关于模拟两个质点在平面上运动 -Resbi

设有一二维笛卡尔坐标系

$$xOy$$

其中有两个质点

A，B

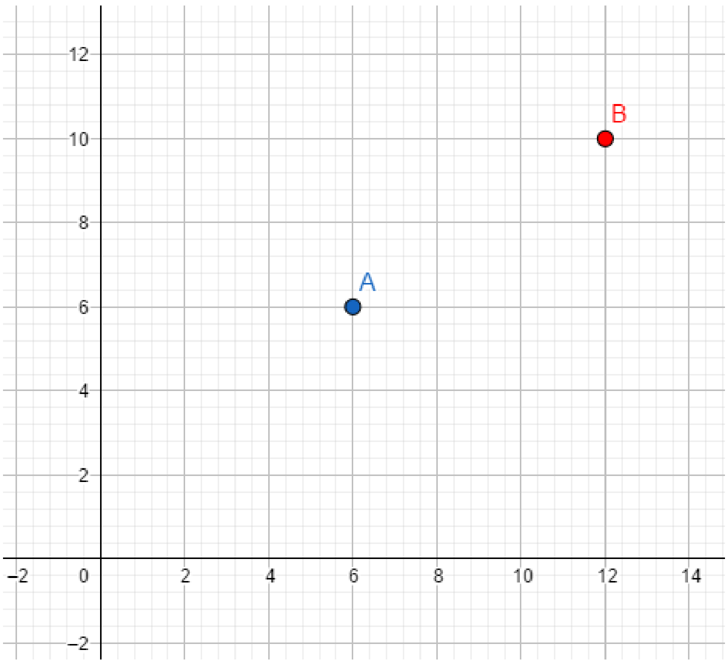

图 1 （坐标忽略）

设，有

$$A = (X_A, Y_A)$$
$$B = (X_B, Y_B)$$

A 的质量M_A

B 的质量M_B

根据牛顿万有引力公式:

$$F = G\frac{M_1 \cdot M_2}{R^2}$$

其中,G 为万有引力常数:

$$G = 6.67259 \times 10^{-11} N \cdot m^2/kg^2$$

R为两个质点之间的距离。即:

$$R = \sqrt{(X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2}$$

代入质点 A，B 的数据 有:

$$R = \sqrt{(X_A - X_B)^2 + (Y_A - Y_B)^2}$$
$$F = G\frac{M_A \cdot M_B}{R^2}$$

引力 F 对于质点 A 的 X 轴 Y 轴分力$\overrightarrow{F_{XA}}$ 与$\overrightarrow{F_{YA}}$:

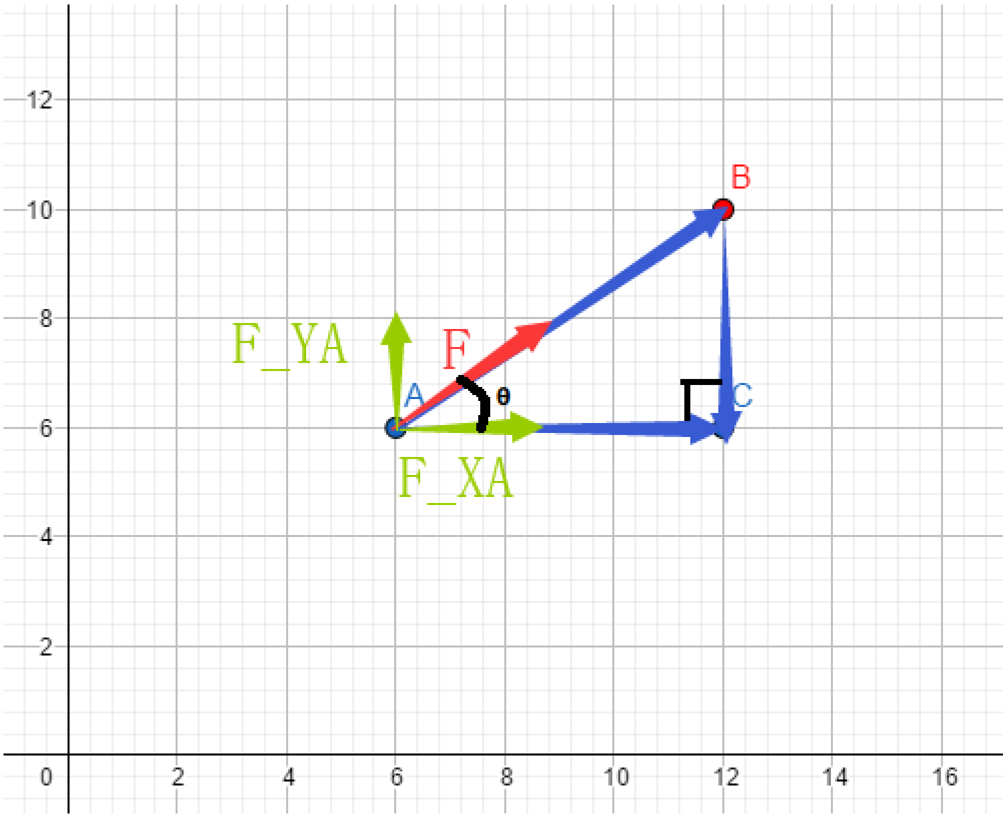

图 1-0

可知关于∠θ 有:

$$\tan\theta = \frac{\overrightarrow{BC}}{\overrightarrow{AC}}$$

$$\cos\theta = \frac{\overrightarrow{AC}}{AB}$$

$$\sin\theta = \frac{\overrightarrow{BC}}{AB}$$

其中,

$$\begin{cases} AB = R \\ \overrightarrow{BC} = Y_B - Y_A \\ \overrightarrow{AC} = X_B - X_A \end{cases}$$

则, 关于F_{XA} , F_{YA} 就有:

$$\overrightarrow{F_{XA}} = F \times \cos\theta = F \times \frac{\overrightarrow{AC}}{AB} = F \times \frac{X_B - X_A}{R}$$

$$\overrightarrow{F_{YA}} = F \times \sin\theta = F \times \frac{\overrightarrow{BC}}{AB} = F \times \frac{Y_B - Y_A}{R}$$

引力 F 对于质点 B 的 X 轴 Y 轴分力$\overrightarrow{F_{XB}}$ 与$\overrightarrow{F_{YB}}$

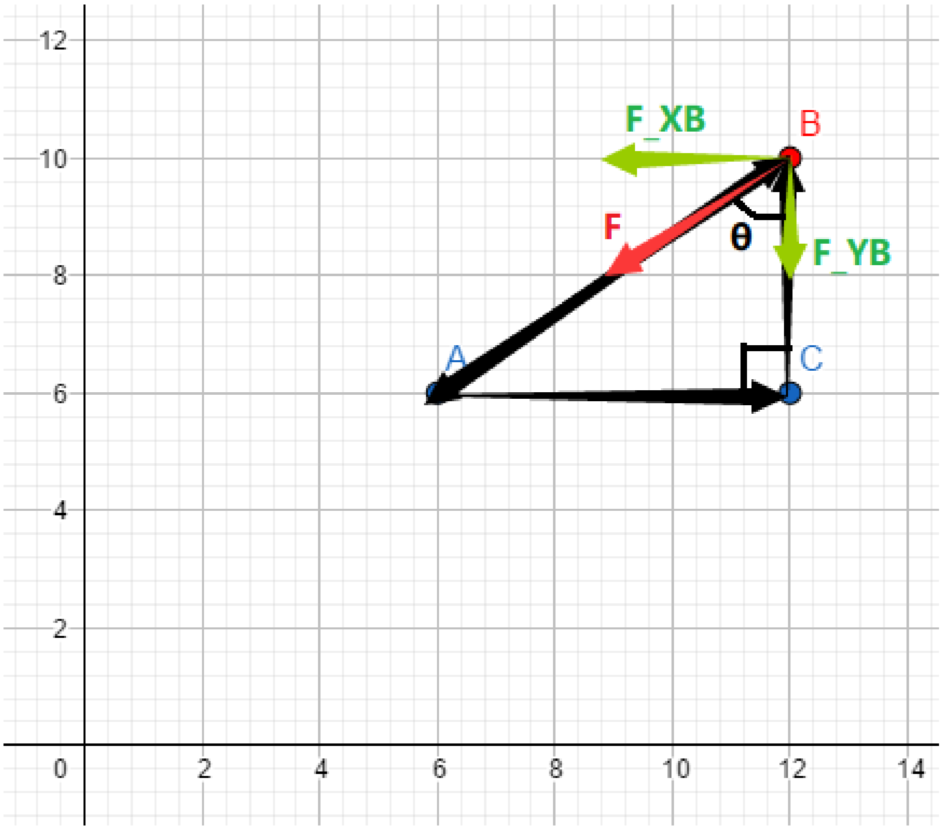

图 1-1

(质点 A 和 B 受到的互相吸引力 F 大小相同和大小相同和方向相反)

可知关于∠θ 有:

$$\tan\theta = \frac{\overrightarrow{AC}}{\overrightarrow{BC}}$$

$$\cos\theta = \frac{\overrightarrow{BC}}{AB}$$

$$\sin\theta = \frac{\overrightarrow{AC}}{AB}$$

其中,

$$\begin{cases} AB = R \\ \overrightarrow{BC} = Y_A - Y_B \\ \overrightarrow{AC} = X_A - X_B \end{cases}$$

则，关于F_{XA} 与F_{YA}就有:

$$\overrightarrow{F_{XB}} = F \times \sin\theta = F \times \frac{\overrightarrow{AC}}{AB} = F \times \frac{X_A - X_B}{R} = -\overrightarrow{F_{XA}}$$

$$\overrightarrow{F_{YB}} = F \times \cos\theta = F \times \frac{\overrightarrow{BC}}{AB} = F \times \frac{Y_A - Y_B}{R} = -\overrightarrow{F_{YA}}$$

根据牛顿第二定律:

物体的加速度跟物体所受的合外力成正比，跟物体的质量成反比，加速度的方向跟合外力的方向相同。公式为:

$$\boldsymbol{a} = \frac{\boldsymbol{F}}{m}$$

其中，a 为物体的加速度，F 为合外力，m 为物体的质量

那么就可以有 质点 A 在 Y 轴的加速度 $\overrightarrow{a_{YA}}$

$$\overrightarrow{a_{YA}} = \frac{\overrightarrow{F_{YA}}}{M_A}$$

在 X 轴的加速度$\overrightarrow{a_{XA}}$

$$\overrightarrow{a_{XA}} = \frac{\overrightarrow{F_{XA}}}{M_A}$$

同理，有质点 B 在 Y 轴的加速度 $\overrightarrow{a_{YB}}$

$$\overrightarrow{a_{YB}} = \frac{\overrightarrow{F_{YB}}}{M_B}$$

在 X 轴的加速度$\overrightarrow{a_{XB}}$

$$\overrightarrow{a_{XB}} = \frac{\overrightarrow{F_{XB}}}{M_B}$$

***设 单位时间*Δt *单位为 秒*(s)**

***设 质点 A 在 x 轴的分速度*$(^{m}/_{s})$：**

$$\overrightarrow{\boldsymbol{v_{XA}}}$$

在 y 轴的分速度：

$$\overrightarrow{\boldsymbol{v_{YA}}}$$

***设 质点 B 在 x 轴的分速度*$(^{m}/_{s})$:**

$$\overrightarrow{\boldsymbol{v_{XB}}}$$

在 y 轴的分速度：

$$\overrightarrow{\boldsymbol{v_{YB}}}$$

经过一个单位时间后，有

质点 A 于 x 轴的位移:

$$\overrightarrow{\Delta x_A} = \Delta t \times \overrightarrow{v_{XA}} + \frac{1}{2}\Delta t^2 \times \overrightarrow{a_{XA}}$$

于 y 轴的位移:

$$\overrightarrow{\Delta y_A} = \Delta t \times \overrightarrow{v_{YA}} + \frac{1}{2}\Delta t^2 \times \overrightarrow{a_{YA}}$$

质点 B 于 x 轴的位移:

$$\overrightarrow{\Delta \mathrm{x}_B} = \Delta \mathrm{t} \times \overrightarrow{v_{XB}} + \frac{1}{2}\Delta t^2 \times \overrightarrow{a_{XB}}$$

于 y 轴的位移:

$$\overrightarrow{\Delta \mathrm{y}_B} = \Delta \mathrm{t} \times \overrightarrow{v_{YB}} + \frac{1}{2}\Delta t^2 \times \overrightarrow{a_{YB}}$$

于是，有:

两质点经过一个 单位时间 $\boldsymbol{\Delta t}$ 以后 分别的位置:

$$\mathrm{A}: \begin{cases} X_A = X_A + \overrightarrow{\Delta \mathrm{x}_A} \\ Y_A = Y_A + \overrightarrow{\Delta \mathrm{y}_A} \end{cases}$$

$$B: \begin{cases} X_B = X_B + \overrightarrow{\Delta \mathrm{x}_B} \\ Y_B = Y_B + \overrightarrow{\Delta \mathrm{y}_B} \end{cases}$$

两质点经过一个 单位时间 $\boldsymbol{\Delta t}$ 以后 分别的速度:

$$\mathrm{A}: \begin{cases} \overrightarrow{v_{XA}} = \overrightarrow{v_{XA}} + \Delta t \times \overrightarrow{a_{XA}} \\ \overrightarrow{v_{YA}} = \overrightarrow{v_{YA}} + \Delta t \times \overrightarrow{a_{YA}} \end{cases}$$

$$B: \begin{cases} \overrightarrow{v_{XB}} = \overrightarrow{v_{XB}} + \Delta t \times \overrightarrow{a_{XB}} \\ \overrightarrow{v_{YB}} = \overrightarrow{v_{YB}} + \Delta t \times \overrightarrow{a_{YB}} \end{cases}$$