

# Localización de servicios en redes

Marcos Colebrook y Joaquín Sicilia  
Dpto. Estadística, Investigación Operativa y Computación  
Universidad de La Laguna  
[mcolesan@ull.es](mailto:mcolesan@ull.es), [jsicilia@ull.es](mailto:jsicilia@ull.es)

## Resumen

Se describen de forma breve y concisa nuestras principales aportaciones de estos últimos años en la localización de servicios en redes. Dichas contribuciones se han centrado en la localización de servicios no deseados en redes unicriterio y la localización de servicios, tanto deseados como no deseados, en redes multicriterio.

## 1. Introducción

En un sentido muy amplio, los problemas de localización consisten en encontrar la ubicación más adecuada donde establecer uno o más servicios, de forma que se optimice (minimice o maximice) algún o algunos criterios específicos. Éstos criterios están usualmente relacionados con la distancia (considerada como medida de costo) existente entre los servicios y los puntos de demanda (clientes).

Así, por ejemplo, en el sector inmobiliario, existen cientos de referencias y páginas web en Internet describiendo buenos lugares donde las personas podrían fijar su residencia. La mayoría de las preferencias de los potenciales demandantes siguen los siguientes criterios: proximidad de un colegio, acceso rápido al lugar de trabajo, existencia cercana de transporte público, servicios médicos/emergencia en el entorno, y centros comerciales colindantes. Como puede observarse, el criterio clave parece estar siempre directamente relacionado con la distancia recorrida.

Además de su indiscutible papel en el negocio inmobiliario, los modelos de localización ha tenido también un gran protagonismo en el establecimiento de nuevos negocios privados y en el desarrollo de servicios públicos. Por ejemplo, en el sector privado, los franquiciadores consideran los siguientes criterios, entre otros, como los más destacados en la implantación de una nueva franquicia:

- Información demográfica: densidad y tipo de la población circundante.
- Tráfico y accesibilidad: cantidad de coches y peatones que pasan por la futura franquicia.
- Competidores: ¿quiénes son? y ¿dónde están situados?

Personas relevantes en este sector consideran la localización como una de las principales características que conducen al éxito de la franquicia. Así, Salvaneschi [1], antiguo Presidente de Blockbuster Video, Vicepresidente de McDonald's y Vicepresidente Superior de Kentucky Fried Chicken (tres de las mayores franquicias en el mundo), afirma que la localización es una de los materiales más cruciales en el desarrollo de una nueva franquicia.

Asimismo, cuando se trata de establecer un nuevo negocio, los comerciantes han tratado de situarlos tan cerca como fuera posible de los potenciales clientes. Resumimos esta idea básica en la siguiente ley de mercado: *cuanto más cercana esté la oferta a la fuente de demanda, más rentable será el negocio*. Otros problemas de localización de negocios privados surgen también en el establecimiento de plantas de producción y ensamblaje, almacenes, nuevas oficinas y centros de distribución.

Por otro lado, el sector público también requiere enfoques óptimos en la localización de servicios de emergencia (ambulancias y estaciones de policía/bomberos), recursos públicos (agua y electricidad), o incluso de servicios no deseados (vertederos, plantas de tratamiento de residuos y reactores nucleares).

Daskin [2] matizó de forma breve que “*el éxito o fracaso de los servicios privados y públicos depende de las localizaciones elegidas para esos servicios*”. Más aún, en muchas circunstancias las localizaciones resultan ser bastante críticas. Por ejemplo, cuando se estudia la localización de servicios de emergencia que vayan a prestar asistencia a personas que sufren ataques de corazón, el mal emplazamiento de las ambulancias provocará un incremento en el tiempo promedio de respuesta, con el incremento asociado en la probabilidad de fallecimiento del enfermo ([3], [2]).

La localización también se aplica en el campo militar, involucrando el emplazamiento de servicios de recursos tales como comedores, almacenes de armas y munición, y suministros médicos. Además, tanto la localización de instalaciones militares como la de almacenes para guardar armamento o material balístico, son considerados problemas de localización de servicios no deseados.

La disciplina matemática que estudia los problemas de localización, construye los modelos matemáticos apropiados y desarrolla los métodos específicos para resolverlos se denomina Teoría de Localización. Siendo una rama del marco de la Investigación Operativa, esta materia proporciona a los decisores herramientas cuantitativas para encontrar buenas soluciones a problemas de decisión relacionados con la localización de servicios. También, la Teoría de Localización ha captado la atención de profesionales como economistas, geógrafos, planificadores regionales y arquitectos, así como investigadores en campos diversos como la Ingeniería Industrial, las Ciencias de la Gestión o la Informática.

Con respecto a la taxonomía que se sigue en el estudio de los problemas de localización, se consideran las siguientes tres áreas de investigación:

- *Localización continua*: se permite que las localizaciones estén en cualquier lugar dentro de un espacio  $d$  dimensional.
- *Localización discreta*: se especifican a priori un número finito de posibles localizaciones en el espacio. A veces también se denomina localización-asignación.
- *Localización en redes*: tipo especial de problemas de localización que plantean sobre redes, entendiendo como red a un conjunto de puntos o vértices unidos por un conjunto de aristas que representan conexiones entre esos puntos.

Nuestros trabajos de investigación se centran principalmente en problemas de localización en redes. Este área de investigación estudia problemas reales de localización en redes fluviales, redes aéreas (pasillos aéreos), redes marítimas (líneas navieras); redes de autopistas, carreteras, y calles; redes de comunicaciones y de ordenadores, etc. La literatura sobre localización en redes está llena de aplicaciones reales intrínsecas. Mencionamos brevemente algunas de ellas:

- Localización de centros de conmutación en una red de comunicaciones para minimizar los costos de transmisión, o la localización de servicios informáticos o programas en una red de ordenadores para minimizar el almacenamiento anual y los costes de transmisión [3].
- Diseño de la red de tratamiento de aguas de una ciudad o pueblo. Las aguas no tratadas emanan de diferentes fuentes en la ciudad. Se localiza un servicio de tratamiento de aguas para minimizar la longitud total de las tuberías necesarias para conducir el agua no tratada con el servicio de tratamiento [4].
- Localización de una unidad de servicio de emergencia en un área rural para minimizar el tiempo máximo de intervención a los centros poblados [5].

A pesar de que la mayoría de estos problemas de localización parecen estar relacionados directamente con el mundo contemporáneo, en realidad algunos de ellos fueron propuestos originalmente hace siglos.

Una de las primeras referencias de la que tenemos constancia data del siglo XVII, cuando el matemático P. Fermat propuso el siguiente problema: *Dados tres puntos en el plano, encontrar el cuarto punto tal que su distancia al resto sea mínima*.

El origen de la teoría de localización moderna se atribuye a A. Weber [13], quien incorporó el problema original de Fermat al Análisis de Localización en su influyente tratado sobre la teoría de la localización industrial *Über den Standort der Industrien* (Teoría de la Localización de Industrias), traducido posteriormente por Friedrich [14]. El problema estudiado por Weber consistía en determinar la localización óptima de una fábrica que debía abastecer a un solo mercado y con dos fuentes diferentes de material. El criterio considerado para tal localización era la minimización de los costos de transporte (distancia a recorrer). Este fue el comienzo de los problemas de localización *minisum*, usualmente conocidos como problemas mediana o simplemente problemas de Weber [15].

Estas últimas referencias tratan sobre problemas de localización en el plano. También muchos problemas son planteados sobre redes y su estudio requiere un análisis diferente. De este modo, Jordan [16] obtuvo una caracterización del conjunto mediana de un árbol (red conexa no dirigida y acíclica). Debemos hacer mención especial de Hakimi [17], quien introdujo los problemas de la mediana y el centro sobre redes generales, y de esta forma, su trabajo inicial estableció los cimientos para el desarrollo de sucesivos problemas de localización en redes.

La bibliografía en Análisis de Localización es extremadamente grande y bastante entrelazada. Uno de los primeros y más extensos compendios es debido a Domschke y Drexl [18], quienes recopilaron una bibliografía de más de 1800 artículos. En un libro más reciente, Drezner [19] aporta más de 1200 referencias. Trevor Hale [20] mantiene una página web con una lista de más de 3000 referencias en ciencia de la localización, localización de servicios y trabajos relacionados. ¡Y este número sigue aumentando!

Todo ello demuestra que la Teoría de Localización es un área de investigación actual y dinámica, que despierta el interés de muchos investigadores operativos. En la siguiente sección presentamos nuestras principales aportaciones en este campo.

## 2. Líneas de investigación

Los modelos de localización en redes han estudiado normalmente problemas de un solo criterio, esto es, problemas de localización sobre redes que tienen un peso por nodo y/o una

longitud por arista. Sin embargo, las decisiones sobre problemas reales involucran, en la mayoría de las ocasiones, más de un criterio. Así, para modelar adecuadamente muchos problemas reales el decisor necesita colocar más parámetros en los nodos (demanda, importancia, número de clientes, etc) y en las aristas (longitud, tiempo, costo de tránsito, etc). En diversos libros y excelentes recopilaciones sobre modelos de localización (véase por ejemplo [6], [7], [8], [9], [10], [2]) sobre el tema se ha hecho hincapié en la importancia de considerar varios objetivos en el análisis de los problemas de Localización. Es más, algunos autores han argumentado la existencia de una gran cantidad de problemas de localización multicriterio/multiobjetivo que no se han investigado todavía, aún cuando este campo ha tomado especial relevancia en las últimas dos décadas ([11], [2], [12]). Siguiendo esta línea, nos hemos centrado principalmente en estudiar modelos de localización en redes con múltiples criterios, considerando varios pesos en los nodos y varias longitudes en las aristas.

Por otro lado, la mayoría de los artículos relativos a problemas de localización estudian el asentamiento de *servicios* que son considerados como *deseables* por la población circundante, tales como servicios de emergencia (policía/bomberos), centros de educación, hospitalares, etc. Sin embargo, en la últimas décadas, debido fundamentalmente a la nueva conciencia social y a la importancia creciente de los temas ambientales, la localización de *servicios no deseados* (verteдерos, plantas químicas, reactores nucleares, etc) está jugando un papel muy destacado en la actualidad. Teniendo en cuenta estas inquietudes, nuestra investigación se ha centrado primordialmente en problemas de localización bicriterio y multicriterio de servicios deseados y no deseados sobre redes.

Por tanto, nuestros trabajos de investigación se han centrado en los siguientes problemas:

- *Problema del cent-dian biobjetivo.* Se dispone de una red conexa y no dirigida con dos longitudes (costes) por arista, y pesos en los vértices. El problema consiste en localizar un servicio sobre la red que minimice la combinación convexa de la distancia total y de la distancia máxima desde cualquier punto al resto de la red. Usando técnicas de Geometría Computacional, proponemos un algoritmo en tiempo polinomial que determina todos los puntos eficientes de la red, proporcionando resultados computacionales (ver [21]).
- *Problema de la mediana multiobjetivo.* Consiste en localizar un solo servicio sobre una red con  $q$  objetivos tipo mediana. Dichos objetivos se forman a partir de pesos (o longitudes) asociados a las aristas de la red. Cuando  $q = 1$ , se obtiene el clásico problema 1-mediana donde solamente se consideran los vértices para determinar la localización óptima. Se examina el caso cuando  $q > 1$ , y se proporciona un método para determinar el conjunto no dominado de puntos de localización del servicio (ver [22]).
- *Problema cent-dian multicriterio.* Considerando redes con varios pesos en los nodos y varias longitudes en las aristas, presentamos un algoritmo polinomial para solucionar el problema cent-dian en redes multicriterio. De este modo, podemos obtener fácilmente la solución al problema del centro multicriterio y al problema de la mediana multicriterio, el cual generaliza el modelo presentado en el trabajo anterior (ver [23]).
- *Problema del centro no deseado.* Trabajos recientes han desarrollado algoritmos eficientes para la localización de un centro no deseado en redes generales con  $n$  nodos y  $m$  aristas. Aunque la complejidad teórica de estos algoritmos es adecuada, el tiempo de cómputo requerido para conseguir la solución puede disminuirse usando una formulación diferente del modelo y mejorando levemente las cotas superiores. Así, presentamos un nuevo algoritmo

más simple y computacionalmente más rápido que los anteriores. Además, se proporcionan resultados computacionales comparando los métodos previos con el algoritmo propuesto (ver [24]).

- *Problema de la mediana no deseada.* El problema consiste en localizar un servicio no deseado en una red para maximizar su distancia total a todos los nodos. Proponemos una nueva cota superior al problema. Asimismo, desarrollamos un nuevo algoritmo que actualiza dinámicamente esta nueva cota superior. Mostramos resultados computacionales en redes de densidad baja y alta, así como en redes planares (ver [25]).
- *Problema del anti-cent-dian.* Se estudia el problema del anti-cent-dian, el cual consiste en una combinación convexa del problema del centro no deseado y del problema de la mediana no deseada. Se propone un algoritmo eficiente en tiempo polinomial para resolver el problema (ver [26]).
- *Localización de servicios no deseados en redes multicriterio.* Analizamos los modelos del centro no deseado y de la mediana no deseada, desarrollando resultados básicos que caracterizan las soluciones eficientes. Posteriormente, por medio de una combinación convexa de estas dos últimas funciones, estudiamos el problema del anti-cent-dian multicriterio, presentando un algoritmo que soluciona dicho problema junto con una regla que elimina las aristas ineficientes (ver [27]).

## Agradecimientos

Este trabajo ha sido parcialmente subvencionado por el proyecto MTM2004-07550 del Ministerio de Educación y Ciencia, y por la red temática Análisis y Aplicaciones de Decisiones sobre Localización de Servicios y Problemas Relacionados (MTM2004-22566-E).

## Referencias

- [1] Salvaneschi, L., *Location, location, location: How to select the best site for your business*, PSI Research - Oasis Press, 1996.
- [2] Daskin, M.S., *Network and discrete location: Models, algorithms and applications*, Wiley Interscience, New York, 1995.
- [3] Handler, G.Y. y Mirchandani, P.B., *Location in networks: Theory and algorithms*, MIT Press, Cambridge, Massachusetts, 1979.
- [4] Brädeau, M.L. y Chiu, S.S., An overview of representative problems in location research, *Management Science* 35(6), 645-674, 1989.
- [5] Labb , M., Peeters, D. y Thisse, J.-F., Location on networks, en *Handbooks in Operations Research and Management Science*, Ball, M.O., Magnanti, T.L., Monma, C.L. and Nemhauser, G.L. (eds.), North Holland, Amsterdam 8, 551-624, 1995.
- [6] ReVelle, C.S., Cohon, J.L. y Shobrys, D., Multiple objective facility location, *Sistemi Urbani* 3, 319-343, 1981.

- [7] ReVelle, C.S., Cohon, J.L. y Shobrys, D., Multiple objectives in facility location: A review, en *Lecture Notes in Economic and Mathematical Systems, Organisations: Multiple agents with multiple criteria*, Springer Verlag 190, 321-337, 1981.
- [8] Ross, G.T. y Soland, R.M., A multicriteria approach to the location of public facilities, *European Journal of Operational Research* 4(5), 307-321, 1980.
- [9] Krarup, J. y Pruzan, P.M., Ingredients of Locational Analysis, en *Discrete Location Theory*, Mirchandani, P.B. y Francis, R.L. (eds.), John Wiley & Sons, 1-54, 1990.
- [10] Current, J. y Schilling, D. (eds.), Special issue on location analysis and modeling, *Geographical Analysis* 22(1), 1990.
- [11] Erkut, E. y Neuman, S., Analytical models for locating undesirable facilities, *European Journal of Operational Research* 40(3), 275-291, 1989.
- [12] Zhang, F.G., *Location on networks with multiple criteria*, Ph.D. Thesis, Northeastern University, Boston, Massachusetts, 1996.
- [13] Weber, A., *Über den Standort der Industrien*, Verlag J.C.B. Mohr, Tübingen, Germany, 1909.
- [14] Friedrich, F., *Alfred Weber's theory of the location of industries*, Chicago University Press, Chicago, Illinois, 1929.
- [15] Wesolowsky, G.O., The Weber problem: History and perspectives, *Location Science* 1, 5-23, 1993.
- [16] Jordan, C., Sur les assamblages de lignes, *Zeitschrift für die Reine und Angewandte Mathematik* 70, 185-190, 1869.
- [17] Hakimi, S.L., Optimum locations of switching centers and the absolute centers and medians of a graph, *Operations Research* 12(3), 450-459, 1964.
- [18] Domschke, W. y Drexl, A., *Location and layout planning: An international bibliography*, Springer, Berlin, 1985.
- [19] Drezner, Z. (ed.), *Facility location: A survey of applications and methods*, Springer, New York, 1995.
- [20] Hale, T., Location science references, [www.ent.ohiou.edu/~thale/thlocation.html](http://www.ent.ohiou.edu/~thale/thlocation.html), 1998.
- [21] Colebrook, M., Ramos, R.M., Ramos, M.T. y Sicilia, J., Efficient points in the biobjective cent-dian problem, *Studies in Locational Analysis* 15, 1-15, 2000.
- [22] Ramos, R.M., Ramos, M.T., Colebrook, M. y Sicilia, J., Locating a facility on a network with multiple median-type objectives, *Annals of Operations Research* 86, 221-235, 1999.
- [23] Colebrook, M. y Sicilia, J., A polynomial algorithm for the multicriteria cent-dian location problem, *DEIOC Working Paper* 04-01, 2004.

- [24] Colebrook, M., Gutiérrez, J., Alonso, S. y Sicilia, J., A new algorithm for the undesirable 1-center problem on networks, *Journal of the Operational Research Society* 53(12), 1357-1366, 2002.
- [25] Colebrook, M., Gutiérrez, J. y Sicilia, J., A new bound and an  $O(mn)$  algorithm for the undesirable 1-median problem (maxian) on networks, *Computers & Operations Research*, 32(2), 309-325, 2005.
- [26] Colebrook, M. y Sicilia, J., An  $O(mn)$  algorithm for the anti-cent-dian problem, *DEIOC Working Paper* 03-08, 2003.
- [27] Colebrook, M. y Sicilia, J., Undesirable facility location problems on multicriteria networks, *Computers & Operations Research*, in press.