# 烟幕干扰弹遮蔽分析数学公式推导

## 1. 基本物理模型

### 1.1 坐标系定义

* 采用三维直角坐标系
* 轴正方向向上，表示高度
* 原点设在地面假目标位置

### 1.2 基本参数定义

| 符号 | 含义 | 单位 |
| --- | --- | --- |
|  | 重力加速度 |  |
|  | 导弹速度 |  |
|  | 无人机速度 |  |
|  | 烟幕下沉速度 |  |
|  | 烟幕有效半径 |  |
|  | 烟幕持续时间 |  |

## 2. 运动轨迹方程

### 2.1 导弹运动轨迹

导弹 M1 从初始位置 以恒定速度 飞向目标：

其中方向向量：

展开为分量形式：

### 2.2 无人机运动轨迹

无人机 FY1 在水平面内匀速飞行（ 方向速度为 0）：

其中：

### 2.3 干扰弹抛物运动

干扰弹在 时刻投放，运动方程为：

其中 为投放位置。

### 2.4 烟幕云团运动

烟幕在 时刻起爆，随后垂直下沉：

其中 为起爆位置。

## 3. 遮蔽条件数学化

### 3.1 距离函数

导弹与烟幕中心的距离函数：

### 3.2 遮蔽条件

遮蔽条件为：

即：

## 4. 解析解推导

### 4.1 距离平方函数展开

设：

其中 和 分别为烟幕的初始位置和速度向量。

则距离平方函数为：

展开得：

### 4.2 二次不等式

遮蔽条件转化为二次不等式：

设二次方程 的系数为：

### 4.3 判别式分析

判别式：

**情况分析：**

1. : 无实数解，导弹轨迹不与烟幕球体相交
2. : 一个实数解，导弹轨迹与烟幕球体相切
3. : 两个实数解，导弹轨迹穿越烟幕球体

### 4.4 解的表达式

当 时，遮蔽时间区间为：

即：

## 5. 时间窗口匹配

### 5.1 有效时间区间

烟幕有效时间区间：

导弹在遮蔽半径内的时间区间：

### 5.2 交集计算

有效遮蔽时间区间为两个区间的交集：

有效遮蔽时间：

## 6. 向量分量展开

### 6.1 具体坐标表示

设导弹初始位置 ，烟幕初始等效位置 。

导弹速度向量：

烟幕速度向量：

### 6.2 向量运算展开

## 7. 参数敏感性分析公式

### 7.1 半径敏感性

遮蔽时间关于半径的偏导数：

### 7.2 速度敏感性

遮蔽时间关于导弹速度的敏感性分析需要考虑速度变化对 和判别式 的影响：

## 8. 优化目标函数

### 8.1 最大遮蔽时间目标

优化目标：

约束条件：

### 8.2 拉格朗日优化

构建拉格朗日函数：

其中 为约束条件。

## 9. 数值计算验证

### 9.1 误差分析

解析解与数值解的误差：

### 9.2 收敛性分析

数值方法的收敛条件：

其中 为时间步长。

## 10. 物理意义解释

### 10.1 几何解释

遮蔽条件的几何意义是导弹轨迹直线与以烟幕中心为球心、半径为 的球体的交集。

### 10.2 物理约束

1. **因果性约束**:
2. **重力约束**: 干扰弹轨迹受重力影响
3. **速度约束**: 各物体速度为正值
4. **空间约束**: 所有位置坐标在合理范围内

**备注**: 本公式推导基于理想化假设，实际应用中还需考虑空气阻力、风力、大气扰动等因素的影响。