



Interfaces fluídicas

RELAÇÕES DE CURVATURA X ENERGIA COM ELÁSTICA DE EULER

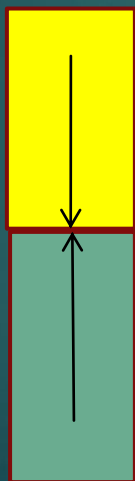
Sumário

- ▶ Apresentação;
- ▶ Revisão experimental;
- ▶ Proposta “elástica de Euler”;
- ▶ Simulações;
- ▶ Conclusão.

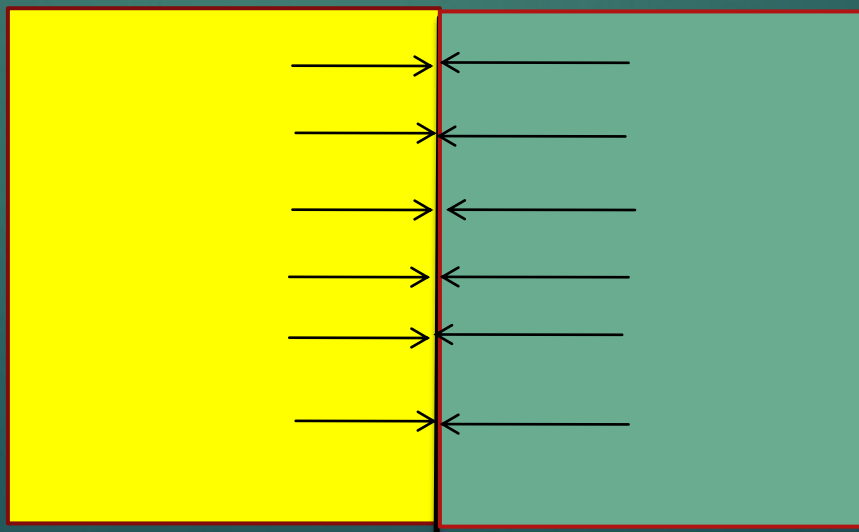
Apresentação

- ▶ Questionamento inicial - relações de densidade: Como dois líquidos imiscíveis reagem a anulação do fenômeno de empuxo?
- ▶ Princípio de minimização: Menor área de contato, baixo nível de energia?

Situação 1



Situação 2



Óleo



Líquido
dopado



Apresentação

- ▶ Aprimoramento: efeitos da turbulência no sistema.
- ▶ Desenvolvimento: que parâmetros determinam a curvatura da interface?

Primeiro experimento:



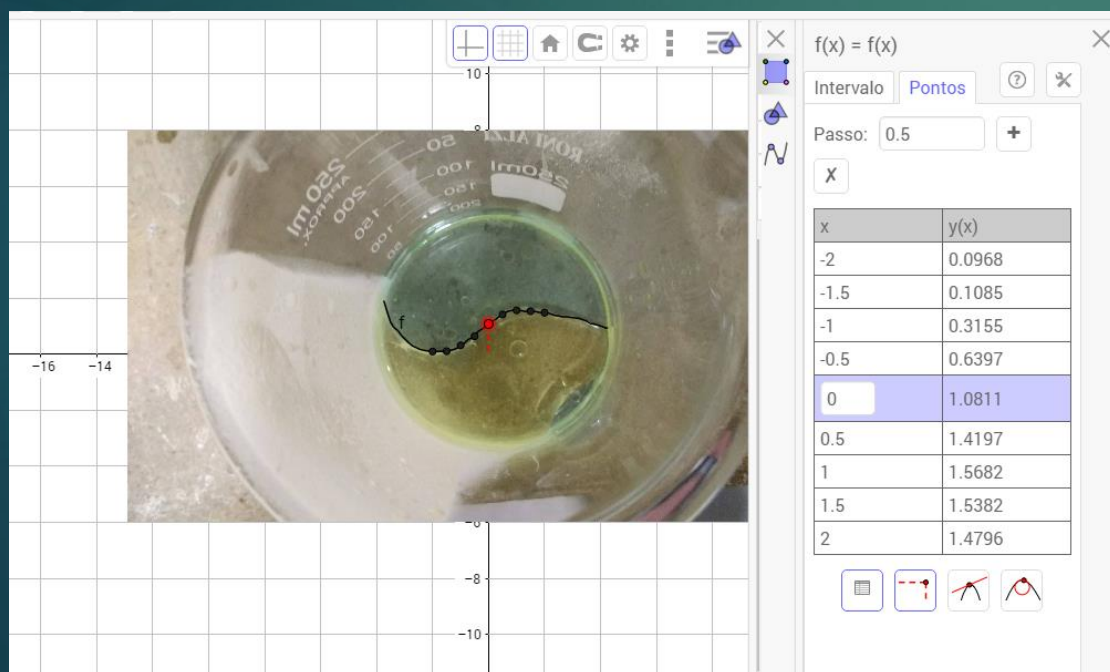
Situação aprimorada:



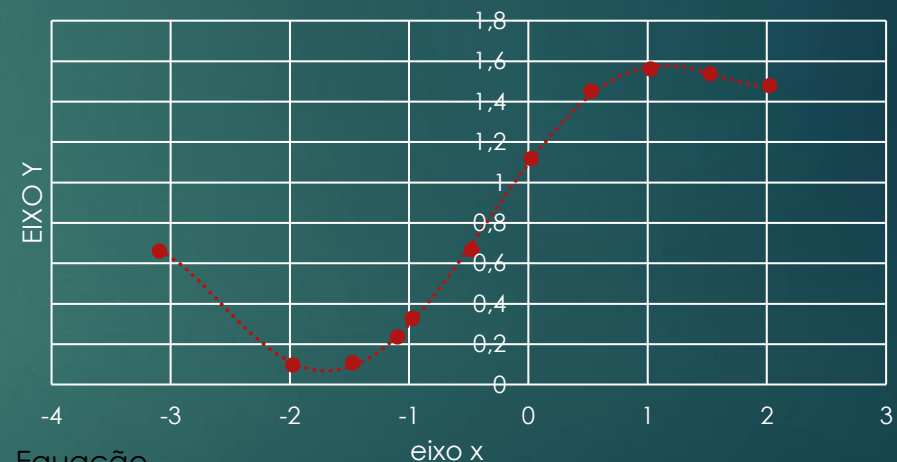
Obs.: volumes iguais.

Apresentação

- ▶ Aprimorar efeitos de turbulência para eficiência do experimento



Função de aproximação



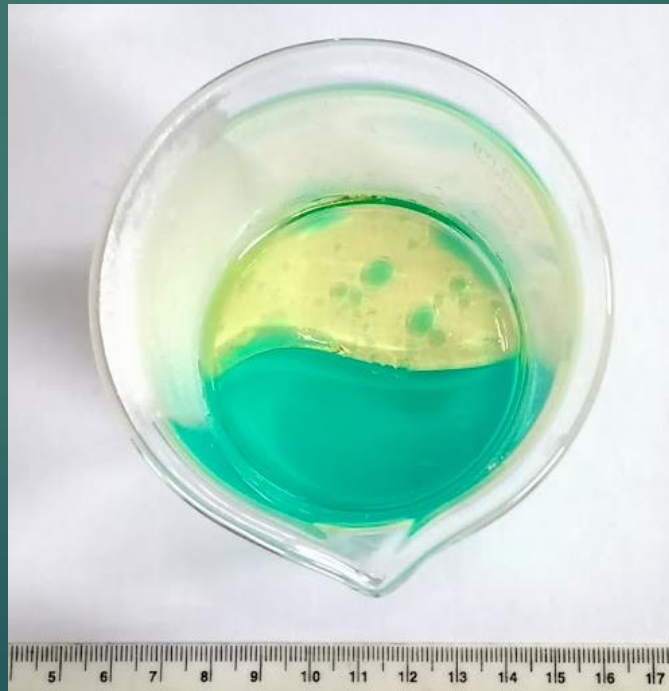
Equação representativa da função:
 $y = 0,0126x^5 + 0,0281x^4 - 0,1615x^3 - 0,1869x^2 + 0,7849x + 1,0932$

Apresentação

Situação de
estabilidade inicial:



Primeiro grau de
curvatura induzida



Exercício: segundo
grau de curvatura?



Apresentação:

- ▶ Vídeo da primeira execução do experimento:

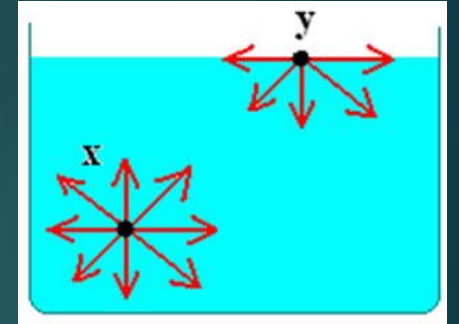


Revisão experimental

- ▶ Enfim, que parâmetros foram utilizados para determinar a curvatura?
- ▶ Como definir a tensão superficial? Módulo de Young e ângulos de contato.

O módulo de Young:

Nesta figura, γ_s e γ_{LV} são a energia de superfície do sólido e a tensão superficial do líquido em equilíbrio com o vapor, respectivamente; γ_{SL} é a energia da interface sólido – líquido.



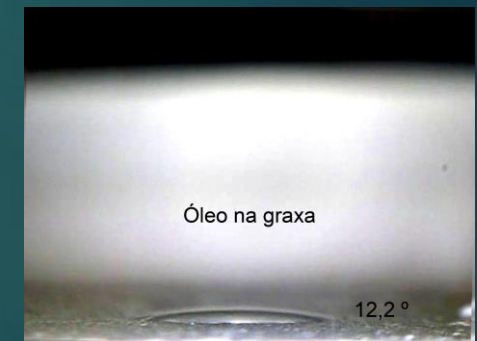
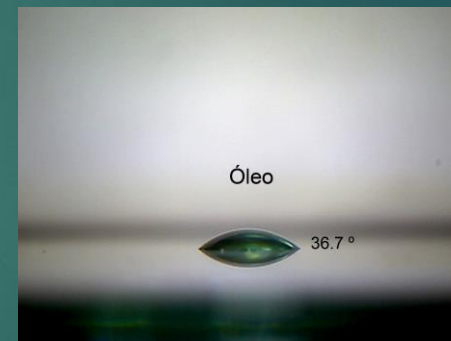
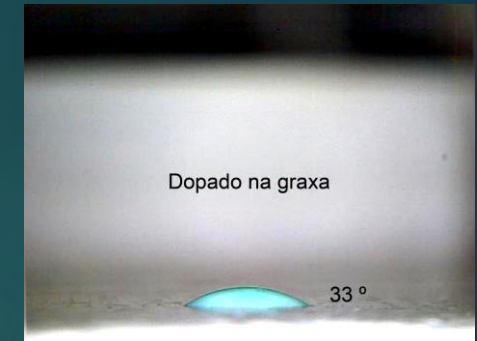
Revisão experimental

- Considerando que a gota da Figura esteja em equilíbrio, tem-se:

$$\gamma_S = \gamma_{SL} + \gamma_{LV} \cos \theta \quad (1)$$

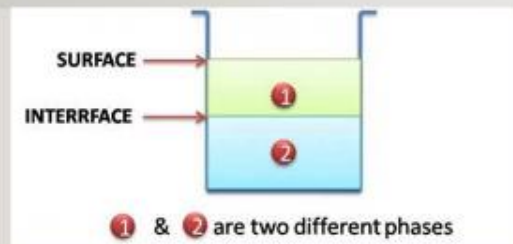
OU,

$$\gamma_{LV} \cos \theta = \gamma_S - \gamma_{SL} \quad (2)$$



Revisão experimental

- Importante definir diferença entre tensão superficial e tensão interfacial;



$$\gamma_{1,2} \sim \gamma_1 - \gamma_2$$

Líquido	Tensão interfacial contra a água (mN/m, 20°C)
Benzeno	35,0
n-hexano	51,1
n-octano	50,8
n- octanol	8,5

Somente válido para estimativa!!!

Revisão Experimental

- Conclusão de relações de “afinidade”:

	Vidro	Graxa	Óleo	Dopado
Dopado	++	-	Prefere vidro o	
Óleo	--	+		Ficou parada

Resultados numéricos:

> γ água destilada = 0,07344 N/m

> γ dopado = 0,0394 N/m

> γ óleo = 0,0409 N/m

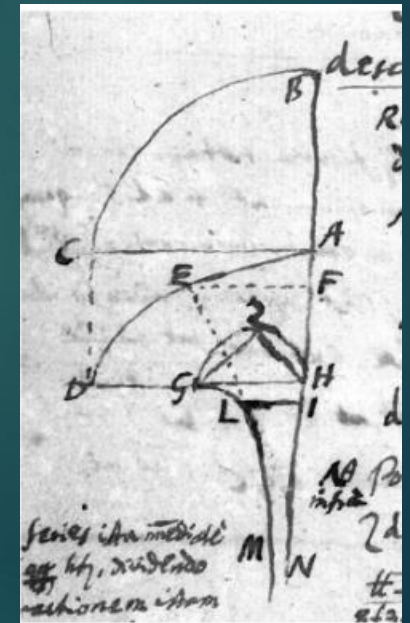
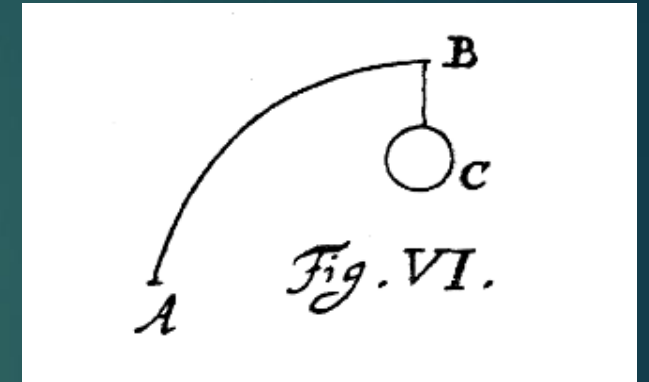
Proposta “elástica de Euler”

- ▶ O que é a “elastica theory”?
- ▶ Desenvolvimento embasado por grandes nomes: Hooke, Bernoulli e por fim Euler.
- ▶ Problema inicial e a solução de Bernoulli:

“ Seja o raio do círculo $AB = a$, e AED uma lâmina elástica curvada por um peso suspenso em A e GLM aquela curva, a qual remete ao AED . $AF = y$, $FE = x$, $AI = p$, $IL = z$. A equação diferencial para a curva AED é expressa através de:

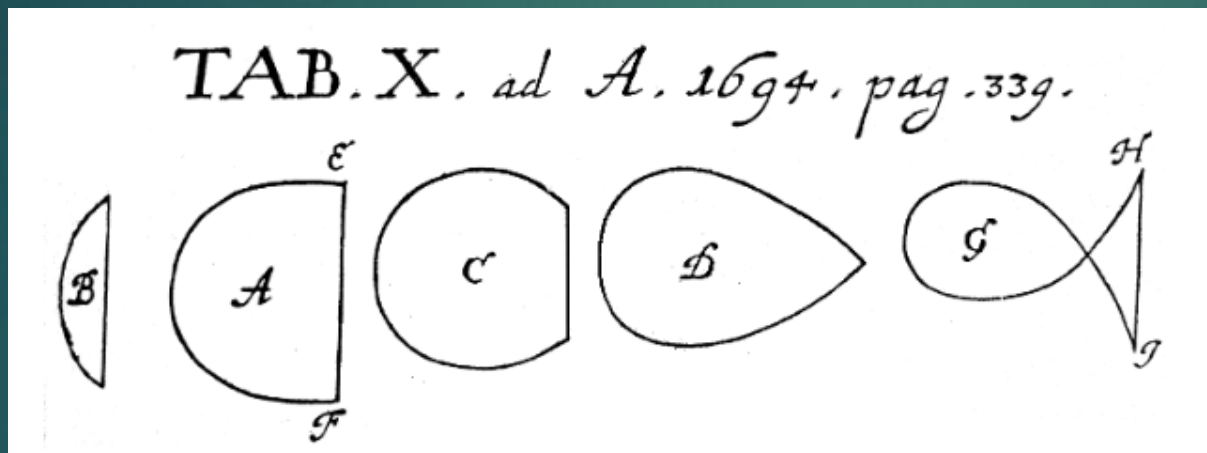
$$dy = \frac{x^2 dx}{\sqrt{a^4 - x^4}}, \quad (3)$$

Baseado na figura:
 AED é a curvatura elástica e GLM a sua evoluta.



Proposta “elástica de Euler”

- Por quê a proposta de Bernoulli tratava de uma solução parcial?



Objeção de Huygens's, em 1694 para a solução de Bernoulli: um erro de continuidade na definição de curvatura.

Elástica de Euler

- Proposta de Euler em 1774;

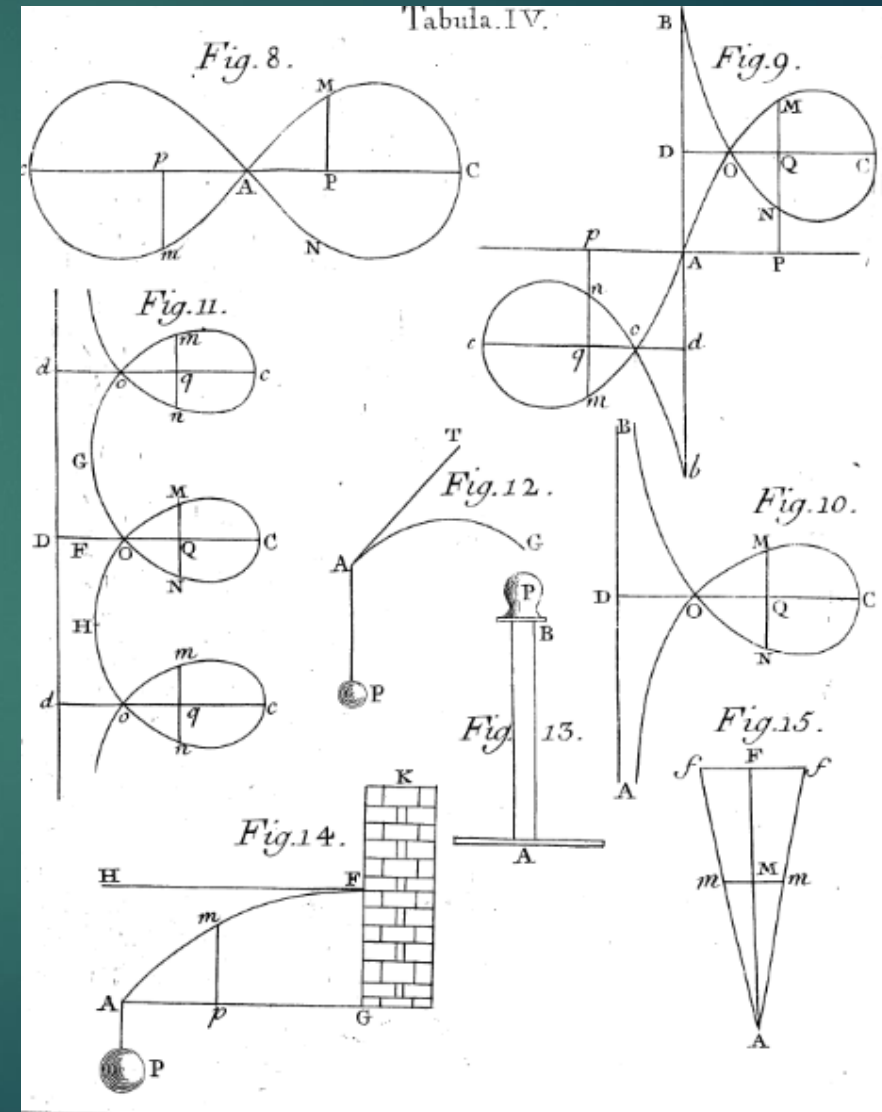
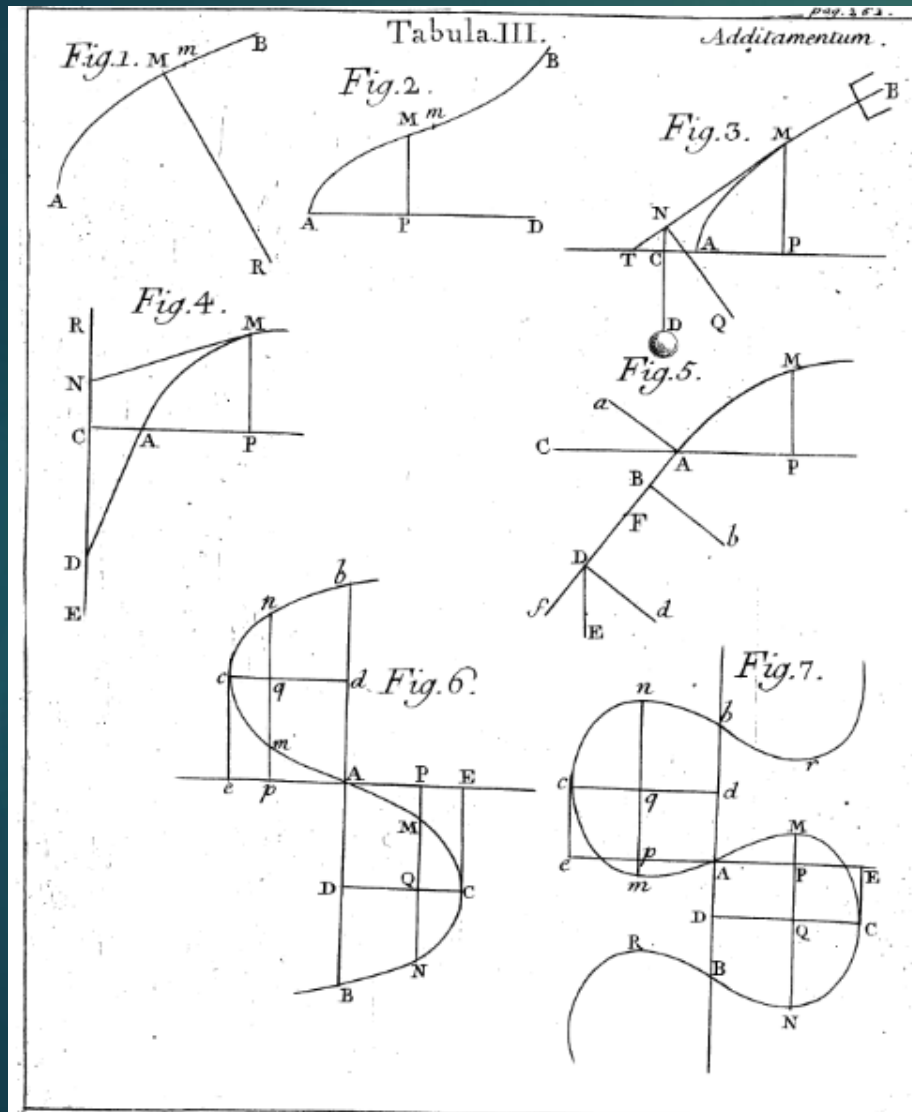
Solução em coordenadas cartesianas utilizando a já conhecida definição de 'ds'

$$\int \frac{y'^2}{(1 + y'^2)^{5/2}} dx$$

Solução em função da curvatura, utilizando equações intrínsecas ao problema

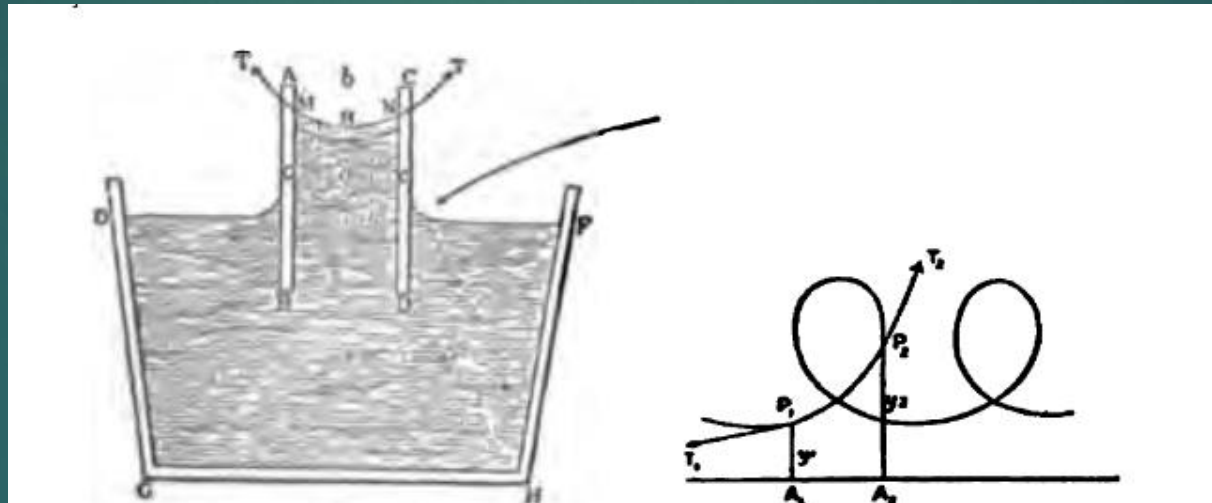
$$E[\kappa(s)] = \int_0^l \kappa(s)^2 ds$$

Graus de liberdade da “elástica”



Elástica de Euler

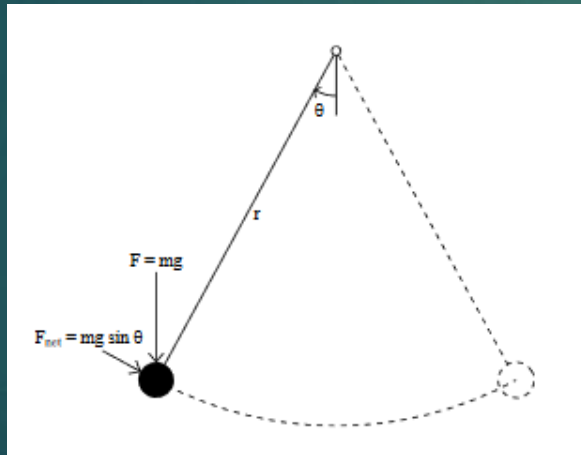
- ▶ Introdução ao nosso problema: abordagem de Laplace em sistemas envolvendo capilaridade; Mais uma vez a elástica se apresenta como solução de sistemas físicos.



- ▶ Sobre o que se trata essa solução afinal?

Elástica de Euler

- Analogia cinética de Kirchhoff: a equação diferencial que representa a curvatura da elástica como função é equivalente a equação de movimento de um pêndulo.



$$\theta'' + \lambda_1 \sin \theta + \lambda_2 \cos \theta = 0$$

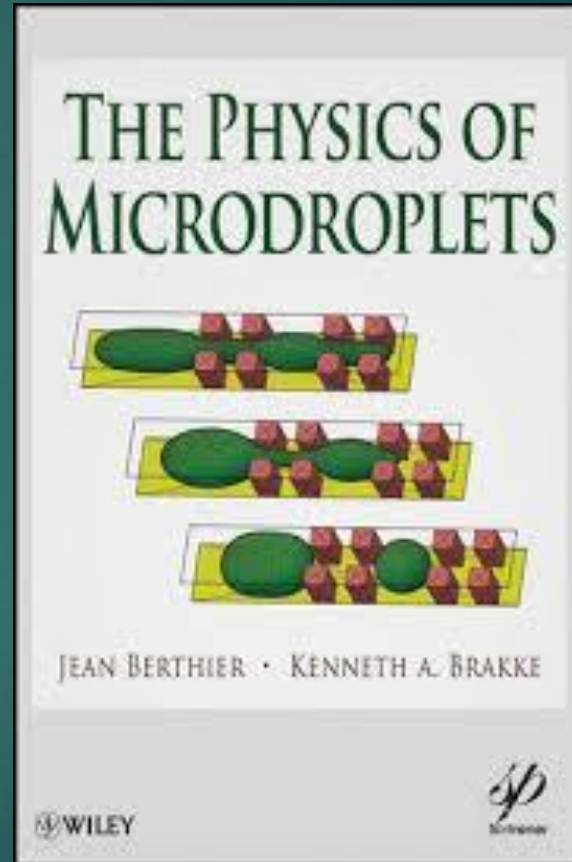
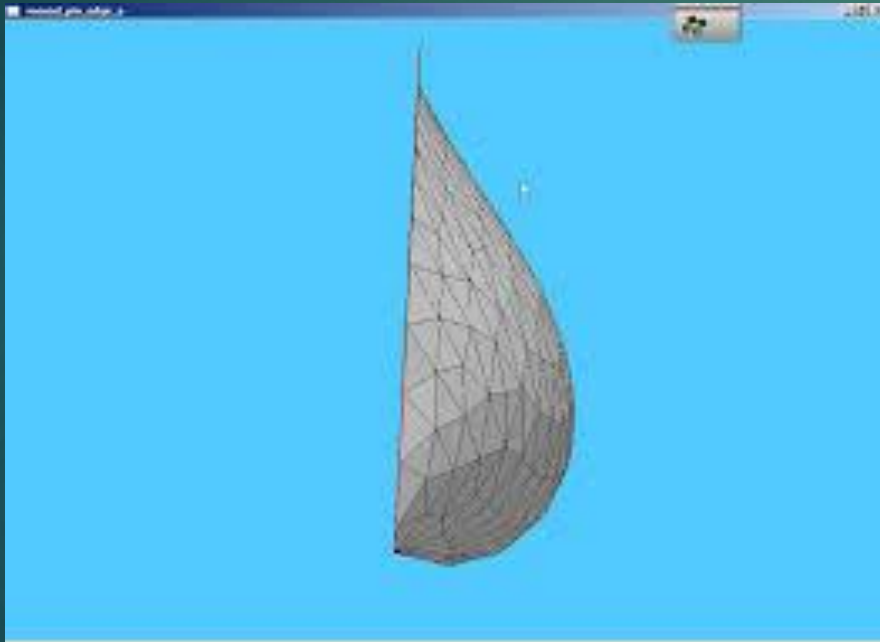
Assim como todos os problemas de curvatura entre fluidos são resolvidos hoje em dia, essa correlação foi encontrada através da lagrangeana do sistema, daí o seu nome “analogia cinética”

Elástica de Euler

- ▶ Referência em português: "Flambagem";
- ▶ Relaciona a energia acumulada no sistema dada uma deformação;
- ▶ Importante: condições de contorno do sistema.
- ▶ Resultado teórico esperado: $dE = k^2 \cdot \gamma$

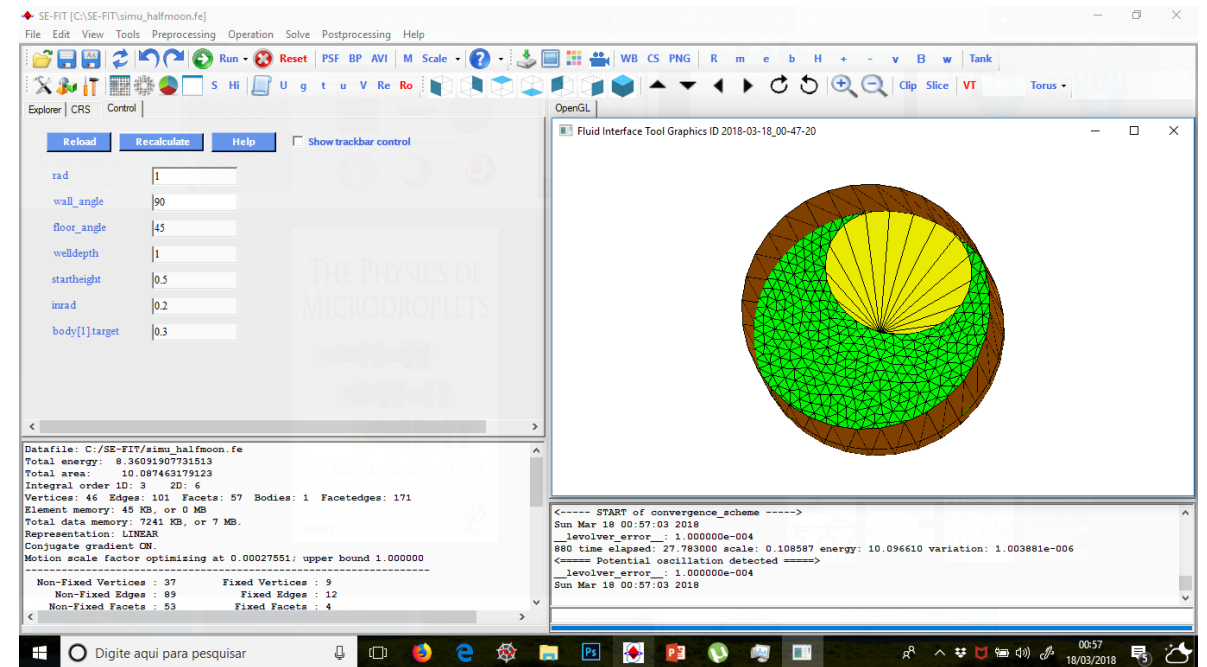
Simulações

► Ken Brakke: Surface Evolver



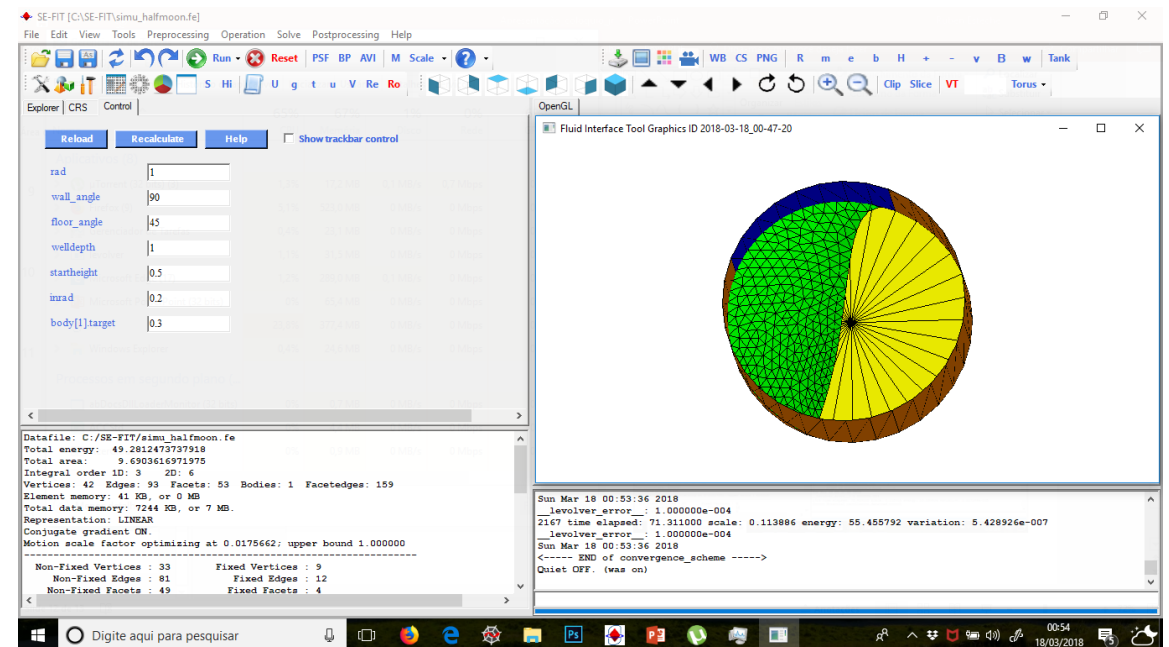
Simulações

- ▶ Primeira situação: curvatura do sistema estável.



Simulações

- ▶ Segundo grau de curvatura: tratamento de superfície através do programa para obter o primeiro grau de curvatura.



Conclusão

- ▶ Experimento;
- ▶ Analogia física;
- ▶ Programa