

보호 자산 배분(PAA)

정기 예금에 대한 간단한 모멘텀 기반 대안

Wouter J. Keller, Jan Willem

Keuning1 2016년 4월 5일(4월 13일 수정, v0.99e)

추상적인

2008년 금융 위기와 최근(2015년 말) 하락 이후 투자자들은 덜 위험한 투자를 찾고 있습니다. 따라서 저위험/절대수익 포트폴리오에 대한 수요가 높아지고 있습니다. 이 백서에서 우리는 이 법안에 부합할 수 있는 강력한 "충돌 보호" 기능이 있는 간단한 이중 모멘텀 모델(보호 자산 할당 또는 PAA라고 함)을 설명합니다. 이중 모멘텀을 사용하는 다중 시장 폭에 의해 최적의 주식/채권 혼합이 결정되는 전통적인 60/40 주식/채권 포트폴리오의 전술적 변형입니다. 우리는 여러 글로벌 다중 자산 ETF 프록시로 모델을 백 테스트했습니다. 1970년 12월부터 시작하여 요 금 인상 기간의 PAA 행태도 조사할 수 있습니다. PAA 전략의 가장 보호적인 변형의 샘플 내(1970년 12월 - 1992년 12월) 및 샘플 외 수익은 높은 수익을 손상시키지 않고 절대 수익 요구 사항을 충족합니다. 따라서 PAA는 1년 정기예금에 대한 매력적인 대안이 됩니다.

## 1. 소개

Faber(2007)와 최근의 금융 위기(2008/2009) 이후 추세 추종에 대한 새로운 관심이 생겼습니다. Faber는 자산 가격의 SMA(단순 이동 평균) 필터가 어떻게 약세장 및 기타 손실을 건너뛰어 위험뿐만 아니라 수익도 개선할 수 있는지 보여주었습니다. 방법은 간단합니다. 가장 최근 가격이 SMA 추세 아래에 있는 한 현금으로 전환하는 것입니다. SMA 추세는 종종 지난 10개월 평균 가격(SMA10)을 기반으로 합니다. 이것은 또한 추세 추종(또는 타이밍)이라는 이름을 설명합니다. 추세 추종은 절대 모멘텀이라고도 합니다. SMA 필터를 사용하는 대신 12개월(또는 1년 이내의 다른 룩백 기간) 가격 수익률(RET12)을 추세 지표로 사용할 수도 있습니다(Moskowitz, 2011, Antonacci, 2013a). 다시 말하지만, 룩백 기간 동안의 수익이 마이너스인 한 현금으로 이동합니다.

추세 추종 이면의 메커니즘은 상승하는 가격이 계속 상승하고 하락하는 가격이 더 낮아지는 "모멘텀" 또는 "가격 지속성" 메커니즘입니다. 여러 학술 연구(예: Jegadeesh, 1993)는 회고 기간이 1개월에서 1년 사이인 한 관련성이 있는 모멘텀을 보여주었습니다. 룩백 기간이 훨씬 커지거나(예: 60개월) 훨씬 짧아지면(1개월 미만) 반대 현상이 발생하여 "반전"이라고 합니다. 따라서 모멘텀과 반전은 룩백 기간의 길이에 따라 반대 효과입니다.

절대 모멘텀 외에 상대(또는 단면) 모멘텀도 있습니다. 이 경우 모멘텀은 자산 간에 비교되며 종종 지난 12개월 동안의 수익률을 사용 용합니다. 다음으로 상대 수익률이 가장 높은 자산(예: 12개 자산이 있는 유니버스 중 최고의 상위 3개 자산)이 투자를 위해 선택됩니다. 이것은 그 이름을 설명합니다: 상대 운동량. 그리고 매달 다르기 때문에

---

<sup>1</sup> Adam Butler, Steve LeCompte, Frank Kuiper, Bas Nagtzaam, Hugo van Putten, Valeriy에게 감사드립니다. Zakamulin, 이전 버전의 논문에 대한 유용한 의견 모든 오류는 우리의 것입니다.

자산이 상위 선택 항목에 표시될 수 있으며, 월간 포트폴리오 개혁을 가정하고 상대적 모멘텀(또는 "상대적 강도")에 따라 이러한 자산을 "회전"합니다(예: Fama, 1993, Faber, 2010 및 Asness, 2014 참조).

따라서 절대 모멘텀은 추세가 음수일 때 자산을 현금으로 대체하면서 추세 필터 오버레이(예: 10개 가격 단순 이동 평균 SMA10 또는 12개월 수익률 필터 RET12 사용)를 적용하는 것을 의미합니다. 상대적 모멘텀은 상위  $< N$ 인 유니버스의  $N$ 개 자산 중에서 최고 성과 자산(예: 12개월 수익률 측면에서)을 선택하는 것을 의미합니다.

Antonacci(2013b)는 둘 다 12개월 수익률(무위험 이자율 초과)을 기반으로 하는 결합된 절대 및 상대 모멘텀 계획에 대해 "이중 모멘텀"이라는 문구를 만들었습니다.

Keller(2012)는 유사한 작업을 수행했지만 FAA(Flexible Asset Allocation)에서 절대 및 상대 모멘텀 모두에 대해 4개월 수익률을 제공했습니다. 때때로 SMA10을 기반으로 하는 추세 필터(절대 모멘텀)가 1, 3, 6 및 12 개월.

우리의 모멘텀 모델은 주로 Faber와 Antonacci 그리고 절대 및 상대 모멘텀에 대해 쓴 다른 많은 사람들로부터 영감을 받았습니다. 관심 있는 독자는 역사적 개요를 보려면 Antonacci(2014), Newfound(2015) 및 Faber(2013)를 참조하십시오. 이 백서에서는 Faber 및 Antonacci가 채택한 것과 유사한 이중 모멘텀 전략을 사용하지만 두 가지 유형의 SMA 추세 필터를 기반으로 합니다.

가세.

또한 글로벌 시장이 더욱 약세를 보일 때 모든 자본을 "현금"(또는 더 나은: 안전한 재무부 채권)으로 이동하여 강력한 "충돌 보호"를 사용할 것입니다. 우리는 전 세계적으로 시장 제도를 측정하기 위해 다중 시장 범위 지표를 사용할 것입니다. 이 전략을 보호 모멘텀이라고 합니다. 우리는 이 충돌 방지 메커니즘이 우리 논문의 주요 혁신이라고 생각합니다. 이와 같이 보호 모멘텀은 위험 조정 수익률을 개선하기 위해 절대적 또는 상대적 모멘텀(Faber, 2007, 2010) 또는 일반화된 모멘텀(예: Keller, 2012, 2014b)만 있는 다양한 다른 모멘텀 모델에도 적용할 수 있습니다. 이 백서에서는 보호 모멘텀과 SMA를 기반으로 하는 간단한 이중 모멘텀 모델을 결합하여 보호 자산 할당(PAA) 전략에 도달할 것입니다. 선택한 보호율(각각  $a=0,1,2$ )에 따라 낮음(PAA0), 중간(PAA1) 및 높음 보호 전략(PAA2)을 구분합니다.

충돌 방지를 위해 다중 시장 범위 지표를 사용하는 것은 기존의 이중 모멘텀 모델에서 충돌 방지를 간단하게 확장한 것입니다. 이는 추세 추종에 의한 충돌 방지가 개별 자산 대신 유니버스에도 적용될 수 있다는 생각을 기반으로 합니다. 즉, 자산 간의 상관 관계로 인해 자산 자체의 모멘텀뿐만 아니라 우주에 있는 다른 자산의 모멘텀도 필요한 충돌 보호 수준에 대한 유용한 정보를 제공할 수 있습니다.

또한 우리 지표는 쉽게 볼 수 있듯이 기존의 이중 모멘텀 전략보다 더 강력한 보호를 허용합니다. 예를 들어 모멘텀을 기반으로 6개 자산이 회전하는  $N=12$  유니버스를 생각해 보십시오.

상위 6개 자산 중 일부가 긍정적이지 않은 모멘텀을 가질 때만 이러한 자산을 전통적인 이중 모멘텀 전략으로 현금화합니다. 반대로 가장 방어적인 모멘텀 접근법(PAA2)에서는 모든 상위 6개 자산이 긍정적인 모멘텀을 갖고 있고 다른 6개 자산이 모두 긍정적이지 않은 모멘텀을 가질 때 예를 들어 100% 현금으로 전환할 수 있습니다. 따라서 우리의 보호 모멘텀은 다음으로 이동하는 데 훨씬 더 공격적일 수 있습니다.

현금. 이것은 위험 감소뿐만 아니라 수익에도 좋은 것으로 밝혀졌습니다. 여기에서 "손실 제한"은 위험을 줄이고 수익을 개선하는 데 도움이 됩니다(60/40 벤치마크 대비).

1년 정기 예금과 경쟁하기 위해 우리는 1년 롤링 수익률의 95%가 0% 미만인 것이 아니고 99%가 -5% 미만인 것이 아닌 "절대 수익률" 전략을 정의합니다. 아래에서 볼 수 있듯이 12개의 ETF 프록시와 하나 이상의 국채 ETF 프록시를 "현금"으로 사용하는 글로벌 다중 자산 유니버스를 사용하는 가장 보호적인 PAA 전략(PAA2)은 두 가지 모두에서 "절대 수익"이 있습니다. 45년(1970년 12월~2015년 12월) 동안 표본에서 많이 벗어났습니다. 우리는 또한 우리의 결과를 거의 수동적인 60/40 주식/채권 혼합 및 전통적인 이중 모멘텀 모델과 비교합니다. 우리는 수익률이 60/40보다 훨씬 나은 반면 위험은 크게 감소하여 더 나은 샤프 비율과 훨씬 더 작은 손실을 초래한다는 결론을 내릴 것입니다. 1970년 12월부터 1981년 12월까지의 금리 상승 기간을 포함함으로써 국채 수익률이 상승할 때 PAA2가 좋은 성과를 낼 수 있음을 보여줍니다. 우리는 다양한 (조합) "안전한 국채"에 대해 이를 시연합니다.

논문의 개요는 다음과 같다. 섹션 2에서 모델이 소개됩니다. 섹션 3과 4에서는 각각 샘플 내(IS) 및 샘플 외(OS) 성능을 살펴봅니다. 섹션 5에서 대체 안전 채권("현금")을 고려합니다. 섹션 6에서 결론을 내립니다.

## 2. PAA 모델

두 종류의 모멘텀(절대 및 상대)은 종종 1년 이하의 록백 기간에 의존합니다. SMA 필터는 최신 가격  $p_0$ 이 SMA 수준보다 높을 때 긍정적인 추세를 나타냅니다. 여기서  $x$ 는 평균화된 과거 가격의 수입니다. SMA 필터의 인기 있는 값은  $x=200$  일일 가격과 10 또는 12 월 가격입니다. 더 단순한 수익률 모멘텀 필터는 RETY 수익률이  $y$  기간 동안 양수일 때 동일한 작업을 수행합니다. 여기서  $y$ 는 일, 주 또는 월 단위의 록백 기간의 길이입니다. 12개월 수익률 모멘텀 외에도 1, 3, 6, 12개월 평균 수익률도 모멘텀 측정으로 일반적입니다(Faber(2013), Hurst(2012) 및 Keller(2014b, 2015) 참조). SMA에서 평균  $x$  월 가격(포인트)은  $x-1$ 개월(간격)에 해당합니다.

PAA의 경우 동일한 SMA를 사용하여 Faber와 Antonacci의 방법을 추세 추종과 회전 모두에 결합합니다. 그렇게 함으로써 우리는 Antonacci의 이중 모멘텀 접근법과 일치하지만 (과도한) 리턴(RET) 필터 대신 SMA 필터를 사용합니다. 다음에서는 둘 다에 대해 동일한 록백 매개변수  $L$ 을 사용하고 시간 단위로 표현된 록백 기간을 나타내는 SMA( $L$ ) 및 RET( $L$ )를 작성합니다. 월별 데이터를 사용하므로 록백  $L$ 은 항상  $L$ 개월을 나타냅니다.

따라서 예를 들어 SMA10(10개 가격)은 9개월 록백 기간이 있는 SMA(9)와 동일합니다.

Beekhuizen(2015), Zakamulin(2015a) 및 Levine(2015)은 SMA 및 RET 필터(및 EMA 및 MACD와 같은 일부 필터)가 모두 월별 가격 수익률의 일부 가장 평균의 간단한 함수로 표현될 수 있음을 보여줍니다. 예를 들어 RET(12)는 이전 12개월 수익률에 대한 동일 가중치 필터를 기반으로 하는 반면 SMA(12)는 이전 12개월 수익률에 대해 선형적으로 감소하는 가중치 필터를 기반으로 합니다(따라서 가장 최근 달 수익률에 가중치가 적용됨). 12회, 전월 11회, 가장 오래된(12번째) 달까지 1회). Zakamulin(2015b, c)은 많은 대안 중에서 SMA 필터가 가장 강력하고 지수 이동 평균 필터와 거의 동일함을 보여줍니다. 평균

Faber와 다른 사람들이 사용하는 1/3/6/12개월 리턴 필터는 SMA12 필터의 하향 경사 웨이트 모양과 유사하지만 리턴 웨이트가 덜 점진적인 것으로 표시될 수 있습니다.

이중 SMA 모멘텀 접근 방식은 보호 자산 배분(PAA) 모델의 기초이며, 아래에서 설명할 다중 시장 폭 지표를 사용하여 약세 시장에서 채권 비율이 증가하는 강력한 충돌 보호와 함께 합니다.

모멘텀 지표는 SMA(L) 필터와 가장 최근의 자산 가격  $p_0$ 을 기반으로 합니다.

$$MOM(L) = p_0 / SMA(L) - 1 \quad (1)$$

L은 룩백 기간(개월 단위)입니다. 자산은 회전에 대한 상대 MOM(L) 점수(상대 모멘텀 또는 강도)로 다른 자산과 비교할 수도 있습니다. 추세 추종(절대 모멘텀)은 MOM(L)의 부호에 의해 지배되므로 국채나 현금과 같은 안전 자산 외에 양의 모멘텀이 있는 자산만 포트폴리오에 사용됩니다.

일반적으로 절대 모멘텀(추세추종) 스타디에서는 긍정적이지 않은 모멘텀을 가진 자산을 국채와 같은 위험이 없는 "현금"으로 대체합니다. 그러나 우리는 교환 거래 중간(7-10년) 국채 펀드 IEF(Keller, 2014b에서 했던 것처럼)를 사용하여 보다 채권과 같은 현금 프록시를 사용할 것입니다. IEF의 배치는 무위험 현금에 비해 두 가지 이점이 있습니다. 국채 펀드를 "안전한" 자산으로 사용하여 더 높은 수익을 올릴 수 있는 반면, 국채 펀드는 시장 혼란기에 위험 자산에 대한 "헤지" 역할을 더 많이 할 수 있습니다. , 베타가 낮기 때문입니다. 듀레이션이 짧은 채권을 "안전 채권"이라고 합니다.

<sup>8</sup> 대체 자금 사용에 대해서는 섹션 5를 참조하십시오.

<sup>2</sup>  $x=1,3,6,12$ 개월 RET $x$ 는 (100000000000), (111000000000), (111111000000) 및 (111111111111)에 비례하는 월별 수익가 중치 벡터를 갖기 때문에 1/3에 대한 가중치가 있음을 알 수 있습니다. /6/12m 반환 평균은 합계에 비례하므로 (12,11,10, .. 대신 (4,3,3,2,2,1,1,1,1,1)이 됩니다. ,1) SMA(12) 필터의 경우(Beekhuizen, 2015 참조).

<sup>8</sup> 약간 더 짧은 국채 ETF(IEF와 같은)에 비해 IEF의 추가 이점은 더 나은 유동성입니다.

IEF의 헤지-리턴 특성은 최근 풀백에서 입증되었습니다(그림 1 참조). 연준이 2015년 12월 15일에 금리를 인상하여 채권 가격이 낮아질 수 있다는 점에 유의하십시오. 그러나 SHY(1-3년), IEF(7-10년), TLT(20+) 등의 국채 펀드는 안전자산으로 활용되면서 시장의 혼란으로 가격이 상승했습니다. 이 수치는 또한 IEF가 "안전한" 채권인 이유를 보여줍니다. 이는 SHY보다 훨씬 나은 헤지(수익률 5.3% 대 0.6%)인 반면 TLT(변동성 5.7% 대 13.9%)보다 덜 위험합니다.

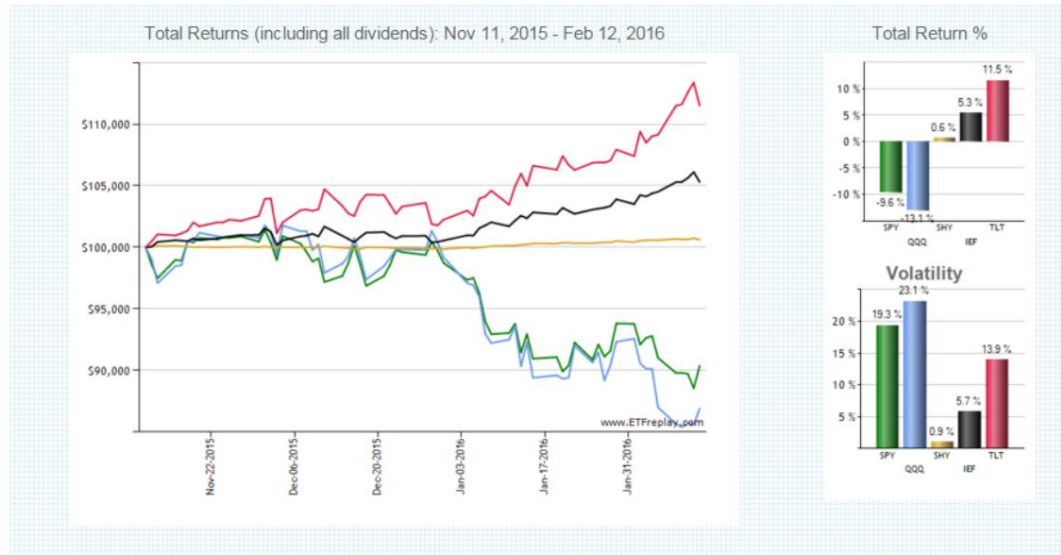


그림 1 2015년 11월 11일 - 2016년 2월 12일 총 수익률(© ETFReplay.com)

간단한 PAA 모델의 레시피를 제시하기 전에 우주를 정의해야 합니다. 우리는 IEF가 "안전한" 채권 역할을 하는 전통적인 60/40 주식/채권 혼합의 주식 대체품으로 글로벌 다중 시장 유니버스를 사용할 것입니다. 따라서 우리의 유니버스는 60/40 혼합 주식과 같은 "위험한" 자산에 초점을 맞추지만 이제는 고정된 60/40 할당(및 주식 대신 글로벌 자산 클래스) 대신 활성 혼합을 사용합니다.

"위험한" 자산의 최적 조합은 이중 모멘텀 모델에 의해 결정됩니다. 최적의 채권 비율(BF)은 다중 시장 폭으로 측정되는 시장 체제에 의해 결정됩니다. 따라서 BF는 매월 개혁을 통해 자본 할당의 위험 부분과 채권(IEF) 부분 간의 균형을 결정할 것입니다.

위험 자산의 경우  $N(=12)$ 으로 표시된 TLT4와 같은 일부 위험 채권을 포함하여 12개의 ETF로 구성된 글로벌 다중 자산 유니버스로 Faber(2013)를 따를 것입니다. 말했듯이 현재, HYG 및 LQD. (위험한) 유니버스의 자산 수는 "안전한" 국채 부분은 7-10년 국채로만 구성되어 있습니다. 채권펀드 IEF.

PAA 레시피를 공개하기 전에 "좋은" 자산과 "나쁜" 자산을 정의해야 합니다. 양의 모멘텀을 가진 좋은 자산이  $n$ 개 있으므로  $MOM(L) > 0$ ,  $n \leq N$ 입니다. 나머지( $Nn$ ) 자산( $MOM \leq 0$  포함)은 불량 자산입니다. 우리는 단순히 좋은/나쁜 자산의 수를 체제 지표로 사용할 것입니다.

<sup>4</sup> 높은 변동성으로 인해(그림 1 참조) TLT는 안전한 피난처로 적합하지 않습니다.

$n$ 은 낮고  $n$ 이  $N$ 에 비해 높을 때 더 낙관적입니다. 주식에 적용되는 이 지표는 종종 시장의 "폭"이라고 합니다. 자산에 적용하므로 "멀티 마켓 폭" 지표라고 합니다.

필요한 모든 재료를 정의했으므로 이제 PAA 모델에 대한 레시피를 제공할 수 있습니다.

1. 우량 자산  $n$ 의 수에 따라 채권 비율 BF를 계산합니다.

$$BF = (Nn)/(N-n1), \text{ 여기서 } n1 = a \cdot N/4, \quad (2)$$

여기서  $a$ 는 보호 계수 ( $a \geq 0$ )이고  $n \leq n1$ 인 경우  $BF=100\%$ 입니다.

2. 각 위험 자산에 대해 동일한 가중치(EW)로 포트폴리오의 위험(주식과 같은) 부분을 형성하기 위해 가장 높은 모멘텀을 가진 상위( $\leq N$ ) 우량 자산을 결정합니다.  $n < \text{Top}$ 이면  $n$ 개의 좋은 자산(긍정적인 모멘텀 포함)만 이 위험한 EW 포트폴리오에 포함됩니다.
3. 60/40 전략과 같이  $(1-BF)/BF$  방식으로 위험한 EW 포트폴리오를 채권 부분과 혼합합니다.

보호 계수  $a$ 가 높을수록  $n1$  ( $n \leq n1$ 인 경우  $BF=100\%$ )이 높으므로  $a$ 를 높이면 동일한 수의 우량 자산  $n$ 에 대해 채권 비율 BF가 높아집니다. 또한 우리의 포트폴리오는 채권 부분(분율은 식 (2)에 의해 결정됨)을 제외하고는 롱 전용이며 동일한 가중치라는 점에 유의하십시오.

다음에서는 보호 계수가  $a=0, 1$  및 2인 PAA의 세 가지 하위 모델에 초점을 맞출 것입니다.  $a=0, 1$  또는 2일 때 보호 수준을 각각 낮음, 중간 또는 높음으로 설명합니다. 이러한 모델을 각각 PAA0, PAA1 및 PAA2로 표시합니다.

낮은 보호 PAA 모델은 보호 계수가  $a=0$ 로 설정될 때 발생합니다. 그런 다음 채권 비율 BF는 전체 (위험한) 유니버스에서 불량 자산의 비율과 같습니다. 즉,  $BF=(Nn)/N$ 입니다. 따라서 예를 들어  $n=6$  및  $N=12$ 인 경우 결합 비율은  $BF=50\%$ 가 됩니다. 모든 자산이 불량( $n=0$ )인 경우에만 채권 비율이 100%가 됩니다.

이를 PAA0으로 표시되는 보호 수준이 낮은 PAA 모델이라고 합니다. 이 낮은 보호 모델( $a=0$ )은 Keller(2014b)의 충돌 보호 모델과 유사합니다.

보호 계수가  $a=1$ 로 조정될 때 채권 비율 BF는 위험한 유니버스 크기의  $3/4$  ( $0.75N$ )에 대한 불량 자산의 비율과 같습니다. 즉,  $BF=(Nn)/(0.75N)$ , 최대 100%. 따라서 예를 들어  $n=6$  및  $N=12$ 인 경우 결합 비율은  $BF=6/9=67\%$ 가 됩니다. 이것은 또한 유니버스의 부실 자산이 75% 이상일 때 채권 비율이 100%가 된다는 것을 의미합니다. 이것을 PAA1로 표시된 중간 보호 PAA 모델이라고 합니다.

가장 보호적인 PAA 모델은 보호 계수를  $a=2$ 로 설정하여 얻습니다. 그런 다음 채권 비율 BF는 위험한 유니버스 크기의 절반 (따라서  $0.5N$ )에 대한 부실 자산의 비율과 동일합니다(즉,  $BF=(Nn)/(0.5N)$ , 최대 100%). 이것은 또한 유니버스의 부실 자산이 50% 이상이면 채권 비율이 100%가 된다는 것을 의미합니다. 따라서 다시 예를 들어  $n \leq 6$  및  $N=12$ 인 경우 자본의 100% 할당은  $BF=100\%$ 이므로 안전한 피난처 펀드 IEF로 이동합니다. 이를 PAA2로 표시되는 보호 수준이 높은 PAA 모델이라고 합니다. 1년 정기 예금에 대한 대안으로 고려하는 것이 바로 이 PAA2 모델입니다.

그림 2에서 우리는 크기가  $N=12$ 인 (위험한) 유니버스의 경우에 대한 채권 비율 BF를 보여줍니다. 보호 계수  $a=0,1,2$ (낮음, 중간, 높음 보호).

#나쁜	12	11	10	9	8	7	6	5	4	삼	2	1	0
#좋은	0	1	2	삼	4	5	6	7	8	9	10	11	12
a=0	100%	92%	83%	75%	67%	58%	50%	42%	33%	25%	17%	8%	0%
1	100%	100%	100%	100%	89%	78%	67%	56%	44%	33%	22%	11%	0%
2	100%	100%	100%	100%	100%	100%	83%	67%	50%	33%	17%	0%	0%

그림 2 a( $a=0,1,2$ )와 우량(n) 및 불량 자산( $N=12$ )의 함수로서의 채권 비율 BF

그림 2에서 알 수 있듯이 보호 수준이 높은( $a=2$ ) 모델이 적용될 때 채권 비율 BF는 곧 매우 우세해집니다. 9개( $N=12$ 개 중)의 우량 자산이 있더라도 채권 적용 범위는 이미 50%입니다. 우량 자산만 있는 경우( $n=12$ , 위험한 유니버스의 모든 자산이 양의 모멘텀을 가짐)만 있을 때 채권 커버리지는 0입니다.

이 백서에서는 eq로 주어진 다중 시장 범위 보호 전략을 사용할 것입니다. (2) 매우 단순한 이중(SMA 기반) 모멘텀 전략과 결합하는 경우에만 FAA(Keller, 2012), EAA(Keller, 2014b) 및 CAA(Keller, 2015)와 같은 다른 전술 전략과 결합할 수도 있습니다. . 그런 맥락에서 우리는 "보호 모멘텀"이라는 이름을 제안합니다 .

### 3. 데이터 및 샘플 내 최적화

우리는 1970년 12월부터 2015년 12월(45년)까지 월간 ETF 프록시를 사용하여 위에서 설명한 PAA 모델을 백테스트할 것입니다. 다음  $N=12$ 에 대한 프록시로 구성된 글로벌 다중 자산 "위험한" 유니버스를 사용합니다.

ETF:

- SPY, QQQ, IWM(미국 주식: 각각 S&P500, Nasdaq100 및 Russell2000 Small Cap), - VGK, EWJ(선진 국제 시장 주식: 각각 유럽 및 일본), - EEM(신흥 시장 주식), - IYR, GSG, GLD(대안: 각각 REIT, 원자재, 금), - HYG, LQD 및 TLT(고수익 채권, 투자 등급 회사채 및 장기 미국

재무부, 각각.).

"안전한" 채권은 Keller(2014b)에서와 같이 IEF(7-10년, 중간 국채)로 표시됩니다. 무위험( $rf$ ) 비율의 경우 BIL(2-3m, T-bills)에 대한 수익을 사용합니다. IEF 외에도 섹션 5에서 더 큰 채권 유니버스(BIL, SHV, SHY, IEI, IEF, TLT, AGG)를 "안전한" 채권으로 간주했습니다.

모든 데이터는 무료 또는 무료로 가까운 출처(MSCI, ALFRED, REIT, PremiumData, StockCharts, Ibbotson SBBI, Fama French 및 Yahoo)에서 가져온 것입니다. 부록 A를 참조하십시오. 모든 기본 데이터는 월말 조정(총 수익률) 가격으로 구성됩니다. (배당, 분할 등에 대해 조정됨), 배당세(총) 제외. ETF 프록시 생성을 위해,

IEF(7-10y) 및 TLT(15y+)와 같은 일부 재무부 채권 ETF는 ALFRED에서 얻은 여러 일정 만기 채권 시리즈로 5 구성됩니다. 모든 ETF-Proxy(인덱스 기반)는 해당 True ETF의 (최근) 중복성으로 Tracking 오차를 최소화하도록 구성되어 운용수수료가 포함되어 있습니다. 데이터 구조는 부록 A에도 자세히 설명되어 있습니다. "위험한" 유니버스를 N12 유니버스로 표시하겠습니다. 모든 ETF 프록시의 개시일은 1969년 12월이며 시작 가격은 \$100입니다.

PAA 레시피에는 12개월의 록백 기간이 필요하므로 백테스트는 1970년 12월에 시작하여 2015년 12월에 끝납니다. 데이터 스누핑을 테스트하기 위해 데이터를 두 부분으로 나눕니다: 1970년 12월 - 1992년 12월 샘플 기간: IS) 및 1992년 12월 - 2015년 12월 (샘플 외 기간, OS). 우리는 전체 비율이 상승하는 기간(1970년 12월 - 1981년 12월)과 전체 비율이 감소하는 기간(1981년 12월 - 1992년 12월)이 동일한 기간(각 11 연령). 이를 통해 두 상황 모두에서 PAA 모델을 훈련할 수 있습니다. 실제로 우리는 IS 기간 동안 매개변수(상위 회전, 록백 L 및 보호 정도 a)를 최적화하고 OS 기간 동안 최상의 IS 매개변수를 테스트할 것입니다. Keller(2014b)와 마찬가지로 우리는 0.1%의 (일방향) 거래 수수료를 가정할 것입니다. 이는 첫 해(1970-)에는 너무 낮지만 마지막 해(-2015)에는 너무 높을 수 있습니다.

IS에 대한 시나리오를 비교하려면 성능 측정이 필요합니다. 수익률 R(CAGR), V(연간 변동성), D(최대 드로다운), SR(무위험 수익률 이상의 샤프 비율) 및 MAR(=R/D)과 같은 모든 일반적인 성과 측정을 살펴볼 것입니다.

또한 PAA를 (1년) 정기예금과 비교하고 있기 때문에 1년 롤링 수익률(Win0으로 표시)에 초점을 맞출 것입니다. 우리는 최소 95%의 Win0 점수를 목표로 하고 있으므로 테스트 기간 동안 모든 연속 12개월 기간 중 최대 5%만 마이너스 수익을 낼 수 있으므로 1년 예금보다 나쁜 것으로 간주됩니다. 그리고 우리가 보게 될 PAA2 모델의 평균 수익률은 이 작은(5%) 손실 가능성을 보상하기 위해 1년 예금보다 훨씬 높습니다.

1년 롤링 마이너스 수익률을 파악하기 위해 1년 롤링 수익률이 -5% 미만인 달의 비율(Win5로 표시)도 살펴봅니다. 우리는 최소 99%의 Win5 점수를 목표로 하여 월의 최대 1%만 1년 연속 수익률이 -5% 미만인 되도록 합니다. 우리는 Win0과 Win5 비율이 각각 최소 95%와 99% 수준을 만족할 때 "절대 수익 전략"이라는 용어를 사용할 것입니다.

IS 기간(1970년 12월 - 1992년 12월) 동안 최상의 모델을 결정하기 위해 N=12 유니버스에 대해 다음 매개변수 값을 고려할 것입니다.

1. 록백 기간 L= 3, 6, 9, 12개월(식 1에 명시된 MOM(L) 공식에서).
2. 보호 등급 a = 0, 1, 2(각각 낮음, 중간 및 높음 보호라고 함).

---

<sup>5</sup> 수율 데이터에서 가격 데이터를 도출하는 데 필요한 계산을 제공한 Nathan Faber에게 감사드립니다. 나단 월별 쿠폰 지불과 함께 작동하도록 제안되었습니다. 그의 방법론에 따라 우리는 1개월 후 채권의 가격을 재조정하고 매각된 것으로 가정하고 1개월 이표 지불금과 함께 수익금을 새로운 액면가 채권으로 롤오버합니다. Faber(2015)도 참조하십시오.



3. 회전에서 최고의 자산 수,  $Top = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ (따라서  $N/2$  또는 50% 이하  $N=12$  유니버스 크기).

대부분의 기존 모델은 이러한 매개변수 범위에 의해 관리됩니다.  $L=9$ 개월에 대한  $MOM(L)$ 은 Faber(2007)의 유명한 논문에서 사용된 잘 알려진 SMA10 척도(9개월 룩백은 10 가격과 같음)를 나타냅니다. 당사의  $MOM(12)$ 은 Faber(2013) 및 Antonacci(2014)에서 사용하는  $L=12M$  월 룩백인  $RET(L)$  측정과 룩백 길이가 유사합니다. 또한 자주 사용되는  $1/3/6/12m$  평균 반환 필터에 접근합니다 (위 참조).  $MOM(L)$  필터는  $L$ 이 작을 때 최근 수익률에 가장 큰 가중치를 두기 때문에 포함된  $L=3$ 개월에 대한  $MOM(L)$ 은 가장 높은 회전율을,  $L=12$ 개월은 가장 낮은 회전율(따라서 가장 낮은 회전율)을 초래합니다. 거래 비용).

우리는 또한 Faber(2010, 2013) 및 최고의 상위 33%를 사용한 기타(예: Asness, 2014)의 상속에 가깝게 유지하기 위해 최고의 자산( $Top$ )의 수를 최대 6개의 자산으로 제한했습니다(따라서  $Top = 4$ ( $N=12$ 인 경우) 회전 모델의 자산. Keller(2014b)는  $Top = \sqrt{N}$  또는  $N/2$ 를 권장하며 결과는  $Top=3-6$ 입니다. 상위 번호가 높을수록 더 많은 다각화를 의미하므로 분산이 낮아 절대 수익 전략에 도움이 됩니다. 여기서 더 높은 상위 번호(최대 상위 = 6, 따라서  $N/2$ )를 허용할 것입니다.

현재 고려 중인 총 IS 시나리오 수는  $4(\text{룩백}) * 3(a) * 6(\text{최상위}) = 72$ 개 시나리오입니다. 샘플 내 기간(IS: 1971-1992)에서 이 72개 시나리오를 모두 검색하고 샘플 외 기간(OS: 1993-2015) 동안 테스트할 최상의 시나리오를 사용합니다. 그러나 무엇이 최고를 구성합니까? 우리 전략의 절대 수익 특성을 고려하여 우리는 주로 Win5 점수가 높은 시나리오, 바람직하게는 100%에 집중하여 IS 기간 동안 1년 롤링 수익이 -5% 경계 아래로 떨어지지 않도록 할 것입니다.

Win5=100% 기준을 충족하는 세 가지 시나리오가 있습니다(그림 3 참조)(굵게 표시된 최상의 값). 세 가지 모두  $L=12m$  룩백,  $a=2$ (가장 높은 보호 수준) 및  $Top \geq 4$ 입니다.

일	↑	탑 R	V			디	원0 원5
12	2.0	4	17.9%	10.0%	10.9%	96.8%	100.0%
12	2.0	5	17.6%	9.7%	10.4%	96.8%	100.0%
12	2.0	6	17.1%	9.2%	10.4%	96.8%	100.0%

그림 3 최상의 IS 시나리오(Win5=100%)

$Top=6$  시나리오는 가장 낮은 변동성과 손실률(그리고 아마도  $Top < 6$ 에 비해 최고의 다각화)을 갖기 때문에 IS에 대한 최상의 시나리오로 이 시나리오를 선택합니다. 말했듯이 우리는 절대 수익을 목표로 하므로 보호 및 다양화가 성과를 압도합니다. 이를 확장하기 위해 최상의 매개변수는  $L=12m$ (긴 조회, 따라서 회전율이 낮음),  $a=2$ (높은 보호),  $Top=6$ (가장 다양함)입니다. 이러한 매개변수 값은 절대 수익 전략6에 대해 직관적으로 기대하는 것과도 일치합니다.

<sup>6</sup> IS/OS 기간을 전환할 때(지금은 1992-2015에 최적화) 최상의 매개변수 값은  $L=12m$ ,  $a=1$  및  $Top=3$ 이 되어 선택한 PAA2 모델보다 약간 더 공격적인 전략을 제공하지만 비슷한 결과. 그러나 우리는 더 빠른 IS 기간을 사용하는 것을 선호합니다. 왜냐하면 여기에는 금리 상승도 포함되어 있어 더 강력한 "학습" 기간이 되기 때문입니다. 분할 지점(1992년 12월)은 전체 샘플(FS: 1970년 12월-2015년 12월)의 중간(22년)인 반면 IS는 상승(1970년 12월-1981년 12월)과 하락(1981년 12월-1992년 12월)을 모두 포함합니다. 비슷한 기간(각 11년) 동안의 요금.

Win0 및 Win5(각각 97%, 100%)에 대한 매우 높은(절대 수익률) 점수에도 불구하고 IS에 대한 CAGR(R)은 여전히 낮은 V 및 D 판독값(9.2 % 및 10.4%) 이는 높은 SR 및 MAR 값(각각 1.05 및 1.64)을 의미합니다. 우리는 IS의 경우 약 7.5%, OS의 경우 2.5%(IS+OS에 대해 5%)인 무위험 수익률에 대한 초과 수익을 기준으로 샤프 비율을 사용합니다.

우리는 a=2에 대한 최상의 시나리오(L=12m, Top=6)를 높은 보호 수준의 PAA 전략, 간단히 PAA2라고 부를 것입니다. 다음 섹션에서는 동일한 L=12m 및 Top=6으로 낮은 및 중간 보호 전략 PAA0 및 PAA1(각각 a=0 및 a=1)을 검토합니다.

우리의 새로운 "보호" 전략을 기존의 이중 모멘텀 모델과 비교하기 위해 Faber가 제안한 이중 모멘텀 접근 방식(공격적 GTAA라고 함, Faber(2013) 및 Antonacci(2013b) 참조)에 대한 결과도 아래에 설명합니다. 비교하고 추가 보호 효과에 초점을 맞추기 위해 PAA 전략에 사용한 것과 동일한 SMA/Top6 접근 방식을 사용하고 동일한 데이터(N12 유니버스)와 비용7을 사용합니다.

#### 4. PAA 시나리오의 성능: 샘플 내, 샘플 외, 전체 샘플

먼저 샘플 내 기간(IS: 1970년 12월 – 1992년 12월)에 대한 몇 가지 성능 비교부터 시작하겠습니다. PAA1(a=1, 중간 보호) 및 PAA0(a=0, 낮은 보호)뿐만 아니라 PAA2(a=2, 높은 보호가 있는 IS의 최상의 시나리오)에 대한 성능 수치를 표시합니다. 우리의 벤치마크로 우리는 주식/채권에 대해 SPY/IEF와 함께 전통적인 정적 60/40% 포트폴리오를 사용할 것입니다. 위에서 언급한 바와 같이 PAA 제품군 및 Dual에 대한 모든 결과는 Top=6 및 L=12m입니다. 각각 최소 95% 및 99%를 목표로 하는 Win0(1년 연속 수익률  $\geq 0\%$ ) 및 Win5(idem  $\geq -5\%$ )로 전략의 절대 수익 특성을 판단 합니다 ..

이름	SR	V	D	Win0	Win5	SR	MAR
PAA2	17.1%	9.2%	10.4%	96.8%	100.0%	1.06	1.64
PAA1	17.4%	9.8%	12.7%	95.7%	98.8%	1.02	1.37
PAA0	17.3%	10.3%	15.8%	94.5%	98.4%	0.96	1.09
듀얼	17.3%	12.8%	25.4%	90.5%	96.0%	0.78	0.68
60/40	11.1%	11.2%	27.4%	80.2%	94.1%	0.33	0.40
스파이	11.8%	15.8%	42.6%	77.5%	85.4%	0.28	0.28

그림 4 In-Sample(IS: 1970년 12월 – 1992년 12월) 성능

그림 4에서 볼 수 있듯이 최고의 수익률(R/CAGR=17.4%)은 a=1, 즉 PAA0 및 기존의 듀얼 모멘텀 전략(둘 다 R=17.3%)보다 약간 더 나은 중간 보호 PAA1 모델에 대한 것입니다. ).

그러나 Volatility V, Max Drawdown D, Win0 및 Win5와 같은 모든 위험 측정치는 PAA2에 가장 적합합니다. PAA2의 이러한 판독값이 PAA1, PAA0, Dual, 60/40 및 마지막으로 SPY에 대한 판독값보다 우수하다는 점도 주목하십시오.

<sup>7</sup> FS에서 PAA2와 함께 SMA(12) 대신 RET(12)를 사용할 때(1970년 12월 – 2015년 12월) 결과가 더 나빴습니다: R=13.4% (vs. 13.7% with SMA), V=9.6% (8.6%), D=18.1% (10.4%), Win0=93.4% (96.0%), Win5=96.4% (99.4%), 비슷한 결과- 샘플(IS). 따라서 보호 운동량의 효과를 공정하게 비교하기 위해 Dual과 함께 SMA를 사용하기로 결정했습니다.

모노톤 패션. 수익률/리스크 측정 샤프 비율 SR 및  $MAR(=R/D)$ 에 대해서도 마찬가지입니다. 절대 수익률 전략 PAA2는 다른 모든 전략보다 우세하며 60/40 SR의 3배, 60/40 MAR의 4배입니다.

PAA2의  $SR=1.06$ 은 데이터 스누핑에 50%의 헤어컷을 사용하는 경우에도 0과 크게 다릅니다(Harvey, 2013 참조).

<sup>8</sup>, 그 이후로 그 t-비는  $t=2.46$ 과 같으며 이는 매우 중요합니다( $p<1\%$ ).

그러나 SR이 이렇게 높으면 데이터 스누핑을 위한 0.25 헤어컷이면 충분할 가능성이 높으며 비율이 3.69로 훨씬 더 좋습니다( $p<0.025\%$ ). PAA2 Sharpe Ratio SR은 60/40 벤치마크보다 0.73 더 높으며, 이는 데이터 스누핑( $t=2.45$ )을 설명하기 위해 SR의 25% 헤어컷에도 불구하고 중요합니다.

우리의 절대 수익 전략은 먼저 위험에 초점을 맞추고 그 다음에는 수익에만 초점을 맞춰야 하므로 PAA2는 절대 수익 청구서에 잘 맞습니다. 세 가지 PAA 전략은 주로 위험에 초점을 맞추고 있지만 수익률 R이 60/40 벤치마크 및 SPY보다 훨씬 낫다는 것은 놀라운 일입니다(아래 주식 그래프 참조). 이것은 투자자의 첫 번째 법칙인 "손실 제한"을 보여주는 것입니다.

그러나 PAA2는 샘플 내 최적화의 결과이므로 IS의 경우 데이터 스누핑이 순서대로 이루어집니다(R에 대해서는 최적화하지 않았지만).

PAA2가 IS에서 최고의 절대 수익 전략이라고 선언했으므로 이제 OS 데이터 세트에서 PAA2의 장점을 평가해야 합니다. 따라서 PAA 모델의 Out-of-Sample(OS: 1992년 12월 - 2015년 12월) 성능으로 전환합니다. 성능은 그림 5에 나와 있습니다.

운영체제	V					SR 마크	
PAA2	10.5%	7.9%	8.8%	95.3%	98.9%	1.00	1.20
PAA1	11.3%	8.2%	7.9%	94.2%	99.3%	1.06	1.43
PAA0	11.6%	8.5%	8.3%	93.1%	98.2%	1.05	1.39
듀얼	12.5%	10.2%	12.2%	92.4%	96.4%	0.97	1.02
60/40	8.4%	8.7%	29.5%	83.4%	89.5%	0.66	0.28
스파이	8.9%	14.5%	50.8%	80.5%	83.4%	0.44	0.18

그림 5 Out-of-Sample(OS: 1993년 1월 - 2015년 12월) 성능

샘플 외 테스트에서 가장 높은 수익은 낮은 보호 PAA0( $a=0$ ) 모델이 2위( $R=11.6\%$ )인 듀얼 모멘텀( $R=12.5\%$ )에 대한 것입니다. 그러나 V, D, Win0, Win5, SR 및 MAR과 같은 모든 위험 및 위험/수익 측정은 Dual, 60/40 및 SPY보다 세 가지 PAA 모델에서 더 좋습니다. PAA 제품군 내에서 PAA2는 V 및 Win0 측면에서 이기고 PAA1은 D, Win5, SR 및 MAR 측면에서 이깁니다. PAA0은 낮은 보호 전략에 적합한 R 측면에서만 이깁니다.

그리고 다시, PAA 제품군(보호 수준이 높은 PAA2 포함)의 수익률 R은 모두 60/40 벤치마크 및 SPY보다 우수합니다. 그러나 R 수준(및 60/40과의 차이)은 적습니다.

<sup>8</sup> Harvey(2013)는 데이터 스누핑 없이 가설  $SR=0$ 을 테스트하기 위해  $t=SR*\sqrt{T}$ 와 함께 t-테스트를 사용할 수 있음을 보여줍니다. 100개 미만의 시나리오(여기서는 72개)의 데이터 스누핑이 있는 경우 SR에 대해 50%의 헤어컷이 약 0.5에 적용될 수 있고 SR이 약 1 이상인 경우 25%가 적용될 수 있습니다. 최근 Paulsen(2016)은 점근적으로(큰 T의 경우) 헤어컷이 SR의 경우  $k/T$ 와 약 1임을 증명했으며,  $k=30$ 이 최적화된 매개변수의 수(Top, L, a) PAA의 경우, IS의 경우  $T=22$ 년. Harvey(2014)도 참조하십시오.

샘플보다. 이것이 샘플 내 데이터 스누핑의 결과일 수 있습니까? OS에 대한 무위험 수익률도 IS에 비해 훨씬 낮고(2.5% 대 IS의 연간 7.5%) SPY의 수익률도 낮기 때문에(연간 8.9% 대 11.8%) 우리는 그렇게 생각하지 않습니다. IS의 경우). 이는 샘플 내에서 얻은 것과 관련하여 샘플 외부에서 PAA 전략의 R 수준의 차이를 설명할 수 있습니다.

PAA2의 SR과 60/40 벤치마크의 SR 간의 차이는 0.34이며, 이는 유의미합니다( $t=1.60$ ,  $p=5\%$ , 단측). 이것은 모두 샘플 외(OS)이므로 헤어컷이 필요하지 않습니다. Dual과 SR의 차이는 분명히 미미합니다.

우리의 절대 수익 목표와 관련하여 보호 수준이 높은 PAA2는 95% Win0 및 (반올림) 99% Win5 비율을 고려할 때 샘플 이외의 Win0 및 Win5 요구 사항을 충족하는 유일한 모델입니다. 이것은 또한 PAA2 모델이 샘플 외 기간 동안 다른 모든 모델(Dual, 60/40 및 SPY 포함)에 대한 절대 수익 전략으로 우수함을 보여줍니다. 또한 모든 PAA 전략은 절대 수익률 특성인 Win0 및 Win5 측면에서 다른 모델을 능가했습니다.

IS와 OS를 결합하면 전체 샘플(FS) 기간(1970년 12월 - 2015년 12월)에 도달합니다. FS의 성능 측정은 다음과 같습니다(그림 6 참조).

FS	---	V	디	윈0 윈5	2015년 3월 SR
PAA2	13.7% 8.6% 10.4%	96.0% 99.4%			1.02 1.32 \$ 32,213 1.12 \$
PAA1	14.2% 9.1% 12.7%	94.9% 99.1%			1.03 40,068 0.91 \$ 41,332
PAA0	14.3% 9.5% 15.8%	93.8% 98.3%			0.99 0.58 \$ 49,638 0.33 \$
듀얼	14.8% 11.5% 25.4%	91.5% 96.2%			0.86 6,414 0.20 \$ 8,361
60/40	9.7% 10.0% 29.5%	81.9% 91.7%			0.48
스파이	10.3% 15.2% 50.8%	79.0% 84.3%			0.36

그림 6 Full-Sample(FS: 1992년 12월 - 2015년 12월) 성능

OS와 마찬가지로 전체 샘플(FS)에 대한 최고의 수익( $R=14.8\%$ )은 기존의 이중 모멘텀 모델에 대한 것입니다. 두 번째는 낮은 보호 PAA0 전략( $R=14.3\%$ )이며, PAA1 및 PAA2는 그다지 뒤지지 않습니다(각각  $R=14.2\%$  및  $13.7\%$ ). PAA 수익률은 60/40 벤치마크와 SPY보다 3~4% 높지만 최종 자산(1970년 12월 100달러부터 시작하는 "P 2015" 칼럼 참조)은 인상적인 4~5배 더 큼니다. (그리고 훨씬 적은 위험으로). 이것은 우리의 보호 모멘텀 접근 방식의 핵심인 "손실 제한" 아다지오를 다시 보여줍니다. 이중 전략은 최종 자산(\$49,638)이 가장 높을 뿐만 아니라 PAA2 및 PAA1 전략에 비해 손실률( $D=25.4\%$ )이 두 배 더 큼니다.

위험 측정(V, D, Win0, Win5)과 관련하여 모든 PAA 구성원이 다른 모델(Dual, 60/40 벤치마크 및 SPY)보다 훨씬 우수합니다. 이는 특히 PAA2의 최대 드로다운 D에 대해 사실이며 최대 5배 더 좋습니다: 10% 대 25%(이중), 30%(60/40) 및 51%(SPY). 다시 말하지만 모든 위험 측정은 PAA1 및 PAA0에 대한 높은 보호 PAA2에서 이중, 60/40 벤치마크 및 SPY로 이동할 때 단조롭게 저하됩니다. 또한 전체 샘플 PAA2(및 PAA1 반올림)에서 Win0 및 Win5(각각 95% 및 99% 이상)의 절대 수익 요구 사항을 충족합니다. 여기서 PAA0, Dual, 60/40 벤치마크 및 SPY는 모두 점수를 얻지 못합니다. 표시합니다.

마지막으로, PAA2에 대한 수익률/위험 측정 SR 및 MAR은 60/40 벤치마크, SPY 및 심지어 Dual의 것보다 전체 표본보다 우수합니다. PAA2(SR=1.02)의 샤프 비율은 벤치마크 및 SPY보다 2-3배 더 나은 반면 MAR 측정( $=R/D=1.32$ )은 60/40 및 SPY보다 최대 6배 더 우수합니다. PAA2와 60/40 벤치마크 간의 SR 차이는 0.54이며, 이는 SR에서 데이터 스누핑을 위해 25% 헤어컷을 적용하는 경우에도 중요합니다( $t=2.53$ , Harvey, 2013 참조).

아래 (그림 7~10)는 60/40 벤치마크와 비교하여 전체 샘플(FS = IS+OS) 기간 동안 절대 수익률 펀드 PAA2의 성과를 보여줍니다. 1993년(IS) 이전의 결과는 샘플 내 최적화의 결과임을 기억하십시오.

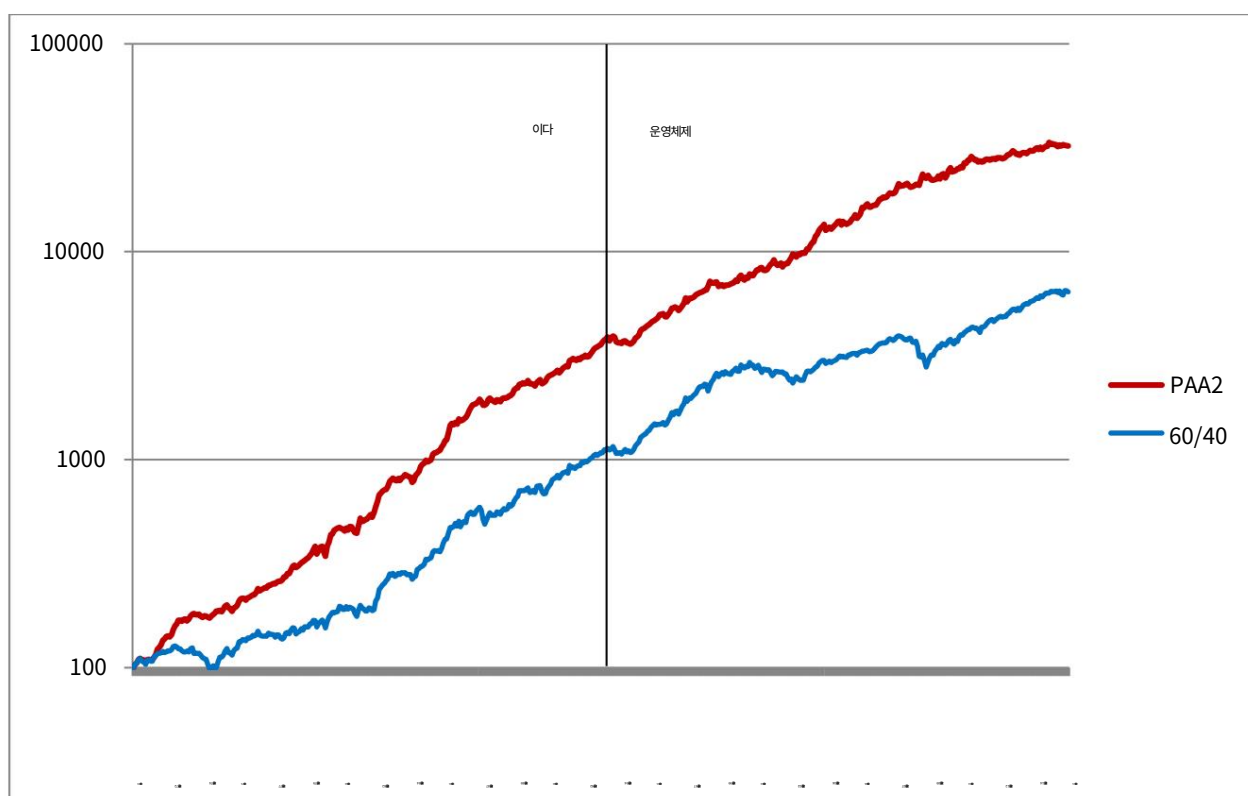


그림 7 PAA2 및 60/40에 대한 에퀴티 라인(로그 스케일, 왼쪽=샘플 내, 오른쪽=샘플 외)

그림 7(로그 스케일)의 에퀴티 라인에서 볼 수 있듯이 PAA2 곡선은 60/40 곡선보다 변동성이 훨씬 적고 변동성과 하락폭이 상당히 적은 반면 동시에 PAA2는 60/40 곡선보다 훨씬 더 나은 성능을 보여줍니다. 40 벤치마크. 이것은 표본 내 기간(IS: 1970년 12월 - 1992년 12월, 이자율 상승 기간 1970년 12월 - 1981년 12월 포함)뿐만 아니라 표본 외 기간(OS: 1992년 1월 - 12월)에도 적용됩니다. 2015).

그림 8에서 우리는 60/40 벤치마크의 큰(거의 30%) 하락이 PAA2 전략의 제한된 하락(최대 약 10%, 대부분 5% 미만)과 극명하게 대조되는 하락에 초점을 맞춥니다. 드로다운에는 깊이뿐만 아니라 폭도 있습니다. 그림 8에서 볼 수 있듯이 PAA2의 경우 폭(심각한 감소가 발생한 개월 수)은 종종 60/40보다 훨씬 작습니다(예: 1994 및 2002 참조). 그러나 1년 동안의 영향을 보려면 롤링 수익을 살펴봐야 합니다.

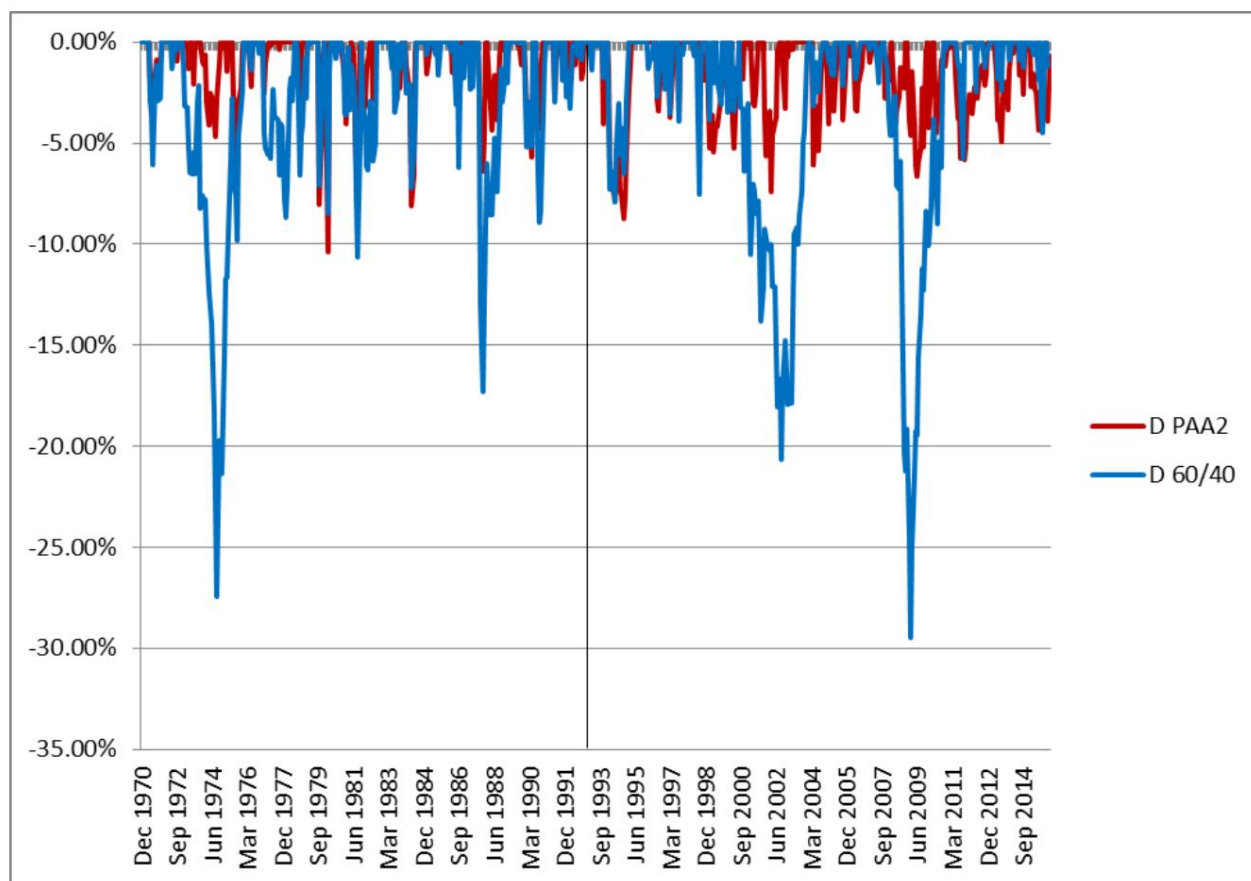


그림 8 PAA2 및 60/40의 축소

그림 9의 1년 롤링 수익률은 1년 롤링 수익률의 거의 대부분(그림 6의 Win0에 따르면 96%)이 음수가 아님을 보여줍니다. 1994/1995년에는 1년 연속 수익률이 3개월 동안 -5% 워터마크 아래로 떨어지는 분명한 예외가 있습니다(1994년 10월 -6.3%, 1994년 11월 -6.0%, 1995년 1월 -5.5%)., 이는 모든 529개의 롤링 1y-returns의 1% 미만에 해당합니다(그림 6의 Win5 참조: 99.6%는 전체 샘플에서 최소 -5%입니다). 샘플 내 기간인 1970년 12월 - 1992년 12월은 Win0 및 Win5 측정 측면에서 더 나은데, 이는 아마도 데이터 스누핑의 위험을 초래하는 적용된 최적화 때문일 수 있습니다. 그러나 샘플 외 기간의 경우에도 Win5 통계는 (반올림) 99%입니다.

PAA2의 성능은 최근 몇 년 동안 60/40 벤치마크보다 낮습니다. 이것은 우리가 절대 수익 전략에 대해 지불하는 대가입니다. 약세장에서는 더 좋고 강세장에서는 덜 합니다. 말했듯이 이 전략은 2016년 1월에 60/40 대비 -1.7%의 3.3%(100% IEF)를 기록하면서 다시 성과를 거두었습니다.

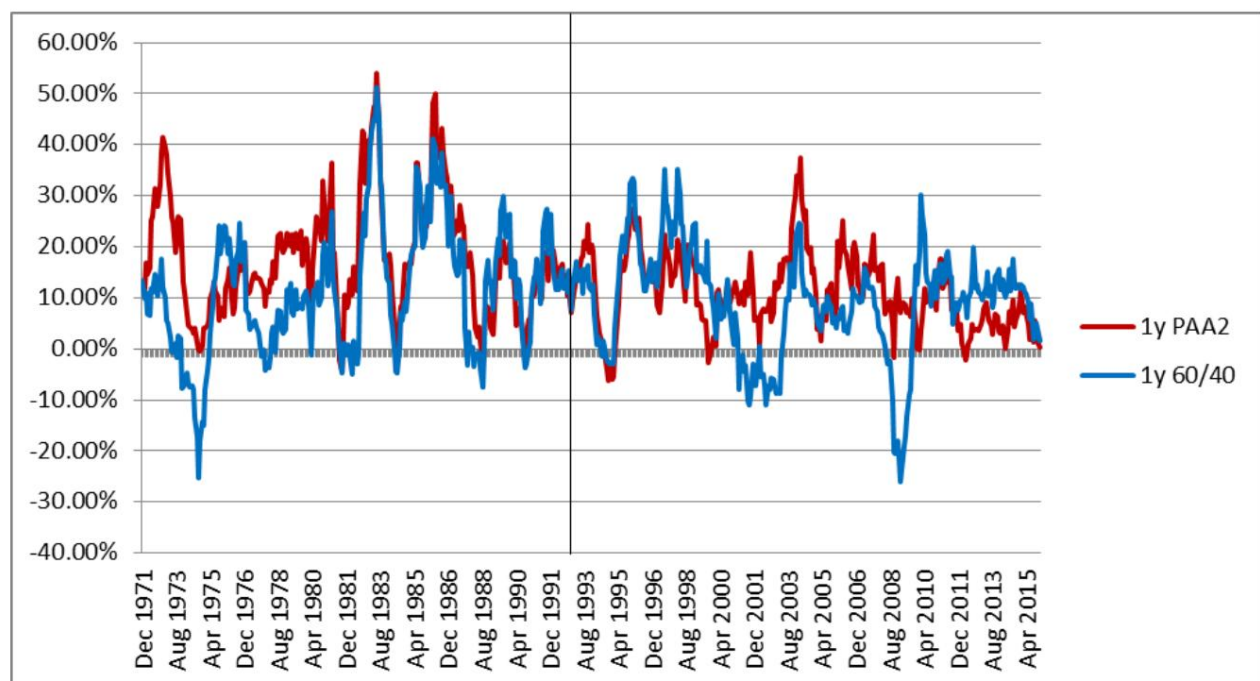


그림 9 PAA2 및 60/40의 롤링 1년 수익률



그림 10은 샘플 내 및 외부 기간 모두에 대해 PAA2에 대해 쉽게 항상 양수인 롤링 3년 수익률을 보여줍니다. 이(및 이전) 그래프에서 PAA2의 평균 수익률이 더 최근의 표본 외(OS) 기간보다 초기 표본 내(IS) 기간 동안 더 높다는 것이 분명합니다. 다시 말하지만, 이는 60/40 벤치마크의 수익률이 샘플 외부보다 샘플 내에서 훨씬 더 높지만 가능한 데이터 스누핑 효과 때문일 수 있습니다(연간 12.0% 대 8.5%, 그림 4 및 5 참조).). 우리는 또한 높은 수익에 대해 샘플 내를 최적화하지 않았습니다(섹션 3 참조).

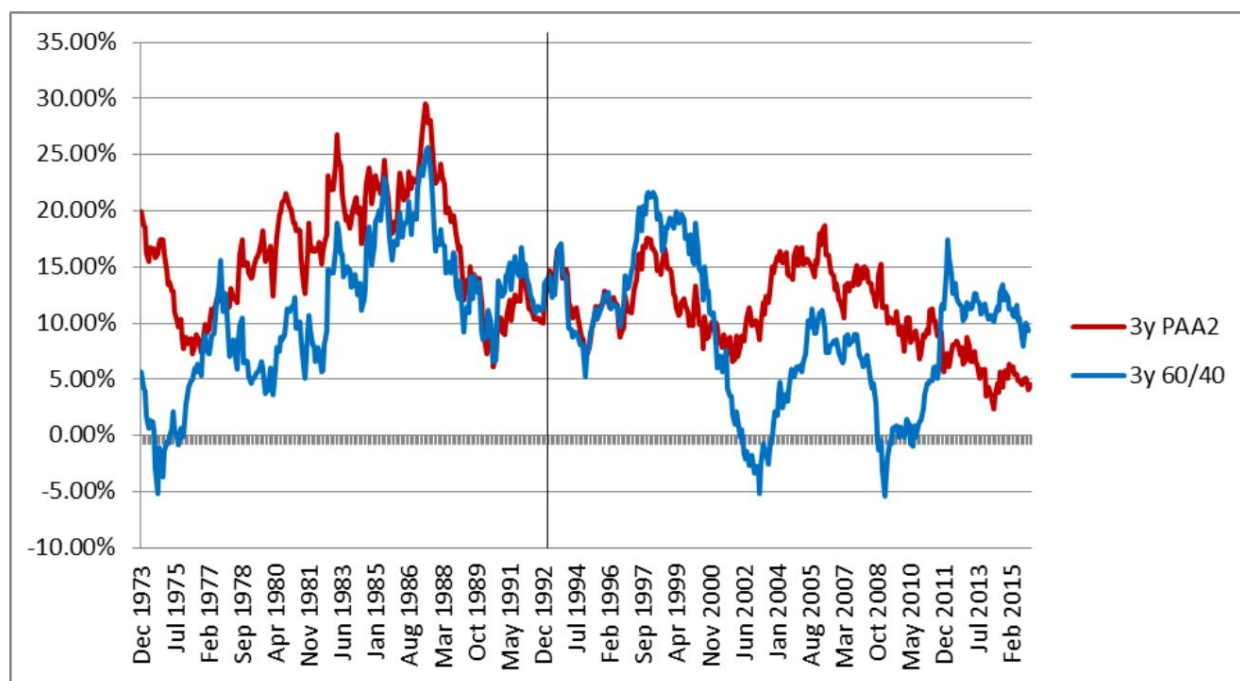


그림 10 PAA2와 60/40의 롤링 3년 수익률

중요한 것은 무위험( $r_f$ ) 비율(및 60/40 수익률)도 매우 달랐습니다. IS의 경우  $r_f=7.5\%$ (PAA2의 경우  $R=17.1\%$ ) 대 OS의 경우  $r_f=2.5\%$ ( $R=10.5\%$  PAA2의 경우  $\%$ ). 또한 최근 연준의 양적완화(QE) 효과로 인해 PAA2 수익률이 10%에서 5%로 상승한 것도 분명합니다. 그러나 최근 2015/2016 철회 기간 동안 PAA2 모델은 완전히 채권(IEF)으로 이동하여 보호적 특성을 다시 입증했으며, 그 결과 PAA2의 경우 2016년 1월에 +3.3%의 수익을 얻었습니다(-1.7%의 수익에 비해). 60/40). 마지막으로, 무위험 이자율이 3%에서 16%로 증가한 1970-1981년에 발생한 것과 같은 대대적인 금리 인상에도 불구하고 성과는 무위험 이자율을 훨씬 상회했습니다(PAA2의 경우 평균 15%, 7 해당 11년 동안의 무위험 비율에 대한  $\%$ ).



마지막으로, 시간 경과에 따른 채권 비율(BF)을 제공합니다(그림 11 참조). SPY의 (총 수익률) 자기자본 곡선(시장 건전성 대리)과 함께 제공됩니다. 1969년 12월부터 2015년 12월까지의 평균 채권 비율은 52.2%이므로 평균적으로 이것은 대략 50/50(60/40 대신) 전략이지만 이 제는 정적인 채권/주식 혼합 대신 활성이 있습니다. 채권 부분(부실 자산의 수에 의해 결정됨)은 약세장과 강세장을 놀라울 정도로 잘 따르고 하락장(예: 2003년 및 2009년 참조) 후에 빠르게 회복됩니다(즉, 적은 채권으로 이동)는 점에 유의하십시오.

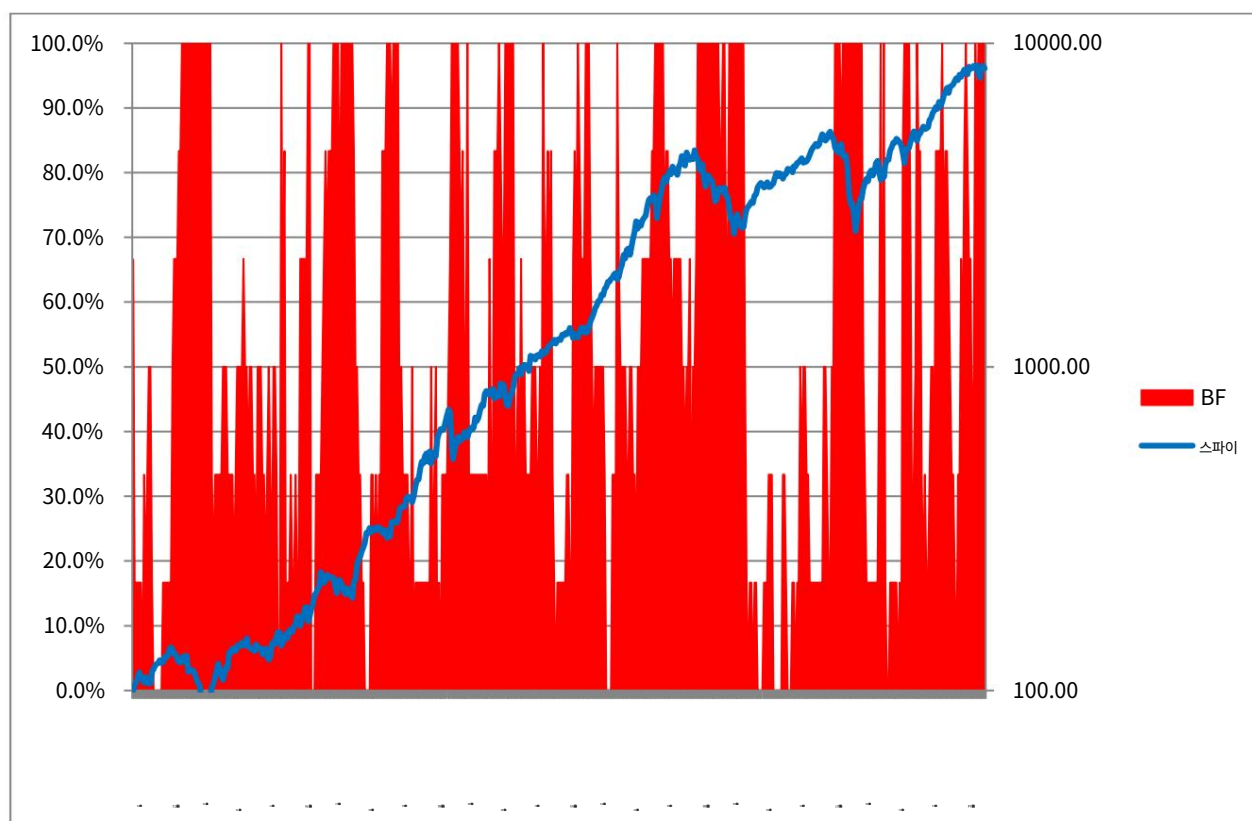


그림 11 Bond Fraction(BF, 왼쪽 축) 및 SPY(오른쪽 축, 로그)

## 5. 미안보다 안전이 낫다?

이전 섹션에서는 IEF를 "안전 채권"으로 사용했습니다. 헤지 특성(약세장에서 SPY 및 기타 위험 자산에 대한 IEF의 음의 상관관계 및 베타)으로 인해 IEF는 첫 10년(1970년 12월 - 1981년 12월 ~ 1981년 12월 ~ 정확하다).

그러나 IEF의 7~10년 만기는 여전히 너무 길어 향후 몇 년(2016~)에 예상되는 금리 상승 시기에 안전하지 않다고 주장할 수 있습니다. 따라서 우리는 다음에서 IEF에 대한 몇 가지 대안을 살펴볼 것입니다. 이 구역.

IEF의 대안으로 다양한 PAA 모델을 사용하여 샘플 내 기간(1970년 12월 - 1992년 12월)에 ETF 프록시 데이터베이스에서 다른 모든 채권 (BIL, SHV, SHY, IEI, TLT, AGG)을 조사했습니다. 단일 채권 교체와 관련하여 SHY(1-3y) 및 BIL(1-3m)만이 우리 PAA2 전략의 "안전한 채권"으로 수익률 R, 특히 절대 수익률 특성 Win0 및 Win5. 둘 다 IEF와 마찬가지로 유동적입니다. 이전에 말했듯이(그림 1 참조) TLT는 변동성이 너무 크고 IEF보다 만기가 긴 반면 AGG는 국채 IEF, SHY 등에 비해 덜 위험합니다.

우리는 또한 BIL, SHY 및 IEF의 조합을 살펴봤는데, 여기서 우리는 부호에 관계없이 MOM(12)을 기준으로 매달 최고의 모멘텀을 가진 채권을 선택했습니다(Nathan Faber, 2015 참조). IS에서 세 가지 PAA(a=0,1,2) 모델을 모두 사용하여 보호 수준이 높은 PAA2만 사용하여 거의 절대 반환 결과(Win0>=95%, Win5>=99%)에 도달했습니다. 따라서 아래(그림 12 참조)에서는 IS의 PAA2에 대한 IEF, SHY 및 BIL의 모든 조합을 제시합니다.

이더	IS	V	D	Win0	Win5	SR	MAR
PAA2 IEF	17.1%	9.2%	10.4%	96.8%	100.0%	1.06	1.64
PAA2 샤이	16.3%	7.1%	7.4%	98.8%	100.0%	1.24	2.21
PAA2 부끄러움/IEF	17.1%	7.9%	7.4%	98.4%	99.2%	1.24	2.33
PAA2 BIL	14.1%	6.6%	8.0%	98.8%	99.2%	1.03	1.76
PAA2 BIL/SHY	15.7%	6.9%	8.2%	98.8%	99.6%	1.20	1.92
PAA2 BIL/SHY/IEF	16.5%	7.7%	8.2%	97.6%	99.2%	1.20	2.01

그림 12 샘플 내 다양한(조합) "안전 채권"에 대한 결과(IS: 1970년 12월 - 1992년 12월, )

그림 12에서 볼 수 있듯이 IEF와 SHY만이 이전에 IS에서 사용했던 강력한 Win5=100% 선택 기준을 충족하지만 6가지 전략 모두 99% 이상의 Win5 비율을 등록합니다. 그러나 SHY/IEF 조합은 IEF와 동일한 높은 R을 갖지만 V, D, Win0, SR 및 MAR이 더 나은 반면 SHY(단일)도 V, D, Win0, SR 및 MAR은 IEF보다 R이 약간 낮습니다.

그리고 BIL의 V 및 D와 그 조합도 매우 우수하지만 IEF보다 SHY에서 반환 R이 상당히 낮습니다. BIL/SHY/IEF 조합만 가까워지지만(R=16.5% 대 IEF의 경우 17.1%) R, D, Win0, SR 및 MAR에서 SHY/IEF에 대해 패배합니다.

표시된 모든 PAA2 모델은 절대 수익 기준(Win0>=95%, Win5>=99%)을 충족합니다. IS에 비해 인상적인 R(IEF와 동일하게 높음), V(IEF의 경우 7.9% 대 9.2%), 특히 D(IEF의 경우 7.4% 대 10.4%)를 고려할 때 최상의 대안으로 SHY/IEF 조합을 선호합니다. 기본 안전 채권 선택 IEF를 위해, 두 전략(SHY/IEF 및 IEF)은 IS에 비해 동일한 R(17.1%)을 갖는 반면 IEF는 더 나은 Win5(99.2%에 비해 100%)이지만 SR(1.24에 비해 1.06)이 더 낮습니다.

아래에는 테스트된 모든 "안전 채권"에 대한 전체 샘플(FS: 1970년 12월 - 2015년 12월) 결과가 나와 있습니다.  
조합:

FS	IS	V	D	Win0	Win5	2015년 3월 SR	MAR
PAA2 IEF	13.7%	8.6%	10.4%	96.0%	99.4%	1.02	1.32 \$32,213 1.49
PAA2 샤이	12.2%	6.8%	8.2%	94.9%	99.6%	1.06	\$17,427 1.41
PAA2 부끄러움/IEF	13.1%	7.8%	9.3%	95.1%	99.6%	1.06	\$25,948 1.23
PAA2 BIL	10.6%	6.5%	8.6%	94.5%	99.2%	0.87	\$9,163 1.44
PAA2 BIL/SHY	11.8%	6.7%	8.2%	95.1%	99.4%	1.02	\$14,851 1.32
PAA2 BIL/SHY/IEF	12.8%	7.7%	9.7%	94.5%	99.6%	1.03	\$22,248

그림 13 다양한(조합) "안전 채권"에 대한 결과, 전체 표본(IS: 1970년 12월 - 2015년 12월)

FS에서는 IEF, SHY/IEF 및 BIL/SHY(및 거의 SHY)만이 절대 수익률 기준(Win0>=95%, Win5>=99%)과 일치하는 반면 SHY를 안전한 채권으로 사용하면 최상의 MAR( 1.49). SHY/IEF에서 최고의 SR(1.06)은

도달했다. 4가지(근사한) 절대 수익률 전략 중 IEF( $R=13.7\%$ ) 및 SHY/IEF( $R=13.1\%$ )만이 FS보다 13% 이상의 수익률을 보인 반면 BIL/SHY( $R=11.8\%$ ) 및 SHY( $12.2\%$ ) 수익률이 낮습니다.

결론적으로 우리는 SHY/IEF 조합을 기본 채권 IEF(PAA2 전략의 "현금" 보호소)보다 "더 안전한 채권"으로 제한합니다. SHY/IEF 조합은 IEF(7-10년)가 SHY에 대한 모멘텀을 잃으면 자동으로 SHY(1-3년 기간 포함)로 전환되므로 향후 금리 상승에 대해 IEF보다 더 탄력적인 것으로 나타날 수 있습니다. 강한 위력을 가진 투자자의 경우 IEF를 매우 보호적인 전략인 PAA2에서 안전한 채권으로 사용하는 것이 좋습니다. 이는 절대 수익(SHY/IEF와 같은)을 보여주지만 수익이 잠재적으로 더 높고 유동성이 매우 좋기 때문입니다.

## 6. 결론

이 백서에서 우리는 강력한 충돌 보호 기능과 결합된 매우 단순한 이중 모멘텀 모델이 기존의 60/40 주식/채권 모델보다 더 높은 수익과 훨씬 더 낮은 위험을 초래한다는 것을 보여주었습니다. 우리는 전략을 보호 자산 배분(PAA)이라고 합니다.

절대 모멘텀과 상대 모멘텀 모두에 대한 간단한 SMA 추세 필터와 12개의 글로벌 다중 자산 ETF 프록시 펀드의 위험한 유니버스를 사용하여 In-Sample(IS: 1970년 12월 - 1992년 12월) 및 Out-of-Sample(운영 체제: 1993년 1월 - 2015년 12월) 가장 보호적인 PAA 전략(PAA2)으로 백테스트. 그 결과는 금리 인상 시에도 전통적인 1년 정기예금과 경쟁할 수 있는 성공적인 절대수익 전략으로 특징지을 수 있습니다. 여기에서 우리는 "절대 수익률"을 모든 달의 95% 이상 0% 미만인 아닌 1년 롤링 수익률로 정의하고 -5% 미만인 아닌 99%의 시간(따라서 Win0 $\geq 95\%$  및 Win5)으로 정의합니다.  $\geq 99\%$ ).

긍정적인 추세 자산의 수("다중 시장 폭")를 기반으로 하는 간단한 시장 체제 지표를 위험한 유니버스에 적용하여 불황기에는 100% "안전한" 채권으로, 호황기에는 0% 채권으로 공격적으로 움직입니다. IEF를 안전한 채권으로 사용하여 결과적으로 높은 보호 수준의 PAA2 전략은 기존의 이중 모멘텀 전략 및 60/40 벤치마크와 달리 IS와 OS 모두에서 언급된 절대 수익 목표를 달성합니다. 이것은 PAA2를 성공적인 절대 수익 펀드 모델로 만듭니다. 연간 수익률(CAGR)이 전체 표본 45개에서 14%에 가까운 반면 손실률은 10%로 제한됩니다.

연령.

이에 비해 고정 60/40 주식/채권 벤치마크는 최대 손실률 30%와 Win0/Win5 점수가 82/92%에 불과한 연간 수익률 10%를 제공합니다. 따라서 "보호 모멘텀" 오버레이 기반을 적용하여 60/40(및 이중 모멘텀) 이상으로 위험 및 수익/위험을 크게 개선할 수 있습니다.

다중 시장 범위에서.

우리는 또한 IEF(1-3y 대 7-10y)보다 만기가 더 낮은 다른 채권 ETF(예: SHY)를 "안전 채권"으로 사용하는 효과를 보여주었습니다. /IEF) 모멘텀 기반. 그들은 모두 60/40 벤치마크와 위험, 수익/위험 및 대부분의 경우 수익 특성에 대한 기존의 이중 모멘텀 전략을 능가했습니다. 그러나 이 백서에서 연구한 "보호 모멘텀" 전략을 통해 우리는 주로 "절대 수익"과 순수 수익 이상의 위험에 중점을 두었습니다.

향후 연구 주제는 여기에 사용된 단순 이중 모멘텀 모델에서 Keller의 FAA 및 EAA 모델(2012, 2014b)과 같이 변동성과 상관관계 효과가 있는 보다 일반적인 모멘텀 모델로 자산 배분을 확장하는 것입니다. 또한 별도의 채권 유니버스(섹션 5에서 살펴본 것과 같은)에서 하나 이상의 "안전한" 채권에 대한 보다 고급 선택(단면 상관 관계의 효과 포함)도 목록에 있습니다. 마지막으로, 우리의 PAA 전략은 국가 및 부문 유니버스를 포함하여 더 많은 (작거나 큰) 유니버스에서 검토될 수 있습니다.

## 부록 A: 데이터 구성

우리는 1969년 12월부터 21개의 글로벌 ETF에 대한 최상의 프록시 가격을 찾으려고 노력합니다. 모든 ETF 프록시 가격은 월별 (EOM: 월말), 분할, 배당금(일명 총 수익), 총 세금, 수수료 순으로 조정됩니다. 등 ETF 기준선과 유사합니다.

우리는 야후 조정 월간(EOM) 가격을 기준으로 사용하고 기준 가격이 야후에서 제공되는 모든(최근) 연도에 대해 ETF 프록시의 구성된 가격과 이 기준 사이의 추적 오류(반환 가중치를 변경하여)를 최소화합니다. . 모든 ETF 프록시는 비용(수수료, 커미션 등) 및 배당금(분할 등 포함)에 대해서도 이러한 방식으로 수정됩니다.

모든 소스는 그림 A1에 있습니다. 대부분의 출처는 무료이거나 저렴합니다(\$). 모든 구성/혼합(/) 및 연결(+)은 그림 A2에 있습니다. 다중 자산 믹스(그림 A2의 "/" )의 월별 수익률 가중치는 배당금, 비용 및 베타 수정으로 인해 자동으로 1이 되지 않습니다.

Source	Weblink
Ibbotson SBBI Yearbook (Ibb)*	<a href="http://www.amazon.com/Stocks-Bonds-Bills-Inflation-Yearbook/dp/0979240220/ref=dp_ob_title_bk">www.amazon.com/Stocks-Bonds-Bills-Inflation-Yearbook/dp/0979240220/ref=dp_ob_title_bk</a>
Fama French (FF)	<a href="http://mba.tuck.dartmouth.edu/pages/faculty/ken.french/data_library/f-f_factors.html">http://mba.tuck.dartmouth.edu/pages/faculty/ken.french/data_library/f-f_factors.html</a>
Yahoo Finance	<a href="http://finance.yahoo.com/">http://finance.yahoo.com/</a>
MSCI	<a href="https://www.msci.com/end-of-day-data-search">https://www.msci.com/end-of-day-data-search</a>
REIT	<a href="https://www.reit.com/investing/index-data/monthly-index-values-returns">https://www.reit.com/investing/index-data/monthly-index-values-returns</a>
PremiumData (\$)	<a href="http://www.premiumdata.net/products/datatools/spot.php">http://www.premiumdata.net/products/datatools/spot.php</a>
StockCharts (\$)	<a href="http://www.stockcharts.com">http://www.stockcharts.com</a>
ALFRED St. Louis FED	<a href="https://alfred.stlouisfed.org/release?rid=18">https://alfred.stlouisfed.org/release?rid=18</a>
*) For HY we used ex Yearbook data from Andrei Simonov.	

그림 A1 데이터 소스(\$: 무료는 아니지만 저렴함)

Proxy	Mix (/) and Concat (+)	Ibbotson (Ibb)	Fama French (FF)	MSCI (Gross)	PremiumData (PD)	StockCharts (SC)	ALFRED	REIT	Yahoo Finance
SPI+	Ibb Large Cap + SPI	Large Cap (100%); 1969-1993							SPI (100%); 1993-2015
QQQ+	FF Tech + ^IXIC + ^NDX + QQQ		Tech (100%); 1969-1971						^IXIC (100.06%); 1971-1985 ^NDX (100.03%); 1985-1999 QQQ (100%); 1999-2015
IWM+	Ibb Small Cap + ^RUT + IWM	Small Cap (99.72%); 1969-1987							^RUT (100.11%); 1987-2000 IWM (100%); 2000-2015
VIG+	MSCI EUROPE + EV + VIG			EUROPE (99.97%); 1969-2000					EV (100.04%); 2000-2005 VIG (100%); 2005-2015
EWJ+	MSCI Japan + EWJ			Japan (99.96%); 1969-1996					EWJ (100%); 1996-2015
EEM+	MSCI Pacific ex Japan + MSCI EM + EEM			Pacific ex Japan (100%); 1969-1987 EM (99.92%); 1988-2003					EEM (100%); 2003-2015
EFA+	MSCI EAFE + EFA			EAFE (99.95%); 1969-2001					EFA (100%); 2001-2015
ACWX+	MSCI All World ex USA + ACWX			World ex US (99.83%); 1969-2008					ACWX (100%); 2008-2015
IYR+	FF Constr/RE/Fin Inv + REIT + IYR		Constr/RE/Fin (100.15%); 1969-1971					REIT (99.91%); 1972-2000	IYR (100%); 2000-2015
GSG+	GSCI spot + GSG SC extended + Yahoo				\$GSCI (100%); 1969-1995	\$GTX (100%); 1996-2006			GSG (100%); 2006-2015
GLD+	Gold spot + GLD				\$GC (99.97%); 1969-2004				GLD (100%); 2004-2015
UUP+	US Dollar index + UUP				\$DX (back filled, 99.90%); 1969				UUP (100%); 2007-2015
BIL+	Ibb T-Bill + DGS1MO + BIL	T-Bill (100%); 1969-2001			\$DX (99.90%); 1970-2007		DGS1MO (100%); 2001-2007		BIL (100%); 2007-2015
SHV+	^IRX / DGS1 + SHV						DGS1 (15.9%); 1969-2007		^IRX (88.6%); 1969-2007 SHV (100%); 2007-2015
SHY+	DGS1 / DGS3 + SHY						DGS1 (55.1%); 1969-2002 DGS3 (53.3%); 1969-2002		SHY (100%); 2002-2015
IEI+	DGS3 / DGS7 + IEI						DGS3 (19.4%); 1969-2007 DGS7 (86.4%); 1969-2007		IEI (100%); 2007-2015
IEF+	^TNX + IEF								^TNX (106%); 1969-2002 IEF (100%); 2002-2015
TLT+	Ibb LT Treasury Bond + TLT	LT T-Bond (93.6%); 1969-2002							TLT (100%); 2002-2015
HYG+	Ibb High Yield + FAHYX + HYG	High Yield (90.5%); 1969-2005							FAHYX (99.95%); 2006-2007 HYG (100%); 2007-2015
LQD+	Ibb Corp Bond + LQD	Corp Bond (97.9%); 1969-2002							LQD (100%); 2002-2015
AGG+	DGS3 / Ibb LT T-Bond + AGG	LT T-Bond (44.0%); 1969-2003					DGS3 (51.5%); 1969-2003		AGG (100%); 2003-2015

그림 A2 1969년 12월 - 2015년 12월 ETF 프록시 데이터 구성(혼합/연결 +)

## 문학

Antonacci, G, 2011, Optimal Momentum: A Global Cross Asset Approach, SSRN 1833722

Antonacci, G., 2013a, Absolute Momentum: A Simple Rule-Based Strategy and Universal Trend Follow Overlay, SSRN 2244633

Antonacci, G., 2013b, 이중 모멘텀 SSRN 2042750 을 통한 위험 프리미엄 수확

Antonacci, G., 2014, Dual Momentum Investing, McGraw Hill(책)

Asness, CS, TJ Moskowitz 및 LH Pedersen, 2012, 모든 곳의 가치와 모멘텀, Working Paper nr. 80, 글로벌 시장에 관한 이니셔티브, 시카고 대학, SSRN 2174501

Asness, CS, A. Frazzini, R. Israel 및 TJ Moskowitz, 2014, 팩트, 픽션 및 모멘텀 투자.  
포트폴리오 관리 저널, 2014년 가을, SSRN 2435323

Beekhuizen, P. 및 WG Hallerbach, 2015, 트렌드 규칙 발견, SSRN 2604942

Faber, MT, 2007, 전술적 자산 할당에 대한 정량적 접근 방식, Journal of Wealth Management, 2007년 봄. Faber(2013)에서 업데이트됨.

Faber, MT, 2010, 투자를 위한 상대적 강도 전략, SSRN: 1585517

Faber, MT, 2013, 전술적 자산 할당에 대한 양적 접근 방식, SSRN 962461. Faber 업데이트(2007).

Faber, Nathan, 2015, The Search for Crisis Alpha: Weathering the Storm Using Relative Momentum, ThinkNewfound.com(논문)

Fama, EF 및 KR French, 1993, 주식 및 채권 수익률의 일반적인 위험 요소, Journal of Financial Economics 33

Harvey, CR 및 Y. Liu, 2013, 백테스팅, SSRN 2345489

Harvey, CR 및 Y. Liu, 2014, 거래 전략 평가, SSRN 2474755

Hurst, B., YH Ooi, LH Pedersen, 2012, A Century of Evidence on Trend-Following Investing, 작업 보고서, AQR Capital Management.

Jegadeesh, N. 및 S. Titman, 1993, 승자 매수 및 패자 매도: 주식 시장 효율성에 대한 시사점, Journal of Finance XLVIII, 65/91.

Keller, WJ 및 H. Van Putten, 2012, 일반화 모멘텀 및 유연한 자산 배분(FAA): 휴리스틱 접근 방식, SSRN 2193735

Keller, WJ 및 H. Van Putten, 2013, 전술적 MPT 및 모멘텀: 현대적 자산 배분(MAA),  
SSRN 2373086

Keller, WJ, 2014a, Momentum, Markowitz 및 Smart Beta, 현대 포트폴리오 이론에 대한 전술적, 분석적, 실용적 관점, SSRN 2450017

Keller, WJ 및 A. Butler, 2014b, A Century of Generalized Momentum; FAA(Flexible Asset Allocations)에서 EAA(Elastic Asset Allocation)까지, SSRN 2543979

Keller, WJ, A. Butler 및 I. Kipnis, 2015, Momentum 및 Markowitz: 황금 조합, SSRN 2606884

Levine, A. 및 LH Pedersen, 2015, 어떤 추세가 당신의 친구입니까?, SSRN 2603731

Moskowitz, T., YH Ooi 및 LH Pedersen, 2011, 시계열 모멘텀, Working Paper nr. 79, 글로벌 시장에 관한 이니셔티브, 시카고 대학교.

Newfound, 2015, Two Centuries of Momentum, Thinknewfound.com(종이)

Paulsen, D. 및 J. Söhl, 2016, 잡음 맞춤, 추정 오류 및 샤프 정보 기준, SSRN 2735087

Zakamulin, V., 2015a, 이동 평균을 사용한 시장 타이밍: 거래 규칙의 구조 및 성능, SSRN 2585056

Zakamulin, V., 2015b, 강력한 이동 평균이 있는 시장 타이밍, SSRN 2612307

Zakamulin, V., 2015c, 이동 평균 거래 전략의 실제 성과에 대한 포괄적인 검토, SSRN 2677212