移动机器人导论 HW1

任云帆

17自动化1班

题目要求:

设计基于极坐标的控制器实现叉车定点控制。

叉车运动学

$$\dot{\xi}_R = egin{bmatrix} \dot{x}_R \ \dot{y}_R \ \dot{ heta}_R \end{bmatrix} = r \dot{\phi} egin{bmatrix} \sin eta \ 0 \ -rac{\cos eta}{L_2} \end{bmatrix}$$

基于极坐标的控制器设计

叉车系统的输入为

$$u = \left[egin{array}{c} v_1 \ b \end{array}
ight] \in \mathbb{R}^2$$

分别表示主动轮的速度和角度,根据运动学模型可以将输入表示为机器人的速度 v_1 和角速度 w_1 。

因此控制器的输入为平面笛卡尔坐标系位姿 $[x_c,y_c, heta_c]^T$,输出为机器人机身坐标系下速度集合角速度 $[v1,w_1]^T$ 。误差表示为

$$e_c = egin{bmatrix} x - x_{tar} \ y - y_{tar} \ heta - heta_{tar} \end{bmatrix}$$

根据笛卡尔坐标到极坐标的转换关系

$$\left\{egin{aligned}
ho &= \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2} \ lpha &= rctan \, 2(\Delta y, \Delta x) \ eta &= - heta - lpha \end{aligned}
ight.$$

求导得

$$\begin{cases} \dot{\rho} = \frac{\dot{\Delta}x \Delta x + \dot{\Delta}y \Delta y}{\rho} \\ \dot{\beta} = -\frac{\Delta x}{\rho} \left(\frac{\dot{y}}{\Delta x} - \frac{\dot{x} \Delta y}{\Delta x^2}\right) \\ \dot{\alpha} = -\dot{\beta} - \dot{\theta} \end{cases}$$

$$\implies \begin{bmatrix} \dot{\rho} \\ \dot{\beta} \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\cos \alpha & 0 \\ -\frac{\sin \alpha}{\rho} & 0 \\ \frac{\sin \alpha}{\rho} & -1 \end{bmatrix}$$

设计线性控制器

$$egin{aligned} v_1 &= k_
ho
ho \ v_2 &= k_lpha lpha + k_eta eta \end{aligned}$$

代入闭环误差方程得

$$egin{bmatrix} \dot{eta} \ \dot{eta} \end{bmatrix} = egin{bmatrix} -k_
ho
ho \cos lpha \ -k_
ho \sin lpha \ k_
ho \sin lpha - k_lpha lpha - k_eta eta \end{bmatrix}$$

设计李雅普诺夫函数

$$V_1=rac{1}{2}
ho^2+rac{1}{2}lpha^2+rac{1}{2}eta^2 \ \dot{V}_1=
ho\dot{
ho}+lpha\dot{lpha}+eta\dot{eta}$$

在 $\alpha = 0$ 进行线性化,得到

$$egin{bmatrix} \dot{eta} \ \dot{eta} \ \dot{lpha} \end{bmatrix} = egin{bmatrix} -k_{lpha} & 0 & 0 \ 0 & -(k_{lpha}-k_{
ho}) & k_{eta} \ 0 & -k_{
ho} & 0 \end{bmatrix} egin{bmatrix}
ho \ lpha \ eta \end{bmatrix}$$

$$V=-k_lpha
ho^2-(k_lpha-k_
ho)lphaeta+k_etaeta^2-k_
holphaeta$$

当参数满足

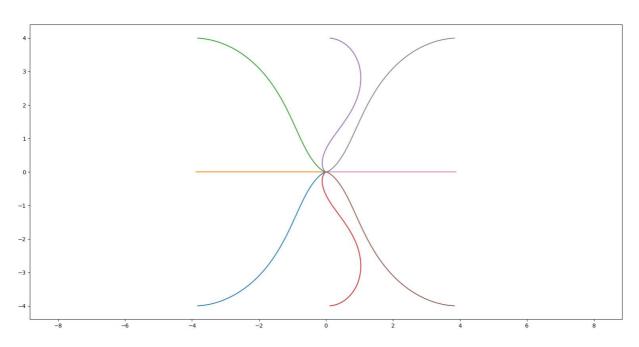
$$k_eta \leq 0 \ k_
ho \geq 0 \ k_lpha - k_
ho \geq 0$$

是系统局部稳定。

实验

通过Python实现上述控制器,并使用Matplotlib进行仿真实验。代码见Github

实验1八个方向出发



实验2 动画仿真

GIF动画见<u>Github</u>

