{45}{8}$