

Rendu le 14/02/2018

# Chapitre 3

 Modifié depuis dernière lecture

## Paramétriser un modèle dans un contexte de co-construction interdisciplinaire

Version 2018-02-02

Le modèle, tel qu'il a été présenté dans le chapitre précédent, était un « état », c'est-à-dire que les mécanismes, paramètres et les valeurs de ceux-ci correspondent à une étape d'un modèle amené à évoluer pour répondre aux problèmes soulevés dans la dernière partie (Ref dernière section chap 2). Dans ce chapitre, nous nous attacherons à présenter le travail de paramétrage réalisé à la suite, ayant abouti à une version plus adaptée aux questions des thématiciens. Le descriptif technique de cette version « finale » se trouve dans l'annexe *n* (Ref à l'annexe contenant le descriptif technique de la dernière version du modèle.) Par paramétrage, nous entendons ici le processus visant à doter le modèle de paramètres (empiriques, « commensurables » et techniques (encadré 3.2)) lui permettant de mieux répondre aux objectifs fixé en termes de comportements attendus ou d'objectifs quantitatifs. Nous nous attacherons dans un premier temps à expliciter et spécifier ce sens.

### 3.1 Paramétriser ? Quoi et quand ?

Avant de préciser le sens du terme « paramétrage », il semble important de définir précisément ce qu'est un paramètre. C'est en particulier nécessaire en ce que ce terme recouvre de nombreux sens selon les champs disciplinaires qui l'emploient, mais aussi, au sein même de ceux-ci, par les différents chercheurs.

#### 3.1.1 Différents points de vue sur la définition d'un paramètre

Au plus général, le nouveau petit Robert définit un paramètre en ces mots :

« 1. MATH. Quantité à fixer librement, maintenue constante, dont dépend une fonction de variables indépendantes, une équation ou une expression mathématique. — Variable en fonction de laquelle on exprime chacune des variables d'une équation.

2. FIG. et DIDACT. Élément important dont la connaissance explicite les caractéristiques essentielles de l'ensemble d'une question.

3. PAR EXT. Élément nécessaire pour juger, évaluer, comprendre (qqch.). »  
(ROBERT, REY-DEBOVE et REY 1993, Paramètre)



### 3.1.5 Comment paramétrier ?

#### Visual validation

(Trouver ref dans thèse Clémentine, sans doute Hermann encore)

#### Indicateurs

#### L'importance de la réPLICATION

## 3.2 Paramétrage et ajustement du modèle Sim-Feodal

A changer : le chap 2 présentera la version 0 (Base) du modèle, et on vient donc ici montrer comment on a répondu aux limites identifiées à la fin du chapitre, cf. les conclusions/résultats du chapitre TransMonDyn.

Comme préconisé ci-dessus, le modèle SimFeodal a été paramétré tout au long de sa construction. Dans cette partie, nous reviendrons en détail sur chacune des étapes de ce paramétrage, en retracant les choix et questionnements qui ont orienté cette évolution. L'énumération est en ordre chronologique, et l'on a essayé d'organiser ces étapes en grands blocs-type de paramétrisation. Pour autant, le paramétrage et la construction d'un modèle, et du notre en particulier, sont un travail constant d'allers-retours entre l'identification et la résolution de problèmes. La structure réelle de développement, que l'on peut retrouver dans l'historique des modifications du modèle (les « *commits* »), ne correspond donc pas exactement à la chronologie organisée qui suit.

Le tableau suivant (table 3.1) se veut être un point de repère autant qu'une table des matières synthétique pour la compréhension des étapes qui suivent. Si la description de chacune de celles-ci revêt une forme assez factuelle et systématique, nous pensons toutefois que la précision de chacune permet de saisir la démarche proposée ainsi que l'intérêt de celle-ci.

Notons tout de même que l'étape 0 ici présentée correspond à une première version « exploitable » du modèle, c'est-à-dire contenant *a minima* l'ensemble des agents et mécanismes identifiés dans un premier temps par l'équipe de modélisation (TANNIER et al. 2014). Nous ne détaillerons donc pas ici les différentes phases de construction précédentes. Nous reviendrons toutefois sur plusieurs d'entre elles, afin d'illustrer nos propos, dans les chapitres 6 et 7 (Partie 3).

### 3.2.1 SimFeodal : pourquoi et quoi paramétrer ?

Description des « résultats » du modèle à l'étape v0, (c'est-à-dire reprise et completion du chap 11 de TMD).

==> Point par point, qu'est-ce qu'on observe, qu'est-ce qui va et qu'est-ce qui ne va pas.

Pour transition avec : sur quels leviers jouer pour améliorer/paramétrer le modèle ?

V. mis en évidence  
à partir de  
l'analyse ?

Le modèle SimFeodal présenté dans le chapitre 2 correspond à une « version 0 » du modèle souhaité, c'est-à-dire qu'il en constitue une base présentant l'ensemble des mécanismes voulus. Pour autant, il ne répond pas nécessairement aux attentes que l'on peut en avoir. On peut caractériser ces dernières, de manière très générale, comme permettant de reproduire les « faits stylisés »<sup>20</sup> observés ou analysés empiriquement. La reproduction d'un fait stylisé peut s'entendre de multiples manières, tout au long du gradient qualitatif-quantitatif. Dans notre cas, en l'absence d'une connaissance quantitative totale des phénomènes mobilisés et observés, on peut s'appuyer sur deux grands ensembles d'« indices » renseignant sur la reproduction des faits stylisés par le modèle : (1) des valeurs empiriques, quantifiables et quantifiées, renseignant sur la quantité de certains éléments à obtenir en fin de simulation (nombre de châteaux, taux de foyers paysans isolés etc.), et (2) des tendances générales dans le déroulement de la simulation, notamment temporelles : allure de la courbe d'évolution du nombre d'agrégats, forme de la hiérarchie rang-taille de la composition des pôles ou agrégats etc.

Dans le modèle de simulation, ces valeurs empiriques (1) et tendances (2) sont symbolisées sous la forme d'indicateurs de sortie (cf. 3.1.2), lesquels sont à analyser en tenant compte de la précision du fait stylisé qu'ils représentent. Il ne faudra ainsi pas étudier la croissance du nombre d'agrégats au cours de la simulation de manière fine, par exemple en étudiant le coefficient directeur de la courbe, quand l'empirie ne donne quasiment aucune information à ce sujet si ce n'est qu'il y a bien plus d'agrégats (cette quantité étant elle-même analysable avec plus de précision) en fin de période qu'au début. On aurait pu vouloir quantifier la précision de ces données, par exemple à l'aide des méthodes développées dans le champ des observations floues et/ou incertaines (voir par exemple le travail de Cyril de Runz sur les données « imparfaites » (DE RUNZ 2008)). Pour autant, devant l'importante hétérogénéité dans les niveaux de connaissance des faits mobilisés, la plupart de ceux-ci demeurant à l'état d'hypothèses émises qui plus est, nous avons choisi de ne pas chercher à quantifier cette incertitude en amont.

Nous en tenons compte lors de l'analyse des sorties du modèle, sans chercher cependant à hiérarchiser l'importance des indicateurs selon cet élément. La hiérarchisation est toutefois indispensable : dans le modèle de simulation, on génère près de 50 indicateurs, et en l'absence justement d'une quantifiabilité totale de ceux-ci qui aurait pu permettre d'en extraire un indicateur composite unique

) à rendre  
+ ps. 4

20. Définis ainsi par (LIVET, PHAN et SANDERS 2014) : « Un “fait stylisé” est une présentation simplifiée (i.e. taux, ratio ou écart, structure spatiale) d’une régularité empirique sur l’observation de laquelle il y a un large accord. Le terme a été popularisé en économie par Nicholas Kaldor (1961). [Les] faits stylisés peuvent être construits de la manière suivante : 1) en partant du domaine empirique, on identifie des relations saillantes ; 2) on opère quelques simplifications qui permettent d’inclure formellement ces relations dans des modèles ; 3) une fois admis que ces simplifications ne faussent pas trop les choses, on érige ces relations à la fois simplificatrices et formalisables au rang de “faits stylisés”, dont les concepts théoriques doivent rendre compte. »

d'adéquation d'une simulation aux faits stylisés modélisés, il n'est dès lors pas possible d'examiner avec la même attention chacun de ces nombreux indicateurs de sortie.

Il nous faut dès lors hiérarchiser l'observation de ces indicateurs, ou autrement dit, trouver un moyen d'ordonner leur usage. On a vu qu'il n'était pas justifié de mener cet ordonnancement à partir des propriétés intrinsèques des indicateurs du modèle. Au contraire, et cela porte bien plus de sens vis-à-vis du rôle d'un modèle, la hiérarchisation des sorties du modèle doit suivre la hiérarchie implicite qui structure les hypothèses et objectifs du modèle en lui-même. Dans le cas de SimFeodal, on cherche ainsi à reproduire des éléments extrêmement hétérogènes, qu'il nous faut donc hiérarchiser.

Dans le chapitre précédent (ref chap 2), nous présentions les dynamiques principales : polarisation, hiérarchisation et fixation des foyers paysans. À partir de ces dynamiques, reste à trouver des indicateurs permettant de les évaluer, indicateurs jouant dès lors le rôle de « proxy ».

Si ces dynamiques s'appliquent presque toutes sur plusieurs types d'agents du modèle, on retiendra là aussi les agents les plus impactés : la polarisation, par exemple, peut être observée depuis le point de vue de ce qui polarise (les attracteurs) tout autant que de ce qui est polarisé (les foyers paysans). Ici, par soucis de hiérarchie dans l'analyse, on examinera d'abord le résultat effectif de la polarisation, c'est-à-dire la concentration des foyers paysans en agrégats, avant d'observer la répartition et les diversité des attracteurs ayant entraîné ce phénomène.

Notons que l'analyse des indicateurs de sortie suit une hiérarchie parfois mouvante, et en tous les cas, assez peu quantifiable : si l'ordre d'observation est plutôt stable, l'importance que l'on portera à chacun des indicateurs peut varier. Les indicateurs principaux de chaque dynamique sont ainsi « incoutournables », c'est-à-dire qu'un résultat trop loin de l'empirie est disqualifiant, mais parmi les indicateurs permettant d'affiner l'analyse, il n'est pas possible, d'après les connaissances des experts sur le sujet, d'établir une priorité ou une pondération de chaque indicateur. L'évaluation de la polarisation par exemple (page 21), se définit principalement par rapport à un indicateur (taux de foyers paysans dispersés), mais selon les résultats des autres indicateurs de sortie, on leur attribuera une importance variable.

#### Encadré 3.4 : Incrémentalité des indicateurs

De la même manière que les paramètres et mécanismes d'un modèle de simulation tendent à évoluer<sup>21</sup> au cours du temps de la construction, souvent afin d'affiner un comportement observé, les indicateurs de sortie sont amenés à évoluer aussi.

Ainsi, en cas de modifications fines du modèle, il est fréquent que les indicateurs initialement choisis ne suffisent plus à départager des versions du modèle quant à un phénomène spécifique. Par exemple, quand on observe le phénomène de polarisation dans les sorties de SimFeodal, l'indicateur du nombre d'agrégats est extrêmement synthétique et informatif jusqu'à ce que l'objectif soit atteint ou que les modifications ne parviennent plus à le faire évoluer. À partir de ce moment, afin d'améliorer la vraisemblance du modèle, on peut se focaliser sur la distribution spatiale de ces agrégats, par exemple pour vérifier qu'ils sont bien répartis de manière homogène dans l'espace, et non trop concentrés.

L'observation de la répartition spatiale requiert certes de nouvelles analyses, mais surtout, par exemple, d'enregistrer les positions des agrégats au cours

du temps. Si cet indicateur de sortie n'était pas utile avant cela, il n'y avait aucun intérêt à l'enregistrer. Il faut donc adapter le modèle pour enregistrer ce nouvel indicateur. Dès lors, on pourra composer un nouvel indicateur synthétique (dans cet exemple, cela pourrait être un indice de concentration spatiale).

Ce procédé incrémental dans la construction des indicateurs est très fréquent, mais pose toutefois un problème majeur : sauf à adapter chacune des anciennes versions du modèle pour y ajouter l'enregistrement des nouveaux indicateurs nécessaires, on ne pourra rendre strictement comparable les sorties de tous les modèles. Et même alors, il faudrait alors ré-exécuter des répliques de chaque version du modèle à chaque ajout d'indicateur, quand bien même les indicateurs présent initialement étaient jugés suffisants. Un dernier obstacle est plus gênant : certains indicateurs sont spécifiques à des mécanismes, et en cas de changement de ces derniers, ils peuvent ne plus être calculables ou simplement comparables. Par exemple, des versions antérieures du modèle enregistraient les comportements individuels des foyers paysans quant à leur « choix » de déplacement, selon qu'ils étaient à l'origine localisés dans un agrégat ou dispersés. Une simplification du modèle a abouti à la modification des règles différenciant les possibilités de déplacement : on n'observe plus si le foyer paysan est dans un agrégat, mais plutôt s'il est dans un agrégat doté d'un pôle d'attraction. Dès lors, les analyses basées sur les choix de déplacement des foyers paysans selon leur origine ne sont plus comparables avec celles des versions antérieures au changement dans le modèle.

Ces éléments expliquent que dans les résultats de chaque étape du paramétrage du modèle, on ne présente pas systématiquement l'ensemble des indicateurs, y compris quand ceux-ci pourraient être plus pertinents que les indicateurs présentés.

21. De manière incrémentielle et itérative, voir dans le chapitre x? et <http://itsadeliverything.com/revisiting-the-iterative-incremental-mona-lisa>

### Évaluer la polarisation des foyers paysans

La polarisation des foyers paysans dans l'espace du modèle est sans doute le fait stylisé principal parmi ceux que l'on cherche à reproduire. Rappelons ici que l'on estime, à partir des connaissances d'experts, que les foyers paysans sont très majoritairement dispersés en 800, et concentrés au sein de villages et petites villes en 1100. Le modèle cherche à reproduire cette polarisation, par le biais d'une concentration des foyers paysans, initialement localisés aléatoirement dans l'espace, en des agrégats répartis dans une large partie de l'espace modélisé.

Pour analyser ce fait stylisé que constitue la polarisation, il est nécessaire de définir des indicateurs permettant de caractériser cette dynamique. Ces indicateurs doivent d'une part avoir une logique thématique, c'est-à-dire être appropriés à la description et à l'étude de la polarisation, mais aussi être observables dans le modèle de simulation, où l'on parlera alors d'indicateurs de sortie. En analysant les valeurs que ces indicateurs prennent en sortie de simulation, on pourra alors juger de la capacité du modèle à reproduire le phénomène de polarisation.

Pour l'étude de la polarisation, on a choisi de faire appel à plusieurs indicateurs fournissant des indices hétérogènes et de précision variable.

L'indicateur principal est le taux de dispersion des foyers paysans. Si celui-ci est trop important (c'est-à-dire très supérieur aux valeurs estimées empiriquement), cela signifie que la polarisation générée par le modèle est insuffisante, et dès lors, obligatoirement insatisfaisante.

Pour affiner ce constat, on fait appel à d'autres indicateurs : le nombre d'agrégats, de pôles, ou encore la dispersion spatiale de ces deux types d'entités. Ces indicateurs ne permettent pas, à eux seuls, de caractériser le succès de la dynamique de polarisation modélisée, mais ils aident à affiner l'analyse de cette dynamique telle que produite par le modèle de simulation. Ils éclairent ainsi le phénomène de polarisation sous des angles légèrement différents, ayant plus pour objet de diagnostiquer les problèmes potentiels qui mèneraient à une mauvaise polarisation plutôt que de qualifier celle-ci. Par exemple, la dispersion des agrégats et pôles peut renseigner, une fois le taux de foyers paysans dispersé jugé trop important, sur une des raisons probables de ce résultat non satisfaisant. Il s'agit donc d'indicateurs secondaires, permettant de préciser la capacité du modèle à reproduire les faits stylisés, alors que l'évaluation de cette capacité est surtout le rôle de l'indicateur principal.

**Taux de foyers paysans dispersés** Cet indicateur, et sa déclinaison temporelle, sont vraisemblablement les plus évidents : plus le taux de foyers paysans dispersés en fin de simulation est faible, plus le système de peuplement est polarisé. On a vu<sup>22</sup> qu'empiriquement, autour de 1160, on observe environ 20% de foyers paysans encore dispersés, alors qu'ils sont près de 95% au départ. Le modèle reproduira donc d'autant mieux l'empirie que cet indicateur s'approchera de 20% en fin de simulation.

La « déclinaison temporelle » mentionnée juste au dessus permet de légèrement affiner la vraisemblance de cet indicateur : il faut certes atteindre un objectif quantifié (20%), mais les hypothèses empiriques permettent aussi de penser qu'il faut que l'évolution de cet indicateur au cours du temps soit constante, diminuant ainsi plus ou moins à chaque pas de temps. Une configuration de paramètres atteignant l'objectif en fin de simulation mais fluctuant fortement ne sera ainsi pas valide, faisant apparaître un phénomène trop aléatoire dont on ne peut penser

22. Ne pas oublier de présenter les objectifs dans chapitre 2. Ou alors, on les présente ici au fur et à mesure qu'on mentionne les indicateurs

qu'il s'est déroulé historiquement.

Dans la version 0 de SimFeodal, on atteint en moyenne (moyenne des réplications) 57% de foyers paysans isolés en fin de simulation. C'est un taux bien trop important, illustrant dès lors une polarisation trop faible. Qui plus est, alors que cet indicateur est en diminution constante (fig. 3.5) pendant la première moitié de la période, il stagne alors puis se met à augmenter, résultant ainsi en ce taux très éloigné de l'objectif.

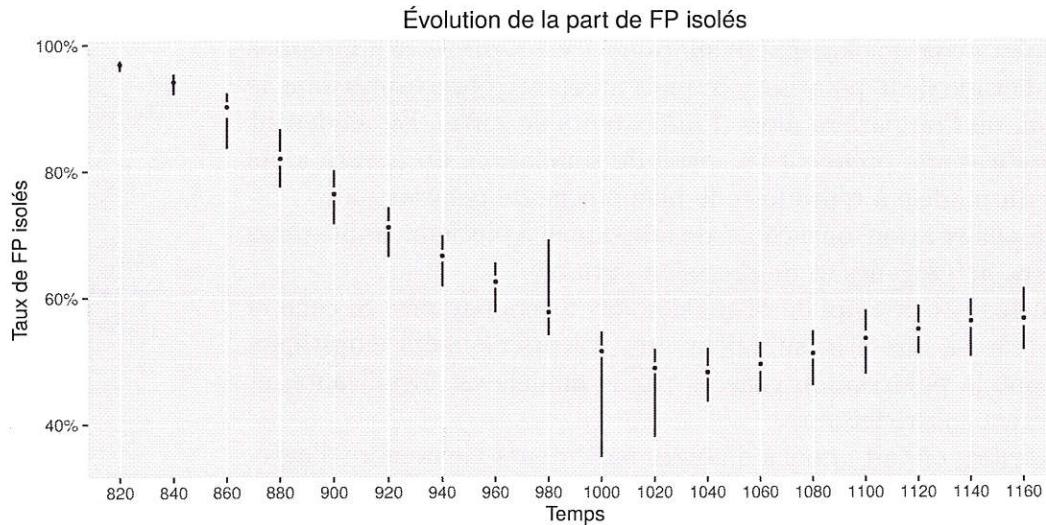


FIGURE 3.5 – Évolution de la part des foyers paysans isolés.

**Nombre d'agrégats** Les foyers paysans se concentrant au sein d'agrégats, il est aussi évident d'observer l'évolution de ceux-ci. Là aussi, (objectif à définir), on peut considérer qu'un nombre d'agrégats en fin de simulation proche de l'objectif, 200, permet de caractériser une polarisation réussie. Cet indicateur ne peut être lu seul, et c'est pour cela qu'il vient dans un second temps : en effet, un faible nombre d'agrégats peut aussi bien être révélateur d'une très faible polarisation des foyers paysans (ceux-ci restant dispersés) que d'une trop importante (un unique agrégat concentrant l'ensemble des foyers paysans par exemple). Pour autant, une fois le taux de foyers paysans dispersés connu, le nombre d'agrégats et son évolution nous renseigne sur les dynamiques de polarisation. On s'attend ainsi à ce que le nombre d'agrégats, très faible au départ (24 dans la version 0), suive trois phases : une première phase de croissante lente, le temps que les mécanismes agissent sur la polarisation, suivie d'une période de croissance plus rapide, une fois que tous les foyers paysans commenceront à être suffisamment attirés par les pôles pour y former des agrégats, et enfin, une nouvelle phase de croissante plus lente, une fois les foyers paysans répartis dans les agrégats existants et qui se déplaceront vers des agrégats plus importants, hiérarchisant le système de peuplement.

Le nombre d'agrégats est assez satisfaisant dans la version 0 du modèle. Il s'élève ainsi à **187** en moyenne, nombre qui plus est assez stable au regard des réplications. L'écart à l'objectif (200) est donc assez minime. On a toutefois vu que le taux de foyers paysans isolé était bien trop important, et dès lors, ces agrégats sont logiquement composés de trop peu de foyers paysans.

L'observation de cet indicateur au cours du temps (fig. 3.6) est quant à elle assez satisfaisante : on retrouve bien les trois phases attendues, quand

bien même le début de la croissance plus importante (vers 1000 ici) est un peu trop tardive. Ce moment coïncide de plus avec la stagnation puis l'inversion de la courbe d'évolution de la part de foyers paysans isolés.

On peut quand même considérer que si la polarisation n'est pas assez importante, les structures qui en résultent semblent correspondre à l'empirie.

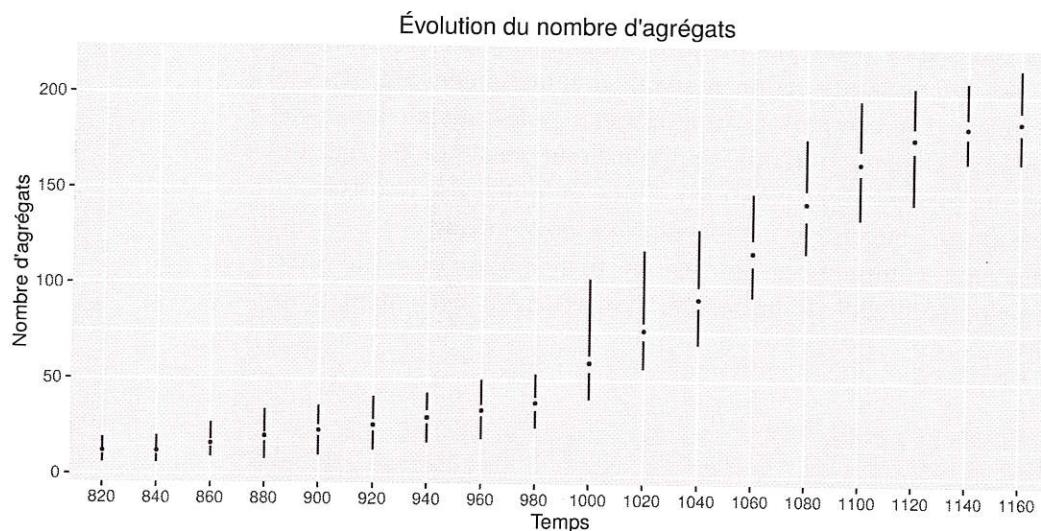


FIGURE 3.6 – Évolution du nombre d'agrégats.

Il y a un problème ici par rapport à ce qui a été mis dans le chapitre : dans le chapitre TMD, on mentionne 83 agrégats en moyenne, alors que dans l'analyse de Base, il y en a 187...

**Nombre de pôles** Dans le modèle SimFeodal, les foyers paysans sont polarisés par des pôles d'attraction. Pour une polarisation efficace, il est donc nécessaire que les pôles soient suffisamment nombreux, c'est-à-dire, *a minima*, autant que d'agrégats attendus (200). Contrairement aux agrégats, un nombre trop important de pôles ne constitue pas un problème : en considérant que 20% des foyers paysans doivent demeurer isolés en fin de simulation, il est vraisemblable qu'une partie des pôles, par exemple composés d'une église paroissiale, n'aient pas vocation à voir la constitution d'un agrégat autour d'eux.

A partir d'ici  
pas encore revu!

Par ailleurs, afin de renforcer la polarisation par l'action de l'attraction différenciée – selon le nombre de foyers paysans contenus dans chaque agrégat<sup>23</sup> –, il faut que le taux de pôles contenant un agrégat soit important, et surtout croissant au cours du temps : comme dans l'empirie, cela est alors le marqueur que de petits pôles d'attractions, comme les églises paroissiales, parviennent à polariser suffisamment de foyers paysans de leur voisinage pour aboutir à la création d'un petit agrégat, un village par exemple.

Pour un résultat satisfaisant, il faut donc que le nombre de pôles augmente régulièrement au cours de la durée de la simulation, et que le taux de pôles contenant un agrégat augmente lui aussi de manière continue.

23. L'attraction qu'exercent les pôles contenant des agrégats de population est ainsi plus forte lorsque ces derniers sont constitués d'un nombre de foyers paysans important, et moindre quand ce nombre est faible. Cela place ce mécanisme dans une logique proche de celle de l'attachement préférentiel identifié par (YULE 1925) et (SIMON 1955), cités par (SCHMITT 2014, p. 93))

L'évolution du nombre de pôles est assez représentative de l'empirie dans la version 0 de SimFeodal. On aboutit ainsi sur 190 pôles en moyenne en fin de simulation, ce qui est dans le bon ordre de grandeur, quoi qu'un peu trop faible. Ce nombre est en croissance constante à partir de 940 (fig. 3.7). Ce départ quelque peu tardif peut expliquer le relatif manque de pôles en fin de simulation.

L'analyse de la constitution de ces pôles en matière d'agrégat est toutefois plus décevante : la croissance n'est pas linéaire, stagnant entre 940 et 1000, puis à partir de 1040. On constate ici un mauvais comportement du modèle par rapport à l'empirie : il y a création de nombreux pôles, mais ceux-ci ne suffisent pas à polariser les foyers paysans. On peut donc penser qu'il s'agit de nombreux pôles ruraux, par exemple composés d'une unique église paroissiale, ne suffisant dès lors pas à concentrer les foyers paysans alentours.

Dans cette dimension, comme pour l'indicateur principal qu'en est le taux de foyers paysans dispersé, l'effet de la polarisation apparaît nettement trop faible.

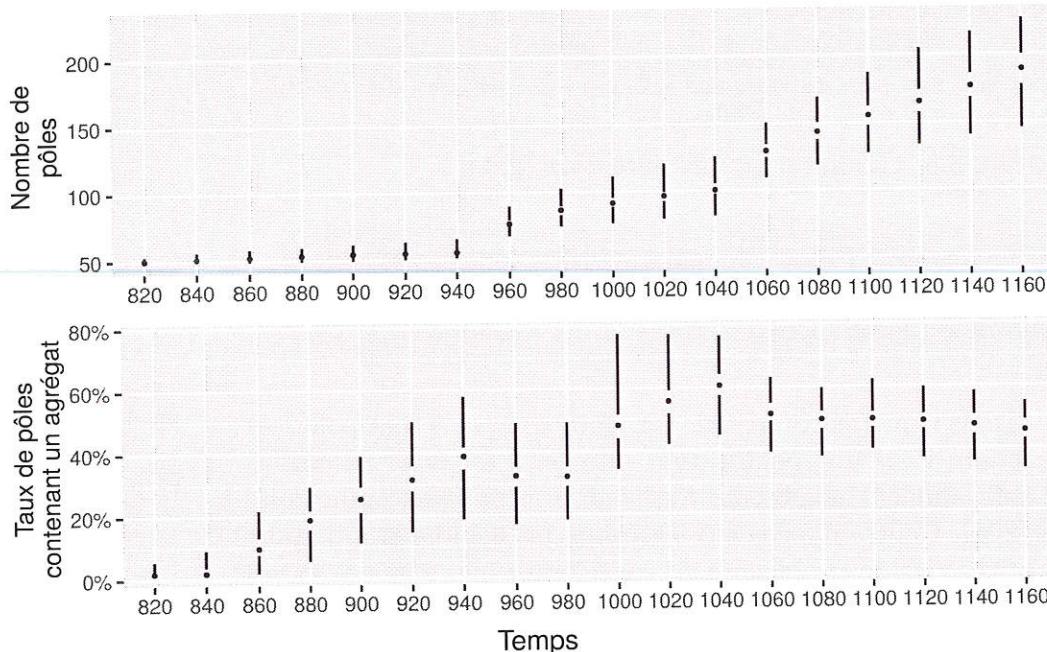


FIGURE 3.7 – Évolution du nombre de pôles et du taux de pôles contenant un agrégat.

**Dispersion des agrégats et pôles** Les indicateurs présentés ci-dessus avaient en commun d'être des indicateurs de sortie, générés automatiquement, et présentés sous forme d'agrégations des réplications. Pour préciser l'analyse de la polarisation, il est toutefois nécessaire d'aborder une dimension qui n'est fondamentalement pas agrégeable dans les indicateurs de sortie : l'espace du modèle. Comme celui-ci est théorique et aléatoire, il n'y a aucun sens à agréger des entités différentes, par exemple des agrégats, sachant que ceux-ci occupent des localisation aléatoires et ne sont pas identifiables en tant que tels.

On ne peut cependant pas se passer d'une analyse spatiale de la répartition des pôles et agrégats afin de comprendre les dynamiques effectivement simulées par le modèle. La distribution spatiale des agrégats et des pôles est en effet un facteur majeur de la polarisation : s'ils sont très concentrés, les foyers paysans non présents alentours ne trouveront pas d'attracteurs à proximité, et ne seront

de plus pas particulièrement affectés par l'augmentation des droits (banaux etc.) et des contraintes spatiales (proximité à une église, à un château etc.). A l'inverse, des agrégats entièrement dispersés ne favoriseraient pas la structure spatiale hiérarchisée que l'on chercher à faire émerger.

Afin que le comportement du modèle soit satisfaisant, il faut donc que les pôles et agrégats occupent l'ensemble de l'espace du modèle, tout en présentant des zones de concentration relatives plus importantes. Comme on ne peut agréger les représentations spatiales, il convient, pour cette analyse, de regarder individuellement un échantillon de configurations spatiales générées.

La lecture des cartes de répartition des agrégats et des pôles de deux réplications de la version 0 (fig. 3.8) va, dans l'ensemble, dans le sens de l'empirie. On peut ainsi remarquer que ces entités ont bien tendance, au cours du temps, à se disperser dans l'espace modélisé. En fin de simulation, tout l'espace est occupé, et on remarque même que certaines zones voient une forte concentration en agrégats, reproduisant les faits stylisés connus. La répartition spatiale des agrégats – et des pôles – est donc bonne, et ne semble pas opposer d'obstacle à la polarisation attendue du système de peuplement.

Ce résultat peut cependant être nuancé par l'observation de la dynamique de cette dispersion : on constate ainsi que la dispersion s'effectue rapidement (entre 800 et 940), et n'évolue plus vraiment après. Ce phénomène est donc plus rapide dans cette version 0 du modèle que dans les connaissances empiriques de la région Touraine.

On peut enfin remarquer, en préalable aux dynamiques de hiérarchisation du système que l'on s'apprête à étudier, que ces sorties illustrent un manque criant de hiérarchie quant à la composition des agrégats : on ne remarque, visuellement, que peu de différence entre les agrégats, et surtout, cette hiérarchie semble faiblir entre 1040 et 1160 (les agrégats les plus importants ont vu leur nombre de foyers paysans diminuer).

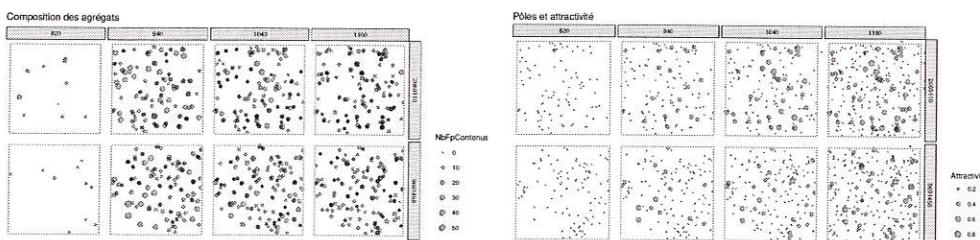


FIGURE 3.8 – Évolution de la répartition spatiale des agrégats et pôles, pour deux réplications.

### Évaluer la hiérarchisation du système de peuplement

Le second grand fait stylisé que l'on cherche à reproduire dans SimFeodal correspond à une forte hiérarchisation du système de peuplement et plus généralement, des entités présentes. On passe ainsi, en 800, d'un habitat dispersé dans lequel coexistent quelques agrégats de taille uniforme, à un habitat concentré dans des agrégats de taille très hétérogènes. La distribution des tailles des agrégats est estimée par les connaissances expertes, toutes proportions gardées, comme assez proche des distributions observées aujourd'hui dans les systèmes de peuplement. On souhaite ainsi que les agrégats modélisés suivent une distribution approchant la distribution log-normale.

Par extension, et là encore d'après les connaissances thématiques, l'ensemble des entités doit aussi suivre le même type de forme. Par exemple, les pôles, tant en terme d'attractivité que de composition, doivent aussi montrer une hiérarchie du même ordre, ainsi que les seigneurs – à travers leur puissance, au moins pour les petits seigneurs –, ou encore les paroisses, par le nombre de paroissiens qu'elles desservent.

Comme pour l'étude de la polarisation, on peut définir un indicateur principal de cette hiérarchisation du système de peuplement : la forme de la distribution de la composition en foyers paysans des agrégats.

De la même manière que pour la polarisation, les indicateurs secondaires ont aussi pour but de préciser cet indicateur principal, et en particulier d'analyser les moteurs de cette hiérarchisation du peuplement. On a en effet choisi d'observer plutôt la hiérarchisation des autres types d'entités – pôles, seigneurs, paroisses –, pour vérifier qu'elles accompagnent et/ou entraînent bien la hiérarchisation des agrégats. La hiérarchie des pôles, par exemple, a une influence directe sur l'attraction effectuée sur les foyers paysans (polarisation) et sur la hiérarchisation des agrégats : par effet d'attraction différenciée (voir la note de bas de page 23 page 23), des agrégats plus importants se constituent autour des pôles les plus importants.

Comme pour la polarisation, l'analyse de la capacité du modèle a reproduire la hiérarchisation du système de peuplement se fait donc en deux temps : en premier lieu, on évalue cette capacité à l'aide de l'indicateur principal, puis on précise cette qualification et on essaie de l'expliquer à l'aide des indicateurs secondaires.

**Hiérarchie des agrégats** L'indicateur principal est un indicateur agrégé, correspondant à la forme de la distribution des agrégats mesurés par le nombre de foyers paysans qui les composent. Cet indicateur est classique dans l'analyse des systèmes de peuplement, et il est courant de l'observer par le biais d'un indicateur agrégé simple, correspondant à la loi rang-taille. On observe pour cela le modèle statistique, ou sa représentation graphique tout du moins, mettant en relation le logarithme de la taille des individus (le nombre de foyers paysans composant chaque agrégat ici) et le logarithme du rang de cet individu. Comme pour toute régression linéaire, on peut alors quantifier l'ajustement du modèle grâce au coefficient de détermination ( $R^2$ ), et spécifier la pente de la courbe, représentant le degré de hiérarchie, à travers le coefficient directeur ( $a$  dans la formule  $y = ax + b$ ).

Dans le cas de SimFeodal, le faible nombre d'agrégats ainsi que la variabilité de leurs tailles rend difficile cette analyse quantifiée, le coefficient directeur, par exemple, étant très sensible aux faibles effectifs. On utilise toutefois la représentation graphique décrite comme un indicateur majeur de la hiérarchie des agrégats.

Du point de vue des connaissances empiriques, la courbe doit ainsi voir sa pente augmenter avec le temps, tout en devenant plus convexe, ce qui représente la « longue traîne » des petits agrégats, empiriquement observée dans toutes les distributions de systèmes de peuplement.

Avec une autre représentation graphique du même phénomène, en discrétilisant les agrégats selon leur taille et en dénombrant le nombre d'agrégats de chaque classe, on peut aussi avoir une vision plus synthétique (car moins exhaustive) de la forme de la distribution. On doit alors obtenir un nombre décroissant d'agrégats à mesure que la classe représente un nombre élevé de foyers paysans.

Ça vaudrait peut-être le coup, pour chaque indicateur présenté sous forme graphique (évolution ou forme), de faire un graphique théorique (une sorte de courbe parfaite) de ce que l'on souhaite observer.

La version 0 de SimFeodal présente une hiérarchisation des agrégats nettement trop faible. La courbe rang-taille (fig. 3.9) est ainsi trop faiblement pentue, et présente une forme trop linéaire : la convexité due à la longue traîne n'est pas assez visible, en raison sans doute de trop faibles valeurs en haut de la hiérarchie, qui ne « tire » alors pas assez la distribution. Ce résultat de simulation est d'autant plus perturbant que son évolution est éloignée de l'empirie : on remarque en effet que la distribution se hiérarchise bien entre 800 et 1020, présentant à cette date une allure très satisfaisante. Pourtant, après cette période, les agrégats voient leur hiérarchie diminuer nettement et les agrégats les plus peuplés diminuer en taille.

On constate le même décrochage dans la discréétisation des agrégats (fig. 3.10), où on remarque de plus que la hiérarchie la plus proche de l'attendu, où la position des classes suivrait une ligne droite, semble se dessiner entre 940 et 1040. En 1040, et plus encore en 1160, la proportion d'agrégats de taille moyenne et haute (de 30 à 100, et de plus de 100 foyers paysans) est trop faible, et pas assez hiérarchisée.

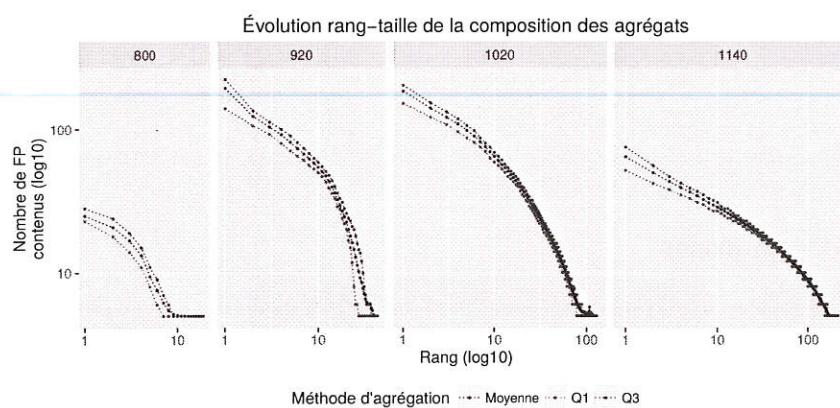


FIGURE 3.9 – Évolution de la courbe rang-taille des agrégats.

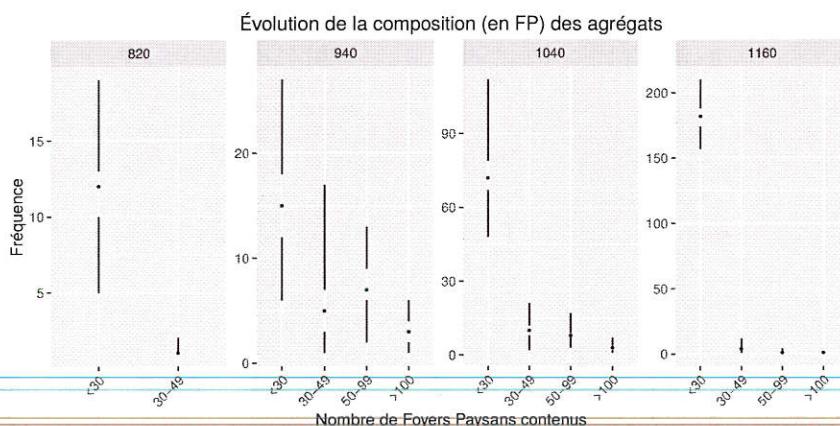


FIGURE 3.10 – Évolution de la composition des agrégats.

**Hiérarchie des pôles**

(fig. 3.11)

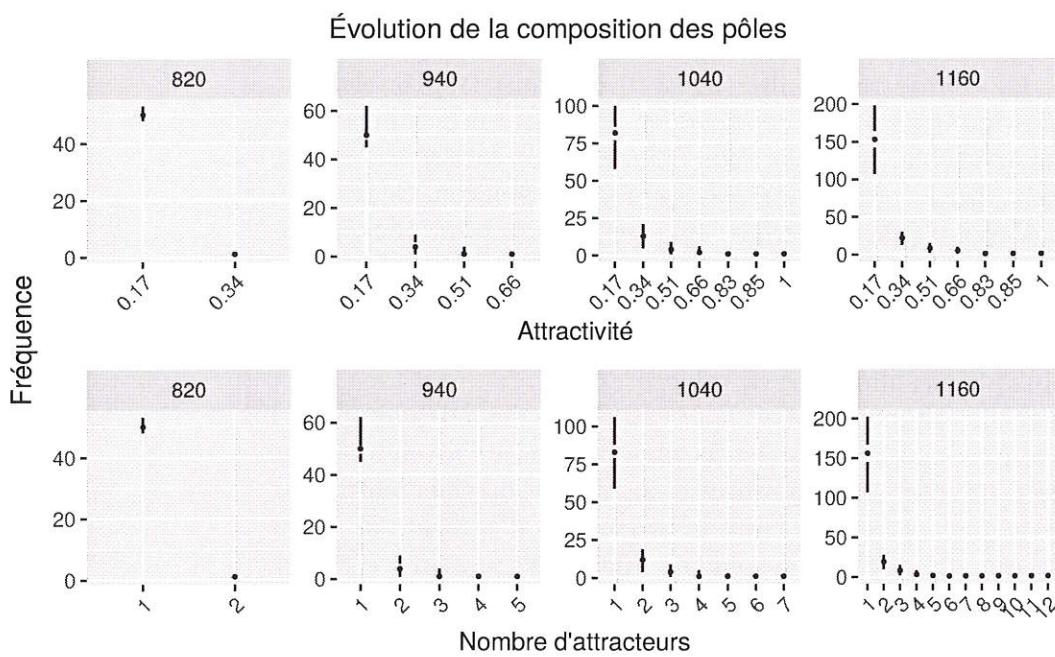


FIGURE 3.11 – Évolution de la composition et de l'attractivité des pôles.

**Hiérarchie des paroisses**

(fig. 3.12)

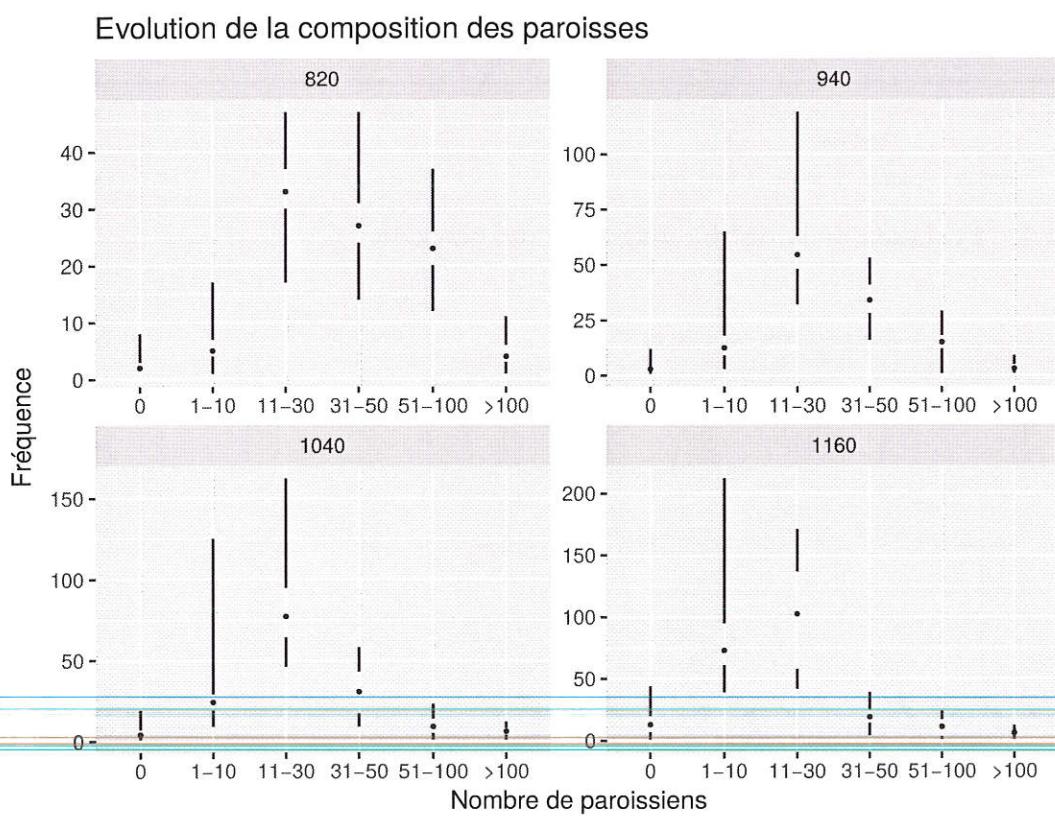


FIGURE 3.12 – Évolution de la composition des paroisses.

## Évaluer la fixation et la dissémination du peuplement

**Stabilité** On se focalise sur les agrégats :

- **Polarisation** : il faut qu'ils rassemblent les FP (taux isolés faible),
- **Hiérarchisation** : qu'ils soient hiérarchisés (composition des agrégats en FP doit tendre vers log-normale),
- **Fixation et dispersion** : et qu'ils soient dispersés dans l'espace de manière stable (fixation par paroisses).

3 leviers différents pour jouer sur ces dimensions :

- **Polarisation** : Améliorer le déplacement des FP (Agent concerné : FP) :
  - ils doivent se déplacer vers un petit agrégat/pôle et ne pas rester isolés
  - une fois dans un agrégat, ils doivent y rester ou aller vers un agrégat plus « important » : en terme de nb de FP, d'attractivité du pôle ou de présence de CA
  - Ils ne doivent pas faire des allers-retours incessants entre les agrégats.
- **Hiérarchisation** : Améliorer la hiérarchisation des attracteurs (Agent concerné : Attracteurs) :
  - La différence entre les pôles d'attraction doit être franche,
  - pour que les petits (1 église par ex.) attirent de petits agrégats,
  - et que les gros (châteaux, multi-pôles etc.) polarisent des agrégats importants et stables
- **Fixation et dispersion** : Améliorer la desserte des églises paroissiales (Agent concerné : Paroisse) :
  - Les paroisses doivent couvrir tout le territoire de manière à peu près régulière (logique d'équité),
  - Mais aussi avec des zones de plus forte densité proche des gros pôles/agrégats (petites villes) (logique d'efficacité),

### 3.2.2 Avant propos sur le paramétrage d'un modèle complexe

Pour introduire le schéma des étapes, rappeler ici que les paramètres et mécanismes d'un modèle complexe sont en interaction, ce qui produit des effets non linéaires.

Principe des vases communicants !

Mentionner aussi la logique des attracteurs étranges de Lorenz comme paroxysme de cette complexité : ici, moins de variation, mais des répercussions importantes tout de même qu'il faut donc « corriger » par de nombreuses itérations de modifications.

De manière générale

### 3.2.3 Les étapes du paramétrage de SimFeodal

