

일반화된 모멘텀의 세기;

FAA(Flexible Asset Allocation)에서 EAA(Elastic Asset Allocation)로

1 Wouter J. Keller와 아담 버틀러

2014년 12월 30일(v0.90), 2015년 1월 16일 수정(v0.92)

추상적인

본 논문은 FAA(Flexible Asset Allocation) 개념을 도입한 Keller(2012)를 따른다. FAA는 과거 자산 수익률(R), 변동성 (V) 및 동일 가중 지수(C)에 대한 상관관계의 가중 순위 점수를 기반으로 합니다. 우리는 R 뿐만 아니라 V 와 C 에 대해서도 단기적으로 지속성을 가정하기 때문에 이것을 "일반화된 모멘텀"이라고 부릅니다. 포트폴리오는 가장 높은 결합 점수를 가진 자산의 지정된 분위수에서 매월 구성되었습니다.

본 논문에서는 Keller(2013)에서 제안한 Modern Portfolio Theory(MPT)의 전술적 버전에서 시작하여 FAA를 일반화합니다. FAA에서와 같이 R , V 및 C 에 대한 가중 서수 순위로 포트폴리오에서 자산을 선택하는 대신 EAA(Elastic Asset Allocation)라는 새로운 방법론은 다음을 사용하여 과거 수익률, 변동성 및 상관 관계의 기하학적 가중 평균을 사용합니다. 무게로서의 탄력성.

데이터 스누핑(또는 커브피팅)을 방지하기 위해 1914년부터 50년의 샘플 내 기간(IS) 동안에만 EAA 모델을 최적화하고 이러한 최적의 IS 매개변수를 적용하여 샘플 외(OS) 동안 모델을 테스트합니다. 1964년부터 2014년까지의 기간. EAA 모델은 다양한 글로벌 자산 유니버스에 대해 동일한 가중 지수에 대해 인상적인 위험 조정 및 절대 OS 성능을 보여줍니다.

키워드: 전술적 자산 배분, 모멘텀, 탄력성, Markowitz, MPT, 최소 분산, 최대 다각화, Sharpe, EW, 스마트 베타

JEL 분류: C00, C10, G00, G11

소속 및 연락처 정보: Wouter J. Keller, Flex Capital BV, Rotterdam and Vrije University, Amsterdam, The Netherlands, 이메일 wkeller@flexcapital.nl

¹ 우리는 Amibroker에서 EAA 모델의 복제 및 논문의 많은 초안 버전에 대한 많은 의견을 주신 Jan Willem Keuning에게 감사드립니다. 또한 의견을 주신 Steve LeCompte와 훌륭한 R 코드로 결과를 복제해 주신 Ilya Kipnis에게도 감사드립니다. 모든 오류는 우리의 것입니다.

1. 소개

Keller(2012)는 FAA(Flexible Asset Allocation) 모델을 도입했습니다. FAA(Flexible Asset Allocation) 모델은 수익률, 변동성 및 상관관계에 대한 롤링 추정치에 대한 상대 순위를 기반으로 글로벌 자산 클래스의 유니버스에서 동일한 가중 포트폴리오를 매월 구성합니다. 그 후 Keller(2013, 2014)는 FAA의 전술적 특성과 일치하는 MAA(Modern Asset Allocation) 모델을 도입했지만 Elton(1976)의 단일 지수 모델(SIM)을 통합하여 평균 분산 효율성을 근사화했습니다. Modern Portfolio Theory(MPT, Markowitz, 1952 참조)에 의해 규정되었습니다.

FAA와 MAA의 공통 요소는 일반화된 모멘텀의 개념이었습니다. 이는 최대 1년까지 단기 기간 동안 자산 전반에 걸쳐 수익률(R)의 지속성뿐만 아니라 변동성(V) 및 상관관계(C)의 지속성을 대략적으로 설명합니다. 이는 최적화를 위해 장기 자산 수익률에서 추정된 매개변수를 사용하는 MPT의 일반적인 구현과 대조됩니다(예: DeMiguel, 2007 참조).

Keller(2012, 2013, 2014)는 ETF 및/또는 인덱스 펀드로 구성된 다양한 글로벌 다중 자산 유니버스에 대한 여러 백 테스트에서 "전술적" 접근 방식이 위험/수익 측면에서 성공적임을 입증했습니다. 각각의 경우 전술적 결정은 주로 상대 가격 모멘텀의 요소에 의해 결정되었으며(Jegadeesh, 1993, Blitz, 2007, Faber, 2010, Asness, 2012 참조) 관찰된 변동성과 상관관계의 지속성을 설명하기 위해 확장했습니다. 중간 지평을 넘어 FAA와 MAA는 또한 절대(또는 시계열) 모멘텀(Moskowitz, 2011 및 Antonacci, 2011 및 2013 참조)을 기반으로 충돌 방지 필터를 통합했으며 장기 전용 할당을 가정했습니다.

FAA 및 MAA에 대한 테스트는 전략의 위험 특성을 관찰하기 위한 일일 수준 세분화를 용이하게 하는 일일 데이터를 사용하여 수행되었습니다. 불행하게도 대부분의 지수에 대한 일일 데이터는 몇 가지 주목할 만한 순환 체제와 변동성 클러스터를 제공하는 동안 꾸준히 하락하는 금리와 인플레이션 체제에 의해 지배되는 최근 수십 년 동안만 사용할 수 있습니다.

이 백서에서 우리는 100년 이상에 걸쳐 더 긴 월별 수익률 데이터 세트를 사용하므로 성장 및 인플레이션의 여러 구조적 체제를 다룹니다. 양적 시스템 개발의 모범 사례에 따라 EAA 모델을 두 단계로 조사했습니다.

먼저 성능을 최적화하는 매개변수 조합을 찾기 위해 1914년부터 1964년까지 50년의 표본 기간(IS) 동안 모델의 성능을 독점적으로 관찰했습니다. 다음으로 IS 기간의 최적 매개변수를 적용하여 1964-2014년의 표본 외(OS) 기간 동안 모델의 성능을 테스트했습니다. 그 결과 우리는 경제 성장, 이자율, 인플레이션의 상승 및 하락 기간뿐만 아니라 여러 주기적인 주식 강세장과 약세장 기간 동안 모델의 성과를 관찰할 수 있었습니다.

이 논문은 또한 서수 순위에서 가수 탄력성으로 이동하여 FAA 모델을 일반화합니다. 결과는 FAA의 간단한 가하학적 유사 체이며 일부 기본 MAA 모델(Naïve Risk Parity 및 Equal Weight 등)을 특수 사례로 포함하고 다른 모델(Maximum Diversification 등)을 프록시로 포함합니다. 수익률, 변동성, 지수 상관관계의 함수로서 최적 모멘텀 점수의 가하학적 형태를 사용하여 탄력성에 도달합니다. 인덱스로 가중치가 동일한 유니버스를 사용합니다.

FAA 및 MAA를 포함한 많은 GTAA(Global Tactical Asset Allocation) 방법과 마찬가지로 EAA는 최적의 포트폴리오를 우주에서 가장 높은 점수를 받은 자산의 일부로 제한합니다. 또한 많은 GTAA 전략이 상위 자산에 균등하게 할당하는 반면

가중치, 우리가 제안한 EAA는 기본 자산 점수에 비례하여 자산 가중치를 할당합니다. long-only 가정은 필요한 가중치 정규화를 제공합니다.

FAA 및 MAA와 일치하는 EAA는 절대 운동량의 개념을 기반으로 하는 소위 충돌 방지(CP)도 사용합니다.

EAA에서 우리는 긍정적이지 않은 수익을 가진 유니버스의 자산 부분에 따라 최적의 포트폴리오의 일부를 현금으로 대체합니다.

2. FAA에서 EAA로: 탄력적 자산 할당(EAA) 모델

전통적인 평균 분산 문헌은 모든 조건이 같다면 투자자는 최소한의 위험에 대해 최대 수익을 선호할 것이라고 주장합니다. 평균 분산 맥락에서 위험은 포트폴리오의 변동성으로 측정됩니다. 그러나 Markowitz(1952)는 포트폴리오의 변동성이 자산의 개별 변동성과 포트폴리오 자체와의 상관관계의 함수임을 입증했습니다.

따라서 모든 조건이 동일하다면 투자자는 더 높은 수익을 제공하고 변동성이 낮으며 포트폴리오와의 상관관계가 낮은 포트폴리오의 자산을 소유하는 것을 선호할 것이라고 말할 수 있습니다.

FAA는 선형 가중치 체계를 사용하여 변동성과 상관관계를 덜 강조하면서 수익을 강조하기 위해 이러한 세 가지 차원 각각에 대해 자산 순위를 매기고 순위에 가중치를 부여함으로써 이러한 선호도를 통합했습니다.

EAA에 대한 동기는 세 가지 포트폴리오 추정치, 수익률 (r_i) 변동성 (v_i) 및 상관관계 (c_i) 각각에 대한 서수 순위 점수들이 아닌 탄력성 w_R 에 기반한 기본 점수로 대체하여 FAA 모델을 일반화하는 것입니다. w_V 및 w_C . 서수 순위의 가중 평균으로 각 자산에 대한 최종 점수를 계산하는 대신 EAA 포트폴리오 가중치는 동일한 속성에서 각 자산 i 에 대해 기하학적으로 가중된 점수 z_i 를 계산하여 파생됩니다. 우리는 이것을 자산 i 에 대한 (일반화된) 모멘텀 점수인 z_i 라고 부를 것입니다. 유니버스에서 자산 $i=1, \dots, N$ 에 대한 z_i 의 기본 공식은 다음과 같습니다.

$$(1) \quad w_i \sim z_i = (r_i)^{w_R} \cdot (1-c_i)^{\frac{w_V}{v_i}} / (v_i)^{w_V}, \quad r_i > 0 \text{의 경우, 그렇지 않으면 } w_i = z_i = 0, i=1..N \text{의 경우}$$

여기서 " \sim "는 "비례"를 의미하고

지	는 자산 i 에 대한 일반화된 모멘텀 점수입니다. $w_i \geq 0$ 및
위	$\sum w_j = 1$ 인 자산 i 에 대한 최적의 예상 점유율입니다 (롱만 해당). 자산 i 에 대한 수익입니다. 자
리	산 i 에 대한 변동성입니다. 지
뷰	수(EW 유니버스) 자산 i
CI	

따라서 음이 아닌 탄력성 w_R , w_V , w_C 는 r_i , v_i 및 $(1-c_i)$ 에 대한 지수2로 나타나 자산 $i(=1, \dots, N)$ 의 점유율 w_i 가 클수록 r_i 를 반환하고 더 작은 값은 변동성 v_i 및/또는 지수 c_i 에 대한 상관관계입니다. 비양수 수익률 ($r_i \leq 0$)이 있는 모든 자산의 경우 모멘텀 점수 z_i 및 따라서 가중치 w_i 는 0입니다.

최적(음이 아닌) 가중치 w_i 는 모멘텀 점수 z_i 에 비례합니다. long-only 제한을 사용하여 w_i 를 정규화할 수 있습니다.

$$(2) \quad \sum w_j = 1, j=1, \dots, N$$

² x 와 같은 간단한 규칙은 en.wikipedia.org/wiki/Exponentiation을 참조하십시오. $b^{a+b} = x^b \cdot x^a$ 및 $(x^a)^b = x^{ab}$, $(xy)^b = x^b \cdot y^b$, $x^{1/2} = \sqrt{x}$ 등

z_i 와의 비례성은 FAA의 경우와 같이 가중치 w_i 가 반드시 동일하지 않다는 것을 의미합니다. 또한 절대 모멘텀 필터 ($r_i > 0$)의 함수와 상관 메트릭 c_i 를 $(1 - c_i)$ 로 변환함에 따라 모든 속성 점수 r_i , v_i 및 $(1 - c_i)$ 는 음수가 아님을 유의하십시오. 건설로, 음수 값의 분수 지수가 정의되지 않았기 때문에 이것은 중요합니다.

기하학적 가중치 w_R , w_V 및 w_C 는 r_i , v_i 및 $(1 - c_i)$ 가 상대적으로 작은 양, 예를 들어 1%만큼 변할 때 w_i 의 상대적 변화를 반영하기 때문에 탄력성이라고 합니다. 예를 들어, 탄력성 $w_R = 50\%$ 는 r_i 가 10% 변할 때 w_i 가 약 5% 변한다는 것을 의미합니다.

이러한 탄력성은 실제로 eq의 이러한 속성에 대한 기하학적 가중치입니다. (1) 및 는 최적화를 통해 미리 지정해야 하는 매개변수입니다. IS 데이터를 사용하여 섹션 5에서 이러한 탄력성에 대한 최적 설정을 조사한 다음 섹션 6에서 OS 기간에 최적 설정이 어떻게 유지되는지 보여줍니다.

FAA와 마찬가지로 유니버스의 N 개 자산 중 지정된 최상위 분위수($NTop$)만 최적 포트폴리오에 포함된다고 가정합니다. 이들은 일반화된 모멘텀 점수 $z_i > 0$ 에서 최고의 점수를 매기는 자산입니다. $NTop$ 은 우주의 크기인 N 의 일부이므로 $NTop = TopX \cdot N$ 입니다. $TopX$ 가 N 에 적용된 결과 정수가 아닌 경우 내림합니다. 예를 들어, 유니버스에 11개의 자산이 있고 $TopX = 50\%$ 인 경우 최상의 $z_i > 0$ 인 포트폴리오에 5개의 자산만 보유합니다. $TopX$ 는 지정해야 할 매개변수이므로 탄력성과 마찬가지로 최적의 $TopX$ 규칙을 표본 내에서 추정하고 표본 외에서 테스트합니다. 분수 $TopX$ 는 또한 N 의 함수일 수 있으므로 분수 $TopX$ 는 N 이 클수록 감소합니다.

마지막으로 위에서 언급한 바와 같이 EAA는 절대 모멘텀 필터 형태의 충돌 방지(CP) 형식을 부과합니다. 필터를 적용하기 위해 우리는 최적의 포트폴리오의 일부 w_{CP} 를 현금으로 대체합니다. 여기서 w_{CP} 는 비양수 수익 r_i 가 있는 모든 자산의 지분 N 과 같습니다. CP 및 $TopX$ 규칙이 모두 활성화되면 eq. (2) 된다

$$(3) \sum NTop w_j = (1 - w_{CP}) \quad ,$$

여기서 합계는 $j=1$ 에서 $NTop$ 까지 실행되며 w_{CP} 는 양수 수익이 아닌 자산의 CP 비율 r_i 입니다.

예를 들어 개념을 구체화해야 합니다. 유니버스에 $N=11$ 개의 자산이 있고 $TopX=50\%$ 이고 11개 자산 중 7개가 $r_i \leq 0$ 이면 최종 포트폴리오의 64%($=w_{CP}=7/11$)가 됩니다. 현금 또는 현금 대리 기금에 할당됩니다. 나머지 36%는 모멘텀 점수 $z_i > 0$ 에 비례하여 최고 점수 $NTop=4$ ($\leq TopX \cdot N=5$) 자산에 할당됩니다. $TopX(50\%)$ 규칙으로 인해 $r_i > 0$ 인 자산 4개(5개 대신)만 자본 배분에 사용할 수 있었습니다.

3. EAA: 일부 특수한 경우

eq를 다시 작성하여 EAA 모델을 FAA 모델과 합동으로 만들 수 있습니다. (1) 다음과 같이 일반성을 잃지 않고:

$$(4) w_i \sim z_i = \left\{ (r_i)^{w_R} \cdot (1 - c_i)^{w_C} / (v_i)^{w_V} \right\}^{w_S}, \quad r_i > 0 \text{ 인 경우, 그렇지 않으면 } w_i = z_i = 0,$$

여기서 w_V 와 w_C 는 $w_R=1$ 에 상대적인 정규화를 위해 $w_R=1$ 을 사용합니다. 유사한 정규화가 FAA 모델에 적용되었습니다(Keller, 2012 참조).

일반 지수 w_S 는 w_R 의 역할을 대신하는 (음이 아닌) "스케일링" 탄력성입니다(따라서 1로 고정: $w_R=1$). 이 음수가 아닌 매개변수 w_S 가 0이 되면 EAA 할당 eq. (3) 등가중(EW)으로 간다. 그런 다음 EAA는 z_i 의 RVC에서 가장 높은 가하학적 평균 점수를 가진 TopX 자산의 동일 가중치 포트폴리오를 생성합니다. 계산적으로 $w_S=0$ 을 선택하고 eq에서 w_S 에 작은 양의 엡실론(예: $\epsilon=1E-6$)을 추가하여 이 솔루션에 도달합니다. (4)3. 그 후, 우리는 $w_S=0$ 으로 EAA의 FAA 유사 변형을 참조할 것입니다.

w_S 는 $w_S=0$ 일 때만 흥미로운 것이 아닙니다. w_S 가 매우 커지면(w_S 가 무한대로 이동) z_i 에서 가장 좋은 점수를 받은 자산(eq. 4에서 RVC의 가하학적 평균)만이 양의 자산 가중치 w_i 를 얻고 다른 모든 가중치(현금 제외)는 다음과 같은 경향이 있습니다. 영. 따라서 w_S 는 최적 포트폴리오의 집중도도 결정합니다. 아래 경험적 모델에서는 항상 eq를 사용합니다. (4) EAA 모델의 경우 w_R 대신 w_S 를 스케일링 가중치로 사용하여 1로 고정합니다.

eq의 EAA 공식에 주목하십시오. (4) (및 방정식 1)은 상수 가 방정식의 정규화 규칙에 의해 흡수되기 때문에 r_i 및 v_i 모두에 대한 단위 변화에 대해 불변입니다. (2). 따라서 예를 들어 r_i 와 v_i 를 표현하면 w_i 는 중요하지 않습니다. 연간 또는 월별 수익 또는 변동성. 이는 단위가 없고 $1 \leq c_i \leq 1$ 로 제한되는 상관 매개변수 c_i 에는 적용되지 않습니다.

$w_S=0$ 일 때 FAA와의 합동 외에 eqs. (1) 및 (4) 우리는 또한 EAA를 사용하여 EW, Risk Parity 및 Maximum Diversification (Choueifaty et. al., 2011 및 Keller, 2014, 및 부록 A). 가장 사소한 것은 등가중 (EW) 모델입니다.

$$(5) i=1, \dots, N \text{인 경우 } w_i = 1/N,$$

방정식에서 $w_R=w_V=w_C=0$ 일 때. (1) 또는 식에서 $w_S=0$. (4). 이 $1/N$ (또는 EW) 솔루션은 FAA에서와 같이 EW 포트폴리오의 자산 수를 제한하기 위해 CP ($r_i \leq 0$) 및 TopX(최상의 z_i) 규칙과 결합(또는 결합하지 않음)될 수 있습니다(위 참조). 이는 이후의 모든 특수한 경우에도 적용됩니다. 실제로 CP 규칙과 TopX 규칙은 예를 들어 모든 자산 배분 모델에 적용될 수 있습니다. 아래에서 논의되는 위험 패리티(RP) 모델.

$w_V=1$ 일 때(그리고 식(1)에서 $w_R=w_C=0$), 우리는

$$(6) w_i \sim 1/v_i$$

이는 자산 가중치 w_i 가 변동성에 반비례하는 (순진한) Risk Parity 모델과 일치합니다. 이것은 또한 모든 샤프 비율 r_i/v_i 가 동일하다고 가정하고 시장(지수) 변동성 v (부록 A 참조)가 0이라고 가정하는 MAA(따라서 MPT)의 특수한 경우입니다 (Keller, 2014 참조). 모든 자산이 포함됩니다. 물론 CP 및/또는 TopX 규칙을 적용하여 자산 수를 제한할 수 있습니다.

$w_V=2$ (및 식(1)에서 $w_R=w_C=0$)일 때 순진한 위험 패리티와 유사한 모델에서 EAA 모델에 도달하지만 자산은 분산의 역함수의 함수로 가중치가 부여됩니다 (v_i ²) 변동성 대신:

$$(7) w_i \sim 1/v_i^2$$

³ 이 매우 작은 엡실론을 사용하여 거의 동일한 z_i 점수(따라서 EW 할당)를 달성하는 동시에 TopX 선택에 대한 점수 z_i 를 구별할 수 있습니다.

이 모델은 또한 시장 변동성 v 가 0이고 모든 수익 r_i 가 같다고 가정할 때 MAA(따라서 MPT) 모델의 특별한 경우에 해당합니다 (Keller, 2014 참조).

eq에서 $w_R=1$, $w_V=2$ 및 $w_C=0$ 일 때. (1) 수익률 모멘텀 (및 자산 분산)이 포함된 보다 일반적인 EAA 모델에 도달했습니다.

$$(8) \text{ 위} \sim \text{리} / \text{비}^2$$

이 모델은 또한 시장 변동성 v 가 0이라고 가정할 때 MAA(따라서 MPT) 모델의 특별한 경우에 해당합니다 (zie Keller, 2014). 모든 자산은 eqs에 포함됩니다. (7) 및 (8) 그러나 CP/TopX 규칙을 적용하여 다시 제한할 수 있습니다.

$w_C > 0$ 인 보다 일반적인 EAA 모델이 시장 변동성이 양수($v > 0$)로 가정되는 MAA(따라서 MPT) 모델의 프록시임을 보여줄 수 있습니다(부록 A 참조). 특히 eq의 EAA 모델. (1) $w_R=0$, $w_V=1$ 일 때

$$(9) \text{ 위} \sim (1 - \text{시})^{\text{확정성}} / v_i$$

일정한 샤프 비율을 가정할 때 MAA(따라서 MPT) 모델의 (좋은) 프록시로 판명되었습니다 (부록 A 참조). 다시 말하지만 CP/TopX 규칙이 적용되지 않는 한 모든 자산이 포함됩니다.

위의 예에서 EAA 모델은 MAA(따라서 MPT) 모델의 특별한 경우가 아닌 모든 종류의 특수한 경우를 정확히 또는 프록시로 포함할 수 있음이 분명합니다.

이것은 선택된 eq 형식에 대한 정당성을 제공합니다. (1).

4. 샘플 내부 및 외부에서 EAA 모델 테스트

4.1 In-sample(IS) 및 Out-of-sample(OS) 방법

이 섹션에서는 100년 이상(1914년 4월~2014년 8월) 월별 데이터를 사용하여 EAA 모델(식 4에 표현됨)을 테스트합니다. 우리는 과거 데이터를 두 개의 독립적인 샘플 기간으로 나누어 모범 사례를 채택했습니다. 및 1964년 4월부터 2014년 8월까지의 표본 외(OS) 기간. 이 IS/OS 관행에 대한 논의는 Bailey(2013)도 참조하십시오.

많은 재무 모델이 동일한 샘플 데이터에서 지정되고 테스트됩니다. 그러나 이것은 매개변수가 샘플에서 잘 일반화되지 않는 과거 데이터에 맞추기 위해 모델을 과도하게 지정할 가능성이 있습니다. 두 개의 독립적인 샘플 기간을 사용하여 테스트를 구성할 때 하나의 샘플 기간에서 모델 매개변수를 최적화하고 두 번째 샘플 기간에 편향 없이 적용할 수 있습니다.

우리는 다양한 지수에 대한 100년 이상의 과거 데이터를 사용할 수 있기 때문에 IS 및 OS 기간 모두 광범위한 주기 및 장기 주식 강세장 및 약세장 기간을 포함한다고 확신할 수 있습니다. 경제 성장, 이자율 및 인플레이션의 상승 및 하락 기간. 지난 50년을 IS로 선택했을 수도 있지만 (첫 번째는 OS로) 최근 수십 년 동안 지배적인 채권 체제(대부분의 경우 이자율이 감소함)를 고려하여 보다 이질적인 1914년을 선호합니다. -1964년(높고 낮은 비율, 상승 및 하락 비율, 한 세기 동안 가장 심한 주식 시장 폭락), 샘플 내(또는 학습) 기간.

또한 표본 크기가 크고 IS 기간의 이기종 특성으로 인해 OS 데이터를 사용하지 않고도 다양한 매개변수 조합에 걸쳐 최적화할 수 있는 충분한 데이터 밀도가 있습니다. 따라서 매개변수의 '데이터 스누핑' 또는 '커브피팅' 가능성은 희박합니다.

4.2 유니버스와 데이터

테스트 목적으로 7개에서 38개 자산 클래스에 이르는 여러 글로벌 다중 자산 유니버스를 조합했습니다. 자산 클래스는 미국, 국제 및 신흥 시장 주식, 채권(정부 및 기업) 및 대체(REIT 및 원자재) 지수의 혼합을 나타냅니다. 인덱스 데이터는 최근 수십 년 동안 거래 가능한 인덱스 뮤추얼 펀드 및 Exchange Traded Funds가 시작될 때까지 다양한 소스에서 가져옵니다. 모든 지수는 기하학적으로 연결된 배당금을 포함하여 월말 총 수익률을 기반으로 한 월별 빈도입니다.

3개의 유니버스는 소규모 글로벌 다중 자산 N=7 유니버스(SP500, EAFE, EEM, US Tech, Japan Topix 및 2개의 채권: US Gov10y 및 US HighYield)를 나타냅니다. N=15 미국 섹터 유니버스(10 Fama/French 미국 섹터 + 5 미국 채권: Gov10y, Gov30y, US Muni, US Corp 및 US HighYield), 그리고; 위의 모든 플러스 소형주 미국 주식, GSCI, 금, 외국 채권, US TIPS, 미국 종합 REIT, 미국 모기지 REIT, FTSE US 1000/US 1500/Global을 포함하는 대규모 글로벌 다중 자산 N=38 유니버스 예: 미국/개발/EM, JapanGov10y, Dow Util/운송/산업, FX-1x/2x 및 목재.

N=7 및 N=15 유니버스의 경우 대부분의 데이터는 1913년부터 사용 가능했으며, 1년의 전환 기간을 수용하기 위해 1914년 4월부터 테스트를 용이하게 했습니다. 큰 우주(N=38)의 경우 자산의 약 절반이 1970년 이후부터 사용 가능합니다. 처음 두 개의 작은 유니버스는 큰 N=38 유니버스에서 가능한 한 많은 데이터가 있는 글로벌(N=7) 및 미국(N=15) 다중 자산 유니버스로 선택되었습니다.

이 세 유니버스에 대한 월별 데이터는 다양한 소스에서 가져왔습니다. 우리는 주로 MSCI, Fama/French, Ibbotson, Barclays 및 Global Financial Data의 월별 TR 인덱스 데이터를 사용했으며 가장 최근에 Yahoo 및 Bloomberg의 가장 가까운 아날로그 인덱스 및 ETF 데이터로 확장했습니다. 연령.

4.3 모델 사양

우리는 EAA 모델(FAA 및 MAA 모델)이 전술적 자산 배분에 효과적이라고 제안합니다. 따라서 우리는 수익률, 변동성 및 상관관계에 대한 관찰된 값의 단기 롤링 과거 창을 사용하여 매월 말에 포트폴리오의 균형을 재조정할 것입니다. 즉, 이 모델은 수익률, 변동성 및 상관관계가 단기적으로 양의 자기상관관계를 나타내므로 가장 최근에 관찰된 값이 다음 달에 대한 좋은 추정치라고 주장합니다.

MPT 최적성에 대한 많은 연구는 매개변수 추정에서 통계적 유의성을 위해 3년에서 5년 또는 그보다 더 긴 록백 윈도우에 의존합니다. 그러나 모멘텀에 관한 문헌은 미래 수익률이 약 12개월 이하의 기간에 대해서만 역사적 수익률의 양의 함수임을 보여줍니다. 12개월 이상의 록백 기간, 특히 3~5년의 록백 기간 동안 과거 수익률은 미래 수익률을 부정적으로 예측합니다(Asness, 2012 참조). 즉, 자산 수익률은 장기적으로 관찰할 때 지속되기보다는 평균 회귀하는 경향이 있습니다.

잘 정립된 최적의 모멘텀 범위를 고려하여 월별 포트폴리오에 대해 1, 3, 6, 9 및/또는 12개월의 기간 조합을 조사할 것입니다.

형성. 이는 Faber(2010) 및 Hurst(2012) 모두와 일치합니다. 여러 지평에 걸쳐 수익률 모멘텀을 조사함으로써 우리는 과거 데이터의 가짜 주기성을 최적화할 가능성이 적고 여러 프랙탈 척도에 존재하는 가격 지속성을 포착할 가능성이 더 높습니다. 우리는 IS 기간의 과거 수익률에 대해 이러한 록백 조합을 최적화하고 OS 기간에 이러한 최적 조건을 테스트할 것입니다.

v_i 의 경우 단순히 수익률의 롤링 표준 편차 v_i 를 사용합니다. 각 자산에 대한 상관 매개변수 c_i 는 지난 12개월 동안의 EW 유니버스 지수 수익률에 대해 계산됩니다. 이러한 v_i 및 c_i 추정치는 이러한 2차 통계에 대한 12개의 반환 관측치(예: 2012년 1월 ultimo에서 2012년 12월 ultimo)를 기반으로 한다는 점에 유의하십시오. 월별 관찰. 그러나 데이터 밀도와 정보의 시간 소멸 사이에는 상충 관계가 있으며 테스트를 통해 12개월 관찰이 우리 목적에 맞는 의미 있는 추정치를 생성하기에 충분하다는 것을 확인했습니다.

4.4 최적화 지표

EAA 모델에는 다음을 포함하여 지정해야 하는 많은 매개변수가 있습니다.

- 테스트 유니버스의 크기 및 자산 구성
- 최적의 월간 자산에 포함될 자산 비율에 대한 TopX 규칙
- 포트폴리
- 오 - 충돌 방지를 위한 '안전한' 자산의 선택 - R, V 및 C의 지난 12개월 동안의 록백 가중치 - R을 계산하는 초과 수익의 사용(또는 사용하지 않음) - 정규화된 EAA 탄력성 wV , wC - The 스케일링 가중치 wS (식 4 참조)
- 거래 비용 및 최대 레버리지

최적화 프로세스에서는 일반적으로 테스트 기간 동안 포트폴리오 성능에 미치는 영향 측면에서 다양한 매개변수 조합을 조사해야 합니다. 하지만 '성능'을 어떻게 정량화해야 할까요? 일부 투자자는 위험에 구애받지 않고 테스트 기간 동안 가장 높은 평균 수익을 생성하는 매개 변수를 선호할 수 있습니다. 다른 사람들은 특히 위험에 민감할 수 있으며 변동성이 낮거나 손실이 적은 사양을 선호합니다.

보다 사려 깊고 균형 잡힌 투자자는 유한한 투자 기간 동안 위험과 수익이 불가분의 관계에 있음을 알고 있습니다. 이러한 투자자들은 그러한 수익을 창출하기 위해 취하는 위험의 양에 대해 수익을 정상화하는 성과 측정을 선호할 것입니다.

포트폴리오 변동성 단위당 초과 포트폴리오 수익(현금 초과)을 포착하는 샤프 비율은 아마도 가장 잘 알려진 위험 조정 성과 지표일 것입니다. 우리는 이것이 최적화를 위한 적법하고 편향되지 않은 목적 함수임을 제출합니다. 그러나 샤프 비율은 수익 분포에 대한 잘못된 가정에 취약합니다. 즉, 수익은 동일하고 독립적으로 분배됩니다.

수십 년이라는 매우 긴 전망의 맥락에서 샤프 비율 계산에 적용된 변동성(V) 조정은 위험에 대한 강력한 추정치가 아닐 수 있습니다. 100년이 넘는 데이터를 통해 우리가 가져온 매우 긴 지평을 감안할 때, 우리는 1929년 대공황과 2008년 글로벌 금융 위기와 같은 위험한 자산 붕괴 중에 관찰된 수익률 분포의 두꺼운 꼬리에 더 관심이 있습니다. 이러한 맥락에서 우리는 최적화를 위한 위험 차원을 포착하기 위해 Maximum Drawdown(D)을 사용하기로 결정했습니다.

시간 경과에 따른 D의 영향은 V의 영향보다 훨씬 더 심각합니다. 2008년 S&P 500에서 관찰된 것과 같이 $D=40\%$ 의 충동이 발생하면 $40\%/(1-40\%)=$ 이전 고점으로 돌아가기 위해 폭락 후 66% 상승. S&P 500의 평균 수익률이 66%의 작은 부분이라는 점을 감안할 때 이러한 포트폴리오 가치 하락은 장기 수익률에 불균형적으로 큰 영향을 미칩니다. 즉, D는 V처럼 시간이 지남에 따라 안정화되지 않습니다. 실제로 시간이 지남에 따라 크게 감소할 가능성이 높아집니다(Magdonismail, 2004 참조). 반면에 100년 동안 약 10%의 최대 손실률을 보이는 다중 자산 포트폴리오(다음 섹션의 N=38 방어 포트폴리오)는 분명히 예외적입니다.

4.5 Calmar 비율과 목표 수익률

D를 위험으로 사용하여 임계값(또는 목표) 수익 t 를 초과하는 수익 R 의 소위 Calmar 비율을 최대 드로다운 D 로 나눈 값을 사용합니다. 따라서 최적화 메트릭은 CR_t 입니다.

$$(10) \quad CR_t = (R_t)/D$$

우리는 기본적으로 $t=5\%$ 의 목표 수익률을 취하며 이를 CR_5 라고 합니다. 5% 임계값은 평균적인 위험 회피를 가진 투자자의 선호도에 가깝기 때문에 선택되었습니다(감마=3, Ang 2012 참조). 더 공격적인 투자자는 10%의 임계값을 요구할 수 있으므로 테스트에서 CR_5 와 CR_{10} 모두에 대한 결과를 제공하지만 선호하는 최적화 메트릭으로 보다 중립적인 CR_5 에 초점을 맞춥니다. 전통적인 샤프 비율의 장점을 인식하여 대부분의 테스트 결과에서 무위험(목표= r_f) SR , SR_5 (목표=5%) 및 SR_{10} (목표=10%)도 제시합니다. 독자는 또한 CR 에 최적화된 매개변수가 높은 SR 도 제공한다는 사실에서 편안함을 찾아야 합니다.

우리는 특정 차원 내에서 가능한 모든 매개변수 값에 대해 세 가지 유니버스($N=7, 15$ 및 38)에 대해 IS에서만 위의 모든 매개변수를 최적화했습니다. CR_5 를 선호하는 최적화 메트릭으로 사용하여 IS를 통해 이 세 가지 유니버스를 최적화할 때 여기에서 주로 최상의 매개변수에 초점을 맞출 것입니다.

4.6 EAA 레시피

이제 간단한 EAA 레시피의 형태로 세 가지 유니버스에 대한 EAA 매개변수 추정 결과에 대해 논의할 것입니다. 방정식 (4)는 월별 점수 z_i ($i=1..N$)를 제공 하므로 탄력성 w_S , w_V 및 w_C 가 주어졌을 때 최적의 포트폴리오에 대한 점유율 w_i 가 제공됩니다. eq에서 z_i 를 호출합니다. (4) r_i (수익률), v_i (변동성) 및 c_i (EW 지수와의 상관 관계)의 결합된 모멘텀을 요약하기 때문에 "일반화된 모멘텀 점수".

이러한 모멘텀은 다음과 같이 자산 i ($= 1,..N$)당 1년의 최대 록백에 대해 계산 됩니다. 여기서 초과 수익률은 (13주) TBill 수익률을

- 기준으로 정의됩니다. - v_i 는 지난 12개월 총 명목의 표준편차로 계산됩니다.

초과) 수익률 c_i 는

- 지난 12개월 총 명목 수익률과 지수 간의 상관관계로 계산됩니다.

- 지수는 동일 가중(EW:1/N) 월간 총 명목 수익률로 계산됩니다.
모든 N 자산에 대해

이 레시피는 IS에 대한 CR_5 의 '거친' 최적화와 프로세스를 가능한 한 간단하게 유지하려는 욕구에 의해 동기가 부여되었습니다. r_i 에서 초과 수익을 사용하는 것이 약간 최적인 것으로 밝혀졌습니다.

심리학과 관련된 논의를 통해 개인적 경험과 학습을 위한 9를 건너뛰었

한 IS가 아닌 w 및 c 에 대해 12개의 관측치(1년)만 사용한다는 점에 유의하십시오. 또한 유용한 IS가 아닌 w 및 c 에 대해 12개의 관측치(1년)만 사용한다는 점에 유의하십시오. 또한 유용한 IS가 아닌 w 및 c 에 대해 12개의 관측치(1년)만 사용한다는 점에 유의하십시오.

이러한 사실은, 1980년대 이후에 나타난 한국 사회의 변화와 관련이 있다. 이 시기에 한국 사회는 급속한 경제 성장을 이루고, 국민들의 생활 수준이 크게 향상되었다. 이러한 변화는 한국 사회의 구조와 문화에 깊은 영향을 미쳤으며, 이는 한국 사회의 다양성과 포용성을 증진시키는 데 크게 공헌하였다.

리를 추가했습니다. 마지막으로 신뢰할 수 있는 주장을 위해 충분한 긴 매우 작은 양수 항아리를 추가했습니다. 마지막으로 신뢰할 수 있는 주장을 위해 충분한 긴 것으로 평면인 아주 작은 양수를 추가했습니다. 마지막으로 신뢰할 수 있는 주장을 위해 충분한 긴 매우 작은 양수 항아리를 추가했습니다. 마지막으로 신뢰할 수 있는 주장을 위해 충분한 긴 매우 작은

영역 영역 번호와 인덱스 등 이상항목을 등록할 수 있습니다. 마지막으로 실행할 수 있는 주장을 통해 영역의 긴 매우 작은 영수 항아리를 추가했습니다. 마지막으로 실행할 수 있는 주장을 통해 영역의 긴 매우 작은 영수 항아리를 추가했습니다. 마지막으로 eq.(4)의 ws에 매우 작은 영수 e(=1E number e(=1E number e(=1E-6))를 추가했습니다. 이는 ws=0일 때 EW 포트폴리

Figure 10. The effect of the initial concentration of the monomer on the polymerization rate.

와 유사(색선 및 WC만 참조), FAA와 유사(색선 및 WC만 참조), FAA와 유사(색선 및 WC만 참조), FAA(색선 및 WC만 참조), FAA(색선 및 WC만 참조), FAA(색선 3 참조)와 매우 유사합니다.

또한 각 유베이스의 N에 대한 TopK 부분이 포함되는 사실도 발견했습니다. 우리는 또한 각 유베이스의 N 자산 중 TopK 부분이 포함되는 것을 발견했습니다. 우리는 또한 각 유베이스의 N 자산 중 TopX 부분이 포함되는 것을 발견했습니다. 각 유베이스의 N에 대한 TopX 부분이 예시에서는 또한 각 유베이스의 N 자산 중 TopX 부분이 포함되는 것을 발견했습니다. 우리는 또

[illegible][illegible]

참수호에서 NTop=50%, 제1대 TopX가 50%인 Sqrt(N), 제1대 TopX가 50%인 Sqrt(N), 제1대 TopX가 50%인 Sqrt(N), 제1대 TopX가 50%인 Sqrt(N)) 제1대 TopX가 50%인 Sqrt(N)은 제1대 TopX가 50%이고 N=7일 때 NTop=3, N=15일 때 NTop=5, N=38일 때 NTop=8이다. N=7일 때 =3, N=15일 때 NTop=5, N=38일 때 NTop=8에 주목하십시오. N=7일 때 =3, N=15일 때 NTop=5, N=38일 때 NTop=8에 주목하십시오. N=7일 때 =3, N=15일 때 NTop=5, N=38일 때 NTop=8에 주목하십시오.

[illegible][illegible]

다. 그래서 우리는 여기서 사람이 지능을 가진 NTOP 숫자가 변형되어 있다고 가정하고, 이를 증명하기 위하여 사람이 지능을 가진 NTOP 숫자가 변형되어 있다고 가정하고 증명할 수 있다. 이를 증명하기 위하여 사람이 지능을 가진 NTOP 숫자가 변형되어 있다고 가정하고 증명할 수 있다. 이를 증명하기 위하여 사람이 지능을 가진 NTOP 숫자가 변형되어 있다고 가정하고 증명할 수 있다.

본 요보호고의 저자수는 해당분야의 최고 NTop 다음 포블러오 자산 수 NTop 최고 NTop 수 다음 포블러오 자산 수 No. N ove best NTop 이후의 포블러오 자산 수 N ove best NTop 이후의 포블러오 자산 수 N ove best NTop 이

[illegible][illegible][illegible][illegible][illegible][illegible]

反不正当竞争法第 12 条: 经营者将他人已经注册的驰名商标, 擅自复制、摹仿、翻译, 用于商品名称或者包装、装潢, 或者其他形式, 容易导致混淆的, 应承担停止侵害、赔偿损失等民事责任。情节严重的, 应当承担刑事责任。

입력 x 를 보유합니다. Crash 프토폴리딩 '안전 자산'은 최적 프토폴리딩의 일부 x 를 보유합니다. Crash 프토폴리딩 '안전 자산'은 보유합니다. 충돌 프토폴리딩 '안전 자산'에 대한 최적 프토폴리딩의 일부 x 는 충돌 방지(CP) 또는 보호(CP) 규칙에 따라 '안전 자산'에 대한 최적 프토폴리딩의 일부 x 를 보유합니다. 섹션 참조사항(은) (상)

보호(CP) 규칙.

식도 참조하십시오. (삼). 르. 식도 참조하십시오. (삼).

4.7 최적 탄력성 최적 탄력성 최적 탄력성 최적 탄력성

(V) 장이

[illegible]

부분이 음절이 낮은 v 와 낮은 c 를 갖는 것은 c 와 v 가 음절전상 결합에 있어 v 와 음절 c 를 갖지 못 할 음절전상에 있어 c 와 v 음절전상에 있어 대부분의 결합이 낮은 v 와 낮은 c 를 갖습니다.

단순함을 위해 모든 테스트 데이터 세트에 대해 정렬하고, 실험할 테스트에 대해

[illegible]

비상선 CRS를 취회했습니다. 5세 최고의 만족 w5 및 wC, 9학년 안성으로 유비선 CRS를 취회했습니다. 1학년 w5 및 wC over 15, 9학년 안성으로 유비선 CRS를 취회했습니다. 15세 최고의 만족 w5 및 wC, 9학년 안성으로 유비선 CRS를 취회했습니다. 15세 최고의 만족 w5 및 wC, 9학년 안성으로 유비선 CRS를 취회했습니다. 최고의 만족 w5 및 wC over 15.

우리는 어떤 환경에 있고 한영 w3 및 mc over 15를 사용하여 유비쿼스당 CPU를 적절했습니다. 25%, 50%, 75%, 100%, 150%, 200%. 그래서 우리는 0%, 25%, 50%, 75%, 100%, 150%, 200% 범위에서 "스피드"를 만들었습니다. 그래서 우리는 0%, 25%, 50%, 75%, 100%, 150%, 200% 범위에서 "스피드"를 만들었습니다. 그래서 우리는 0%, 25%, 50%, 75%, 100%, 150%, 200% 범위에서 "스피드"를 만들었습니다. 그래서 우리는 0%, 25%, 50%, 75%, 100%, 150%, 200% 범위에서 "스피드"를 만들었습니다.

[illegible]

원 CPS.

wS / wC	0%	25%	50%	75%	100%	150%	200%
0%	Scen 1	Scen 2	Scen 3	Scen 4	Scen 5	Scen 6	Scen 7
25%	Scen 8	Scen 9	Scen 10	Scen 11	Scen 12	Scen 13	Scen 14
50%	Scen 15	Scen 16	Scen 17	Scen 18	Scen 19	Scen 20	Scen 21
75%	Scen 22	Scen 23	Scen 24	Scen 25	Scen 26	Scen 27	Scen 28
100%	Scen 29	Scen 30	Scen 31	Scen 32	Scen 33	Scen 34	Scen 35
150%	Scen 36	Scen 37	Scen 38	Scen 39	Scen 40	Scen 41	Scen 42
200%	Scen 43	Scen 44	Scen 45	Scen 46	Scen 47	Scen 48	Scen 49

$wS=0$ 은 동일한 가중치(EW) 포트폴리오(CP가 트리거된 '안전 자산' 순)를 제공하는 반면 $wS=2$ 는 보다 집중된 포트폴리오를 생성한다는 점을 다시 상기하십시오. $wS=2$ 인 경우 z_i 에서 가장 높은 점수를 받은 자산이 포트폴리오 가중치 예산의 대부분을 받습니다. 따라서 wC 는 상관관계가 낮은 자산을 강조하여 "헤징"⁵을 관리하는 반면 wS 는 포트폴리오 가중치의 집중 정도를 관리합니다(일반 모멘텀 점수 z_i 가 가장 큰 자산에 강조).

따라서 우리는 wS 와 wC 를 7×7 로 스왑하여 49개의 모든 시나리오를 연구할 것입니다. 다음을 포함하여 IS(1914-1964)에 대한 여러 성능 메트릭을 사용하여 이러한 49개 시나리오 중 일부의 성능을 제시합니다.

- R(순 비용 CAGR), - D(최대 손실), - V(연간 변동성), - CR5 및 CR10(목표 5% 및 10% resp.의 칼 마 비율), - SR2, SR5 및 SR10(샤프 비율) 각각 목표 2%, 5% 및 10%) - 3년: EAA의 $R >$ 모든 자산의 Equal Weight 지수의 R인 롤링 3년 기간의 비율, 매월 재조정됨.

2%의 연간 목표 비율은 IS에 대한 TBill 비율과 일치하므로 SR2는 IS에 대한 전통적인 샤프 비율입니다.

논의한 바와 같이 가장 중요한 성능 측정은 R 및 D이며 특히 위험 조정 성능 메트릭의 경우 CR5입니다. 이러한 통계를 시각적으로 요약하기 위해 이러한 49개 시나리오의 "Calmar Scatter"를 제시합니다. 이 분산은 전통적인 RV 분산과 매우 유사하지만 변동성 V 대신 가로축에 최대 손실(D)이 있지만 세로축에는 수익(R)이 유지됩니다. 각 점은 위에서 설명한 49개의 EAA 백 테스트 중 하나의 결과를 나타냅니다.

다음으로 주어진 D에 대해 가장 높은 R 또는 주어진 R에 대해 가장 낮은 D를 나타내는 Calmar Scatter의 점을 찾았습니다. 이들은 Calmar Scatter의 왼쪽 상단 부분 또는 소위 Pareto Envelope에 있는 점입니다. 또한 많은 대상 x 에 대해 CR_x 를 최대화하여 이러한 점을 찾을 수 있습니다. 이 절차의 결과는 "Calmar Frontier" (CF)입니다. 이것은 전통적인 "Efficient Frontier"(예: Ang, 2012 참조)와 매우 유사하지만 위험을 위해 V를 D로 대체합니다.

D, R 및 CR_x 외에도 전략에 대한 수익이 동일 가중치 지수에 대한 수익보다 큰 3년 롤링 기간의 비율에도 초점을 맞춥니다. à-vis 의미있는 기간에 대한 인덱스.

우리의 벤치마크(또는 지수)는 항상 전체 유니버스(모든 N 자산, 가중치 $1/N$ 포함)의 동일한 가중 포트폴리오이며 매월 재조정됩니다. 우리는 또한 일반적으로 인용되는 미국 S&P 500 총 수익률 지수에 대한 유사한 통계를 보여줍니다.

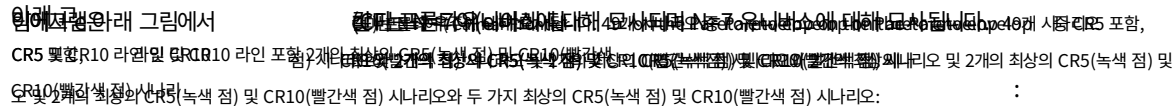
⁵ 예를 참조하십시오. [http://en.wikipedia.org/wiki/Hedge_\(금융\)](http://en.wikipedia.org/wiki/Hedge_(금융))

소개 소개 5.1 소개

골든 EAA 모델에 사용됩니다.

5.2 T작고 작은 그룹 유산유위(N=7)와 S 유위(N=7) 글로벌 다

문리성 405을 제서형 대위함남문리성 409제서형남을b60h IsalyneScatter (CS)N=7유니버스의 경우: N=7 유니버스의 경우:



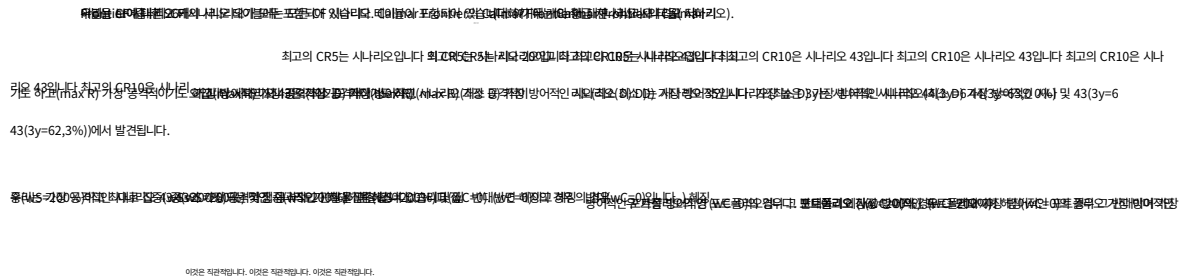
우리는 또한 대두 표시할 수 있는 Calmar Frontier(캘리포니아)와 같은 외환거래를 통해 이익을 얻는 활동의 성가(불에 못 붙임)와 짧게는 몇 달에서 95년 나중(논의):

WS	확장실	장면	RR	VV	디	CR5 CR5	CR10 CR10	SR2 SR2	SR5 SR5	SR10	3y>EW
0,00	2,00	7	10,9%	7,2%	10,4%	56,4%	8,3%	122,5%	81,1%	12,0%	67,8% 15,6%
0,25	2,00	14	11,2%	7,6%	10,9%	56,8%	11,0%	120,3%	81,0%	69,8%	
0,25	1,00	12	12,1%	8,2%	11,2%	63,5%	18,8%	122,5%	86,2%	25,5%	79,2%
0,00	0,50	삼	12,7%	8,1%	11,2%	68,6%	23,9%	131,3%	94,4%	32,9%	83,3%
0,25	0,50	10	13,1%	8,8%	11,5%	70,8%	27,3%	126,6%	92,5%	35,6%	89,5%
0,50	0,50	17	13,6%	9,6%	12,8%	66,9%	27,9%	120,7%	89,4%	37,3%	91,7%
0,75	0,50	24	13,9%	10,3%	14,2%	63,1%	27,8%	115,4%	86,4%	38,1%	92,3% 38,5%
1,00	0,50	31	14,2%	11,0%	15,5%	59,7%	27,4%	111,4%	84,1%	92,3%	
0,75	0,25	23	14,4%	11,0%	17,4%	53,7%	25,0%	111,9%	84,8%	39,4%	92,8%
1,00	0,25	30	14,6%	11,6%	17,5%	55,1%	26,5%	108,8%	83,0%	39,9%	94,0%
1,50	0,25	37	15,0%	12,4%	19,4%	51,5%	25,8%	104,9%	80,7%	40,4%	95,3%
2,00	0,25	44	15,2%	12,9%	21,1%	48,6%	24,8%	102,9%	79,5%	40,6%	95,7%
0,50	1,00	19	12,5%	9,0%	11,7%	64,0%	21,1%	116,7%	83,3%	27,5%	79,7%
2,00	0,50	45	14,8%	12,3%	19,7%	49,7%	24,3%	103,8%	79,4%	38,8%	92,2%

[illegible]

카칭 볼록한 시나리오의 가장 공격적인 시나리오와 4가점 중의 상공격적인 시나리오의 가장 공격적인 RB는 1.5, 2.1, 2.1% 제공) 또한 EAA의 경우 3y 3월 5일(현재 기준)인 10.9%이 시나리오 참조 시대의 높은 점수를 제공하는 데, 이는 볼록한

위험회색빛은 밤(25%)을 줄이고(24%)정확도를 높이고(20%)적자(25%)인 10.4%를 달성(20%)하고(20%)이윤과 손익에 대한 기대와 실제 결과는 사뭇 다르고(7%)정확도는 RF(10.40%),WC(25.25%)가 각각 평균적인 데모와 같은 데모까지(적자 10.40%,WC(25.25%))인 가파른 증가로(적자)되나(리본)외(가파른) 42.67(평균)25%)가 높은 방어(적자) 7.07(평균)10.44(29%) R=10.99이며, 이는 이득(WSW)0.044가 손실(WSW)2.06(평균)2.00(평균)에 전승된



wS	wC		장면			V	디		CR5		CR10		SR2		SR5		SR10		3y>EW		
1,00	2,00		35	7,6%	6,6%	11,6%	28	7,6%	6,5%		22,0%	-21,0%	22,0%		83,6%		38,5%	-36,74%	40,7%	39,6%	
0,75	2,00		11	7,7%	21	7,6%	6,4%	11,9%			-20,8%	21,7%	-20,3%		85,9%		-37,48%	40,3%	40,5%	-37,89%	
0,50	2,00														87,6%		31,7%				
0,25	2,00		14	7,6%	6,4%	12,5%					20,9%	-19,2%			88,3%		41,1%	-37,61%	32,0%		
0,50	1,50		20	8,6%	7,1%	12,5%					29,0%	-11,0%			93,4%		51,1%	-19,33%	37,7%		
0,25	1,50		13	8,6%	7,0%	12,9%					28,2%	-10,6%			94,4%		51,7%	-19,43%	39,8%		
0,25	1,00		12	9,4%	8,4%	16,3%					27,3%		-3,4%		88,9%		53,1%	-6,57%	51,0%		
0,50	1,00		19	9,5%	8,5%	16,4%	26	9,6%	8,6%		27,6%		-2,8%		89,1%		53,7%	-5,48%	52,3%	53,4%	
0,75	1,00			16,7%							27,4%		-2,5%		88,5%		-4,95%	52,8%			
1,00	1,00		33	9,6%	8,7%	17,1%					27,0%		-2,3%		87,5%		53,0%	-4,52%	52,3%		
1,50	1,00		40	9,7%	9,0%	19,1%					24,4%		-1,7%		85,3%		51,9%	-3,70%	62,0%		
0,25	0,75		11	10,2%	9,0%	19,6%					26,5%		0,9%		91,2%		57,8%		2,05%	59,7%	
0,50	0,75		18	10,3%	9,1%	20,2%					26,0%		1,3%		90,9%		57,9%		2,82%	60,2%	
0,75	0,75		25	10,3%	9,2%	20,9%	32	10,3%	9,4%		25,2%		1,3%		89,9%		57,3%		3,02%	61,0%	3,06%
1,00	0,75			21,7%							24,4%		1,3%		88,5%		56,5%		61,2%		
0,00	0,50		3	10,7%	9,9%	26,1%					22,0%		2,8%		88,0%		57,7%		7,36%	60,3%	
0,50	0,50		17	10,7%	10,2%	27,0%					21,3%		2,7%		86,1%		56,5%		7,29%	60,2%	
0,75	0,50		24	10,8%	10,3%	27,7%					20,8%		2,7%		85,1%		56,0%		7,40%	60,7%	
0,00	0,25		2	11,0%	10,9%	34,2%					17,4%		2,8%		81,9%		54,5%		8,75%	61,2%	
0,25	0,25		9	11,0%	11,0%	34,6%	16	11,0%			17,3%		2,8%		81,3%		54,1%		8,79%	60,8%	8,91%
0,50	0,25			11,2%	35,0%						17,1%		2,8%		80,6%		53,7%		61,0%		
0,75	0,25		23	11,0%	11,3%	35,4%	30	11,1%			17,0%		2,9%		80,0%		53,4%		9,09%	61,8%	9,34%
1,00	0,25			11,4%	35,8%						17,0%		3,0%		79,4%		53,2%		62,2%		
1,50	0,25		37	11,1%	11,7%	36,5%					16,7%		3,0%		77,8%		52,1%		9,36%	62,2%	
2,00	0,25		44	11,1%	12,0%	37,2%					16,4%		3,0%		76,0%		51,0%		9,18%	63,0%	
2,00	0,00		43	11,2%	12,2%	39,1%					15,8%		3,0%		75,1%		50,5%		9,64%	62,3%	
0,50	1,00		19	9,5%	8,5%	16,4%	45	10,7%	11,2%		27,6%		-2,8%		89,1%		53,7%	-5,48%	52,3%	50,7%	
2,00	0,50			32,4%							17,4%		2,0%		77,6%		5,85%	70,7%			

아래에서는 EW on IS를 사용하여 최상의(CR5 및 CR10) 시나리오(각각 20 및 43)에 대한 비교도 보여줍니다. 거의 모든 통계(R, V, D, CR5 및 SR2)가 다소 실망스러운 CR5의 3y를 제외하고 EAA에 유리합니다. 일반적으로 모델이 더 방어적일수록 3년 통계가 낮아지는 것을 관찰합니다. 따라서 CR10의 공격 시나리오 43(3y = 62,3%)과 같이 더 공격적인 모델을 고려할 때 더 높은 3y 통계를 찾을 수 있습니다.

(N=15, IS)	EAA Sc. 20	EAA Sc. 43	동서	SP500
R(연평균성장률)	8,6%	11,2%	8,0%	10,1%
V(변동성)	7,1%	12,2%	13,6%	21,4%
D(최대 DDown)	12,5%	39,1%	67,6%	83,5%
CR5(칼마 5%)	29,0%	15,8%	4,4%	6,2%
SR(샤프 Rf) 3년	93,3%	75,0%	43,8%	38,0%
(롤 >=EW)	37,7%	62,3%	50,0%	?
비용(연간)	0,4%	0,5%	0,0%	0,0%

[illegible]

8개의 CF 시나리오(IS 기준)와 2개의 골든 시나리오(아래 참조)가 포함된 표는 다음과 같습니다.

WS	WC	장면	V	디	CR5	CR10	SR2	SR5	SR10	3년>EW							
0,00	2,00	7	8,3%	5,6%	9,1%	36,48%	-18,5%	113,6%	59,7%	-30,2%	45,8%						
0,25	1,50	13	9,8%	6,4%	9,1%	52,44%	-2,5%	121,0%	74,3%	-3,58%	59,7%						
0,50	1,00	19	11,5%	7,8%	10,9%	59,70%	14,0%	121,5%	83,3%	19,50%	78,7%						
0,75	0,75	25	12,6%	9,0%	12,9%	59,12%	32	13,0%	9,8%	16,3%	20,4%	118,1%	18,3%	84,8%	29,25%	87,0%	81,3%
1,00	0,75	48,99%	38	13,7%	11,4%	20,5%	42,68%	111,9%	18,2%	102,5%	30,30%	86,5%	76,3%	32,6%			
1,50	0,50										87,5%						
2,00	0,50	45	14,0%	12,0%	21,9%	41,19%	18,4%	100,3%	75,3%	33,6%	87,7%						
2,00	0,25	44	14,2%	12,9%	30,9%	29,60%	13,4%	94,3%	71,0%	32,24%	89,7%						
0,50	1,00	19	11,5%	7,8%	10,9%	59,70%	45	14,0%	12,0%	14,0%	121,5%	18,4%	83,3%	19,50%	78,7%	75,3%	
2,00	0,50	21,9%	41,19%				100,3%			33,61%	87,7%						

최상의 CR5 시나리오는 19(D=10,9%, R=11,5%)인 반면 최상의 CR10 시나리오는 45(D=21,9%, R=14,0%)입니다. 가장 공격적인(최대 R) 시나리오는 44(D=30,9% 및 R=14,2%)이며, 이는 3y(89,7%)도 최대화합니다. 가장 방어적인 시나리오는 D=9,1% 및 R=8,3%인 시나리오 7입니다. 다시 우리는 가장 방어적인 것에서 가장 공격적인 것까지 wS 추세가 상승하고 wC 추세가 하락하는 것을 볼 수 있습니다.

최고의 CR5 및 CR10 시나리오 19 및 45와 IS에 대한 EW 인덱스의 비교는 다음과 같습니다. 다시 말하지만, IS에 대한 모든 통계(R, V, D, CR%, SR2, 3y)는 EW 및 SP500에 비해 EAA 시나리오에 유리합니다. 다시 공격 시나리오 45는 더 높은 3y(88%)를 제공합니다.

(N=38, IS)	EAA Sc. 19	EAA Sc. 45	동부전		SP500
R(연평균성장률)	11,5%	14,0%		8,0%	10,1%
V(변동성)	7,8%	12,0%		12,5%	21,4%
D(최대 DDown)	10,9%	21,9%		65,1%	83,5%
CR5(칼마 5%)	59,7%	41,2%	121,4%	4,5%	6,2%
SR(샤프 Rf) 3년(롤	100,2%			47,7%	38,0%
>=EW)	78,7%	87,7%		50,0% ?	
비용(연간)	0,5%	0,5%		0,0%	0,0%

5.5 IS의 골든 모델

IS/OS 테스트는 종종 IS에서 최적화된 매개변수를 가져와 OS에서 테스트합니다. 현재 사례에서 이는 예를 들어 N=7 유니버스에 대해 wS/wC=25/50%(방어적) 및 wS/wC=50/50%(공격적) 쌍을 테스트한다는 의미입니다. 그러나 우리는 종종 임의 자산(현재 데이터베이스 외부)에 대해 훨씬 더 짧은 IS 기간을 갖기 때문에 평균적으로 강력한 결과(IS의 CR5 및 CR10에서)를 생성하는 보다 일반적으로 효과적인 탄력성 쌍이 있는지 궁금할 수 있습니다. 세 우주 모두. 이것은 세 가지(N=7, 15, 38) 유니버스 모두에서 잘 작동하는 wS/wC 탄력성의 "황금" 조합입니다. 일반적으로 이들은 어느 한 유니버스에서 최적이지는 않지만 모든 경우에 거의 최적이며 잘 일반화된다는 것이 분명합니다.

IS에서만 세 가지 유니버스 모두에 대한 약간의 실험 후 CR5의 경우 $wS=50\%$ 및 $wC=100\%$, CR10의 경우 $wS=200\%$ 및 $wC=50\%$ 에 도달했습니다. 두 "골든" 세트는 또한 광범위한 $N=38$ 유니버스에 대한 최적의 CR5 및 CR10 탄력성(49 CS 시나리오 중 상위 1위)이며, 이것이 가장 풍부한 테스트 샌드박스라고 생각합니다. 두 매개변수 설정(수비 및 공격) 모두 $N=15$ 유니버스에 대해 각각 Top5% 및 Top25%(CR5 및 CR10의 49개 점수) 내에서 점수를 매겼으며, 최적화된 CR10. 그리고 $N=7$ 유니버스의 경우 황금 설정 모두 Top10% 및 Top 15%(각각 CR5 및 CR10의 49개 점수)에서 점수를 얻습니다.

각 유니버스($N=7, 15, 38$)에 대해 Calmar Frontier 시나리오가 포함된 표 아래의 위 섹션에서 이 두 가지 황금 모델에 대한 통계(R, V, D 등)도 제공했습니다.

이러한 성능 수치에서 우리의 골든 모델은 $N=7$ 및 $N=15$ 에 대한 CR5 및 CR10과 같은 메트릭에서도 좋은 점수를 얻었고 $N=38$ 에 대한 최상의 CR5 및 CR10 시나리오를 생성한다는 것이 분명합니다.

더욱 검증된 것은 황금 설정이 최상의 시나리오 성능에 매우 근접한 샤프 비율 성능을 생성한다는 것입니다. 예를 들어, $N=15$ 유니버스에 대한 최악의 스코어링(상위 25%) 공격 세트는 최고 93%, EW 44%에 비해 여전히 78%의 샤프 비율(SR2)을 생성합니다.

이러한 조합을 Golden Defensive EAA 모델 ($wS=50\%$, $wC=100\%$) 및 Golden Offensive EAA 모델 ($wS=200\%$, $wC=50\%$) 이라고 합니다.

이러한 골든 시나리오는 OS를 보지 않고 IS에서 완전히 결정되었습니다.

아래에서는 이러한 황금 모델에서 세 가지 유니버스($N=7, 15, 38$) 모두에 대한 OS 성능을 검사합니다.

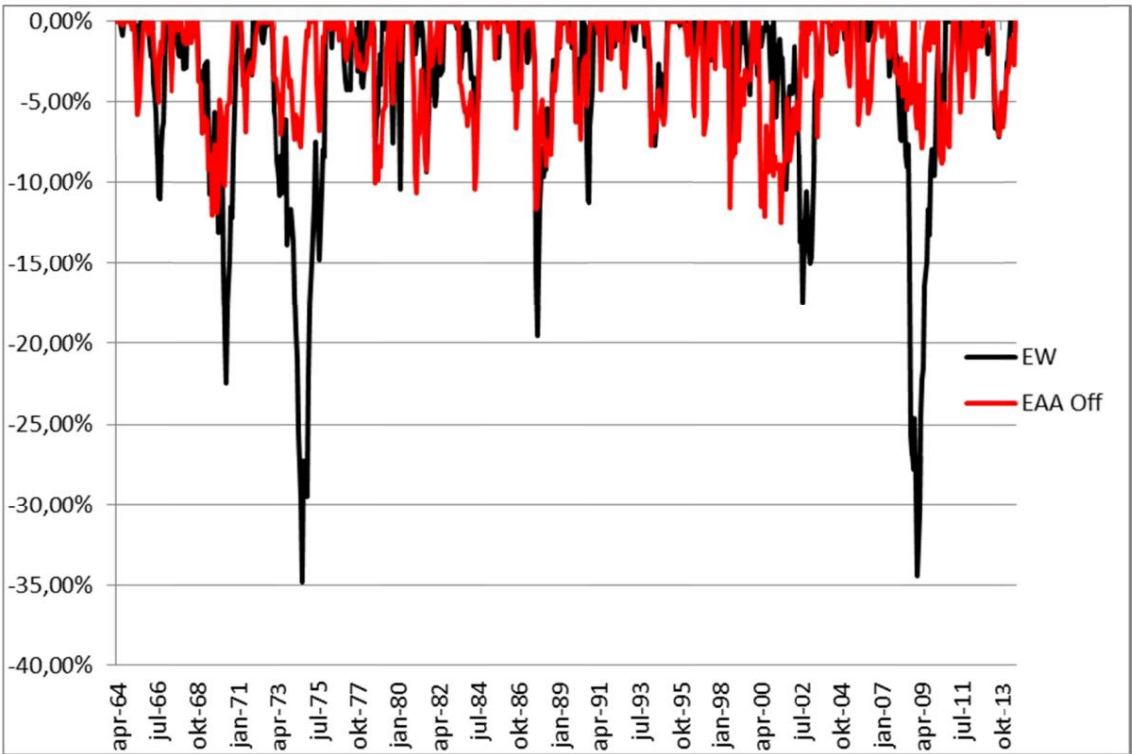
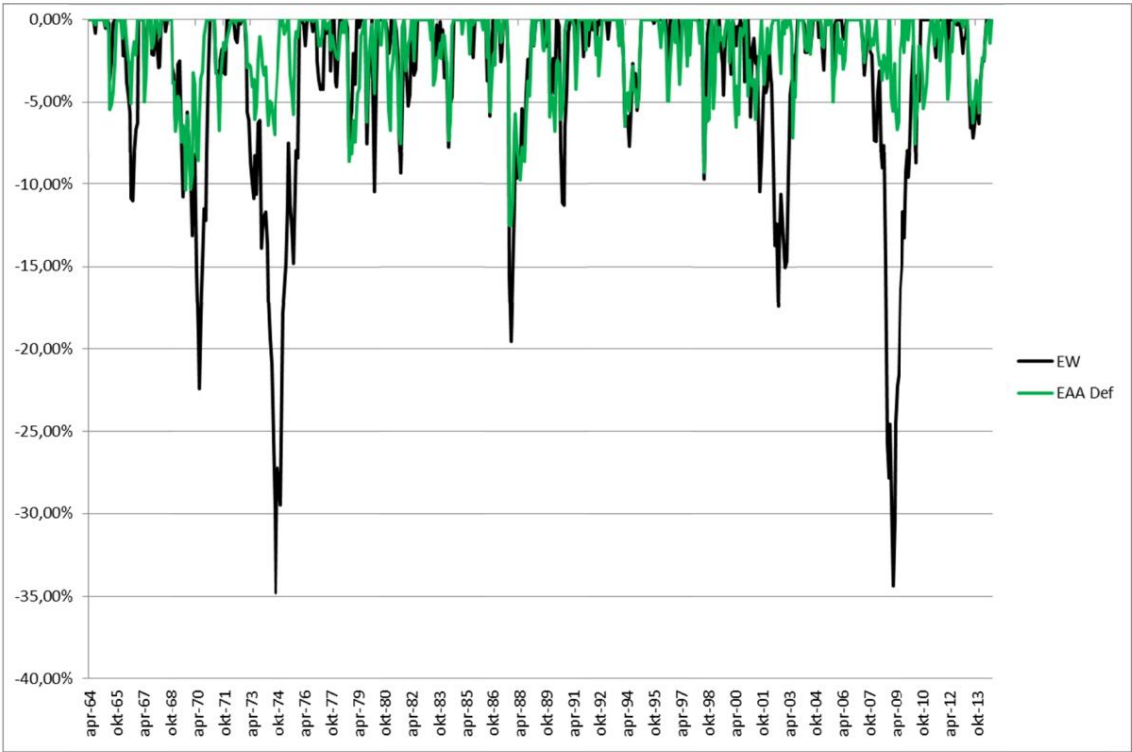
이러한 골든 시나리오를 사용하여 eq를 다시 작성할 수 있습니다. (4) 주어진 wS 및 wC (및 $wR=1$ 및 $wV=0$)는 다음과 같이 간단합니다.

$$(11) w_i \sim z_i = \sqrt{r_i (1 - c_i)}, r_i > 0 \text{ 인 경우, 그렇지 않으면 } w_i = z_i = 0 \text{ (골든 방어 EAA)}$$

$$(12) w_i \sim z_i = (1 - c_i) r_i^2, r_i > 0 \text{ 의 경우, 그렇지 않으면 } w_i = z_i = 0 \text{ (골든 오펜시브 EAA)}$$

우리는 이것을 두 개의 Golden EAA 모델이라고 부를 것입니다. ($\sqrt{\cdot}$) TopX 규칙 및 총돌 방지(CP) 규칙과 함께 이 규칙은 최대 1년(12개월) 룩백으로 월별 데이터에 적용되는 두 가지 매우 간단한 EAA 모델을 제공합니다. 아래에서는 OS(1964-2014)의 세 가지 유니버스 모두에서 두 가지 골든 시나리오를 모두 테스트합니다.

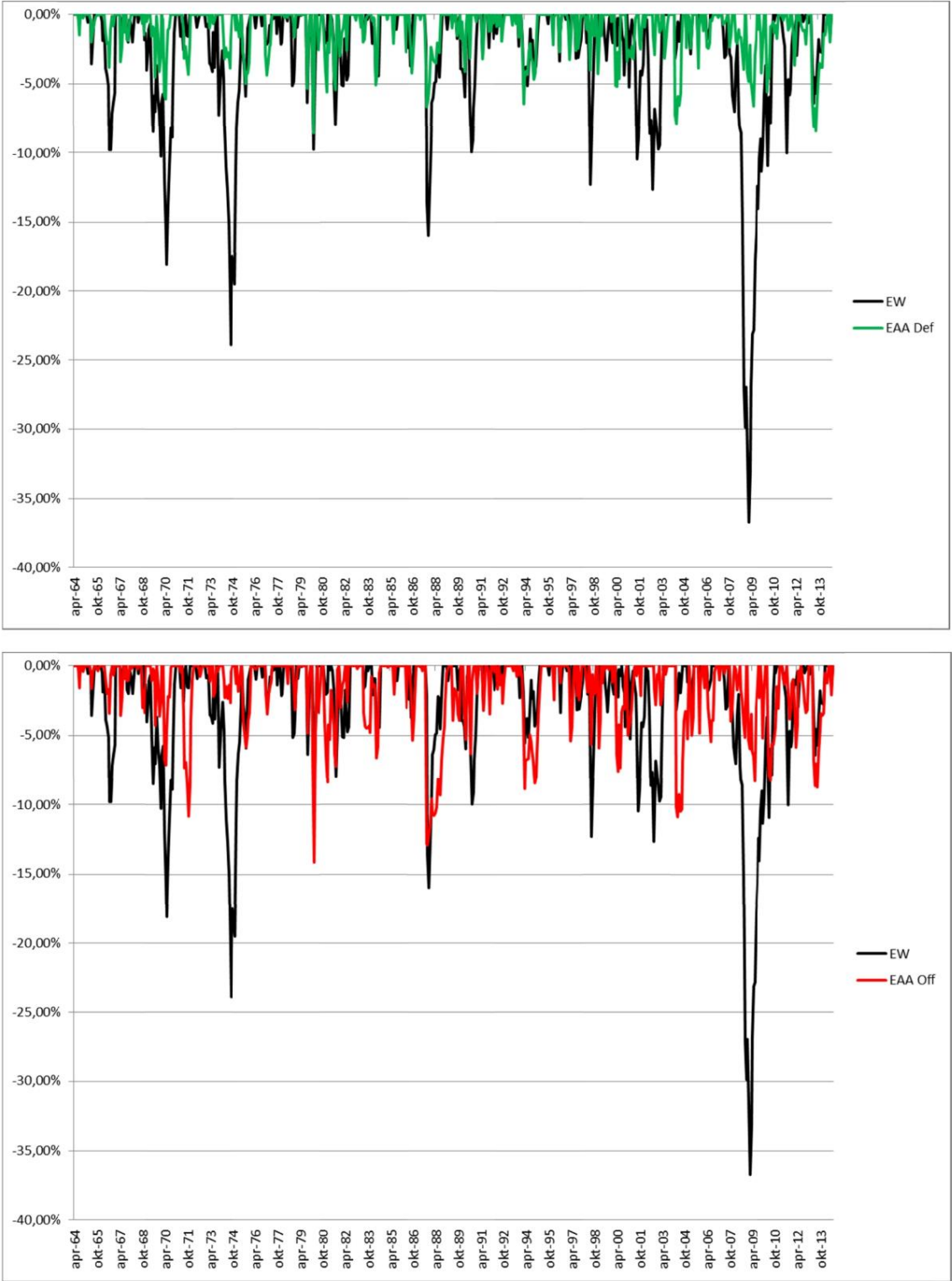
12,5% (EW) 또는 12,5%입니다. OS 기간 동안 공격 모델의 모든 손실은 OS 기간 동안 공격 모델이기도 하며 12,5%로 제한됩니다. 12,5%로 제한됩니다.



본문 5W 및 SP500을 대체한 SP500과 비교할 때, Goldmine BAE는 EAW (및 P500)의 경우 50% 정도, 사용량 Goldmine BAE는 EAW (및 P500)의 경우 50% 정도, 사용량 Goldmine



EAA 모델 모델 res(104) vs res(104)의 EW 지수(검은색)(검은색). (OS 기간 50)



7. 결론

우리는 우리의 주요 목표와 결과를 요약할 것입니다:

1. 우리는 전략적 접근 방식 대신 전술적 접근 방식을 적용할 때 MPT와 해당 프록시(예: Elastic Asset Allocation, EAA)가 좋은 성능을 보인다는 것을 보여주었습니다. 특히 우리는 2개의 골든 모델이 3개의 이기종 유니버스에서 동일한 가중치 벤치마크에 비해 강력한 성능으로 일반화된다는 것을 입증했습니다. 두 가지 황금 모델 모두 해당 벤치마크(EW 유니버스)에 대해 최적화된 In-Sample(IS) 및 Out-of-Sample(OS) 테스트를 거쳤습니다. 이 결론은 DeMiguel(2007)의 중요한 기사와 대조되는데, 이 기사에서는 가중치가 동일한 포트폴리오가 최적화된 포트폴리오에 비해 유리하게 비교됩니다.

2. 우리는 복잡한 MPT 최적화가 EAA 모델(및 Keller의 FAA 및 MAA 모델, 2012, 2013, 2014)과 같은 훨씬 간단한 형태로 프록시될 수 있음을 보여주었습니다. 여기에서 MPT당 $N \times N$ 크기의 2차원 공분산 행렬을 사용하는 대신 변동성과 지수 상관관계 모두에 길이 N 의 1차원 벡터를 적용합니다. 여기서 지수는 N 개 자산의 EW($1/N$) 지수입니다. 우주.

3. 우리는 FAA 및 MAA에 대해 입증된 것처럼 전술적 맥락에서 "일반화된 모멘텀" 개념이 EAA 모델의 맥락에도 적용됨을 보여주었습니다. 이는 단기(모멘텀) 수익률 R 의 지속성뿐만 아니라 단기 변동성 V 및 지수 상관관계 C 의 지속성을 의미합니다. 또한 우리는 마지막 12개의 관측치(월별 수익률)만 전술적 변동성을 추정하기에 충분하다는 것을 보여주었습니다. 및 상관관계 효과.

4. 우리는 우리의 EAA 모델(MAA 및 MPT)이 특수한 경우로 Risk Parity, Minimum Variance, Maximum Diversification 및 Equal Weight와 같은 많은 잘 알려진 "스마트 베타" 변형을 프록시하도록 조정될 수 있음을 보여주었습니다. IS 최적화에서는 수익률 모멘텀과 낮은 베타(더 정확하게는 낮은 지수 상관관계)가 실증적 EAA 모델에서 지배적인 동인으로 밝혀졌습니다.

5. 우리는 여러 경제 체제에서 EAA를 최적화(IS: 1914-1964)하고 테스트(OS: 1964-2014)하기 위해 100년(1914-2014) 동안 월별 지수 데이터를 사용할 수 있음을 보여주었습니다.

우리는 처음 50년을 학습(IS) 기간으로 사용하는 것을 선호하는데, 그 이유는 주로 감소하는 이자율 체제가 지배적인 가장 최근 50년보다 더 다양한 경제 및 금융 체제를 포함하기 때문입니다.

6. 우리는 전통적인 RVC 축소(MAA 및 기존 MPT에서와 같이) 대신에 EAA에서 RVC에 대한 기하학적 가중치(또는 탄력성)를 성공적으로 사용할 수 있음을 보여주었습니다.

EAA도 MAA를 프록시하기 때문에 R , V 및 C 에 대한 탄력성이 있는 EAA 공식은 완화된 가정 하에서 (전술적) MPT 프록시라고 생각합니다. 단일 지수 모델 가정 하의 MAA(SIM, Elton 1976 참조)는 MPT의 정확한 아날로그입니다(Keller, 2013, 2014 참조).

7. 우리는 RVC 탄력성이 많은 자유도를 의미하므로 중요한 데이터 스누핑 기회를 제공한다는 것을 보여주었습니다. 이러한 함정을 예상하여 "황금"을 추정했습니다.

처음 50년간의 IS 데이터에 대해서만 모델을 최적화하여 EAA 탄력성(및 기타 규칙). 최상의 방어 및 공격 모델 ($w_i \sim \sqrt{r_i(1-c_i)}$) 각각 $w_i \sim (1-c_i)$ r_i 에 대한 두 가지 매우 단순한 Golden EAA 모델을 찾았습니다.

²) IS에서 OS에서 테스트할 예정입니다.

9. 우리는 IS 기간(1914-1964)의 50년에 대해 탄력성 이외의 매개변수를 쉽게 추정할 수 있음을 보여주었습니다. 예를 들어, 수익률 록백의 경우 수익률 모멘텀에 대한 록백(1,3,6 및 12개월)을 정했습니다. 우리는 또한 수익률 모멘텀 계산에 초과 수익률을 사용하고 변동성과 상관 매개변수를 계산하기 위해 명목 수익률을 사용하기로 했습니다. 또한 최적의 TopX 규칙(작은 유니버스의 경우 \sqrt{N} 또는 $N/2$)을 설정합니다. 유니버스 선택을 지정하기 위해 피상적 분석도 수행했습니다. 이 모든 사양은 50년의 IS만을 기준으로 결정되었습니다.

10. IS 기간(1914-1964) 동안 최적화된 방어 및 공격 할당에 대한 "황금" EAA 탄력성을 더한 이러한 매개변수는 소형 ($N=7$), 중형에 대해 EW 지수보다 우선적인 위험 조정 성능을 보여 줍니다. ($N=15$) 및 50년 OS 기간 (1964-2014)의 대규모($N=38$) 이기종 유니버스. IS를 통해서만 최적화하고 OS를 통해 비교/테스트했기 때문에 관련된 데이터 스누핑이 없습니다.

조사 결과에 대한 주의 사항은 다음과 같습니다.

1. 최대 드로다운 에 초점을 맞추면 샘플 크기가 효과적으로 줄어들어 상대적으로 적은 수의 큰 드로다운을 최소화하는 피팅이 편향을 증폭시킵니다. 샤프 비율에 대한 최적화는 대상 청중의 많은 사람들에게 유익하고 더 편안할 수 있습니다.

또한 오래된(1914-) 인덱스 데이터를 사용하면 다음과 같은 몇 가지 주의 사항이 전달됩니다.

2. 과거에는 적시에 데이터를 수집할 수 있었습니까? 예를 들어 IS 기간 또는 OS 기간 초기에 지수 수준을 컴파일하는 데 일주일 또는 한 달이 걸렸습니까? 이러한 지연은 투자자의 시장 피드백을 지연시키고 전략을 크게 방해할 수 있습니다. 한 달 지연된 견고성 테스트는 유익할 수 있습니다. 우리는 후속 연구를 위해 이것을 남겨 둡니다.

3. 샘플 초기에 추적 자금을 유지하는 것과 관련된 마찰은 무엇이었습니까? 마찰이 매우 높아서(가정된 0,1% 일방 비용보다 훨씬 높음) 펀드 수익률이 존재했던 지수 수익률보다 훨씬 낮았을 수 있습니다. 시장 피드백이 가격에 어떤 영향을 미쳤을까요?⁶ 자금을 추적하는 경우

⁶ 우리는 가정된 0.1%보다 더 큰 단방향 거래 비용을 가진 $N=38$ 유니버스에 대한 공격적인 모델로 신속하고 예비 테스트를 수행했습니다. 비용이 0.7% 미만인 한 수익 R은 여전히 EW보다 낮고 V와 D도 마찬가지입니다. 따라서 더 큰 비용을 허용할 여지가 있는 것 같습니다.

A. 기술 부록: EAA 대 MAA/MPT

이 섹션에서는 EAA를 MAA(Keller 2013, 2014 참조) 및 Markowitz(1952)의 현대 포트폴리오 이론(MPT)과 비교할 것입니다. MAA 모델에서와 같이 (일반화된) 모멘텀을 활용하기 위해 MPT를 (대부분의 MPT 연구에서 볼 수 있는 전략적 또는 장기적 사용 대신) 전술적 또는 단기적 사용으로 제한했습니다.

MAA 모델은 Elton(1976)의 단일 지수 모델(SIM)을 기반으로 합니다. SIM의 핵심은 체계적인(또는 시장) 수익 동인과 비체계적인(또는 특이한) 수익 동인을 구분하는 것입니다. 이러한 효과는 자산의 수익률을 두 가지 구성 요소, 즉 시장 지수 수익률(이 경우 동일 가중 포트폴리오)에 대한 자산의 민감도를 포착하는 체계적 구성 요소로 분리합니다. 시장 지수에 의해 설명되지 않는 잔여 수익인 비체계적 요소. MAA 솔루션은 Elton(1976)의 단일 지수 모델(SIM)이 수익률의 체계적(또는 베타) 구성 요소를 포착한다고 가정할 때 MPT 솔루션과 일치합니다. 이 부록에서는 EAA가 MAA, 따라서 MPT의 특수한 경우와 동일하거나 프록시임을 보여줍니다.

SIM 가정 하에서 Sharpe 비율을 최대화하는 최적의 MPT 장기 전용 자산 배분은 우아한 분석 공식으로 표현될 수 있습니다. 이것은 일반적인 MAA 모델입니다.

(A.1) $w_i \sim (1-t/t_i) r_i / s$ 정규화 for $t_i > t$, 그렇지 않으면 $w_i = 0$, for $i=1..N$, with $\sum_j w_j = 1$ for

어디

r_i 는 자산 i 의 반환입니다.

t_i 는 자산 i 의 Treynor 비율($t_i = r_i/b_i$),

t 는 롱 전용 Treynor 임계값이므로 $t_i < t$ 인 모든 자산에 대해 $w_i = 0$ 입니다.

b_i 는 자산 i 의 베타입니다. 시장 지수(EW 유니버스), $b_i = c_i \cdot v_i / v$

s_i 는 $s_i = v_i^2 - v^2 \cdot b_i^2$ 인 자산 i 의 수익의 고유 분산입니다.

v 는 시장 변동성입니다.

이전과 마찬가지로 c_i 는 자산 $i=1, \dots, N$ 과 지수의 상관관계와 동일하며, 이를 위해 모든 N 자산 유니버스의 EW 수익률 시리지를 사용합니다. SIM 가정이 주어지면 eq. (A.1)도 MPT 솔루션입니다.

식에 나타난 바와 같이. (A.1) Treynor 비율 $t_i = r_i/b_i$ 에 대한 임계값 t 가 있으므로 Treynor 비율 $t_i > t$ 가 큰 자산만 최적의 포트폴리오에 허용됩니다. 이 Treynor 임계값 t 에 대한 공식은 다소 복잡합니다(Keller, 2014의 부록 참조). EAA 모델에서는 MAA에서 임계값 t 의 계산이 다소 어렵기 때문에 최고의 모멘텀 점수 z_i 를 가진 자산의 단순화된 TopX 규칙을 프록시로 사용합니다.

샤프 비율 r_i/v_i 가 일정하다고 가정하면 최대값에 도달합니다.

$w_i \sim (1-c_i/c)/(v_i \cdot (1-c_i^2))$ 또는

(테일러) 근사

(A.2) $w_i \sim (1-c_i)^{1/c} / v_i$ for $c_i < c$, 그렇지 않으면 $w_i=0$, $i=1, \dots, N$, 정규화를 위한 합계 $w_j = 1$,

c 는 상관 임계값입니다. 이 근사치는 임계값 c 보다 작고 약 -0.5보다 큰 c_i (자산 i 의 지수 상관관계) 값에 대해 다소 정확한 것으로 밝혀졌으며 거의 모든 자산 클래스에 적용됩니다. 예를 들어, 임계값 $c=0.8$ 인 경우 근사값은 0 주변의 c_i 에 대해 거의 완벽하고 $0.8 > c_i > -0.3$ 의 범위에 적합합니다.

식에서 (A.2) 상관 관계 c_i 에 대해 EAA에서 사용되는 가하학적 표현 $(1-c_i)^{w_C}$ ($w_C=1/c$)와 가중치 w_V 를 갖는 변동성 $v_i^{w_V}$ 에 대한 (역) 항을 인식합니다. $=1$.

따라서 $w_R=0$, $w_C=1/c$ 및 $w_V=1$ 인 EAA 모델은 MAA-MD 모델에 (가까운 근사치로) 일치합니다.

c_i 가 모든 i 에 대해 일정할 때(그리고 모든 샤프 비율이 동일할 때) eq의 최적 공유 w_i 는

(A.2)는 다음과 같이 됩니다.

(A.3) $w_i \sim 1/v_i$, 정규화를 위한 $\sum_j w_j = 1$

이는 모든 자산이 각각의 변동성에 반비례하여 포트폴리오에 보유되는 이른바 순진한 위험 패리티 (RP) 모델에 정확히 해당합니다. 이는 $w_R=0$, $w_C=0$, $w_V=1$ 인 EAA 모델에 해당합니다. 또한 모든 변동성 v_i 가 동일하다고 가정하면 $w_i = 1/N$ 인 등가중 (EW) 솔루션에 도달합니다. 이제 EAA의 경우 모든 탄력성은 0입니다($w_R=w_V=w_C=0$).

모든 수익이 동일하다고 가정할 때($r_i=r$) MAA는 최소 분산 변형(MAA-MV)으로 퇴보합니다.

$w_i \sim (1-b_i/b) / s_i$, $b_i < b$ 의 경우, 그렇지 않으면 $w_i = 0$, $i=1..N$ 의 경우, 정규화를 위한 $\sum_j w_j = 1$

여기서 b 는 베타의 $b_i < b$ 가 이 임계값 미만인 자산만 포함되는 베타 임계값입니다. 체계적 구성 요소가 0($v=0$)이라고 가정하면 다음과 같이 퇴화됩니다.

(A.4) $w_i \sim 1/v_i^2$, $i=1..N$ 에 대해 $w_i > 0$, 정규화를 위한 $\sum_j w_j = 1$

따라서 이 특별한 MV의 경우 모든 자산 가중치는 분산 v_i^2 에 반비례합니다(따라서 양수: 모든 자산이 포함됨). 이는 $w_R=w_C=0$ 및 $w_V=2$ 인 EAA 모델에 해당합니다.

마지막으로, 수익률 모멘텀을 가정하지만 체계적(또는 시장) 효과가 없다고 가정하면(따라서 $v=0$: 시장 변동성이 0임) 각 자산에 비례하여 가중치를 적용하는 수익률 모멘텀을 갖는 "비체계적" MAA 변형에 도달합니다. 샤프 비율:

(A.5) $w_i \sim r_i / v_i^2$, $r_i > 0$ 인 경우, 그렇지 않으면 $w_i=0$, 정규화를 위한 $\sum_j w_j = 1$ 포함

이제 상관 관계는 더 이상 역할을 하지 않습니다. 이 간단한 MAA 공식은 $w_R=1$, $w_C=0$ 및 $w_V=2$ 인 EAA 공식에 해당합니다.

따라서 우리는 EAA가 다양한 비체계적 MAA/MPT 솔루션을 정확하게 포함할 수 있고 체계적 MAA/MPT 모델에 대한 좋은 근사치($(1-c_i)$ 라는 용어 사용)임을 보여주었습니다.

문학

Ang, A., 2012, 평균 분산 투자, SSRN 2131932

Antonacci, G., 2013, Absolute Momentum: A Simple Rule-Based Strategy and Universal Trend Follow Overlay, SSRN 2244633

Antonacci, G., 2011, Optimal Momentum: A Global Cross Asset Approach, SSRN 1833722

Asness, CS, Moskowitz, TJ, Pederson, LH, 2012, 모든 곳의 가치와 모멘텀, Working Paper nr. 80, 글로벌 시장에 관한 이니셔티브, 시카고 대학교.

Bailey, DH, Borwein, JM, López de Prado, M., Zhu, J., 2013, 백테스트 과적합 확률, SSRN 2326253.

Blitz, D., vanVliet, P., 2012, 저변동성 투자: Robeco 기사 수집, Robeco, Rotterdam

Butler, A., Philbrick, M., Gordillo, R., 2013, 적응형 자산 할당: 입문서, SSRN 2328254

Chin, CJ, 2013, 상관관계에도 성격이 있다: 자산 간 상관관계 분석, 논문, 가격자산운용

Choueifat, Y., Froidure, T., Reynier, J., 2011, 가장 다각화된 포트폴리오의 속성, SSRN 1895459

Clarke R., De Silva, H., Thorley, S., 2011, 최소 분산 포트폴리오 구성, The Journal of Portfolio Management 37/2 Winter, pp.31-45

Clarke R., De Silva, H., Thorley, S., 2012, 위험 패리티, 최대 다양화 및 최소 분산: 분석적 관점, SSRN 1977577

DeMiguel, V., Garlappi, L., Uppal, R., 2009, 최적 대 순진한 다각화: 1/N 포트폴리오 전략은 얼마나 비효율적입니까?, The Review of Financial Studies 22/5, pp.1915-1953

데미구엘라, V., Martin-Utrera, A., Nogales, F., 2013, Size Matters: Optimal Calibration of Shrinkage Estimators for Portfolio Selection, SSRN 1891847

Elton, EJ, Gruber, MJ, Padberg, MW, 1976, 최적의 포트폴리오 선택을 위한 단순 기준, Journal of Finance 31, 5, pp. 1341-1357

Faber, MT(2007), 전술적 자산 배분에 대한 정량적 접근. Journal of Wealth Management, Spring 2007. 업데이트(2009) as SSRN 962461.

Faber, MT(2010), 투자를 위한 상대적 강도 전략, SSRN 1585517

Fama, EF, 1968, Risk, Return and Equilibrium: Some Clarifying Comments, Journal of Finance, 23, pp. 29-40,

Hallerbach, WG, 2013, 포트폴리오 위험 관리의 발전. 위험 ! 패리티?, SSRN 2259041

Hurst, B., Ooi, YH, Pederson, LH, 2012, A Century of Evidence on Trend-Following Investing, 작업 보고서, AQR Capital Management. 21

- Jacobs H., Müller, S., Weber, M., 2013, 개인 투자자는 어떻게 다양화해야 합니까? 대체 자산 배분 정책에 대한 실증적 평가, SSRN 1471955
- Jegadeesh, N., Titman, S., 1993, 승자 매수 및 패자 매도: 주식 시장 효율성에 대한 시사점, *Journal of Finance* XLVIII, 65/91.
- Jurczenko, E., Michel, T., Teiletche, J., 2013, 일반화 위험 기반 투자, SSRN 2205979
- Keller, WJ 및 Van Putten, H., 2012, 일반화 모멘텀 및 유연한 자산 배분(FAA): 휴리스틱 접근 방식, SSRN 2193735
- Keller, WJ 및 Van Putten, H., 2013, 전술적 MPT 및 모멘텀: 현대 자산 배분(MAA), SSRN 2373086
- Keller, WJ, 2014, Momentum, Markowitz 및 Smart Beta, 현대 포트폴리오 이론에 대한 전술적, 분석적 및 실용적 관점, SSRN 2450017
- Kritzman, M., Page, S., Turkington, D., 2010, 최적화 방어: 1/N의 오류, *Financial Analysts Journal* 66-2, pp. 31-39
- Ledoit, O. 및 Wolf, M., 2004. 여보, 샘플 공분산 행렬 축소: 평균 분산 최적화 문제. *포트폴리오 관리 저널* 30:110-19
- Moskowitz, T., Ooi, YH, Pederson, LH, 2011, 시계열 모멘텀, Working Paper nr. 79, 글로벌 시장에 관한 이니셔티브, 시카고 대학교.
- Nawrocki, D., 1996, 광범위한 자산에 대한 포트폴리오 분석, *Applied Economics* 28, pp. 1191-1198.
- Newfound, 2013, 불확실성 하 할당: 단순 휴리스틱 및 복합 모델, 논문, Newfound Research.
- Niedermayer, A., Niedermayer, D., 2006, Markowitz의 임계선 알고리즘 적용, 토론 논문 06-02, 베른 대학교, 경제학과.
- MagdonIsmail, M., Atiya, A., 맥시멈 드로우다운, RISK oct. 2004년
- Maillard, S., Roncalli, T., Teiletche, J., 2009, 동일 가중 위험 기여도 포트폴리오 속성에 대해, SSRN 1271972.
- Markowitz, HM, 1952, 포트폴리오 선택 및 자본 시장의 평균 분산 분석, *Journal of Finance* 7, 77-91
- Roncalli, T., 2013, 위험 패리티 및 예산 책정 소개, Chapman & Hall/CRC 재무 수학 시리즈.
- Sharpe, WF, 1963, 포트폴리오 분석을 위한 단순화된 모델, *Management Science*, Vol. 9, No. 2, pp. 277-293
- Scherer, B., 2010, 최소 분산 투자에 대한 새로운 시각, SSRN 1681306
- Schoen, RJ, 2012, 패리티 전략 및 최대 다각화, Putnam Investments, 논문, Putnam Investments

Treynor, JL, 1966, "투자 자금 관리 평가 방법", Harvard Business Review 43, pp.63-7