

# Problemas de Rutas

Vicente Campos Aucejo  
Dpt. Estadística i Investigació Operativa  
Universitat de València  
[vicente.campos@uv.es](mailto:vicente.campos@uv.es)

## Resumen

El objetivo de este trabajo es el de divulgar la existencia de un área de investigación dentro de la Optimización Combinatoria conocida por *Routing Problems* cuya traducción al castellano es el título de este trabajo. Esencialmente, los problemas de rutas son una de las partes más importantes de la logística del transporte, pues se busca la optimización (normalmente reducción de costes, vehículos o ambas cosas) de un conjunto de rutas a realizar por una flota de vehículos que usualmente está en un punto geográfico común o *depósito* y que, conjuntamente, deben satisfacer las demandas (recogida/entrega o ambas cosas) de mercancías de unos clientes geográficamente dispersos. A pesar del esfuerzo investigador realizado en esta área en los últimos 20 años, incluso los problemas de rutas más básicos son todavía tremadamente difíciles de resolver óptimamente aun para tamaños relativamente pequeños y de escasa utilidad práctica. Por este motivo, el interés de la comunidad científica orientado a la resolución de estos problemas, ha crecido de forma importante mediante el diseño de métodos sofisticados tanto exactos como aproximados.

## 1. Introducción

Podemos hacer una primera clasificación de los problemas de rutas atendiendo al lugar donde se produce la demanda, distinguiendo entre los *Problemas por Vértices* y los *Problemas por Arcos*.

En los problemas por vértices, el elemento esencial a visitar por los vehículos son los clientes situados en los nodos o vértices de un grafo, tal es el caso del problema de obtener un ciclo que pase por todos los vértices de un grafo de forma que el recorrido/distancia total sea el mínimo posible. Este es el famoso TSP (*Traveling Salesman Problem* o *Problema del Viajante*), en el que un único vehículo debe realizar todo el trabajo. Para 50 vértices el número de ciclos posibles es del orden de  $10^{64}$ , hallar por enumeración el mejor ciclo posible supondría emplear años de computación con los ordenadores actuales. El VRP (*Vehicle Routing Problem*) es una generalización natural del TSP en donde la demanda total requiere más de un vehículo. Este problema es todavía más difícil que el anterior pues se hace necesario particionar el conjunto de clientes para que sean atendidos separadamente por cada vehículo y después determinar el orden de servicio de cada vehículo.

En los problemas por arcos, los vehículos deben recorrer todos o parte de los enlaces (*aristas* o *arcos*) de un grafo. El problema equivalente al TSP sería el CPP (*Chinese Postman Problem* o *Problema del Cartero Chino*), en el que un cartero debe completar un circuito recorriendo todas las calles de una parte de la ciudad (que se supone induce un grafo conexo) repartiendo el correo y minimizando la distancia total. A diferencia del TSP, el CPP es un problema técnicamente resuelto, es decir, se conoce un algoritmo capaz de encontrar la solución óptima en tiempo

razonable (*tiempo acotado por un polinomio en el tamaño del problema*). Esto nos permite resolver óptimamente problemas CPP de gran tamaño, digamos miles de aristas, en un tiempo de escasos segundos con un ordenador actual. La generalización a varios vehículos se conoce como CARP (*Capacitated Arc Routing Problem*). En este problema, los vehículos deben recorrer circuitos con aristas servidas y no servidas, estas últimas serían servidas por otro vehículo. Al igual que el VRP, el CARP es un problema difícil de resolver óptimamente, perteneciendo ambos a la clase de problemas *NP-difíciles*.

## 2. Ejemplos de problemas de rutas por vértices

En esta sección damos un vistazo a las variantes más estudiadas de los problemas de rutas por vértices. Ya se ha comentado en la introducción los dos problemas más básicos dentro de esta categoría, el TSP y el VRP. Nos centraremos en las variantes de los problemas donde interviene más de un vehículo, por ser éstos de mayor utilidad práctica, aunque no debemos olvidar que en estos problemas subyace la resolución de problemas que afectan a un solo vehículo una vez decidido qué clientes debe servir cada uno.

Atendiendo a las restricciones de los problemas, es decir, requerimientos que las diferentes rutas deben cumplir, destacamos:

- **Restricciones de Distancia.** Es decir, cada vehículo además de tener una limitación de capacidad o carga, también está limitado por el tiempo o distancia máxima que puede emplear. Esto da lugar a una variación del VRP que se llama DCVRP (*Distance Capacitated Vehicle Routing Problem o Problema de Rutas de Vehículos restringidos por Capacidad y Distancia*).
- **Ventanas de Tiempo.** En este caso, los clientes exigen que el servicio se realice dentro de un horario o ventana de tiempo. Un cliente puede tener más de una ventana. El vehículo, no puede atender la demanda de un cliente fuera de su horario. En ocasiones se permite incumplimientos de horarios pero ello conlleva a una penalización que es función del retraso del momento de visita al extremo superior de la ventana de tiempo. El problema básico dentro de esta categoría es el VRPTW (*Vehicle Routing Problem with Time Windows*). El orden de visita de los clientes dentro de una ruta deja de ser el que minimiza el coste o distancia recorrida por el vehículo, pues la existencia de ventanas de tiempo altera este criterio de optimalidad.
- **Demanda Compartida.** En este tipo de problemas es posible compartir la demanda de un cliente por más de un vehículo a diferencia de lo que ocurre en el VRP y VRPTW. Esta relajación puede significar la reducción del número de vehículos necesarios para atender la demanda con el consiguiente ahorro. El problema básico de esta familia se llama SDVRP (*Split Delivery Vehicle Routing Problem o Problema de Rutas de Vehículos con Demanda Compartida*), que coincide con el VRP con la relajación mencionada.
- **Restricciones de precedencia.** En ocasiones, la distribución de la mercancía en el vehículo obliga a que las cargas más pesadas se sirvan después que las más ligeras. Esto supone una secuenciación en el orden de visita de los clientes. De nuevo, el orden de visita de los clientes está afectado por la presencia de estas restricciones invalidando muchas técnicas de optimización que no las tienen en cuenta.

- Límites en el tiempo de transporte de cada mercancía. Tal es el caso del DARP *Dial-A-Ride Problem*, en el que las rutas contienen tramos de transporte de personas discapacitadas o mayores, de forma que aparte de que las rutas deben satisfacer unas ventanas de tiempo en los tiempos de recogida y entrega, las personas no deben permanecer en el vehículo más de un tiempo límite (*ride time*).
- Recogida y Entrega de mercancías. En ocasiones el mismo vehículo que entrega la mercancía también debe recoger del cliente cierta mercancía (pensemos en el problema de repartir refrescos embotellados y simultáneamente recoger los envases vacíos). Esta familia de problemas se llama *Pick Up and Delivery Problems*.
- Diversidad y existencia de varios objetivos. No solamente se puede aspirar a minimizar la distancia o tiempo utilizado por los vehículos, sino en conseguir, por ejemplo, unas rutas equilibradas tanto en carga como en distancia o ambas cosas. Pensemos en las rutas de autobuses escolares, en donde se busca no sólo la optimalidad de las rutas en cuanto a tiempo global sino a minimizar el tiempo/distancia máxima que debe recorrer cada autobús, lo que puede suponer un aumento en el número de autobuses y mayor coste económico pero a cambio un mayor confort de los estudiantes trasladados.
- Las rutas no son circuitos sino caminos que visitan clientes, sin necesidad de retornar al depósito. Como por ejemplo el reparto de periódicos de suscripción en bicicleta en algunas ciudades.
- Múltiples depósitos. En este caso la flota de vehículos está repartida entre varios depósitos. Se debe decidir cuántos vehículos y desde qué depósitos satisfacer las demandas de los clientes.

La lista anterior no es exhaustiva como se puede entender fácilmente y la variedad de situaciones que se presentan en la vida real puede hacer realmente difícil su formulación matemática, por lo que la resolución óptima es incluso más compleja que la de los problemas clásicos estudiados por la comunidad científica.

### **3. Ejemplos de problemas de rutas por arcos**

En esta sección nos ocuparemos de los problemas de rutas por arcos y sus variantes. Obviaremos la repetición de situaciones expuestas en los problemas de rutas por vértices que también son aplicables a los problemas de rutas por arcos, como, por ejemplo, la existencia de varios depósitos o el objetivo a optimizar. Fundamentalmente, la gran diferencia entre los problemas de arcos con los de vértices, reside en que entre dos vértices del grafo donde se pretende resolver el problema podemos distinguir tres tipos de enlaces:

- Enlaces no dirigidos con idéntico coste en ambas direcciones. En este caso los enlaces reciben el nombre de aristas y se pueden recorrer en ambos sentidos. Si todos los enlaces en el grafo son aristas el problema pertenece a la familia de los problemas *no dirigidos*, como el CPP o el CARP, ya citados en la introducción. Pensemos en el típico cartero que va a pie visitando domicilios y que le da igual recorrer las calles en un sentido que en otro.
- Enlaces dirigidos. En este caso los enlaces sólo pueden recorrerse en un sentido y tienen su coste asociado y reciben el nombre de arcos. Esta situación ocurre cuando los servicios

a realizar deben cumplir las normas de tráfico. Si todos los enlaces son arcos, el problema pertenece a la familia de los problemas dirigidos. Existe la versión del CPP sobre un grafo dirigido que se llama *Directed Chinese Postman Problem*. Aunque a simple vista pueda parecer que tanto el CPP como el DCPP se resuelven con las mismas técnicas, esto es simplemente una simplificación exagerada, pues mientras el CPP se puede resolver óptimamente usando un algoritmo para el problema del acoplamiento de mínimo coste, el DCPP se resuelve óptimamente resolviendo un problema de flujo de coste mínimo.

- Enlaces mixtos. Es decir coexistencia de aristas y arcos en el grafo asociado. Hay calles que pueden recorrerse en ambos sentidos (doble circulación) y otras que no, como en los problemas de recogidas de basuras urbanas.
- Enlaces con Viento. En este caso, los enlaces son aristas pero el coste de recorrerlas en un sentido o en el otro puede ser diferente. Esto da lugar a la familia de problemas llamados *Windy*, poco estudiados pero con existencia de aplicaciones como puede ser la de inspección de las vigas de los puentes metálicos por robots, pues el esfuerzo o consumo de energía del robot no es el mismo si la viga se recorre de arriba a abajo o vice-versa.

## 4. Métodos de resolución

Las técnicas de *Programación Matemática* explotan las distintas formulaciones, generalmente como Problemas Enteros. El progreso de los paquetes comerciales de Programación Lineal como CPLEX o Xpress hacen posible la resolución exacta de ejemplos que hace unos diez años sólo eran resolvibles por algoritmos realizados para un problema específico. Sin embargo, aunque el progreso ha sido importante, el tamaño de la inmensa mayoría de los problemas de rutas que se pueden resolver óptimamente, en tiempo razonable, con un paquete comercial, suele ser insuficiente para cubrir las necesidades reales.

Por otra parte, muchos investigadores han trabajado en la resolución exacta de estos problemas explotando la estructura poliédrica del conjunto de soluciones posibles. El ejemplo más espectacular es, sin duda, el TSP del que se ha conseguido resolver en tiempo razonable ejemplos con miles de nodos. No es muy probable que este éxito con el TSP sea fácilmente extrapolable a otros problemas de rutas, pues la existencia de diversos tipos de restricciones supone que los avances conseguidos en un determinado problema no puedan ser aprovechados por otro. Además el problema de identificación de facetas de un poliedro suele ser tan difícil (computacionalmente hablando) como el que se desea resolver, por lo que muchos trabajos para dar con la solución exacta de estos problemas recurren a métodos heurísticos para resolver el problema de identificación de facetas.

Los *Algoritmos Heurísticos* son actualmente uno de los campos más fructíferos en la resolución de *Problemas Combinatorios* entre los que se encuentran los problemas de rutas. Los avances conseguidos en los últimos años tanto en la creación de métodos nuevos como en la sofisticación y ajuste de éstos para cada problema han sido espectaculares. Un algoritmo heurístico no garantiza la resolución óptima de un problema pero suele producir soluciones de *calidad demostrada*, esto se sabe para aquellos ejemplos en donde es posible (por su tamaño) resolverlos exactamente o se dispone de cotas muy ajustadas, donde el alejamiento del coste óptimo o cota inferior al coste de la solución aproximada suele no sobrepasar el 1% en muchos ejemplos.

No se puede decir que un método heurístico sea superior a otro en general. Podemos ver trabajos en los que una metodología ha superado a otra en la resolución de un problema y, sin

embargo, ha sucedido lo contrario en otro problema.

Los algoritmos heurísticos actuales no se limitan a encontrar una solución posible y darla como resultado. Esto se hizo hasta los años 70. Ahora los algoritmos llamados Metaheurísticos exploran el espacio de soluciones posibles de un problema de *forma inteligente*, es decir intentan especializar la búsqueda de buenas soluciones en zonas prometedoras del espacio y descartar aquéllas en las que es improbable encontrarlas. Prácticamente la totalidad de las técnicas metaheurísticas han sido utilizadas en algún problema de rutas, esto incluye a las técnicas de:

- Tabu Search (Búsqueda Tabu)
- Scatter Search (Búsqueda Dispersa)
- Genetic Algorithms
- Variable Neighborhood Search (Búsqueda por Entornos Variables)
- Adaptive Memory Programming
- Guided Local Search
- Ant Colony Optimization (Optimización basada en Colonias de Hormigas)
- Simulated Annealing (Recocido Simulado)
- GRASP (Greedy Randomized Adaptive Search Procedure)

En la sección siguiente, se citan trabajos y libros que tratan sobre problemas de rutas, con el enfoque dado anteriormente, es decir como problemas de optimización. Es prácticamente imposible citar todos los trabajos importantes en un artículo de esta dimensión, pero estoy convencido que el estudio de estas referencias será de gran utilidad para aquel que quiera trabajar con algún problema de rutas de vehículos.

## Referencias

- [1] Bodin, L., Golden, B., Assad, A. and Ball, M., Routing and Scheduling of vehicles and crews. *Computers and Operations Research*, 10: 63-211, 1983.
- [2] Bodin, L., Maniezzo, V. and Mingozzi, A., Street Routing and Scheduling Problems, in *Handbook of Transportation Science*, R. Hall (ed.), Kluwer, 1999.
- [3] Dror, M. *Arc Routing: Theory, Solutions and Applications*. Kluwer Academic Publishers, 2000.
- [4] Gendreau M. and Potvin, Jean-Yves, Dynamic Vehicle Routing and Dispatching, in *Fleet Management and Logistics*, T.G. Crainic and G. Laporte (eds.), Kluwer, 1998.
- [5] Lowler et al. (eds.), *The Traveling Salesman Problem*, John Wiley and Sons, 1985.
- [6] Sprague, R.H. and Watson, H.J., Decision Support Systems: *Putting Theory into Practice*, Prentice-Hall, 1986.
- [7] Toth, P. and Vigo, D. (eds.), *The Vehicle Routing Problem*, SIAM Monographs on Discrete Mathematics and Applications Vol. 9, 2001.

## **Agradecimientos**

Este trabajo ha sido parcialmente subvencionado por el Ministerio de Educación y Ciencia (MTM2004-22566-E).