随机过程与排队论试题（2015）

1．（10分）随机过程X(t)=Acos(t)，-∞<t<+∞，其中A是随机变量，其概率分布律为：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| A | 1 | 2 | 3 |
| P | 0.2 | 0.3 | 0.5 |

求：

(1)一维分布函数F(π/4,x)和F(π/3,x)；

(2)均值函数mX(t)，方差函数DX(t)以及协方差函数CX(s,t)。

注：F(t,x)=P{X(t) ≤x}，t∈T，x∈R=(-∞,+∞)。

2．（10分）某高速公路旁有一个加油站，汽车平均按每分钟5辆的泊松过程通过该加油站。假设通过该加油站的汽车有40%的来加油站加油，求：

(1)在头2分钟和第3分钟至第5分钟这两个时间区间内各有2辆汽车通过该加油站的概率；

(2)在头2分钟内，通过该加油站5辆汽车且仅有一辆来加油站加油的概率。

3．（16分）设齐次马氏链{X(n)，n=0,1,2…}的状态空间E={1,2,3}，一步状态转移矩阵为：

1/4 3/4 0

P= 1/5 3/5 1/5

1. 1/2 1/2

(1)论其遍历性；

(2)求平稳分布；

(3)求概率P{ X(4)=1**|**X(1)=2,X(2)=3}；

(4)已知X(0)的分布律如下表所示，求P{X(1)=1,X(2)=2,X(3)=3}和X(2)的分布律。

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| X(0) | 1 | 2 | 3 |
| P | 0.2 | 0.3 | 0.5 |

4．（12分）设齐次马氏链{X(n),n=1,2,3…}的状态空间E={1,2,3,4,5,6}，状态转移矩阵为：

1. 0 0 1 0 0

P= 0 0 0 0 0 1

1 0 0 0 0 0

1. 0 1 0 0 0

1/3 1/3 0 0 1/3 0

0 1/2 0 0 0 1/2

(1)画出状态转移图；

(2)讨论各状态性质；

(3)分解状态空间。

5．（16分）某打字室有2个打字员独立打字，假定每个打字员打一份文稿的时间都服从指数分布，平均20分钟。又假定文稿以泊松流到达，平均每小时5份。试求系统到达平衡时：

(1)文稿积压的概率及平均积压的文稿数；

(2)每份文稿在打字室的平均逗留时间和平均等待打字的时间；

(3)文稿到达打字室后立即可以打字的概率；

(4)平均忙的打字员。

6（10分）假定某电影网站有3台服务器，其中2台备用，只有一个维修工人。如果服务器正常工作时间服从指数分布，平均1天，求网站正常运转的概率及由于停机网站无法运转的概率。

7．（20分）某信息中心的信息交换站收到的信息流为泊松流，每秒钟到达15份信息，信息从交换站输出服从指数分布，平均每秒钟20份，试求：若缓冲器的存储空间仅可存储4份信息，则平稳时的概率分布，信息损失的概率，信息交换站的平均信息数，缓冲器中的平均信息数，每份信息在交换站的平均逗留时间和平均等待时间。

8．（6分）设有一排队系统：顾客按参数为2的泊松流到达，顾客所需的服务时间序列独立、服从参数为5的2阶爱尔朗分布，系统中只有一个服务台，容量为无穷大。顾客到达时，若服务台空闲就立即接受服务，否则就排队等候，并按先到先服务顺序接受服务，而且到达过程与服务过程彼此独立。试求该系统的平均队长、平均等待队长、平均等待时间、平均逗留时间。