## 2. More sophisticated models

단순한 모멘텀과 MA 기반 접근 방식 외에도 최근 몇 가지 더 정교한 방법이 TAA(전략적 자산배분)에 고려되었습니다. 대부분의 이러한 방법은 최소-분산 또는 평균-분산 모델 또는 위험 기여도를 최적화하거나 제한 조건 하에서 각 자산 클래스 i에 대한 최적 가중치 wi를 선택하는 모델을 기반으로 합니다. 이러한 방법에 대한 개요와 시연은 Ang (2012) 및 Butler (2012)에서 찾을 수 있습니다. 모든 이 방법들은 모멘텀과 MA와 같이 최적의 자산 배분은 폐쇄된 형태나 간단한 규칙으로 존재하지 않는다는 공통점이 있습니다.

모든 이 정교한 모델은 2차 프로그램 최적화 또는 그보다 더 복잡한 최적화, 특히 실용적인 제한 조건(장기 투자, 완전 투자, 레버리지 없음(0<=wi<=1, sum wi =1))을 고려하려는 경우 필요합니다. 대부분의 이 정교한 모델은 TAA와 MA처럼 몇 달의 후행 기간도 사용합니다. 주로 공분산 행렬을 추정하기 위함입니다. 이 추정된 공분산 행렬은 자산 가중치 wi에 대한 비강건한 추정기의 원천이 될 수 있습니다. 그 결과 때때로 바람직하지 않은 특이해결책(예: wi=0인 많은 모서리 해법)이 나타납니다(예: Dori 2012 참조). 대부분의 이 정교한 모델은 모멘텀과 같이 첫 번째 수익률이 아닌 변동성 및 상관관계(또는 공분산 행렬)와 같은 2차 정보만 사용합니다.

이 논문에서는 Faber와 유사한 간단한 방법을 사용하되, 최소 분산과 같은 더 정교한 모델의 경우처럼 **가격만 고려하는 것이 아니라 더 많은 특성을 고려하려고 합니다**. 추가적인 이점으로, 우리는 우리의 솔루션이 매우 간단하고 계산하기 쉽고 매우 규칙적(비특이)함을 보여줄 것입니다. 우리의 목표는 (Faber와 마찬가지로) 매월 더 큰 펀드 universe(모집단)에서 동일 가중치 펀드의 가장 좋은 부분 집합을 선택하는 것입니다. 일반화된 모멘텀 모델을 적용하면서

## 3. Absolute and relative momentum

Faber(그리고 다른 많은 사람들이)는 MA(Moving Average)가 특정 기간 동안 특정 값 아래로 떨어지면 자산(또는 펀드)을 현금(또는 무위험 자산과 같은 T-Bills)으로 대체합니다. MA의 성공적인 (과거를 확인하는)기간은 예를 들어 **10개월 또는 200거래일**입니다. 이는 예를 들어 매월 이루어지며, 때로는 수익률에 대한 상대 모멘텀 정렬과 함께 이루어집니다.

우리는 이러한 MA 규칙 대신 **절대 모멘텀 측정값을 사용**할 것입니다. 이는 가격 모멘텀과 직접적으로 관련되어 있기 때문에 해당 모멘텀 모델에 더 잘 맞는다고 생각합니다. **현금 규칙**은 이제 다음과 같습니다. 가격 모멘텀 ri가 임계값 min(r) 아래로 떨어지면 현금으로 전환합니다. 일반적인 임계값은 min(r)=0 또는 min(r) = 무위험 수익률입니다. Antonacci(2012)와 다른 사람들이 사용하는 것과 유사하게 우리는 이것을 절대 모멘텀 규칙이라고 부릅니다. 단기 매도(short selling)를 허용했다면 r < min(r)일 때 자산을 단기 매도하는 것도 대안이 될 수 있습니다. 이는 선물업계에서 일반적으로 사용되는 추세추종 전략입니다(예: Hurst, 2012 참조). 이 논문에서는 min(r)=0으로 가정합니다.

우리는 상대(수익률) 모멘텀의 과거를 확인하는 기간이 절대 모멘텀과 동일하다고 가정할 것입니다. 예를 들어 6개월입니다. 이제 모멘텀 규칙은 다음과 같습니다. 매월 U개의 펀드 중에서 가장 좋은 N개의 펀드를 선

택하여 동일 가중 포트폴리오를 구성합니다. 펀드를 상대 모멘텀(높을수록 좋음)으로 정렬하고, 절대 모멘텀이 음수일 때 펀드를 현금으로 대체합니다. 아래에서 보듯이 이 간단한 정렬 절차는 일반화된 모멘텀 방법의 cornerstone가 될 것입니다.

## 4. Data, universe and selected portfolio

가정해 보자. 우리는 자산이나 펀드의 모집단에서만 상대적 및 절대적 모멘텀 규칙을 사용하여 펀드를 선택한다. 우리의 모집단에는 U개의 펀드가 있다. Faber처럼 우리는 주식, 채권, REITS 및 상품을 기반으로 한 광범위한 지수를 위해 전 세계 ETF를 자산으로 고려할 것이다. ETF는 제한된 수의 연도 동안만 사용할 수 있었기 때문에, 우리는 이전 기간을 포함하기 위해 여기에서 백테스트에 대한 대리로 인덱스 펀드를 사용할 것이다.

더 구체적으로, 우리의 예제 모집단은 7개의 인덱스 펀드로 구성되어 있다(U=7), 즉 미국, EAFE 및 EM 지역을 포괄하는 3개의 글로벌 주식(VTSMX, FDIVX, VEIEX), 미국 채권 2개(VFISX, VBMFX) 및 상품 및 REIT 인덱스 펀드 1개(QRAAX, VGSIX)이다. 최근 몇 년 동안만 관심이 있는 사용자는 동일한 지수를 따르는 해당 ETF(예: **VTI, VEA, VWO, SHY, BND, GSG, VNQ**)를 사용할 수 있다.

우리의 데이터 세트는 1997년 중반부터 2012년 말까지의 일일 종가에 기반한다. 모든 가격은 USD로 표시된다. 현금 수익의 대리로 VFISX(2-3년 미국 국채)를 사용할 것이며, 따라서 월별 선택에서 ri < 0(음의 수익률 모멘텀)인 모든 펀드는 VFISX로 대체될 것이다. 아래에서는 전통적인 상대적(또는 수익률) 모멘텀에서 시작하여 절대 모멘텀, 변동성 모멘텀 및 상관관계 모멘텀을 추가하여 방법을 단계별로 구축할 것이다. 우리는 이 네 가지 모멘텀 요소를 각각 **R, A, V, C**로 표시할 것이다.

각 단계는 위에서 설명한 데이터를 사용하여 수치적 백테스트 예제로 설명된다. 우리는 결과를 외부 샘플로 확인하기 위해 모든 백테스트를 먼저 약 8년 동안 진행한다. 2005년 1월부터 2012년 12월까지, 최근의 대부분의 경기 사이클을 포함하고 2008년 금융 위기를 포함한다. 모든 모델링이 완료되면 1998 ~ 2005년 동안 7년 동안 최종 모델을 외부 샘플로 테스트할 것이다. 마지막으로 우리는 비대칭 가중치, 레버리지 및 거래 비용을 포함하는 확장된 모델을 고려하고 데이터 탐색의 위험에 대해 논의할 것이다.

## 5. Example 1: Relative momentum (factor R)

우리의 첫 번째 방법은 Faber의 방법과 매우 유사합니다. 우리는 U=7개의 펀드 중에서 매월 N=3개의 최고의 펀드(ETF, 자산)를 선택하여 등가 가중 포트폴리오를 구성합니다. 이때 순수 모멘텀만을 사용합니다. 때때로 우리의 순수 모멘텀은 상대 강도(RS, Faber 2010 참조) 또는 시계열 모멘텀(Thomas 2012 참조)이라고도 합니다. 우리는 또한 변동성 및 상관 관계 모멘텀과 구별하기 위해 수익률 모멘텀이라는 용어를 사용합니다.

매월 말(마지막 날 종가)에 모멘텀 모델을 결정하고 첫 번째 영업일의 개장 시점에 선택한 펀드(또는 ETF)를 거래합니다. 현재로서는 거래 비용을 무시하고 12절에서 고려합니다. 미국 시민이 아니기 때문에 미국 세금

에 관심이 없습니다.

이후의 예에서는 N=3(U의 약 40%)과 모멘텀 측정을 위한 4개월의 리뷰 기간을 모두 고정합니다. 우리는 다양한 유니버스에서 많은 백테스트를 수행했습니다. 상호(지수) 펀드에서 ETF에 이르기까지 이 간단한 7개 펀드 유니버스에서 최대 200개 펀드의 더 큰 유니버스까지 이 두 가지 선택(40% 및 4개월)이 대부분의 경우 최적임을 발견했습니다. 이에는 1986년부터 현재까지의 데이터가 포함되며, 금융 위기가 포함됩니다. (2008), 인터넷 거품과 블랙먼데이 (10 월. 1987).

선택한 4개월의 리뷰 기간은 1, 3, 12개월의 종합 모멘텀의 평균 기간과 매우 가깝습니다. 이는 종종 managed futures (예: Hurst 2012 참조)에서 사용됩니다. 우리는 백테스트에서 각 유니버스에 대해 최상의 N과 리뷰 기간 길이를 검색할 수도 있습니다. 그러나 그러면 우리는 백테스트 데이터를 활용하고 데이터 스누핑에 취약해집니다. 13절 참조.

이 예에서는 따라서 간단한 동등 가중 순수 모멘텀 솔루션(N=3, lookback=4m, 3Jan2005 ~ 11Dec2012)을 시작하여 7개의 모든 펀드로 구성된 동등 가중(EW) Buy & Hold 포트폴리오와 비교합니다. 매월 재조정됩니다. 인-샘플 백테스트 결과는 다음과 같습니다.

**Rel. (R) momentum**: 03Jan2005-11Dec2012, 3/7, 4m/4m/4m, 100/0/0%:
R=9.1%,V=14.5%,D=-29.2%,S0=0.63,S2.5=0.45,S5=0.28,W=63.5%,T=2.9,O=1.63,Q0=0.31,Q5=0.14

**Bench**: 03Jan2005-11Dec2012, 7/7:
R=5.6%,V=16.6%,D=-46.3%,S0=0.34,S2.5=0.19,S5=0.04,W=63.5%,T=0.1,O=1.42,Q0=0.12,Q5=0.01

여기서 다음과 같은 통계가 표시됩니다.

R = 연간 수익률
V = 연간 변동성
D = 월간 최대 손실
Sx = 샤프 비율 (hurdle x%)
W = 승리한 달
T = 연간 회전율
O = 오메가
Qx = Calmar 비율 (hurdle x%)

오메가와 칼마 비율은 샤프 비율과 유사하지만, 분모에 각각 평균 음수 수익 (R < 0)과 최대 손실 D가 포함되어 있습니다. 따라서 하향 변동성에 더 민감합니다. 모든 통계는 연간 (예 : 수익은 연간 9.1%) 월별 측정 기준으로 작성되며, 연간 변동성은 일일 측정 기준으로 작성됩니다. 매개 변수 4m/4m/4m, 100/0/0%는 각각 R, V 및 C의 모멘텀 요소의 길이 (4m)와 가중치 (100%, 0%, 0%)를 나타냅니다. 절대모멘텀 (A)의

가중치는 항상 수익률모멘텀 (R)과 동일합니다.

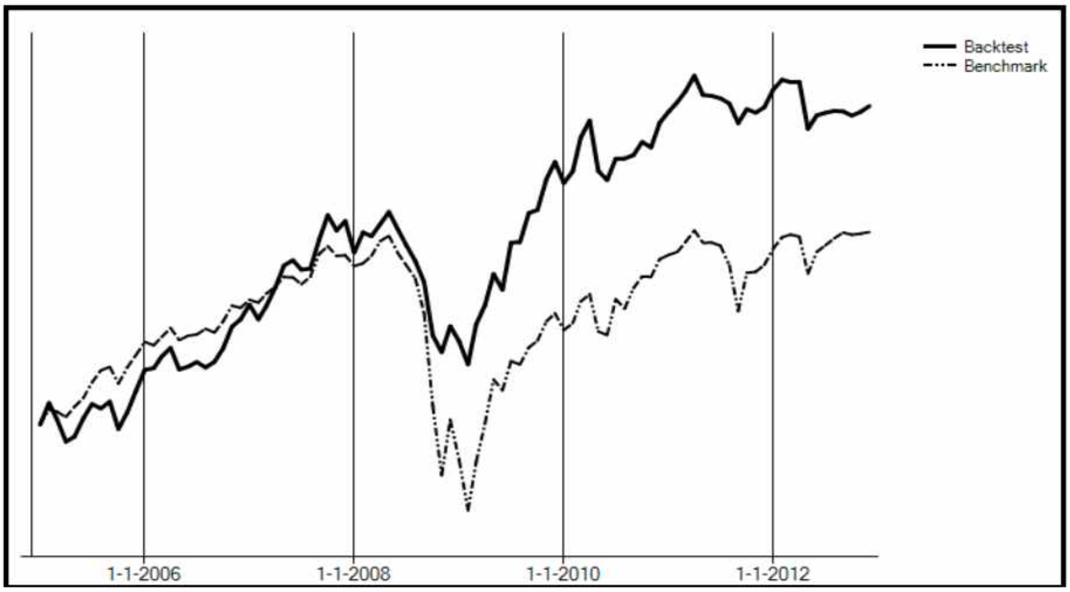


Fig. 1 Relative (R) momentum and the B&H benchmark (in-sample)

위 그래프에서(모든 그래프는 로그 스케일입니다) 점선은 Equally Weighted (EW) “Buy & Hold” 벤치마크 (B&H, 7/7 EW, 모멘텀 없음, 월간 재조정)이고 굵은 선은 상대 모멘텀 모델 (N=3, 4m)의 결과입니다. 통계 (및 그림)에서 알 수 있듯이, **상대 모멘텀을 도입하면 상당한 개선 효과**가 있습니다: R= 9.1% (벤치 5.6%), V= 14.5% (16.6%), D= 29.2% (46.3%), S2.5= 0.45 (0.19), O= 1.63 (1.42), 및 Q5= 0.14(0.01). 우리는 **상대(또는 수익) 모멘텀을 “요소 R”으로 식별**할 것입니다.

## 6. Example 2: Absolute momentum (factor A)

위의 결과에서 알 수 있듯이, 우리의 모멘텀 결과(7개의 모멘텀 결과 중 3개가)와 위의 Buy&Hold 벤치마크 모두 2008년에 큰 손실을 입었습니다(29%와 46%). 이제 우리는 절대모멘텀(요소 A)을 상대모멘텀(요소 R)에 추가하여 분석을 반복할 것입니다. **min(r)=0의 임계값과 N=3, 4m을 사용**하고 VFISX를 현금 대체 펀드(cpf)로 사용합니다. 따라서 리턴 모멘텀 ri ≤ 0인 모든 펀드 I는 과거기간 동안 현금으로 대체됩니다. 이 절차는 Faber(2007)의 절차와 유사하지만, Faber의 MA 규칙은 우리의 **절대모멘텀 규칙으로 대체**됩니다. Faber의 MA 전략과 달리 **절대모멘텀(요소 A)과 상대모멘텀(요소 R)에 대해 항상 동일한 과거기간(예: 4개월)**을 사용할 것입니다. in-sample기간에서의 백테스트결과는 다음과 같다.

**R & A momentum**: 03Jan2005-11Dec2012,cpf VFISX, 3/7, 4m/4m/4m, 100/0/0%:
R=11.7%,V=12.8%,D=-12.6%,S0=0.92,S2.5=0.72,S5=0.53,W=67.7%,T=2.9,O=2.04,Q0=0.93,Q5=0.53

R & A 모델과 R모델(오직 상대모멘텀만 사용한)을 비교해보면, N=3인 경우 R&A 모델의 수익률(R)이 개선된 것을 알 수 있습니다(R&A 모델의 R(수익률)은 11.7%, R-only 모델의 R은 9.1%). 또한, 변동성(V)도 개선되었고(R&A 모델의 V는 12.8%, R-only 모델의 V는 14.5%), 특히 최대 손실(D)도 개선되었습니다

(R&A 모델의 D는 12.6%, R-only 모델의 D는 29.2%). 상대/절대 모멘텀 그래프(R과 A 두 가지 요소를 사용)와 벤치마크와의 비교결과는 아래와 같습니다:

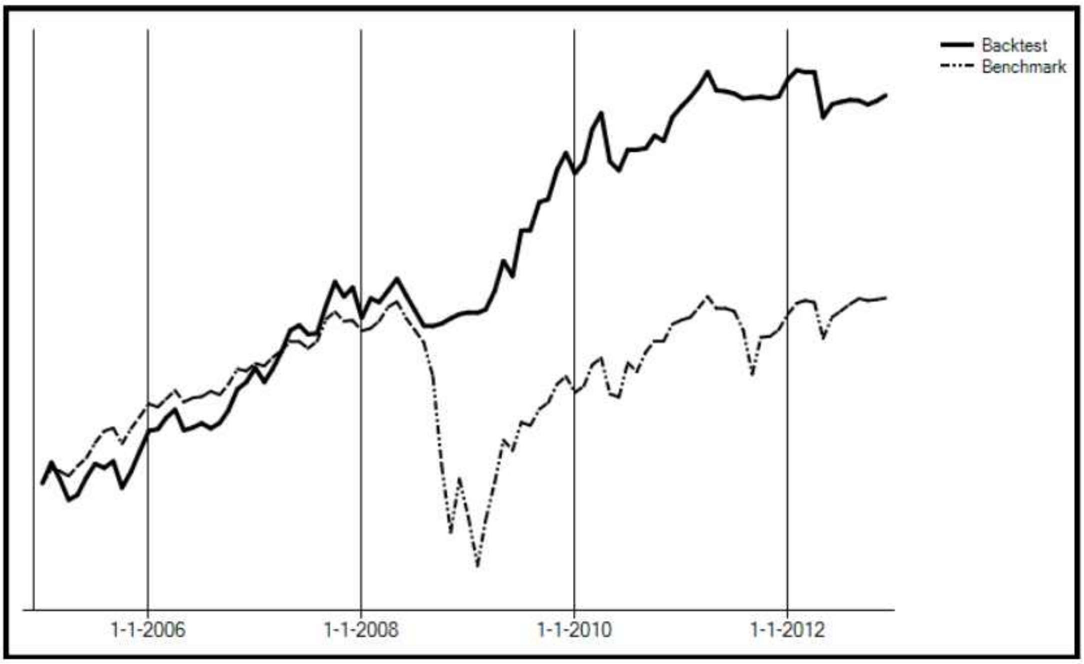


Fig. 2 Relative and absolute (RA) momentum against the benchmark (in-sample)

## 7. Volatility and Risk Parity (RP)

공분산 행렬은 아직 방정식에 들어오지 않았습니다. 이 행렬은 자산 i의 제곱된 변동성 vi를 대각선에 가지고 있습니다. 우리는 fund 사이에 **상관관계가 없다고 가정할 때**, 모든 정교한 모델은 간단한 규칙으로 귀결됩니다: 각 **변동성 vi의 역수에 비례하는 가중치 wi로 자금 i를 가중**해야 합니다($0 \le w_i \le 1$, $\Sigma w_i = 1$). 이 규칙은 일부에 의해 위험 공평성(RP) 규칙으로도 알려져 있습니다. 대각선이 아닌 공분산 행렬을 가정할 때, 더 정교한 전략이 사용됩니다. 예를 들어, Maillard(2009)와 Bruder(2012)를 참조하십시오.

물론 변동성은 예측에 기반해야 합니다. 예를 들어, 펀드의 일일가격(종가)의 관찰된 변동성은 주어진 4개월의 과거 기간 동안입니다. 따라서 이 시점에서 우리는 일일 데이터가 필요합니다. 우리의 7개 펀드 모집단에 대한 각 달의 RP 솔루션은 단순히 7개의 서로 다른 가중치로 구성되며, **각 가중치는 변동성의 역수**입니다.

RP의 경우 수익을 고려하지 않고 변동성만 사용하기 때문에 최근 몇 년 동안 포트폴리오는 종종 채권으로 가득 차게 됩니다. 대안적으로, 동일 가중치를 사용하기 위해 N(예: 3)개의 가장 큰 가중치를 가진 펀드를 선택하고 1로 합산되도록 재조정할 수 있습니다. 아마도 이 포트폴리오에서 대부분은 채권일 것입니다. 일반 모멘텀 모델은 이 문제를 해결할 수 있습니다.

## 8. The loss function and generalized momentum

변동성 및 기타 요소를 방정식에 도입하기 위해 포트폴리오의 "손실 함수" L을 도입합니다. **손실 L이 높을수록 위험/수익률이 더 나빠집니다**.

**L = L(r, v),**

r과 v는 각각 우리 U 자산의 **수익률 ri와 변동성 vi를 나타내는 벡터**이며, 다음 파생물을 사용합니다:

**(dL / dri) < 0 (higher return ri is better), dL/dvi>0 (lower volatility vi is better)**

손실 함수 L을 우리의 모집단(U 펀드), 선택된 포트폴리오(N 펀드) 또는 개별 펀드 i에 사용할 수 있습니다. 이는 위험/수익의 개념에 따라 **손실 L이 낮을수록 항상 더 나은 포트폴리오** 또는 펀드를 정렬할 수 있게 해 줍니다.

이러한 손실 함수의 예는 포트폴리오의 잘 알려진 **Sharpe 함수 S(r,v)의 역**입니다.

**S(r,v) = (w'r - min(r)) / (w'Hw)**

w = w1 ~ wn
r = r1 ~ rn
min(r) = **위험 부담 없는 이자율**
H = **수익률의 공분산 행렬**(모든 상관 관계가 0일 때 대각 행렬과 같음)

물론 다른 손실 함수도 가능합니다. 사실, 우리는 손실 함수의 실제 모양에 무관심합니다. 단지 **(dL / dri) < 0 및 (dL / dvi) > 0의 간단한 규칙**을 따를 수 있는 한 말입니다.

우리의 경험적 해법을 도출하기 위해, 우리는 (단조 함수의) 리턴 ri와 변동성 vi를 중심으로 L(r, v) 손실 함수의 간단한 테일러 전개 Li를 고려합니다. 보통의 모멘텀에 가깝게 유지하기 위해, 우리는 etfreplay.com에서 영감을 받은 ri와 vi에 대한 일반화된 순위 함수를 사용할 것입니다.

**Li = wR * rank(ri) + wV * rank(vi)**

예를 들어, 리턴 ri가 한 달 동안 우리 7개 펀드 중 최대 리턴일 때 **rank(ri) = 1(최상위)이고, 펀드 i가 최소 리턴을 기록했을 때 rank(ri) = 7(최하위)입니다**. 마찬가지로, 변동성 vi가 전체 모집단에서 7개 펀드 중 최소 변동성일 때 **rank(vi) = 1(최상위)이고, 최대일 때 rank(vi) = 7(최하위)**입니다. Li는 R과 V 요소의 순위의 선형 함수로 간주할 수 있습니다. rank=1은 항상 최상위입니다.

**가중치 wR과 wV는 (높은) 수익률 순위와 (낮은) 변동성 순위의 중요도를 결정**합니다. 두 가중치는 **모두 0보다 커야** 합니다.

이제 wR과 wV가 주어지면 Li를 기준으로 모든 펀드를 정렬하고 최상위 N(예: 7개 중 3개)의 펀드를 선택할 수 있습니다. 사실, 우리는 상대 수익률 모멘텀에서와 같이 ri를 기준으로 순위를 매기는 것을 Li, 일반화된 순위로 바꾸었습니다. 정렬은 Li가 상수로 곱해져도 변경되지 않으므로 wR과 wV 가중치를 정규화할 수 있습니다. 예를 들어, **wR = 1 또는 wR + wV = 1**로 합니다.

우리는 진짜 수익률과 위험을 알지 못하므로, **수익률 ri와 변동성 vi를 각 월마다 과거 기간(여기서는 4개월)에 대한 해당 추정치로 재정의**합니다. 따라서 ri와 vi는 true 측정치의 대리값이며, 각 월마다 이전 월(리뷰 기간)의 historical 관찰을 사용하여 계산됩니다. 상대(R) 및 절대(A) 모멘텀과 함께, 변동성(V) 모멘텀을 세 번째 요소로 추가하여 R, A 및 V 요소를 우리의 일반화된 모멘텀 모델에 도달합니다.

## 10. Correlations

마지막 요소는 상관관계입니다. Varadi (2012)에 따르면 **포트폴리오의 분산은 평균 자산 상관관계가 낮을수록(**상관관계 행렬의 대각선 외 요소가 낮을수록) **향상**됩니다. U개의 자산 또는 펀드가 있는 경우, 펀드 i마다 (U-1)개의 대각선 외 상관관계가 있습니다. 따라서 우리는 U개의 펀드를 그들의 평균 상관관계에 따라 모집단에서 순위 매길 수 있습니다. 상관관계 ci를 사용하여 정규화된 일반 순위 함수는 이제 쉽게 확장할 수 있습니다.

**Li = wR * rank(ri) + wV * rank(vi) + wC * rank(ci)**

여기서 ci는 모든 (U-1)개 다른 펀드와의 펀드 i의 평균 (비대각선) 상관관계입니다. ci가 모든 **U개 펀드 중 최소값일 때 rank(ci)=1**이고, **ci가 최대값일 때 rank(ci)=U**입니다. 이 방식으로, 모집단 내에서 **평균 상관관계가 낮은 펀드가 더 선호**됩니다. 왜냐하면 그들은 낮거나 음의 상관관계로 변동성을 줄이고, 더 잘 분산시킬 수 있기 때문입니다. 다시 말하지만, **가중치 wC는 음수가 아니어야 하며**, 세 가지 가중치 wR, wV 및 wC에 **다시 정규화가 적용**됩니다. 상관관계는 이제 R, A, V 및 C의 네 가지 요소로 구성된 일반 모멘텀 모델의 요소 C가 될 것입니다.

## 11. Example 4. Correlations

wC > 0 를 사용하는 정규화(일반화) 모멘텀 함수는 다음과 같다.

**Li = wR * rank(ri) + wV * rank(vi) + wC * rank(ci)**

매월 펀드를 정렬하고, 동일 가중치 포트폴리오에서 가장 좋은 N개 펀드를 선택하고, (-) 수익모멘텀을 가진 모든 펀드를 현금(VFISX)으로 대체할 수 있습니다. 4개월의 고정 리밸런싱 기간(수익, 변동성 및 상관관계에

대해)과 7개 중 3개의 가장 좋은 펀드 선택을 가정하고, wR, wV 및 wC 가중치가 주어지면, 백테스트를 실행합니다. 우리는 (어느 정도 임의적으로) 상관관계와 변동성에 대해 동일한 가중치인 wV=0.5 및 wC=0.5를 사용할 것입니다 (wR은 정규화로 인해 1입니다). 그런 다음 (fig.4 참조) 다음을 찾습니다.

**R,A,V,C momentum:** 03Jan2005-11Dec2012,cpf VFISX, 3/7, 4m/4m/4m, 100/50/50%:
R=14.7%,V=9.2%,D=-7.4%,S0=1.60,S2.5=1.33,S5=1.06,W=74.0%,T=3.0,O=3.40,Q0=1.98,Q5=1.31

이제 우리는 다양화도 효과가 있음을 알 수 있습니다. R, A 및 V 요소에 추가로 **상관성모멘텀(요소 C)**을 도입함으로써 거의 모든 통계가 향상됩니다. R = 14.7% (RAV 모델에서 12.1 % 였음), 변동성 V = 9.2 % (11.7 % 였음), 최대 하락폭 D = 7.4 % (10.4% 였음). **더 나은 수익과 더 낮은 위험으로 인해 RAVC 모델의 수익/위험 통계가 더 좋습니다**. Sharpe S25 = 1.33 (RAV 모델에서 0.86 였음), Omega O = 3.40 (2.25 였음) 및 Calmar Q5 = 1.31 (0.66 였음) 모두 크게 개선되어 다양화가 효과가 있음을 보여줍니다.

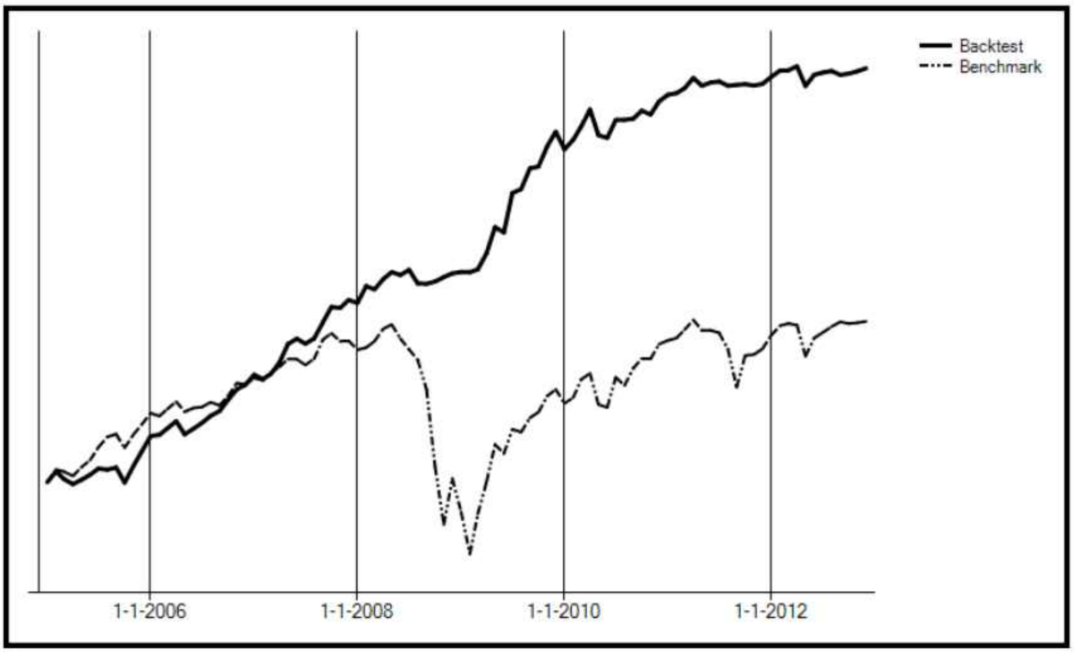


Fig. 4 Relative, absolute, volatility and correlation (RAVC) momentum (in-sample)

## 12. Extensions

지금까지는 손실 함수를 사용하여 펀드를 순위 매기고 U개의 펀드 중 N개를 선택하여 동일 가중치 (EW) 포트폴리오를 구성했습니다. 손실 함수를 사용하여 펀드의 가중치를 다르게 할 수도 있습니다. 가능한 불균등 가중치 함수는 Li의 순위에 기반할 수 있습니다. **가장 낮은 Li를 가진 최상위 펀드 i는 순위 1이 되고 가장 큰 가중치를 가지며**, 그 외의 펀드는 순서대로 그에 따라 가중치를 받습니다. 따라서 가중치는 예를 들어 (N+1-rank(i)) / sum(rank(i))입니다. N=3인 경우 가중치는 3/6, 2/6, 1/6이 되며, Li에서 가장 좋은 펀드에

가장 큰 가중치가 적용됩니다. 또한 동일 가중치와 순위 가중치를 혼합할 수도 있습니다. 이때의 공식은 wi=(1-a)*1/N + a * rank(i)/sum(rank(i))입니다. a=0.5이고 N=3인 경우 가중치는 2.5/6, 2/6, 1.5/6이 되며, a=0인 경우 동일 가중치가 됩니다.

이전에는 손실 함수의 일반화된 순위버전(1)에 초점을 맞췄습니다 (8절 및 11절 참조). 부분 손실 함수의 다른 모양을 가진 확장도 쉽게 개발할 수 있습니다. 여기서 우리는 순위 이외의 다른 유형의 단조 함수, 예를 들어 로그 함수에 초점을 맞춘 예를 제공합니다. 예를 들어 -Li를 최대화할 수 있습니다.

$$-Li = wR * \ln(ri/rmax) + wV * \ln(vmin/vi) + wC * \ln((cmin+1)/(ci+1)) \quad (3)$$

여기서 ln(x)는 x의 자연로그이고, rmax는 모든 펀드의 최고(최대) 수익률, vmin은 모든 펀드의 최저(최소) 변동성, cmin은 모든 펀드의 최저(가장 낮은) 상관관계 ci입니다. 이렇게 하면 wR, wV 및 wC 가중치를 -무한대(최악)에서 0(ln(1)=최선)까지의 인수에 적용하고 -Li에 따라 펀드를 순위 매기고, 더 높은 것이 더 좋습니다. ri<0인 펀드는 현금으로 대체되고, vi>0 및 -1<=cmin<=ci<=1입니다.

ln(x) 함수를 사용하면 wR=wV 및 wC=0일 때 Li의 순위가 ri/vi의 순위와 동일하다는 것을 쉽게 알 수 있습니다. ri가 무위험 수익률을 초과하여 측정되면 이 비율은 Sharpe 비율로 알려져 있으며 -Li를 통해 최대화됩니다. 따라서 방정식 (3)을 Sharpe 측정의 (지역적) 확장으로 간주할 수 있습니다. 이제 상관관계도 포함합니다.

우리는 또한 서로 다른 매개변수(예: R, A, V 및 C 요소에 대한 서로 다른 조회 기간), 추가 모멘텀 요소(예: 베타 또는 가치), 또는 무위험 수익률 rmin을 초과한 수익률(ei=ri-rmin)과 유사한 변위로 변동성 및 상관관계를 도입할 수 있습니다. 특정 경계값을 고려하기 위해. 절대 모멘텀 규칙은 일반화된 모멘텀 함수와 관련하여주의를 기울여야 합니다. 왜냐하면 일부 Li 변형은 ri>0을 요구하기 때문입니다(예: ln(ri)가 ri<=0일 때 정의되지 않기 때문입니다).

마지막으로, 위의 일반화된 모멘텀 모델을 특정 통계와 관련하여 "최상의" 매개변수를 찾는 "최적화"할 수 있습니다. 예를 들어, 우리는 par. 11의 (A,R,V,C) 모델을 쉽게 개선할 수 있습니다. N, 과거 월 mR, mV, mC, wR, wV 및 wC 가중치(일부 정규화 조건이 주어짐)를 찾는 것입니다.

예를 들어, 우리는 wV와 wC를 자유도로 삼아 시행착오를 해왔습니다. 그런 다음, 모든 요소에 대해 동일한 4개월의 리뷰 기간을 가정하고(mR=mV=mC=4m) **정규화로** wR=1을 찾았습니다. 우리는 Q5에 대한 Calmar 비율과 관련하여 다음과 같은 최적의(또는 "최고의") 솔루션을 찾았습니다:

**R,A,V,C momentum**: 03Jan2005-11Dec2012,cpf VFISX, 3/7, 4m/4m/4m, **100/80/60%**:
R=13.0%,V=7.4%,D=-5.2%,S0=1.76,S2.5=1.42,S5=1.08,W=71.9%,T=2.6,O=3.75,Q0=2.49,**Q5=1.53**

이 “최적화”는 Q5=1.53(1.31), V=7.4%(9.2%), D=5.2%(7.4%)를 명확히 개선합니다. 수익률 R=13.0(14.7%)은 약간 저하되었습니다.

우리는 이 최적화된 모델에 거래 비용을 도입할 수도 있습니다. 거래 비용이 1.20% 미만으로 유지되는 한 수익률 R은 벤치마크(R=5.7%, 위의 2절 참조)보다 높을 것입니다. 따라서 심한 전환 비용에도 불구하고 모델은 Buy & Hold 벤치마크를 개선합니다.

우리의 솔루션을 V=15%의 연간 SPY와 유사한 변동성으로 위험 패리티 전략과 비교하려면 백테스트에서 이 변동성에 도달하기 위해 레버리지(예: 2배)를 사용할 수 있습니다. 또한 거래 비용(거래당 0.1%)과 레버리지의 이자 비용(연간 3%)을 모델에 추가합니다. 그런 다음 (그림 5 참조)에 도달합니다.

**R,A,V,C momentum**: 03Jan2005-11Dec2012,cpf VFISX, lev=2,cost%j=3,tc=0.1%,3/7, 4m/4m/4m, 100/80/60%: R=22.6%,V=14.7%,D=-10.7%,S0=1.54,S2.5=1.37,S5=1.20,W=70.8%,T=2.6,O=3.21,Q0=2.12,Q10=1.18

현재 수익률 R은 22.6%, 변동성은 거의 15%, 최대 낙폭 D는 10.7%입니다. 최적화된 wV 및 wC로 인해 현재 데이터 스누핑에 의존하고 있을 수 있습니다. 따라서 다음 단락에서 기본 솔루션(N=3, m=4m, wR / wV / wC = 100% / 50% / 50%)과 "최적" 솔루션(4m, 100% / 80% / 60% 및 비용으로 2배 레버리지)을 모두 out-of-sample(백테스트 하는 기간 중 하나)로 테스트할 것입니다.

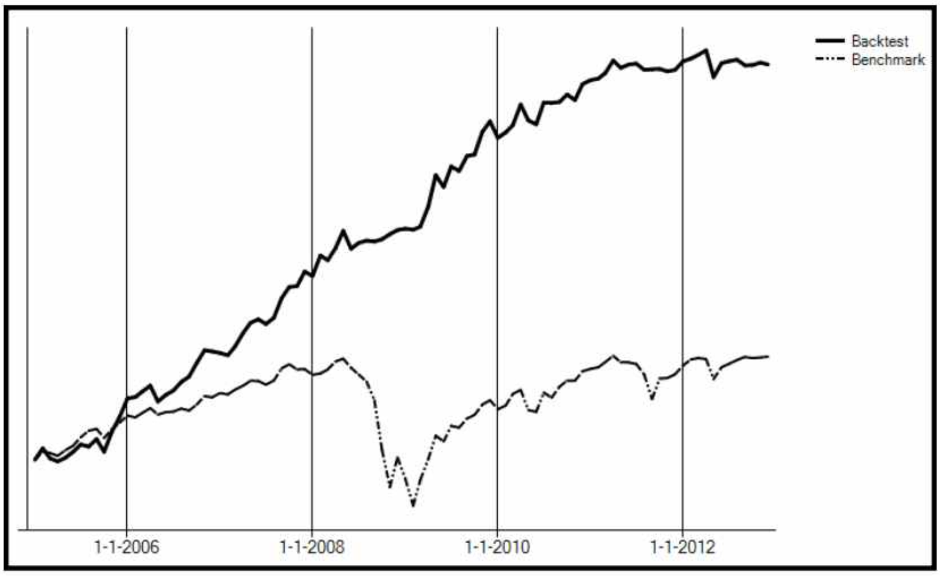


Fig. 5 Optimized model with RAVC momentum, including leverage costs and transaction costs (in-sample)

## 13. Datasnooping: out-of-sample testing

지난 단락에서, 우리는 Q5에 관한 “최적”의 해법을 제시했습니다. 이는 2005~2012년의 in-sample 기간 동안 **가중치 wV와 wC와 같은 최적의 매개변수를 찾는 것**입니다. 또한 기본 매개변수의 관점에서도 해법을 제

시했습니다. 두 경우 모두 "데이터 탐색"의 위험이 있을 수 있습니다. 매개변수를 최적화하는 대신 기본 매개변수를 사용하는 경우 위험이 더 클 것입니다. "최적의" 해법을 찾는 위험은 모델을 조정하여 데이터를 따르도록 함으로써 모든 **데이터 세트가 매력적인 (수익/위험) 수치를 산출하도록 강요**하는 것입니다. 이것을 데이터 탐색 또는 데이터 마이닝이라고 합니다.

데이터 탐색을 테스트하기 위해 in-sample 데이터를 학습에 사용하고 out-of-sample 데이터를 테스트에 사용합니다. 1998년 1월부터 데이터가 있으므로 1998-2004년을 out-of-sample 기간으로 사용할 것입니다.
(**오 AI 이용 가능??**)

먼저 기본 매개변수 집합을 테스트하고 이 "out-of-sample" 기간 동안 B&H 기준을 확인해 보겠습니다.

**R,A,V,C momentum**: 02Jan1998-03Jan2005,cpf VFISX, 3/7, 4m/4m/4m, 100/50/50%
R=13.4%,V=7.7%,D=-5.9%,S0=1.73,S2.5=1.41,S5=1.08,W=75.9%,T=2.9,O=3.93,Q0=2.28,Q5=1.43

**Bench**: 02Jan1998-03Jan2005,7/7, 4m/4m/4m, 100/50/50%:
R=8.3%,V=9.8%,D=-15.2%,S0=0.85,S2.5=0.60,S5=0.34,W=61.4%,T=0.1,O=1.89,Q0=0.55,Q5=0.22

1998~2012년 전체 기간(in sample, out sample 모두)의 그래프는 다음과 같습니다:

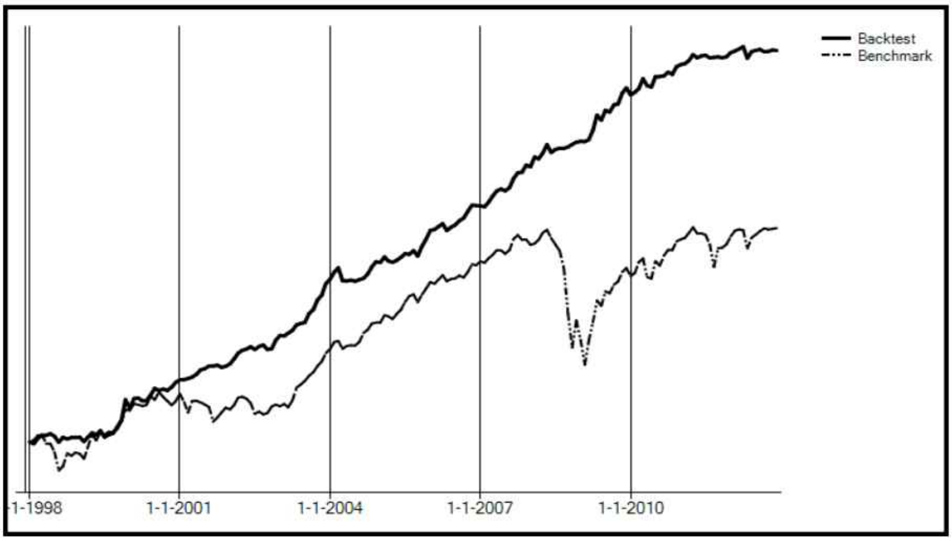


Fig. 6. Default model with A, R, V and C momentum (in- and out-of-sample)

테스트 결과는 성공적입니다. 대부분의 통계 지표(R, D, S, W, O)가 좋고, in-sample 기간의 동일한 모델의 통계 지표보다 좋습니다. 또한, 동일 기간의 B&H 기준치보다도 모두 훨씬 좋습니다.

이제 인-샘플 최적화된 매개변수를 레버리지와 비용을 활용하여 외부 샘플 테스트를 하겠습니다. 레버리지를 2x로 사용하기 때문에, 무위험 허들(risk-free hurdle)을 기반으로 한, 5% 대신 10%의 칼마 비율(Q10)도 사용합니다.

**R,A,V,C momentum:** 02Jan1998-03Jan2005,cpf VFISX, lev=2,cost%j=3,tc=0.1%,3/7, 4m/4m/4m, 100/80/60%
R=21.6%,V=14.5%,D=-12.9%,S0=1.49,S2.5=1.31,S5=1.14,W=74.7%,T=2.1,O=3.29,Q0=1.67,Q10=0.90

**Bench**: 02Jan1998-03Jan2005,7/7:
R=8.3%,V=9.8%,D=-15.2%,S0=0.85,S2.5=0.60,S5=0.34,W=61.4%,T=0.1,O=1.89,Q0=0.55,Q10=-0.11

보시다시피, out of sample 기간의 변동성은 다시 15%에 가깝습니다. 레버리지(2x)로 인해, 최적화된 모델의 외부 샘플 기간의 최대 손실(MDD)은 12.9%로 상당하지만, 레버리지나 비용이 없어도 벤치마크(D=15.2%)보다 크지 않습니다. 또한, R은 훨씬 더 좋습니다(레버리지를 활용하지 않는 B&H 벤치마크의 R=8.3%에 비해 R=21.6%을 기록해서 훨씬 높음). 이로 인해 모든 수익/위험 통계(S, W, O, Q)도 크게 높아졌습니다. 최적화된 레버리지 RAVC 모델의 전체 기간(in샘플 및 out샘플)의 그래프는 다음과 같습니다.

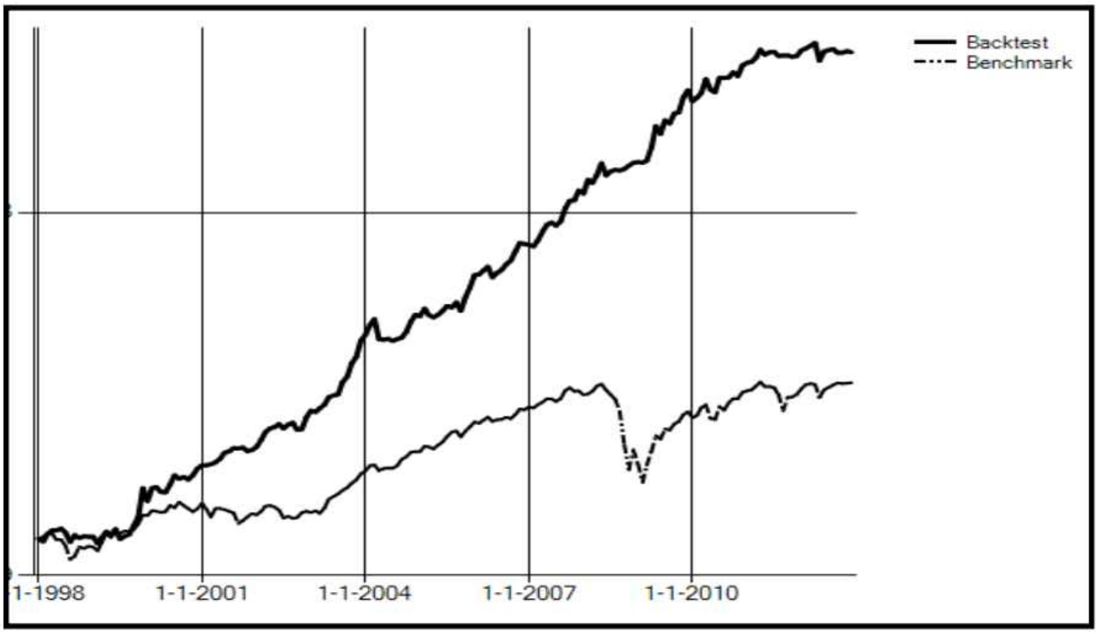


Fig. 7. Optimized model with RAVC momentum, leverage and costs (in- and out-of-sample).
NB. The benchmark is without leverage and costs.

## 14. Robustness

*** robustness: 강건성: 내가 얻은 결과가 내가 세운 가설로부터 강력하게 지지되고 내가 얻은 결과가 다른 가설로는 설명되기 어려운가?**

데이터 스누핑 테스트하기 위해 in-sample 및 out-sample 테스트를 하는 것 외에도, 로버스트 테스트를 사용할 수 있습니다. 여기서는 두 가지 종류의 로버스트 테스트를 고려할 것입니다. 첫째, 모델(매개변수)을 약간 변경하면 어떻게 되는지, 둘째, 데이터를 약간 변경하면 어떻게 되는지입니다.

먼저 1998년부터 전체 기간 동안 4개월의 리뷰 기간과 R, V, C 요소에 대한 기본 가중치 100% / 50% / 50%로 기본 백테스트의 모델 강건성을 확인해 보겠습니다. 이 기본 백테스트(RAVC 모멘텀)와 1998-2012

년의 B&H 벤치마크는 다음과 같은 결과를 생성합니다:

**R,A,V,C momentum:** 02Jan1998-14Dec2012,cpf VFISX, 3/7, **4m/4m/4m, 100/50/50%:**
R=14.2%,V=8.5%,D=-7.4%,S0=1.67,S2.5=1.38,S5=1.08,W=75.0%,T=2.9,O=3.65,Q0=1.92,Q5=1.25

**Bench:** 02Jan1998-14Dec2012, 7/7:
R=6.8%,V=13.8%,D=-46.3%,S0=0.50,S2.5=0.31,S5=0.13,W=62.8%,T=0.0,O=1.58,Q0=0.15,Q5=0.04

여기에서는 기본 백테스트의 모든 요소(R/A, V, C)에 대해 4개월의 리뷰 기간을 사용합니다. 아래 그림에서는 리뷰 기간의 길이가 다른 경우(1, 2, 3, 4, 5, 6, 9 및 12개월)의 연간 수익률 R, Sharpe S5 및 Calmar 비율 Q5(모두 5%의 허들 사용)를 보여줍니다. 다시 말하지만, 모든 요소 R, A, V, C에 대해 동일합니다.

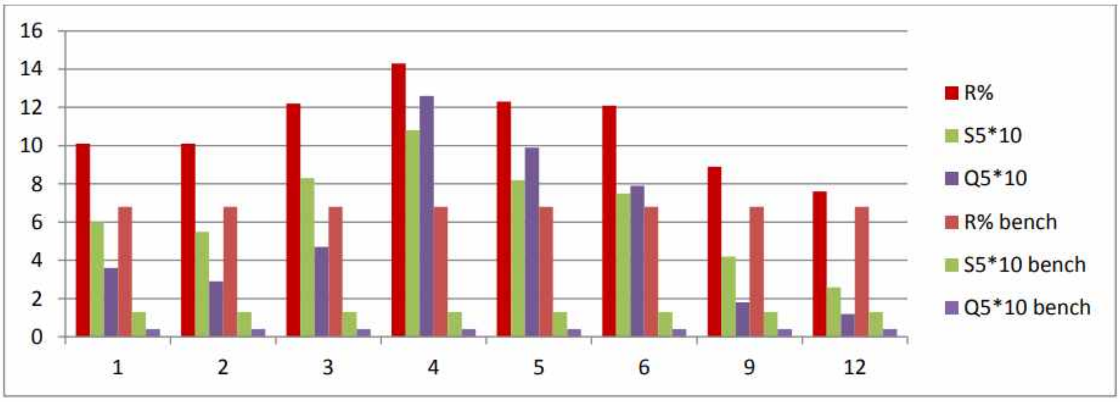


Figure 8. Annual return R, Sharpe S5 and Calmar Q5 by lookback period (months), 1998-2012

보시다시피, R, S5 및 Q5 측면에서 **4개월의 리뷰 기간이 최적**입니다. 이 결과를 벤치마크(R=6.8%, S5=0.13, Q5=0.04)와 비교해보면, 이 모든 것이 벤치마크 수치보다 우수하다는 것도 분명합니다.

우리는 또한 1998-2012년 전체 기간 동안 최적의 in-sample 매개변수가 적용된 par.12의 레버리지 모델의 강건성을 확인할 수 있습니다(그림 7 참조).

**R,A,V,C momentum**: 02Jan1998-14Dec2012,cpf VFISX,lev=2,cost%j=3,tc=0.1%,3/7,**4m/4m/4m, 100/80/50%:**
R=23.2%,V=15.2%,D=-16.5%,S0=1.53,S2.5=1.36,S5=1.20,W=70.6%,T=2.5,O=3.30,Q0=1.41,Q10=0.80

**Bench:** 02Jan1998-14Dec2012, 7/7:
R=6.8%,V=13.8%,D=-46.3%,S0=0.50,S2.5=0.31,S5=0.13,W=62.8%,T=0.0,O=1.58,Q0=0.15,Q10=-0.07

모델의 모든 매개변수의 강건성을 테스트하기 위해, 우리는 이 최적의 솔루션에서 6개 매개변수의 모든 단순 편차(± 한 단계)를 백테스트합니다. 이 매개변수는 N(±1), RAVC 요소에 대한 mR, mV, mC의 과거 리뷰 길이(±1개월) 및 wR=100%로 정규화된 가중치 wV 및 wC(±10%)입니다. 결과는 다음과 같습니다(첫 번째

줄이 가장 좋습니다).

02Jan1998-14Dec2012,cpf VFISX,lev=2,cost%j=3, tc=0.1%
**3/7,4m/4m/4m, 100/80/50%**: R=23.2%,V=15.2%,D=-16.5%,S0=1.53,S2.5=1.36,S5=1.20,W=70.6%,Q0=1.41,T=2.5,O=3.30,Q10=0.80

**4/7**, 4m/4m/4m,100/80/50%:R=19.0%,V=14.4%,D=-17.4%,S0=1.32,S2.5=1.14,S5=0.97,W=68.9%,Q0=1.09,T=2.1,O=2.70,Q10=0.51
**2/7**,4m/4m/4m, 100/80/50%: R=15.4%,V=16.5%,D=-19.6%,S0=0.93,S2.5=0.78,S5=0.63,W=68.9%,Q0=0.78,T=3.0,O=2.37,Q10=0.27
3/7,**5m**/4m/4m, 100/80/50%: R=19.2%,V=16.7%,D=-18.9%,S0=1.15,S2.5=1.00,S5=0.85,W=65.0%,Q0=1.02,T=2.3,O=2.56,Q10=0.49
3/7,**3m**/4m/4m, 100/80/50%: R=18.8%,V=15.7%,D=-23.5%,S0=1.20,S2.5=1.04,S5=0.88,W=68.3%,Q0=0.80,T=3.0,O=2.78,Q10=0.37
3/7,4m/**5m**/4m, 100/80/50%: R=23.2%,V=14.9%,D=-12.9%,S0=1.55,S2.5=1.38,S5=1.22,W=70.6%,Q0=1.79,T=2.5,O=3.38,Q10=1.02
3/7,4m/**3m**/4m, 100/80/50%: R=21.1%,V=14.8%,D=-15.3%,S0=1.42,S2.5=1.25,S5=1.08,W=68.3%,Q0=1.38,T=2.6,O=3.05,Q10=0.72
3/7,4m/4m/**5m**, 100/80/50%: R=23.0%,V=15.0%,D=-12.9%,S0=1.53,S2.5=1.36,S5=1.20,W=71.1%,Q0=1.77,T=2.4,O=3.33,Q10=1.00
3/7,4m/4m/**3m**, 100/80/50%: R=23.7%,V=14.8%,D=-12.9%,S0=1.60,S2.5=1.43,S5=1.26,W=71.7%,Q0=1.83,T=2.6,O=3.52,Q10=1.05
3/7,4m/4m/4m, **110**/80/50%: R=23.6%,V=16.1%,D=-16.5%,S0=1.47,S2.5=1.31,S5=1.15,W=71.1%,Q0=1.43,T=2.5,O=3.14,Q10=0.82
3/7,4m/4m/4m, **90**/80/50%: R=21.4%,V=14.4%,D=-12.9%,S0=1.48,S2.5=1.31,S5=1.14,W=70.6%,Q0=1.65,T=2.4,O=3.27,Q10=0.88
3/7,4m/4m/4m, 100/**90**/50%: R=21.3%,V=15.1%,D=-12.9%,S0=1.41,S2.5=1.24,S5=1.08,W=69.4%,Q0=1.64,T=2.4,O=3.13,Q10=0.87
3/7,4m/4m/4m, 100/**70**/50%: R=23.7%,V=16.1%,D=-16.5%,S0=1.48,S2.5=1.32,S5=1.16,W=71.7%,Q0=1.44,T=2.5,O=3.15,Q10=0.83
3/7,4m/4m/4m, 100/80/**60**%: R=22.3%,V=14.6%,D=-12.9%,S0=1.53,S2.5=1.36,S5=1.19,W=72.8%,Q0=1.73,T=2.4,O=3.28,Q10=0.95
3/7,4m/4m/4m, 100/80/**40**%: R=22.7%,V=15.9%,D=-17.4%,S0=1.42,S2.5=1.27,S5=1.11,W=68.9%,Q0=1.31,T=2.5,O=3.03,Q10=0.73

각 줄마다, 최적의 솔루션(첫 번째 줄)에서 편차(굵게 표시된 매개변수)가 표시됩니다. 이로 인해 1+2x6=13개의 백테스트가 생성됩니다. 이 13개의 관찰에서 각 매개변수의 최소값과 최대값을 취하여 다음과 같은 모델 강건성 범위(최소값-최대값)를 도출합니다.

R=15-24%, V=14-17%, -D=13-24%, S0=0.9-1.6, S25=0.8-1.4, S5=0.6-1.3, W=65-73%, O=2.4-3.5, Q0=0.8-1.8, Q10=0.3-1.1

또는 데이터를 변경하여 강건성을 테스트할 수 있습니다. 이 경우 단순히 7개의 펀드 중 하나를 제거하고 주어진 매개변수로 백테스트를 다시 실행합니다(cpf=VFISX를 제거할 때 r=0으로 이동). 이것은 7개의 편차와 첫 번째 줄의 최적의 솔루션(1개)인 8개의 관측치을 제공합니다.

02Jan1998-14Dec2012,cpf VFISX, lev=2,cost%j=3,tc=0.1%:
3/7,4m/4m/4m, 100/80/50%: R=23.2%,V=15.2%,D=-16.5%,S0=1.53,S2.5=1.36,S5=1.20,W=70.6%,Q0=1.41,T=2.5,O=3.30,Q10=0.80, **best**

3/6, 4m/4m/4m, 100/80/50%: R=22.6%,V=15.5%,D=-19.8%,S0=1.46,S2.5=1.30,S5=1.14,W=68.9%,Q0=1.14,T=2.2,O=3.14,Q10=0.64, drop VTSMX
3/6,4m/4m/4m, 100/80/50%: R=20.7%,V=14.5%,D=-17.4%,S0=1.43,S2.5=1.26,S5=1.08,W=68.9%,Q0=1.19,T=2.3,O=2.95,Q10=0.62, drop FDIVX
3/6,4m/4m/4m, 100/80/50%: R=18.4%,V=12.9%,D=-15.9%,S0=1.43,S2.5=1.23,S5=1.04,W=70.0%,Q0=1.16,T=2.2,O=3.02,Q10=0.53, drop VEIEX
3/6,4m/4m/4m, 100/80/50%: R=22.4%,V=18.4%,D=-21.5%,S0=1.22,S2.5=1.08,S5=0.95,W=66.1%,Q0=1.04,T=2.3,O=2.55,Q10=0.58, drop VBMFX
3/6,4m/4m/4m, 100/80/50%: R=21.3%,V=18.6%,D=-20.7%,S0=1.15,S2.5=1.01,S5=0.88,W=65.0%,Q0=1.03,T=2.8,O=2.49,Q10=0.55, drop VFISX
3/6,4m/4m/4m, 100/80/50%: R=18.1%,V=15.6%,D=-20.2%,S0=1.16,S2.5=1.00,S5=0.84,W=66.7%,Q0=0.90,T=2.4,O=2.63,Q10=0.40, drop VGSIX
3/6,4m/4m/4m, 100/80/50%: R=16.2%,V=14.8%,D=-19.0%,S0=1.09,S2.5=0.92,S5=0.76,W=69.4%,Q0=0.85,T=2.5,O=2.53,Q10=0.33, drop QRAAX

전체 1+7=8개의 관측을 통해, 각 매개변수의 최소값과 최대값을 취하여 다음과 같은 **데이터 강건성 범위**(최소-최대)를 얻습니다.

R=16-23%, V=13-19%, -D=16-21%, S0=1.1-1.5, S2.5=0.9-1.3, S5=0.7-1.1, W=65-70%, O=2.5-3.1, Q0=0.8-1.2, Q10=0.3-0.6

이는 **모델 강건성 범위와 동일한 크기**입니다. 최소-최대 범위의 합을 결합하여 가장 넓은 강건성 범위를 얻습니다:

R=15-24%, V=13-19%, -D=13-24%, S0=0.9-1.6, S25=0.8-1.4, S5=0.6-1.3, W=65-73%, O=2.4-4.2, Q0=0.8-1.8, Q10=0.3-1.1

이 목록의 "최악의" 강건성 점수(가장 높은 V=19%, D=24%, 가장 낮은 R=15%, S5=0.6, Q0=0.8 등)를 벤치마크 매개변수와 비교하면 다음 그림을 얻을 수 있습니다.

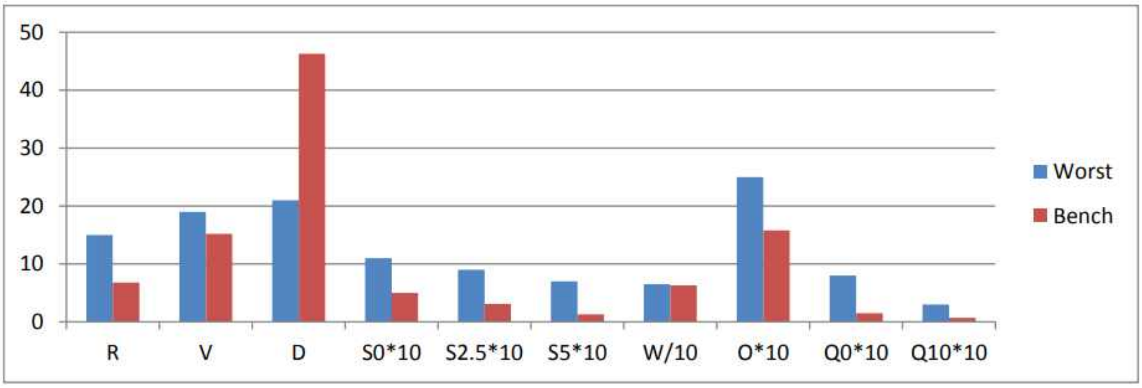


Fig. 9. Comparing the "worst" robustness scores with the benchmark scores, 1998-2012

그림에서 우리는 모든 "최악의" 강건성 점수가 해당 벤치마크 점수보다 훨씬 더 나은 것을 볼 수 있습니다. 예외는 변동성 V입니다. (우리가 V=15%로 정규화했기 때문에 벤치마크가 약간 더 좋습니다.) (수익률/위험)은 Sharpe S 및 Calmar Q 비율로 나타나는 것처럼 훨씬 더 좋습니다. 이 비율은 모두 해당 벤치마크 수치의 두 배 이상입니다.

물론 이 결과는 (모델 및 데이터) 편차의 크기에 따라 다르지만 적어도 우리의 최선의 (최적화된 in-sample) 결과는 어느 정도 강건하다는 것을 보여줍니다. OOS 테스트와 함께 이것은 우리의 결과가 순전히 데이터 스누핑의 결과가 아니라는 것을 나타내는 몇 가지 지표를 제공합니다. 벤치마크에 대한 백테스트의 강건성을 테스트하는 것 외에도 이러한 유형의 강건성 검사를 사용하여 다른 백테스트 모델을 비교할 수도 있습니다.

또는 6개 모델과 7개 데이터 차원에서 임의의 표본을 추출하고 평균과 범위(예: sample의 표준 편차의 두 배)를 계산할 수 있습니다. 그러나 sample이 위의 델타 내부에 있는 한, 범위도 위에서 계산한 최소-최대 범위 내에 있습니다. 이러한 범위의 위치와 폭은 다시 우리 솔루션의 강건성(부족)을 나타낼 수 있습니다.

## 15. Conclusions

우리는 전통적인 모멘텀 모델을 3가지 요소로 확장하여 보다 일반적인 모멘텀 모델로 만들었습니다. 절대 모멘텀(A), 변동성 모멘텀(V), 상관관계 모멘텀(C)입니다. 우리는 이 네 가지 요소에 대해 선형 순위(또는 기타 단조 함수)를 사용함으로써 간단하지만 강력한 자산 배분 전략을 개발할 수 있음을 보여 주었습니다. 이를 유연한 자산 배분(FAA)이라고 합니다.

구체적으로, 매월 말에, 우리는 지난 몇 개월 동안 가장 높은 일반화된 모멘텀을 가진 N개의 U 자산 중 동등하게 가중된 포트폴리오에 우리의 돈을 할당합니다. **모델 매개 변수**는 (일부 정규화와 U 자산 또는 펀드의 모집단이 주어진 경우) **수익률, 변동성 및 상관 관계 모멘텀에 대한 가중치 및 과거 리뷰 기간과 N의 수**입니다.

우리는 각 매개변수 집합을 백테스트하여 모든 자산의 배당 조정 종가(dividend-adjusted closing prices를 사용하여 테스트할 수 있습니다.

일반화된 모멘텀 모델을 적용할 때 2차 최적화와 같은 복잡한 계산 절차를 제한 하에서 실행할 필요가 없는 반면, 자산의 총 수익률 시리즈의 모든 1차 및 2차 특성(수익률 및 공분산 등)을 통합할 수 있습니다. 모든 계산은 예를 들어 스프레드시트로 수행할 수 있습니다. 제한 조건 하의 2차 최적화의 경우와 같이 특이한 모서리 해를 도출할 가능성이 적습니다.

우리는 일반화된 모멘텀 모델을 예시하기 위해 1998년 1월부터 2012년 12월까지 간단한 7개 자산 포트폴리오(주식, 국채, 원자재 및 리츠(REITs)를 위한 글로벌 지수 펀드 포함)에 대해 몇 가지 백테스트를 통해 월별 전략을 단계별로 보여 주었습니다. 우리 모델의 대부분의 매개변수에 대해 기본값을 사용하여 in-sample과 out-of-sample 모두에서 수행했습니다. 우리는 수익과 위험 측면에서 B&H(Buy and Hold) 기준보다 일반화된 모멘텀 모델을 사용하여 훨씬 더 나은 솔루션을 찾았습니다.

마지막으로, 일반화된 모멘텀 모델의 데이터 스누핑 정도를 테스트하기 위해 간단한 in-sample 모델 최적화 기반의 out-of-sample 테스트를 계산했습니다. 또한 모델과 데이터 차원에서 몇 가지 강건성 테스트를 수행하여 수익, 변동성 및 손실률과 같은 결과의 최소값과 최대값을 도출했습니다. 우리는 우리의 솔루션이 out-of-sample에서도 강점을 보여주고 모델 매개변수와 데이터의 적당한 변화에 상대적으로 강건하다는 것을 보여 주었습니다.