TP2 Analyse syntaxique : corrigé de la préparation en TD

Rappel de la spécification (cf. chapitre 2 du cours)

$$
\begin{array}{lcll}
\textbf{input}\Uparrow\ell & ::= & \epsilon & \ell := [\,] \\
 & \mid & \textbf{input}\Uparrow\ell_0\ \textbf{exp}\Downarrow\ell_0\Uparrow n\ \texttt{QUEST} & \ell := \ell_0 \oplus n \\
 & & & \\
\textbf{exp}\Downarrow\ell\Uparrow n & ::= & \texttt{NAT}\Uparrow n & \\
 & \mid & \texttt{CALC}\Uparrow i & n := \ell[i] \\
 & \mid & \textbf{exp}\Downarrow\ell\Uparrow n_1\ \texttt{PLUS}\ \textbf{exp}\Downarrow\ell\Uparrow n_2 & n := n_1 + n_2 \\
 & \mid & \textbf{exp}\Downarrow\ell\Uparrow n_1\ \texttt{MINUS}\ \textbf{exp}\Downarrow\ell\Uparrow n_2 & n := n_1 - n_2 \\
 & \mid & \textbf{exp}\Downarrow\ell\Uparrow n_1\ \texttt{MULT}\ \textbf{exp}\Downarrow\ell\Uparrow n_2 & n := n_1 \times n_2 \\
 & \mid & \textbf{exp}\Downarrow\ell\Uparrow n_1\ \texttt{DIV}\ \textbf{exp}\Downarrow\ell\Uparrow n_2 & n := n_1\ /\ n_2 \\
 & \mid & \texttt{MINUS}\ \textbf{exp}\Downarrow\ell\Uparrow n_0 & n := -n_0 \\
 & \mid & \texttt{OPAR}\ \textbf{exp}\Downarrow\ell\Uparrow n\ \texttt{CPAR} &
\end{array}
$$

Avec la table de priorités :

niveau 2	associatif à gauche	PLUS binaire
		MINUS binaire
niveau 1	associatif à gauche	MULT binaire
		DIV binaire
niveau 0		MINUS unaire

Étape 1 : une BNF non ambiguë qui encode les priorités

NB : application directe des transformations vues au chapitre 5.

$$
\begin{array}{lcll}
\textbf{input}\Uparrow\ell & ::= & \epsilon & \ell := [\,] \\
 & \mid & \textbf{input}\Uparrow\ell_0\ \textbf{exp}_\mathbf{2}\Downarrow\ell_0\Uparrow n\ \texttt{QUEST} & \ell := \ell_0 \oplus n \\
 & & & \\
\textbf{exp}_\mathbf{2}\Downarrow\ell\Uparrow n & ::= & \textbf{exp}_\mathbf{1}\Downarrow\ell\Uparrow n & \\
 & \mid & \textbf{exp}_\mathbf{2}\Downarrow\ell\Uparrow n_1\ \texttt{PLUS}\ \textbf{exp}_\mathbf{1}\Downarrow\ell\Uparrow n_2 & n := n_1 + n_2 \\
 & \mid & \textbf{exp}_\mathbf{2}\Downarrow\ell\Uparrow n_1\ \texttt{MINUS}\ \textbf{exp}_\mathbf{1}\Downarrow\ell\Uparrow n_2 & n := n_1 - n_2 \\
 & & & \\
\textbf{exp}_\mathbf{1}\Downarrow\ell\Uparrow n & ::= & \textbf{exp}_\mathbf{0}\Downarrow\ell\Uparrow n & \\
 & \mid & \textbf{exp}_\mathbf{1}\Downarrow\ell\Uparrow n_1\ \texttt{MULT}\ \textbf{exp}_\mathbf{0}\Downarrow\ell\Uparrow n_2 & n := n_1 \times n_2 \\
 & \mid & \textbf{exp}_\mathbf{1}\Downarrow\ell\Uparrow n_1\ \texttt{DIV}\ \textbf{exp}_\mathbf{0}\Downarrow\ell\Uparrow n_2 & n := n_1\ /\ n_2 \\
 & & & \\
\textbf{exp}_\mathbf{0}\Downarrow\ell\Uparrow n & ::= & \texttt{NAT}\Uparrow n & \\
 & \mid & \texttt{CALC}\Uparrow i & n := \ell[i] \\
 & \mid & \texttt{MINUS}\ \textbf{exp}_\mathbf{0}\Downarrow\ell\Uparrow n_0 & n := -n_0 \\
 & \mid & \texttt{OPAR}\ \textbf{exp}_\mathbf{2}\Downarrow\ell\Uparrow n\ \texttt{CPAR} &
\end{array}
$$

Étape 2 : EBNF L-attribuée LL(1)
On remarque que les directeurs des règles de l'équation de $\mathbf{exp_0}$ sont trivialement 2 à 2 disjoints. On applique donc ici simplement les "patrons" donnés chapitre 5 pour éliminer la récusion immédiate à gauche dans **input**, $\mathbf{exp_2}$ et $\mathbf{exp_1}$.

Ici, j'utilise directement la version avec EBNF L-attribuées, parce qu'elle me semble la plus élégante (générale, simple et efficace) une fois qu'on a assimilé les notations sur le calcul d'attributs. Alternativement, on peut se contenter de "l'Étape 2 bis" ci-dessous.

La EBNF obtenue est formée des équations ci-dessous et de celle de $\mathbf{exp_0}$ (inchangée, donc non recopiée ici). Pour plus de clareté, les notations spécifiques au calcul d'attributs sont en rouge.

$$\begin{array}{lcl}
\mathbf{input}\Uparrow\ell & ::= & \{\ell := []\}(\mathbf{exp_2}\Downarrow\ell\Uparrow n\ \mathtt{QUEST}\{\ell := \ell \oplus n\})^* \\[1em]
\mathbf{exp_2}\Downarrow\ell\Uparrow n & ::= & \mathbf{exp_1}\Downarrow\ell\Uparrow n\ (\quad \mathtt{PLUS}\ \mathbf{exp_1}\Downarrow\ell\Uparrow n_2\ \{n := n + n_2\} \\
 & & \qquad\qquad\quad \mid\ \ \mathtt{MINUS}\ \mathbf{exp_1}\Downarrow\ell\Uparrow n_2\ \{n := n - n_2\} \\
 & & \qquad\qquad\ )^* \\[1em]
\mathbf{exp_1}\Downarrow\ell\Uparrow n & ::= & \mathbf{exp_0}\Downarrow\ell\Uparrow n\ (\quad \mathtt{MULT}\ \mathbf{exp_0}\Downarrow\ell\Uparrow n_2\ \{n := n * n_2\} \\
 & & \qquad\qquad\quad \mid\ \ \mathtt{DIV}\ \mathbf{exp_0}\Downarrow\ell\Uparrow n_2\ \{n := n / n_2\} \\
 & & \qquad\qquad\ )^*
\end{array}$$

Il faut maintenant vérifier que cette EBNF est LL(1). Pour cela, on introduit des non-terminaux **inputX**, $\mathbf{exp_2X}$ et $\mathbf{exp_1X}$ pour éliminer les opérateurs "$*$" et "$|$" des membres droits des alternatives. Formellement, on n'est donc pas obligé de transporter le système d'attributs dans cette nouvelle BNF, mais c'est un bon exercice traité à "l'Étape 2 bis".

Étape 2 bis : BNF LL(1) et vérification des directeurs LL(1) On a deux moyens d'obtenir la BNF LL(1) donnée ici, soit à partir de la EBNF précédente, soit directement à partir du "patron" d'élimination de la récursion immédiate à gauche donné chapitre 5. Cette BNF est formée des équations ci-dessous et de celle de $\mathbf{exp_0}$ (inchangée, donc non recopiée ici).

On donne aussi les calculs de directeurs "non triviaux" des équations à plus de 2 alternatives.

$$
\begin{array}{lrcll}
 & \mathbf{input}\Uparrow\ell & ::= & \mathbf{inputX}\Downarrow[\,]\Uparrow\ell & \\
 & & & & \\
\mathrm{Suiv}(\mathbf{inputX}) & \mathbf{inputX}\Downarrow\ell_0\Uparrow\ell & ::= & \epsilon & \ell := \ell_0 \\
\mathrm{Prem}(\mathbf{exp_2}) & & | & \mathbf{exp_2}\Downarrow\ell_0\Uparrow n \ \mathtt{QUEST}\ \mathbf{inputX}\Downarrow\ell_0 \oplus n\Uparrow\ell & \\
 & & & & \\
 & \mathbf{exp_2}\Downarrow\ell\Uparrow n & ::= & \mathbf{exp_1}\Downarrow\ell\Uparrow n_1\ \mathbf{exp_2X}\Downarrow\ell\Downarrow n_1\Uparrow n & \\
 & & & & \\
\mathrm{Suiv}(\mathbf{exp_2X}) & \mathbf{exp_2X}\Downarrow\ell\Downarrow n_1\Uparrow n & ::= & \epsilon & n := n_1 \\
 & & | & \mathtt{PLUS}\ \mathbf{exp_1}\Downarrow\ell\Uparrow n_2\ \mathbf{exp_2X}\Downarrow\ell\Downarrow n_1+n_2\Uparrow n & \\
 & & | & \mathtt{MINUS}\ \mathbf{exp_1}\Downarrow\ell\Uparrow n_2\ \mathbf{exp_2X}\Downarrow\ell\Downarrow n_1-n_2\Uparrow n & \\
 & & & & \\
 & \mathbf{exp_1}\Downarrow\ell\Uparrow n & ::= & \mathbf{exp_0}\Downarrow\ell\Uparrow n_1\ \mathbf{exp_1X}\Downarrow\ell\Downarrow n_1\Uparrow n & \\
 & & & & \\
\mathrm{Suiv}(\mathbf{exp_1X}) & \mathbf{exp_1X}\Downarrow\ell\Downarrow n_1\Uparrow n & ::= & \epsilon & n := n_1 \\
 & & | & \mathtt{MULT}\ \mathbf{exp_0}\Downarrow\ell\Uparrow n_2\ \mathbf{exp_1X}\Downarrow\ell\Downarrow n_1 * n_2\Uparrow n & \\
 & & | & \mathtt{DIV}\ \mathbf{exp_0}\Downarrow\ell\Uparrow n_2\ \mathbf{exp_1X}\Downarrow\ell\Downarrow n_1/n_2\Uparrow n & \\
\end{array}
$$

Système d'équations des suivants (on utilise le token `END` comme sentinelle de fin) :

$$
\begin{array}{rcl}
\mathrm{Suiv}(\mathbf{inputX}) & = & \mathrm{Suiv}(\mathbf{input}) \cup \mathrm{Suiv}(\mathbf{inputX}) \\
\mathrm{Suiv}(\mathbf{input}) & = & \{\mathtt{END}\} \\
 & & \\
\mathrm{Suiv}(\mathbf{exp_2X}) & = & \mathrm{Suiv}(\mathbf{exp_2}) \cup \mathrm{Suiv}(\mathbf{exp_2X}) \\
\mathrm{Suiv}(\mathbf{exp_2}) & = & \{\mathtt{QUEST}, \mathtt{CPAR}\} \\
 & & \\
\mathrm{Suiv}(\mathbf{exp_1X}) & = & \mathrm{Suiv}(\mathbf{exp_1}) \cup \mathrm{Suiv}(\mathbf{exp_1X}) \\
\mathrm{Suiv}(\mathbf{exp_1}) & = & \mathrm{Prem}(\mathbf{exp_2X}) \cup \mathrm{Suiv}(\mathbf{exp_2}) \cup \mathrm{Suiv}(\mathbf{exp_2X})
\end{array}
$$

Donc, les directeurs ci-dessus se ramènent à :

$$
\begin{array}{rcl}
\mathrm{Suiv}(\mathbf{inputX}) & = & \{\mathtt{END}\} \\
\mathrm{Prem}(\mathbf{exp_2}) & = & \{\mathtt{NAT}, \mathtt{CALC}, \mathtt{MINUS}, \mathtt{OPAR}\} \\
\mathrm{Suiv}(\mathbf{exp_2X}) & = & \{\mathtt{QUEST}, \mathtt{CPAR}\} \\
\mathrm{Suiv}(\mathbf{exp_1X}) & = & \{\mathtt{PLUS}, \mathtt{MINUS}, \mathtt{QUEST}, \mathtt{CPAR}\}
\end{array}
$$

La BNF est bien LL(1).