

k 表示进制。

字符可以转成数字。

假设有序列: $a_0, a_1, a_2, \dots, a_i, \dots, a_{i+m-1}, \dots, a_{n-1}$

按照模式串哈希值求法求子串 $a_i \dots a_{i+m-1}$ 的哈希值:

$$\text{应该为 } \text{hash_value} = a_i k^{m-1} + a_{i+1} k^{m-2} + \dots + a_{i+m-1} \quad \text{--- ①}$$

以上求法需要遍历 $a_i \dots a_{i+m-1}$, 效率低。

建立 ha 数组, 存储从 a_0 到 a_i 的哈希值, 如下:

$$ha[0] = a_0$$

$$ha[i] = ha[i-1] \cdot k + a_i$$

$$ha[1] = k \cdot a_0 + a_1$$

$$ha[2] = k^2 \cdot a_0 + k \cdot a_1 + a_2$$

~~$ha[x]$~~

$$ha[x] = k^x \cdot a_0 + k^{x-1} \cdot a_1 + \dots + k \cdot a_{x-1} + a_x \quad \text{--- ②}$$

要求目标的 hash_value , 式①中有 a_{i+m-1} , 那我们写出 $ha[i+m-1]$, 代入式②

$$\begin{aligned} ha[i+m-1] &= k^{i+m-1} \cdot a_0 + k^{i+m-2} \cdot a_1 + \dots + k \cdot a_{i+m-2} + a_{i+m-1} \quad (\text{不太清, 继续多写几项}) \\ &= (k^{i+m-1} \cdot a_0 + k^{i+m-2} \cdot a_1 + \dots + k^m \cdot a_{i-1}) + (k^{m-1} \cdot a_i + k^{m-2} \cdot a_{i+1} + \dots + k \cdot a_{i+m-2} + a_{i+m-1}) \\ &= k^m (k^{i-1} \cdot a_0 + k^{i-2} \cdot a_1 + \dots + a_{i-1}) + \text{hash_value} \\ &= k^m \cdot ha[i-1] + \text{hash_value} \end{aligned}$$

所以: 第 i 个下标开始, 长度为 m 的子串哈希值 $\text{hash_value}_i = ha[i+m-1] - k^m \cdot ha[i-1]$. ($i \geq 1$) --- ③

k^m 可以提前算好即 $\text{powk}[m]$.

式③中 i 从 1 开始, $i=0$ 时, 直接用一次模式串求哈希值方法获得 $\text{hash_value}_{(0)}$

模式串 $b_0 b_1 \dots b_{m-1}$
求哈希值 Value.

$$0 \quad \text{value} = b_0$$

$$1 \quad \text{value} = b_0 \cdot k + b_1$$

$$2 \quad \text{value} = (b_0 \cdot k + b_1) \cdot k + b_2 = b_0 k^2 + b_1 k + b_2$$

\vdots

$$m-1 \quad \text{value} = b_0 k^{m-1} + b_1 k^{m-2} + \dots + b_{m-2} \cdot k + b_{m-1}$$