

# Résumé des Hypothèses en Statistiques et des Intervalles de Confiance

Reda Ouzidane

April 3, 2025

## 1 Hypothèses en Statistiques

En statistique, les hypothèses sont des affirmations ou des conjectures sur les paramètres d'une population, qui peuvent être vérifiées par des tests statistiques. Les hypothèses sont généralement formulées sous deux formes principales :

### 1.1 Hypothèse nulle ( $H_0$ )

L'hypothèse nulle est l'affirmation selon laquelle il n'y a pas d'effet ou de différence dans les données. Elle représente généralement la position de départ dans un test statistique.

$$H_0 : \mu = \mu_0$$

Par exemple, dans un test de moyenne, l'hypothèse nulle pourrait être que la moyenne de la population est égale à une valeur hypothétique  $\mu_0$ .

### 1.2 Hypothèse alternative ( $H_1$ )

L'hypothèse alternative est l'affirmation qui est testée contre l'hypothèse nulle. Elle stipule qu'il existe un effet ou une différence dans les données.

$$H_1 : \mu \neq \mu_0 \quad (\text{test bilatéral})$$

$$H_1 : \mu > \mu_0 \quad (\text{test unilatéral à droite})$$

$$H_1 : \mu < \mu_0 \quad (\text{test unilatéral à gauche})$$

Le test statistique permet de décider si l'on rejette ou non l'hypothèse nulle en fonction des données observées.

### 1.3 Erreur de Type I et de Type II

Lorsque nous testons des hypothèses, il existe deux types d'erreurs possibles :

- **Erreur de Type I (fausse alarme)** : Rejeter l'hypothèse nulle alors qu'elle est vraie. Cette erreur est mesurée par le niveau de signification  $\alpha$ .
- **Erreur de Type II (faux négatif)** : Ne pas rejeter l'hypothèse nulle alors qu'elle est fausse. Cette erreur est mesurée par  $\beta$ .

## 2 Les Intervalles de Confiance

Un intervalle de confiance est une plage de valeurs estimée à partir des données d'échantillon qui est susceptible de contenir le véritable paramètre de population. L'intervalle est défini par un niveau de confiance, qui représente la probabilité que l'intervalle contienne la véritable valeur du paramètre.

### 2.1 Calcul de l'Intervalle de Confiance pour la Moyenne

L'intervalle de confiance pour la moyenne d'une population peut être calculé comme suit :

$$IC = \bar{x} \pm z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

où :

- $\bar{x}$  est la moyenne de l'échantillon,
- $z_{\alpha/2}$  est la valeur critique correspondant au niveau de confiance choisi,
- $\sigma$  est l'écart-type de la population,
- $n$  est la taille de l'échantillon.

## 2.2 Intervalle de Confiance avec Estimation de l'Écart-Type Inconnu

Si l'écart-type de la population est inconnu, on utilise la distribution de Student  $t$  pour calculer l'intervalle de confiance :

$$IC = \bar{x} \pm t_{\alpha/2, n-1} \frac{s}{\sqrt{n}}$$

où :

- $t_{\alpha/2, n-1}$  est la valeur critique de la distribution  $t$  de Student avec  $n - 1$  degrés de liberté,
- $s$  est l'écart-type de l'échantillon.

## 2.3 Interprétation des Intervalles de Confiance

Un intervalle de confiance à 95% signifie que si nous réalisons plusieurs échantillons et calculons des intervalles de confiance à partir de chacun d'eux, environ 95% des intervalles contiendront la véritable valeur du paramètre de population.

## 3 Conclusion

Les hypothèses statistiques sont essentielles pour formuler des tests objectifs et prendre des décisions basées sur des données. Les intervalles de confiance, quant à eux, permettent d'estimer un paramètre de population tout en quantifiant l'incertitude associée à cette estimation.