

解答：

a) 正确。

由题意有：

$$P(a|b, c) = P(b|a, c)$$

而我们有：

$$P(b, c)P(a|b, c) = P(a, c)P(b|a, c)$$

故由以上两点，我们有：

$$P(b, c) = P(a, c)$$

即：

$$\frac{P(b, c)}{p(c)} = \frac{P(a, c)}{p(c)}$$

即：

$$P(a|c) = P(b|c)$$

b) 错误。

题目给出的等式只能说明 a 是和 b 、 c 独立的，但是没有说明 b 和 c 之间是相互独立的，所以并没有 $P(b|c) = P(b)$ 。下面举一个反例。

假设 a 和 b 是一个两个独立事件，比方说是两次独立的抛硬币事件。 c 是和 b 一样的一个事件，即 b 发生什么， c 就发生什么。这样一来， $P(b|c)$ 的概率为 1，但是 $P(b)$ 不是。

c) 错误。

$P(a|b) = P(a)$ ，只能说明 a 和 b 的独立性，并不能说明 a 和 b 、 c 的联合独立性，所以并没有 $P(a|b, c) = p(a|c)$ 。下面举一个反例：

假设 a 和 b 是两个独立事件，比如说两次独立的抛硬币，然后 c 是一个和 a 、 b 有关的事件，比如说， c 是 $a \text{ xor } b$ ，这样一来， $P(a|b, c)$ 的概率就是 0，而 $P(a|c)$ 不是。