

Simulação e Modelação 2021/22

Trabalho Nº5 Sistemas Determinísticos Discretos: mapas unidimensionais

PARTE I

1. Use o Matlab para estudar a sequência $\{x_n\}$ definida pela equação de recorrência:

$$x_{n+1} = R x_n (1 - x_n)$$

O parâmetro R e a condição inicial x_0 deverão poder ser facilmente alterados.

2. Utilizando o Matlab, adapte o algoritmo anterior para obter ainda o diagrama das bifurcações.

Nota: O diagrama das bifurcações obtêm-se representando num gráfico, os valores adoptados pela série em função do parâmetro de controle R , após a série ter convergido para um regime “estacionário” (i.e., para valores de n suficientemente grandes para que caso haja pontos fixos estáveis, o sistema já esteja nesse regime). O número de pontos a representar para cada valor do parâmetro de controle deve ser tal que o aspecto qualitativo do gráfico não dependa do seu valor.

Análise:

- a) Como se altera o comportamento da séries, x_n , quando se varia o parâmetro R , para um mesmo valor de x_0 ? Procure determinar os valores de R para os quais há duplicação do período. Considere valores de período 2, 4, 8 e 16.
- b) Como se altera o comportamento da sequência quando varia o valor de x_0 e para um mesmo valor R ? (investigue para vários valores de R). Considere $R=3.9$ e dois valores de x_0 que diferem de 10^{-4} . Represente as duas séries no mesmo gráfico e verifique se os valores obtidos para cada série são próximos.
- c) Explique a terminologia de “ponto fixo”, “bifurcação”, “duplicação de período” e “caos determinista”.
- d) Que informação nos dá o diagrama das bifurcações?

PARTE II

1. Considere o mapa correspondente à função $x_{n+1} = f^{(2)}(x_n) = f(f(x_n))$ com $f(x) = R x (1 - x)$, ou seja:

$$f^{(2)}(x) = R(R x (1 - x))(1 - R x (1 - x))$$

- a) Para que valores de R observa um ponto fixo e um ciclo de período 2. Determine aproximadamente os valores de R em que observa uma alteração de comportamento.
- b) Será que os resultados da série que se obtém para $R=2.5$, 3.2 e 3.5 são independentes do valor de x_0 ?
- c) Represente num mesmo gráfico, para estes valores de R , as séries que obtém para $f(x)$ e $f^{(2)}(x)$.