

移动机器人导论HW3

理论部分

叉车的运动模型可以表示为

$$\begin{aligned}\dot{\xi}_I &= R(\theta)^{-1} \dot{\xi}_R = r \dot{\phi} \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sin \beta \\ 0 \\ -\frac{\cos \beta}{L_2} \end{bmatrix} \\ \Rightarrow \begin{bmatrix} \dot{x}_I \\ \dot{y}_I \\ \dot{\theta}_I \end{bmatrix} &= r \dot{\phi} \begin{bmatrix} \cos \theta \sin \beta \\ \sin \theta \sin \beta \\ -\frac{\cos \beta}{L_2} \end{bmatrix}\end{aligned}$$

对于平面移动的机器人，位姿可以用以下向量来表示

$$p = \begin{bmatrix} x \\ y \\ \theta \end{bmatrix}$$

对于叉车机器人来说，其未知可以从一个已知位置开始，并将运动进行积分来进行估计。假设时间增量内叉车的输入变化为 $\Delta\beta, \Delta s$ ，那么行走的增量可以表示为

$$\begin{aligned}\Delta\theta &= -\Delta s \frac{\cos(\beta + \Delta\beta/2)}{L_2} \\ \Delta x &= \Delta s \sin(\beta + \Delta\beta/2) \cos(\theta + \Delta\theta/2) \\ \Delta y &= \Delta s \sin(\beta + \Delta\beta/2) \sin(\theta + \Delta\theta/2)\end{aligned}$$

由此我们可以得到更新过的位置 p'

$$p' = f(x, y, \theta, \Delta s, \Delta\beta) = \begin{bmatrix} x \\ y \\ \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta s \sin(\beta + \Delta\beta/2) \cos(\theta - \Delta s \frac{\cos(\beta + \Delta\beta/2)}{2L_2}) \\ \Delta s \sin(\beta + \Delta\beta/2) \sin(\theta - \Delta s \frac{\cos(\beta + \Delta\beta/2)}{2L_2}) \\ -\Delta s \frac{\cos(\beta + \Delta\beta/2)}{L_2} \end{bmatrix}$$

接下来建立 p' 的误差模型，已得到里程表位置估计的协方差矩阵 $\Sigma_{p'}$ 。对于运动增量 $(\Delta s; \Delta\beta)$ ，我们假定协方差矩阵 Σ_Δ

$$\Sigma_\Delta = \text{covar}(\Delta s; \Delta\beta) = \begin{bmatrix} k_s |\Delta s| & 0 \\ 0 & k_b |\Delta\beta| \end{bmatrix}$$

其中 Δs 是驱动轮运动的距离， $\Delta\beta$ 是转向的角度， k_s, k_b 分别为误差常数。我们做出以下假设

- 驱动轮的转动和角度变换是独立的
- 误差的方差正比于各自运动的角度。

假定位置 p 和系统输入 $\Delta_{sb} = (\Delta s; \Delta \beta)$ 不相关。我们用一阶泰勒展开近似函数 f 的微分，由误差传播定律

$$\Sigma_{p'} = \nabla_p f \Sigma_p \nabla_p f^T + \nabla_{\Delta sb} f \Sigma_{\Delta} \nabla_{\Delta sb} f^T$$

我们计算两个雅克比矩阵， $F_p = \nabla_p f$ 和 $F_{sb} = \nabla_{\Delta sb} f$

$$F_p = \nabla_p f = \nabla_p (f^T) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} & \frac{\partial f}{\partial y} & \frac{\partial f}{\partial \theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\Delta s \sin(\beta + \Delta \beta/2) \sin(\theta - \Delta s \frac{\cos(\beta + \Delta \beta/2)}{2L_2}) \\ 0 & 1 & \Delta s \sin(\beta + \Delta \beta/2) \cos(\theta - \Delta s \frac{\cos(\beta + \Delta \beta/2)}{2L_2}) \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

设 $b = \beta + \Delta \beta/2$

$$F_{sb} = \begin{pmatrix} \cos\left(\theta - \frac{\Delta s \cos(b)}{2L_2}\right) \sin(b) + \frac{\Delta s \sin\left(\theta - \frac{\Delta s \cos(b)}{2L_2}\right) \cos(b) \sin(b)}{2L_2} & \Delta s \cos\left(\theta - \frac{\Delta s \cos(b)}{2L_2}\right) \cos(b) - \frac{\Delta s^2 \sin\left(\theta - \frac{\Delta s \cos(b)}{2L_2}\right) \sin(b)^2}{2L_2} \\ \sin\left(\theta - \frac{\Delta s \cos(b)}{2L_2}\right) \sin(b) - \frac{\Delta s \cos\left(\theta - \frac{\Delta s \cos(b)}{2L_2}\right) \cos(b) \sin(b)}{2L_2} & \Delta s \sin\left(\theta - \frac{\Delta s \cos(b)}{2L_2}\right) \cos(b) + \frac{\Delta s^2 \cos\left(\theta - \frac{\Delta s \cos(b)}{2L_2}\right) \sin(b)^2}{2L_2} \\ -\frac{\cos(b)}{L_2} & \frac{\Delta s \sin(b)}{L_2} \end{pmatrix}$$

因此可以推出误差协方差矩阵的更新函数。

实验部分
