

CÁLCULO DE INCERTEZA DE MEDIÇÃO

código: IQ9-04 REVISÃO: 07 PÁGINA: 1 de 1

Rev	Data	Revisado por:	Rubrica:	Aprovado por:	Rubrica:
07	julho/2007	Renê Benedetti		Danilo Lapastini	

1 OBJETIVO:

Estabelecer um método para o Cálculo de Incerteza de Medição associadas à calibração de Máquinas de Medição por Coordenadas (MMC).

2 CAMPO DE APLICAÇÃO:

Este documento se aplica à calibração de Máquinas de Medição por Coordenadas calibradas pelo Laboratório de Calibração da HEXAGON METROLOGY SISTEMAS DE MEDIÇÃO LTDA.

3 DOCUMENTOS COMPLEMENTARES:

- Guia para a expressão da incerteza de medição "ISO GUM"
- EA-4/02: Expressão da incerteza de medição na calibração
- EA-4/02-S1: Expressão da incerteza de medição na calibração exemplos

Nota: O usuário é o responsável pela utilização destes documentos em suas últimas versões.

4 DEFINIÇÕES:

Utilizar o capítulo "Definições" dos documentos "EA-4/02" e "ISO GUM".

5 CONDIÇÕES ESPECÍFICAS:

5.1 Considerações iniciais:

A HEXAGON METROLOGY disponibiliza para o Laboratório de Calibração, uma planilha eletrônica para agilizar e otimizar o processo de cálculo das incertezas referentes a cada calibração realizada por seu Laboratório.

Esta planilha está validada quanto a sua matemática e está protegida eletronicamente. As diretrizes do documento EA-4/02 serviram de referência para a elaboração desta Instrução. Os registros de validação desta planilha são mantidos como registros do SGQ.

5.2 Metodologia de cálculo para os erros de indicação:

5.2.1 Cálculos das médias aritméticas e dos desvios padrão:

Nota inicial: A metodologia a seguir aplica-se para as incertezas de todas as posições: X, Y, Z, V1, V2, V3 e V4.

Calcular a média aritmética das "n" medições feitas por posição calibrada, no caso n=3

Fórmula:



CÁLCULO DE INCERTEZA DE MEDIÇÃO

código: IQ9-04 REVISÃO: 07 PÁGINA: 2 de 2

n = Número de observações

$$\overline{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} xi$$
 Onde: $xi = \text{Observação individual}$ $\overline{x} = \text{Média aritmética}$

Nota: Cada média aritmética obtida é corrigida. Utiliza-se para isto, os valores (erros sistemáticos) registrados no Certificado de Calibração do Padrão utilizado.

Calcular o desvio padrão experimental por posição calibrada, através da seguinte fórmula:

$$s_{(x)} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (xi - \overline{x})^2} \quad \text{Onde:} \quad \begin{aligned} s_{(x)} &= \text{Desvio padrão experimental} \\ n &= \text{Número de observações} \\ xi &= \text{Observação individual} \\ \overline{x} &= \text{Média aritmética} \end{aligned}$$

5.2.2 Cálculo das incertezas padrão:

Abaixo estão definidas por experiência, as grandezas mais significativas para o cálculo da incerteza padrão, incluindo o tipo de incerteza, o tipo de distribuição de probabilidade e o coeficiente de sensibilidade.

a) Padrão de Referência (X1):

- Incerteza Tipo: B
- Distribuição de probabilidade: Normal (N)
- Coeficiente de sensibilidade (c1): 1
- Origem da incerteza (u_(x1)): Determinada a partir do certificado de calibração do Padrão;
- Fórmula do cálculo da contribuição para Incerteza padrão :

$$u_{x1} = \frac{U}{k}$$

Onde:

 u_{r1} = Incerteza padrão associada ao padrão de referência

U = Incerteza de medição expandida declarada no certificado do padrão

k = Fator de abrangência declarado no certificado

b) Mensurando (X2):

- Incerteza Tipo: A
- Distribuição de probabilidade: Normal (N)
- Coeficiente de sensibilidade (c2): 1
- Origem da incerteza (u_(x2)): Determinada a partir do desvio padrão experimental das medidas;



CÓDIGO: IQ9-04 REVISÃO:

PÁGINA: 3 de 3

CÁLCULO DE INCERTEZA DE MEDIÇÃO

Fórmula do cálculo da contribuição para Incerteza padrão :

$$u_{x2} = \frac{S_{(x)}}{\sqrt{n}}$$

 u_{x2} = Incerteza padrão associada ao mensurando

Onde: $s_{(x)} = Desvio padrão experimental$

n = Número de observações

- c) Erro de Apalpação (X₃):
 - Incerteza Tipo: B
 - Distribuição de probabilidade: Retangular (R)
 - Coeficiente de sensibilidade (c3): 1
 - Origem da incerteza $(u_{(x3)})$: Determinado a partir do erro de apalpação da MMC;
 - Fórmula do cálculo da contribuição para Incerteza padrão :

$$u_{x3} \frac{A}{\sqrt{3}}$$

Onde: $u_{x3} =$ Incerteza padrão associada ao erro de apalpação A = Erro de apalpação

- d) Incerteza da esfera (X₄):
 - Incerteza Tipo: B
 - Distribuição de probabilidade: Normal (N)
 - Coeficiente de sensibilidade (c4): 1
 - Origem da incerteza $(u_{(x4)})$: Determinada a partir do certificado de calibração da Esfera;
 - Fórmula do cálculo da contribuição para Incerteza padrão

$$: u_{x4} = \frac{U}{k}$$

 u_{x4} = Incerteza padrão associada a esfera

U =Incerteza de medição expandida declarada no certificado de calibração da esfera

k =Fator de abrangência declarado no certificado

- e) Resolução do mensurando (X5):
 - Incerteza Tipo: B
 - Distribuição de probabilidade: Retangular (R)
 - Coeficiente de sensibilidade (c5): 1



CÁLCULO DE INCERTEZA DE MEDIÇÃO

código: IQ9-04 REVISÃO: 07

PÁGINA: 4 de 4

- Origem da incerteza (u(x5)): Valor de uma divisão da MMC, determinada a partir do catálogo ou manual da máquina;
- Fórmula do cálculo da contribuição para Incerteza padrão :

$$u_{x5} = \frac{R}{2\sqrt{3}}$$

Onde: u_{x5} = Incerteza padrão associada a resolução do mensurando R = Resolução do mensurando

- f) Afastamento de 20°C (X₆):
 - Incerteza Tipo: B
 - Distribuição de probabilidade: *
 - Coeficiente de sensibilidade (c6): 1
 - Origem da incerteza (u(x6)): Estimativa do afastamento da temperatura de referência 20°C multiplicada pela média dos coeficientes de dilatação térmica das escalas e do padrão;

A estimativa do afastamento da temperatura de referência é de 1°C.

A média dos coeficientes é estimado em $\pm 2.0 \times 10^{-6}$ °C⁻¹ gerado pela incerteza de $\pm 1.0 \times 10^{-6}$ °C⁻¹ de cada coeficiente de dilatação térmica (padrão de referência e escalas);

Fórmula do cálculo da contribuição para Incerteza padrão :

$$u_{x6} = \frac{\Delta T^{o}C}{\sqrt{3}} * \frac{\Delta \alpha^{o}C^{-1}}{\sqrt{6}} \text{ Onde:}$$

 u_{x6} = Incertezapadrão associada ao afastamento de 20°C

 ΔT° C = Estimativado afastamento da temperatua em relação a temperatua de referência (20°C)

 $\Delta \alpha^{\circ} C^{-1} = Estimativada diferençaentreo coeficiente de dilatação da escalae padrão de referência$

(*) Não existe uma distribuição definida, pois é uma combinação de distribuição retangular e distribuição triangular.

- g) Gradiente de temperatura (X_7) :
 - Incerteza Tipo: B
 - Distribuição de probabilidade: Retangular (R)
 - Coeficiente de sensibilidade (c7): 1
 - Origem da incerteza $(u_{(x7)})$: Estimativa da diferença de temperatura entre padrão e escala.

A estimativa do gradiente de temperatura é de 0,2 °C por observações anteriores.



CÁLCULO DE INCERTEZA DE MEDIÇÃO

código: IQ9-04 REVISÃO:

07

PÁGINA: 5 de 5

• Fórmula do cálculo da contribuição para Incerteza padrão :

$$u_{x7} = \frac{\Delta t^{o}C}{\sqrt{3}}$$

Onde:

 u_{x7} = Incerteza padrão associada ao gradiente de temperatura

 Δt° C = Estimativa da diferença de temperatura entre padrão de referência e escala

- h) Deriva do padrão (X₈):
 - Incerteza Tipo: B
 - Distribuição de probabilidade: Retangular (R)
 - Coeficiente de sensibilidade (c8): 1
 - Origem da incerteza (u_(x8)): Variação temporal do padrão obtida a partir dos últimos certificados.

A estimativa da variação temporal é de 0,0002mm

• Fórmula do cálculo da contribuição para Incerteza padrão:

$$u_{x8} = \frac{D}{\sqrt{3}}$$

Onde: $u_{x8} =$ Incerteza padrão associada a deriva do padrão D = Deriva do padrão

5.2.3 Contribuição para incerteza padrão:

A contribuição para a Incerteza padrão é calculada através da seguinte fórmula:

 u_i = Contribuição para a Incerteza Padrão

 $u_i = u_{xi} \times c_i$ Onde: $u_{xi} = \text{Incerteza padrão associada}$

 c_i = Coeficiente de sensibilidade

5.2.4 Incerteza padrão combinada:

A incerteza padrão combinada é calculada através da seguinte fórmula:

$$u^{2}(y) = \sum_{i=1}^{N} u_{i}^{2}(y)$$
 Onde:

u(y) = Incerteza padrão associada a estimativa de saída y

 u_i = Contribuição para a incerteza padrão associada à estimativa y

5.2.5 Graus de liberdade efetivos:

O Graus de liberdade efetivos é calculado da seguinte forma:



CÁLCULO DE INCERTEZA DE MEDIÇÃO

CÓDIGO:
IQ9-04
REVISÃO:
07
PÁGINA:

6 de 6

$$v_{eff} = \frac{u^{4}(y)}{\sum_{i=1}^{N} \frac{u_{i}^{4}(y)}{v_{i}}}$$
 Onde:

 v_{off} = Grau de liberdade efetivo

u(y) = Incerteza padrão associada a estimativa de saída y

 u_i = Contribuição para a incerteza padrão associada à estimativa y

 v_i = graus de liberdade efetivo da contribuição da incerteza padrão u_i

Conforme o Anexo E da EA4/02, os graus de liberdade efetivos das incertezas do tipo B são tomados como infinito, então:

$$\overline{\underline{v_1} \to \infty}$$
, $\overline{v_3} \to \infty$, $\overline{v_4} \to \infty$, $\overline{v_5} \to \infty$, $\overline{v_6} \to \infty$, $\overline{v_7} \to \infty$ e $\overline{v_8} \to \infty$

e o grau de liberdade efetivo da incerteza do tipo A é dado por: $\overline{v_i=n-1}$, onde:

 v_i = graus de liberdade efetivo da contribuição da incerteza padrão u_i n = número de observações

5.2.6 Incerteza expandida:

Para calcular a incerteza expandida é necessário conhecer o Fator de Abrangência que é calculado através da fórmula do Excel que retorna o inverso da distribuição \underline{t} de "Student" da seguinte forma:

K = INVT(0.05; Veff)

A incerteza expandida é calculada da seguinte forma:

U = k * u(y) Onde:

U = Incerteza de medição expandida

u(y) = Incerteza padrão associada a estimativa de saída y

k = Fator de abrangência obtido através da Tabela de Student (Tabela 1)

5.2.7 Planilha de Incerteza:

A HEXAGON METROLOGY segue as diretrizes do documento EA-4/02 e sendo assim, desenvolveu e implementou uma planilha de incerteza capaz de organizar todas as informações citadas acima, na busca da estimativa de um valor para a incerteza expandida. A Planilha de Incerteza faz parte do Certificado de Calibração emitido, porém não é mostrada ao cliente.

5.2.8 Expressão final da incerteza expandida:

A expressão da incerteza expandida a ser fornecida no Certificado de Calibração é a seguinte:



CÁLCULO DE INCERTEZA DE MEDIÇÃO

CÓDIGO: IQ9-04 REVISÃO: 07 PÁGINA: 7 de 7

U = Incerteza de medição expandida

$$U = b + L\left(\frac{1}{a}\right)\mu m$$
 Onde: $b = \text{Coeficiente angular da reta}$
 $L = C \text{omprimento}$

a =Coeficiente linear da reta

Para se chegar a esta fórmula é utilizada soma de equações do 1º grau

y = Termo b da expressão final da incerteza

$$y = a + bx$$

 $y' = a' + b'x'$ Onde: $a = \text{Incerteza de medição expandida}$
 $b = Comprimento$

x = Termo a da expressão final da incerteza

Expressão final: U = [b + L / (1/a)]µm, com K=2 para um nível de confiança de aproximadamente 95%.

5.3 Metodologia de cálculo para erros de apalpação:

5.3.1 Cálculos das médias aritméticas e dos desvios padrão:

Nota inicial: A metodologia a seguir aplica-se para as incertezas dos erros de apalpação de Máquinas de Medição por Coordenadas (MMC).

Calcular a média aritmética das "n" medições dos valores de erro de apalpação P, onde $P = R_{max} - R_{min}$; no caso n=3.

Fórmula:

$$\overline{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} xi$$
 Onde: $xi = \text{Observação individual}$ $\overline{x} = \text{Média aritmética}$

Calcular o desvio padrão dos valores obtidos por medição de P, através da seguinte fórmula:

$$s_{(x)} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (xi - \overline{x})^2} \quad \text{Onde:} \quad n = \text{Número de observações}$$

$$xi = \text{Observação individual}$$

 $s_{(x)}$ = Desvio padrão experimental

 $\bar{x} = Média aritmética$

5.3.2 Cálculo das incertezas padrão:

Abaixo estão definidas por experiência, as grandezas mais significativas para o cálculo da incerteza padrão, incluindo o tipo de incerteza, o tipo de distribuição de probabilidade e o coeficiente de sensibilidade.



CÁLCULO DE INCERTEZA DE MEDIÇÃO

código: IQ9-04 REVISÃO: 07

PÁGINA:

8 de 8

- i) Repetitividade (X1):
 - Incerteza Tipo: A
 - Distribuição de probabilidade: Normal (N)
 - Coeficiente de sensibilidade (c2): 1
 - Origem da incerteza $(u_{(x1)})$: Determinada a partir do desvio padrão experimental dos valore obtidos por medição de P,
 - Fórmula do cálculo da contribuição para Incerteza padrão :

$$u_{x1} = \frac{S_{(x)}}{\sqrt{n}}$$

Onde:

 u_{x1} = Incerteza padrão associada à repetitividade dos resultados da calibração

 $s_{(x)}$ = Desvio padrão experimental

n = Número de observações

- j) Desvio de forma da esfera padrão (X2):
 - Incerteza Tipo: B
 - Distribuição de probabilidade: Retangular (R)
 - Coeficiente de sensibilidade (c1): 1
 - Origem da incerteza (u(x1)): Determinada a partir do desvio de forma da esfera indicado no certificado de calibração do padrão;
 - Fórmula do cálculo da contribuição para Incerteza padrão :

$$u_{x3} \frac{\Delta_{esf}}{\sqrt{3}}$$

Onde:

 u_{x2} = Incerteza padrão associada ao desvio de forma da esfera

 $\Delta_{\rm esf}$ = Valor do desvio de forma da esfera

- k) Incerteza herdada da calibração da esfera padrão (X3):
 - Incerteza Tipo: B
 - Distribuição de probabilidade: Normal (N)
 - Coeficiente de sensibilidade (c3): 1
 - Origem da incerteza (u_(x3)): Determinada a partir da incerteza expandida declarada no certificado de calibração do padrão;



CÁLCULO DE INCERTEZA DE MEDIÇÃO

CÓDIGO:
IQ9-04
REVISÃO:
07
PÁGINA:
9 de 9

• Fórmula do cálculo da contribuição para Incerteza padrão :

$$u_{x3} = \frac{U}{k}$$

Onde:

 u_{x3} = Incertezapadrão associada a calibração da esferapadrão

U = Incertezade mediçã α expandidade claradano certifica α e de calibração da esfera padrão

k = Fatorde abrangência declaradono certificado

- 1) Variação da direção de contato (X₄):
 - Incerteza Tipo: B
 - Distribuição de probabilidade: Retangular (R)
 - Coeficiente de sensibilidade (c4): 1
 - Origem da incerteza (u_(x4)): Determinada a partir do erro de medição ocasionado pela variação da direção de contato exercido pelo apalpador sobre a esfera;
 - Fórmula do cálculo da contribuição para Incerteza

padrão:
$$u_{x4} = \frac{\Delta_{dir}}{\sqrt{3}}$$

Onde:

 u_{x4} = Incerteza padrão associada ao erro de medição ocasionado pela variação da direção de contato

 $\Delta_{\rm dir}={\rm\ Erro\ de\ medição}$ a
ocasionado pela variação direção de contato exercido pelo apal
pador

- m) Afastamento de $20^{\circ}C$ (X₅):
 - Incerteza Tipo: B
 - Distribuição de probabilidade: *
 - Coeficiente de sensibilidade (c5): 1
 - Origem da incerteza (u(x5)): Estimativa do afastamento da temperatura de referência 20°C multiplicada pela média dos coeficientes de dilatação térmica das escalas e do padrão;

A estimativa do afastamento da temperatura de referência é de 1°C.

A média dos coeficientes é estimado em $\pm 2.0 \times 10^{-6}$ °C⁻¹ gerado pela incerteza de $\pm 1.0 \times 10^{-6}$ °C⁻¹ de cada coeficiente de dilatação térmica (padrão de referência e escalas);

• Fórmula do cálculo da contribuição para Incerteza padrão :



CÁLCULO DE INCERTEZA DE MEDIÇÃO

código: IQ9-04 REVISÃO: 07

P**áG**INA: 10 de 10

$$u_{x5} = \frac{\Delta T^{o}C}{\sqrt{3}} * \frac{\Delta \alpha^{o}C^{-1}}{\sqrt{6}} \text{ Onde:}$$

 u_{x5} = Incerteza padrão associada ao afastamento de 20°C

 ΔT° C = Estimativa do afastamento da temperatura em relação a temperatura de referência (20° C)

 $\Delta \alpha$ °C⁻¹ = Estimativa da diferença entre o coeficiente de dilatação da escala e padrão de referência

(*) Não existe uma distribuição definida, pois é uma combinação de distribuição retangular e distribuição triangular.

- n) Gradiente de temperatura (X₆):
 - Incerteza Tipo: B
 - Distribuição de probabilidade: Retangular (R)
 - Coeficiente de sensibilidade (c6): 1
 - Origem da incerteza $(u_{(x6)})$: Estimativa da diferença de temperatura entre padrão e escala.

A estimativa do gradiente de temperatura é de 0,2 °C por observações anteriores.

• Fórmula do cálculo da contribuição para Incerteza padrão :

$$u_{x6} = \frac{\Delta t^{\circ} C}{\sqrt{3}}$$

Onde:

 u_{x6} = Incerteza padrão associada ao gradiente de temperatura

 Δt° C = Estimativa da diferença de temperatura entre padrão de referência e escala

- o) Deriva do padrão (X7):
 - Incerteza Tipo: B
 - Distribuição de probabilidade: Retangular (R)
 - Coeficiente de sensibilidade (c7): 1
 - Origem da incerteza (u(x7)): Variação temporal do padrão obtida a partir dos últimos certificados.

A estimativa da variação temporal é de 0,0001µm

• Fórmula do cálculo da contribuição para Incerteza padrão:

$$u_{x7} = \frac{D}{\sqrt{3}}$$

Onde: u_{x7} = Incerteza padrão associada a deriva do padrão D = Deriva do padrão

5.3.3 Contribuição para incerteza padrão:



CÁLCULO DE INCERTEZA DE MEDIÇÃO

código: IQ9-04 REVISÃO: 07 PÁGINA:

11 de 11

A contribuição para a Incerteza padrão é calculada através da seguinte fórmula:

 u_i = Contribuição para a Incerteza Padrão

 $u_i = u_{xi} \times c_i$ Onde: $u_{xi} =$ Incerteza padrão associada

 c_i = Coeficiente de sensibilidade

5.3.4 Incerteza padrão combinada:

A incerteza padrão combinada é calculada através da seguinte fórmula:

$$u^{2}(y) = \sum_{i=1}^{N} u_{i}^{2}(y)$$
 Onde:

u(y) = Incerteza padrão associada a estimativa de saída y

 u_i = Contribuição para a incerteza padrão associada à estimativa y

5.3.5 Graus de liberdade efetivos:

O Graus de liberdade efetivos é calculado da seguinte forma:

$$v_{eff} = \frac{u^{4}(y)}{\sum_{i=1}^{N} \frac{u_{i}^{4}(y)}{v_{i}}}$$
 Onde:

 v_{eff} = Grau de liberdade efetivo

u(y) = Incerteza padrão associada a estimativa de saída y

 u_i = Contribuição para a incerteza padrão associada à estimativa y

 v_i = graus de liberdade efetivo da contribuição da incerteza padrão u_i

Conforme o Anexo E da EA4/02, os graus de liberdade efetivos das incertezas do tipo B são tomados como infinito, então:

$$\overline{v_2 \to \infty}$$
, $\overline{v_3 \to \infty}$, $\overline{v_4 \to \infty}$, $\overline{v_5 \to \infty}$, $\overline{v_6 \to \infty}$, $\overline{v_7 \to \infty}$ e $\overline{v_8 \to \infty}$

e o grau de liberdade efetivo da incerteza do tipo A é dado por: $\underline{v_i = n-1}$, onde:

 v_i = graus de liberdade efetivo da contribuição da incerteza padrão u_i n = número de observações

5.3.6 Incerteza expandida:

Para calcular a incerteza expandida é necessário conhecer o Fator de Abrangência que é calculado através da fórmula do Excel que retorna o inverso da distribuição <u>t</u> de "Student" da seguinte forma:

K = INVT(0.05; Veff)

A incerteza expandida é calculada da seguinte forma:



CÁLCULO DE INCERTEZA DE MEDIÇÃO

CÓDIGO: IQ9-04 REVISÃO: 07 PÁGINA: 12 de 12

U = k * u(y) Onde:

U = Incerteza de medição expandida

u(y) = Incerteza padrão associada a estimativa de saída y

k = Fator de abrangência obtido através da Tabela de Student (Tabela 1)

5.3.7 Planilha de Incerteza:

A HEXAGON METROLOGY segue as diretrizes do documento EA-4/02 e sendo assim, desenvolveu e implementou uma planilha de incerteza capaz de organizar todas as informações citadas acima, na busca da estimativa de um valor para a incerteza expandida. A Planilha de Incerteza faz parte do Certificado de Calibração emitido, porém não é mostrada ao cliente.

5.3.8

A expressão da incerteza expandida a ser fornecida no Certificado de Calibração é a seguinte:

U = k * u(y) Onde:

U = Incerteza de medição expandida

u(y) = Incerteza padrão associada a estimativa de saída y

k = Fator de abrangência obtido através da Tabela de Student (Tabela 1)

Expressão final: U = x,x μm, com K=2 para um nível de confiança de aproximadamente 95%.

6 ALTERAÇÕES DO DOCUMENTO:

Alteração devido a incerteza de apalpação.

7 ANEXOS:

Inexistentes.