

\* संख्या रेखा पर  $\sqrt{x}$ ,  $x > 0$  को निरूपित करने पर आधारित प्रश्न:-

प्रश्न:- संख्या रेखा पर  $\sqrt{3.5}$  को निरूपित करे -

हल:- (i) एक रेखाखण्ड  $AB = 3.5$  लिया।

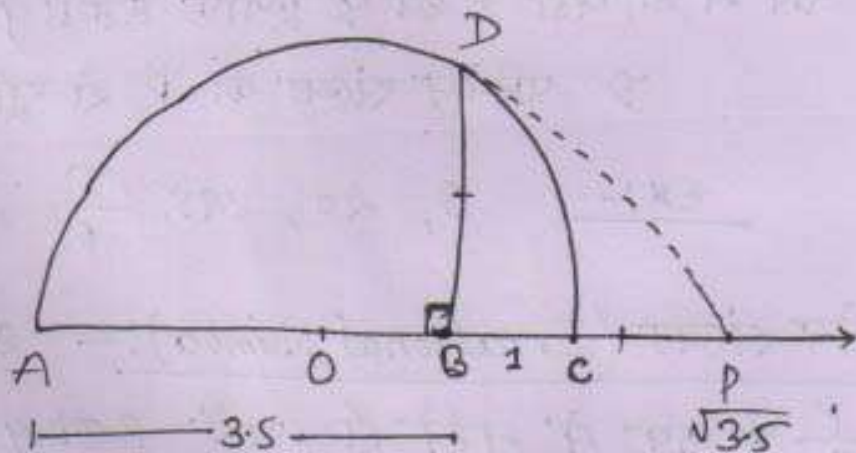
(ii) रेखाखण्ड  $AB$  को  $C$  बिन्दु तक बढ़ाया तथा  $BC = 1$  इकाई काट लिया।

(iii) रेखाखण्ड  $AC$  को लम्ब समद्विभाजक खींचा जा रेखाखण्ड  $AC$  को  $O$  बिन्दु पर काटती है।

(iv)  $O$  को केन्द्र तथा  $OC$  की त्रिज्या मानकर एक अर्द्धवृत्त खींचा।

(v)  $B$  बिन्दु पर एक लम्ब खींचा जा अर्द्धवृत्त को बिन्दु  $D$  पर काटती है।

(vi)  $BD = BP$  लिया। ~~यहाँ~~  $P$  ही  $\sqrt{3.5}$  को निरूपित करता है।



\*  $\sqrt{\quad}$  → करणी चिह्न (Radical sign)

\*  $\sqrt[n]{a}$  → करणीगत (radicand)  
 करणीघात  
 (order of the radical)

Example:-  $\sqrt{3}, \sqrt[4]{3}, \sqrt[3]{5}, \sqrt{21}$  → करणी  
 (Surd/radical)

\* करणी के प्रकार (Kinds of Surds)

(i) शुद्ध या पूर्ण करणी (Pure Surds):-

Ex:-  $\sqrt{2}, \sqrt[3]{5}, \sqrt[4]{7}$

(ii) मिश्र करणी (Mixed Surds):-

Ex:-  $2\sqrt{2}, 4\sqrt[3]{7}, 7.\sqrt[4]{4}$

\* परिमेय संख्या (Rational Number):- वैसी संख्या जो  $\frac{p}{q}$  के रूप में हो, जहाँ  $p$  एवं  $q$  पूर्णांक हैं तथा  $q \neq 0$  हो।

⇒ परिमेय संख्या को 'R' से सूचित किया जाता है।

Ex:-  $5, 20, 125, \frac{5}{6}, \frac{9}{10}$  इत्यादि

\* अपरिमेय संख्या (Irrational Number):- वैसी संख्या जो  $\frac{p}{q}$  के रूप में नहीं हो जहाँ  $p$  एवं  $q$  पूर्णांक हैं,  $q \neq 0$  हो।

अर्थात् वैसी संख्या जो करणी के रूप हो तथा जिसका वर्गमूल (Square root) नहीं होता है।

⇒ अपरिमेय संख्या को 'IR' से सूचित किया जाता है।

Ex:-  $\sqrt{2}, \sqrt{5}, \sqrt{6}$  इत्यादि



\* परिमेय संख्या तथा अपरिमेय संख्या के संबंधित कुछ बिन्दु-

(i) (परिमेय संख्या) + (अपरिमेय संख्या)  $\rightarrow$  अपरिमेय संख्या  
 $R + IR \rightarrow IR$

Ex:-  $5 + \sqrt{2} \rightarrow$  अपरिमेय संख्या ( $IR$ )

(ii) (परिमेय संख्या) - (अपरिमेय संख्या)  $\rightarrow$  अपरिमेय संख्या  
 $R - IR \rightarrow IR$

Ex:-  $6 - \sqrt{2} \rightarrow$  अपरिमेय संख्या ( $IR$ )

(iii) (परिमेय संख्या)  $\times$  (अपरिमेय संख्या)  $\rightarrow$  अपरिमेय संख्या  
 $R \times IR \rightarrow IR$

Ex:-  $7 \times \sqrt{2} = 7\sqrt{2} \rightarrow$  अपरिमेय संख्या ( $IR$ )

(iv) (परिमेय संख्या)  $\div$  अपरिमेय संख्या  $\rightarrow$  अपरिमेय संख्या  
 $R \div IR \rightarrow IR$

Ex:-  $8 \div \sqrt{2} = \frac{8}{\sqrt{2}} \rightarrow$  अपरिमेय संख्या ( $IR$ )

(v) परिमेय संख्या + परिमेय संख्या  $\rightarrow$  परिमेय संख्या  
 $R + R \rightarrow R$

Ex:-  $8 + 5 = 13 \rightarrow$  परिमेय संख्या ( $R$ )

(vi) परिमेय संख्या - परिमेय संख्या  $\rightarrow$  परिमेय संख्या  
 $R - R \rightarrow R$

Ex:-  $10 - 4 = 6 \rightarrow$  परिमेय संख्या ( $R$ )

(vii) परिमेय संख्या  $\times$  परिमेय संख्या  $\rightarrow$  परिमेय संख्या  
 $R \times R \rightarrow R$

Ex:-  $9 \times 4 = 36 \rightarrow$  परिमेय संख्या ( $R$ )

(viii) परिमेय संख्या  $\div$  परिमेय संख्या  $\rightarrow$  परिमेय संख्या (37)

$$R \div R \rightarrow R$$

Ex:-  $10 \div 5 = 2 \rightarrow$  परिमेय संख्या ( $R$ )

(ix) अपरिमेय संख्या + अपरिमेय संख्या  $\rightarrow$  परिमेय संख्या / अपरिमेय संख्या  
 $IR + IR \rightarrow R/IR$

Ex:-  $5\sqrt{2} + 6\sqrt{2} = 11\sqrt{2}$  - अपरिमेय संख्या ( $IR$ )

$$(3+\sqrt{2}) + (3-\sqrt{2}) = 3+\sqrt{2}+3-\sqrt{2} = 6 \rightarrow \text{परिमेय संख्या } (R)$$

(x) अपरिमेय संख्या - अपरिमेय संख्या  $\rightarrow$  अपरिमेय संख्या / परिमेय संख्या  
 $IR - IR \rightarrow IR/R$

Ex:-  $9\sqrt{2} - 4\sqrt{2} = 5\sqrt{2} \rightarrow$  अपरिमेय संख्या ( $IR$ )

$$(3+\sqrt{2}) - (5+\sqrt{2}) = 3+\sqrt{2}-5-\sqrt{2} = -2 \rightarrow \text{परिमेय संख्या } (R)$$

(xi) अपरिमेय संख्या  $\times$  अपरिमेय संख्या  $\rightarrow$  अपरिमेय / परिमेय संख्या  
 $IR \times IR \rightarrow IR/R$

Ex:-  $5\sqrt{3} \times 6\sqrt{2} = 30\sqrt{6}$  - अपरिमेय संख्या ( $IR$ )

$$5\sqrt{2} \times 7\sqrt{2} = 5 \times 7 \times 2 = 70 \rightarrow \text{परिमेय संख्या } (R)$$

(xii) अपरिमेय संख्या  $\div$  अपरिमेय संख्या  $\rightarrow$  अपरिमेय / परिमेय संख्या  
 $IR \div IR \rightarrow IR/R$

Ex:-  $6\sqrt{2} \div 2\sqrt{2} = \frac{6\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \rightarrow$  अपरिमेय संख्या ( $IR$ )

$$7\sqrt{2} \div 3\sqrt{2} = \frac{7\sqrt{2}}{3\sqrt{2}} = \frac{7}{3} \rightarrow \text{परिमेय संख्या } (R)$$



\* घातांक नियम :- (Laws of Exponents for Real Number) (38)

(i)  $x^m \times x^n = x^{m+n}$

Ex:-  $5^2 \times 5^3 = 5^{2+3} = 5^5$  ✓

(ii)  $x^m \div x^n = x^{m-n}$

Ex:-  $7^3 \div 7^2 = 7^{3-2} = 7^1 = 7$

(iii)  $\frac{x^m}{x^n} = x^{m-n}$

Ex:-  $\frac{5^4}{5^2} = 5^{4-2} = 5^2$  ✓

(iv)  $(x^m)^n = x^{m \times n}$

Ex:-  $(6^2)^3 = 6^{2 \times 3} = 6^6$  ✓

(v)  $x^{-m} = \frac{1}{x^m} = \left(\frac{1}{x}\right)^m$

Ex:-  $5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25}$  ✓

$6^{-4} = \left(\frac{1}{6}\right)^4 = \frac{1}{24}$  ✓

$\left(\frac{2}{3}\right)^{-3} = \left(\frac{3}{2}\right)^3$  ✓

$\left(\frac{9}{4}\right)^{-2} = \left(\frac{4}{9}\right)^2$  ✓

(vi)  $x^m = \frac{1}{x^{-m}} = \left(\frac{1}{x}\right)^{-m}$  (39)

Ex:-  $5^4 = \frac{1}{5^{-4}} = \left(\frac{1}{5}\right)^{-4}$  ✓

$6^2 = \left(\frac{1}{6}\right)^{-2}$  ✓

$\left(\frac{4}{5}\right)^3 = \left(\frac{5}{4}\right)^{-3}$  ✓

(vii)  $x^0 = 1$

Ex:-  $5^0 = 1$

$(1000)^0 = 1$

$(225)^0 = 1$

(viii)  $x^m \times y^m = (x \times y)^m$

Ex:-  $5^3 \times 7^3 = (5 \times 7)^3 = (35)^3$  ✓

(ix)  $x^m \div y^m = \left(\frac{x}{y}\right)^m$

Ex:-  $5^4 \div 3^4 = \left(\frac{5}{3}\right)^4$  ✓

(x)  $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$

Ex:-  $\sqrt{2 \times 5} = \sqrt{2} \times \sqrt{5}$

(xi)  $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

Ex:-  $\sqrt{\frac{5}{6}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}}$  ✓



1.) बताइए नीचे दी गई संख्याओं में कौन-कौन परिमेय है और कौन-कौन अपरिमेय है -

(i)  $2 - \sqrt{5} \rightarrow$  अपरिमेय (IR)

(ii)  $(3 + \sqrt{23}) - \sqrt{23}$

$$= 3 + \sqrt{23} - \sqrt{23}$$

$$= 3 \rightarrow \text{परिमेय (R)}$$

(iii)  $\frac{2\sqrt{3}}{7\sqrt{3}} = \frac{2}{7} \rightarrow$  परिमेय (R)

(iv)  $\frac{1}{\sqrt{2}} \rightarrow$  अपरिमेय (IR)

(v)  $2\pi \rightarrow$  अपरिमेय (IR)

2.) निम्नलिखित व्यंजकों में से प्रत्येक व्यंजक को सरल कीजिए -

(i)  $(3 + \sqrt{2})(2 + \sqrt{2})$

$$= 3(2 + \sqrt{2}) + \sqrt{2}(2 + \sqrt{2})$$

$$= 6 + 3\sqrt{2} + 2\sqrt{2} + \sqrt{6}$$

(ii)  $(3 + \sqrt{3})(3 - \sqrt{3})$

$$= 3^2 - (\sqrt{3})^2 \quad [(a+b)(a-b) = a^2 - b^2]$$

$$= 9 - 3$$

$$= 6$$

(iii)  $(\sqrt{5} + \sqrt{2})^2 = (\sqrt{5})^2 + (\sqrt{2})^2 + 2 \times \sqrt{5} \times \sqrt{2}$   
 $= 5 + 2 + 2\sqrt{10}$   
 $= 7 + 2\sqrt{10}$

(iv)  $(\sqrt{5} - \sqrt{2})(\sqrt{5} + \sqrt{2})$   
 $= (\sqrt{5})^2 - (\sqrt{2})^2 \quad [(a-b)(a+b) = a^2 - b^2]$   
 $= 5 - 2$   
 $= 3$

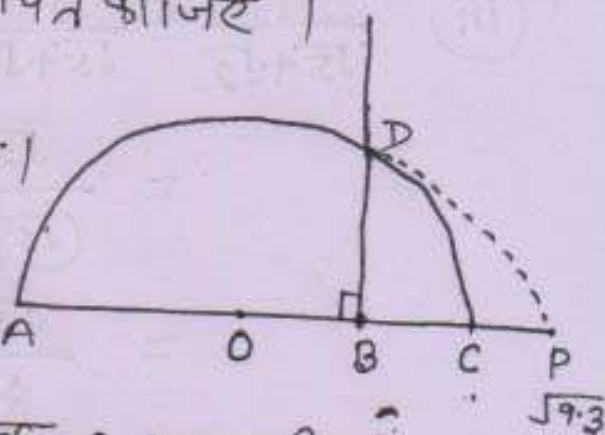
3.)  $\therefore \pi = \frac{C}{d}$  जहाँ  $C =$  वृत्त की परिधि  
 $d =$  वृत्त का व्यास  
 $\therefore$  यहाँ  $C$  और  $d$  परिमेय संख्याएँ हैं यह इकाई  
मुखिकृत है।  
अतः  $\pi$  एक अपरिमेय संख्या है इस कथन का कोई  
अंतर्परिरोध नहीं है।



4) संख्या रेखा पर ज्ञ.3 को निरूपित कीजिए ।

हल:-

- (i) एक रेखाखण्ड  $AB = 9.3$  लिया ।
- (ii) रेखाखण्ड  $AB$  को  $C$  बिन्दु तक बढ़ाया ताकि  $BC = 1$  लिया  $A$
- (iii) रेखाखण्ड  $AC$  का मध्यबिन्दु  $O$  प्राप्त किया
- (iv)  $O$  को केन्द्र तथा  $OC$  को त्रिज्या मानकर एक अर्द्धवृत्त खींचा ।
- (v)  $AB$  के  $B$  बिन्दु पर एक लम्ब खींचा जा अर्द्धवृत्त को बिन्दु  $D$  पर काटता है
- (vi)  $BP = BD$  का एक चाप खींचा जा  $AB$  को  $P$  बिन्दु पर काटता है



$$\therefore P = 9.3$$

5) निम्नलिखित के हरो का परिमेयकरण कीजिए -

$$(i) \frac{1}{\sqrt{7}} = \frac{1}{\sqrt{7}} \times \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{7}}{7}$$

$$\begin{aligned}
 (ii) \frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{6}} &= \frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{7}+\sqrt{6}}{\sqrt{7}+\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{7}+\sqrt{6}}{(\sqrt{7})^2-(\sqrt{6})^2} \\
 &= \frac{\sqrt{7}+\sqrt{6}}{7-6} \\
 &= \frac{\sqrt{7}+\sqrt{6}}{1} \\
 &= \sqrt{7}+\sqrt{6}
 \end{aligned}$$

iii)  $\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$

$$= \frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{(\sqrt{5})^2 - (\sqrt{2})^2}$$

$$= \frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{5-2}$$

$$= \frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{3}$$

iv)  $\frac{1}{\sqrt{7}-2} = \frac{1}{\sqrt{7}-2} \times \frac{\sqrt{7}+2}{\sqrt{7}+2}$

$$= \frac{\sqrt{7}+2}{(\sqrt{7})^2 - 2^2}$$

$$= \frac{\sqrt{7}+2}{7-4}$$

$$= \frac{\sqrt{7}+2}{3}$$