移动机器人导论HW3

> 任云帆
>
> SZ170420117

理论部分

叉车的运动模型可以表示为

$$\dot{\xi}_I = R(\theta)^{-1}\dot{\xi}_R = r\dot{\phi}\begin{bmatrix}\cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\sin\beta \\ 0 \\ -\frac{\cos\beta}{L_2}\end{bmatrix}$$

$$\Longrightarrow \begin{bmatrix}\dot{x}_I \\ \dot{y}_I \\ \dot{\theta}_I\end{bmatrix} = r\dot{\phi}\begin{bmatrix}\cos\theta\sin\beta \\ \sin\theta\sin\beta \\ -\frac{\cos\beta}{L_2}\end{bmatrix}$$

对于平面移动的机器人，位姿可以用以下向量来表示

$$p = \begin{bmatrix}x \\ y \\ \theta\end{bmatrix}$$

对于叉车机器人来说，其未知可以从一个已知位置开始，并将运动进行积分来进行估计。假设时间增量内叉车的输入变化为$\Delta\beta, \Delta s$，那么行走的增量可以表示为

$$\Delta\theta = -\Delta s\frac{\cos(\beta+\Delta\beta/2)}{L_2}$$
$$\Delta x = \Delta s\sin(\beta+\Delta\beta/2)\cos(\theta+\Delta\theta/2)$$
$$\Delta y = \Delta s\sin(\beta+\Delta\beta/2)\sin(\theta+\Delta\theta/2)$$

由此我们可以得到更新过的位置p'

$$p' = f(x,y,\theta,\Delta s,\beta) = \begin{bmatrix}x \\ y \\ \theta\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}\Delta s\sin(\beta+\Delta\beta/2)\cos(\theta-\Delta s\frac{\cos(\beta+\Delta\beta/2)}{2L_2}) \\ \Delta s\sin(\beta+\Delta\beta/2)\sin(\theta-\Delta s\frac{\cos(\beta+\Delta\beta/2)}{2L_2}) \\ -\Delta s\frac{\cos(\beta+\Delta\beta/2)}{L_2}\end{bmatrix}$$

接下来建立p'的误差模型，已得到里程表位置估计的协方差矩阵$\Sigma_{p'}$。对于运动增量$(\Delta s;\Delta\beta)$，我们假定协方差矩阵Σ_Δ

$$\Sigma_\Delta = covar(\Delta s;\Delta\beta) = \begin{bmatrix}k_s|\Delta s| & 0 \\ 0 & k_b\end{bmatrix}$$

其中Δs是驱动轮运动的距离，由于转向角度大小与协方差无关，因此协方差矩阵设为一常数，k_s, k_b分别为误差常数。我们做出以下假设

- 驱动轮的转动和角度变换是独立的
- 误差的方差正比于各自运动的角度。

假定位置p和系统输入$\Delta_{sb} = (\Delta s; \Delta\beta)$不相关。我们用一阶泰勒展开近似函数$f$的微分，我们计算两个雅克比矩阵，$F_p = \nabla_p f$ 和$F_{sb} = \nabla_{\Delta sb} f$

$$F_p = \nabla_p f = \nabla_p(f^T) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} & \frac{\partial f}{\partial y} & \frac{\partial f}{\partial \theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\Delta s \sin(\beta + \Delta\beta/2) \sin(\theta - \Delta s \frac{\cos(\beta+\Delta\beta/2)}{2L_2}) \\ 0 & 1 & \Delta s \sin(\beta + \Delta\beta/2) \cos(\theta - \Delta s \frac{\cos(\beta+\Delta\beta/2)}{2L_2}) \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

设$b = \beta + \Delta\beta/2$

$$F_{sb} = \begin{pmatrix} \cos\left(\theta - \frac{\Delta s\ \cos(b)}{2\ L_2}\right)\ \sin(b) + \frac{\Delta s\ \sin\left(\theta - \frac{\Delta s\ \cos(b)}{2\ L_2}\right)\ \cos(b)\ \sin(b)}{2\ L_2} & \Delta s\ \cos\left(\theta - \frac{\Delta s\ \cos(b)}{2\ L_2}\right)\ \cos(b) - \frac{\Delta s^2\ \sin\left(\theta - \frac{\Delta s\ \cos(b)}{2\ L_2}\right)\ \sin(b)^2}{2\ L_2} \\ \sin\left(\theta - \frac{\Delta s\ \cos(b)}{2\ L_2}\right)\ \sin(b) - \frac{\Delta s\ \cos\left(\theta - \frac{\Delta s\ \cos(b)}{2\ L_2}\right)\ \cos(b)\ \sin(b)}{2\ L_2} & \Delta s\ \sin\left(\theta - \frac{\Delta s\ \cos(b)}{2\ L_2}\right)\ \cos(b) + \frac{\Delta s^2\ \cos\left(\theta - \frac{\Delta s\ \cos(b)}{2\ L_2}\right)\ \sin(b)^2}{2\ L_2} \\ -\frac{\cos(b)}{L_2} & \frac{\Delta s\ \sin(b)}{L_2} \end{pmatrix}$$

因此可以由误差传播定律推出误差协方差矩阵的更新函数。

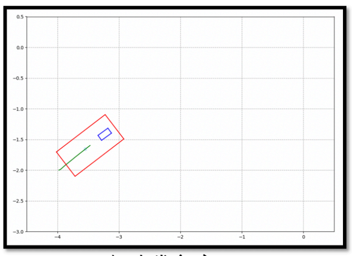
$$\Sigma_{p'} = \nabla_p f \Sigma_p \nabla_p f^T + \nabla_{\Delta sb} f \Sigma_\Delta \nabla_{\Delta sb} f^T$$

实验部分

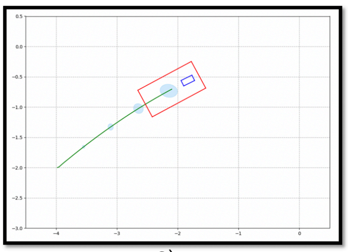
在完成$\Sigma_{p'}$的递推公式后，我们得到叉车运动的协方差矩阵$\Sigma(t)$。对每一时刻的协方差矩阵进行特征分解，得到x, y方向上的特征值和特征向量，将特征向量归一化，作为方向，特征值大小作为长度绘制椭圆。再结合Hw2中的小车运动，基于Python3.7实现了小车运动和误差传递的仿真动画。

> 源码和GIF动画见https://github.com/RENyunfan/mobileRobot

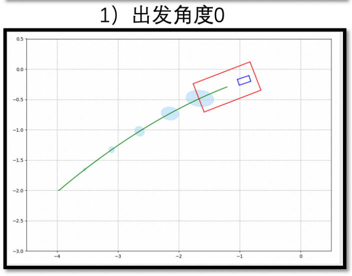
Test1



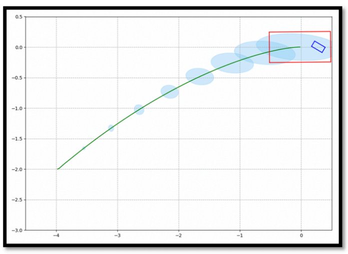
1）出发角度0



2）

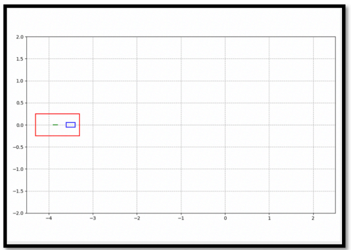


3）

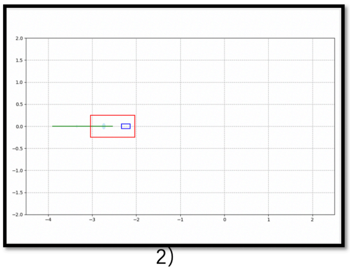


4）终止角度0

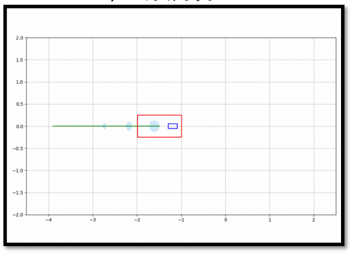
Test2



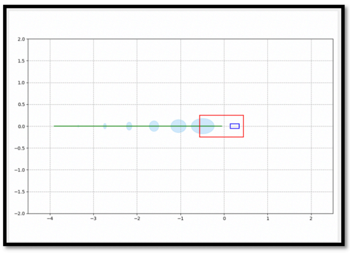
1）出发角度0



2）



3）



4）终止角度0