Formulário

Método de Newton para a solução de $f(x) = 0$

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)}$$

Método de Newton para a solução de $\begin{cases} f_1(x,y) & = & 0 \\ f_2(x,y) & = & 0 \end{cases}$

$$\begin{bmatrix} x_{k+1} \\ y_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_k \\ y_k \end{bmatrix} - J^{-1}\left(\begin{bmatrix} x_k \\ y_k \end{bmatrix}\right)\begin{bmatrix} f_1(x_k, y_k) \\ f_2(x_k, y_k) \end{bmatrix}$$

com $J\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x} & \frac{\partial f_1}{\partial y} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x} & \frac{\partial f_2}{\partial y} \end{bmatrix}$.

Método do ponto fixo para a solução de $f(x) = 0$

$$x_{k+1} = x_k - \lambda f(x_k)$$

Método da bissecção para $f(x) = 0$

Se $f\left(\frac{x_e + x_d}{2}\right) f(x_e) < 0$ fazer $x_d = \frac{x_e + x_d}{2}$

$Se\ f\left(\frac{x_e + x_d}{2}\right) f(x_d) < 0$ fazer $x_e = \frac{x_e + x_d}{2}$

Aproximação numérica de derivadas

$$\frac{dx}{dt} \approx \frac{x(t+\Delta t) - x(t)}{\Delta t}$$ **(adiantada)**

$$\frac{dx}{dt} \approx \frac{x(t+\Delta t) - x(t-\Delta t)}{2\Delta t}$$ **(centrada)**

$$\frac{dx}{dt} \approx \frac{x(t) - x(t-\Delta t)}{\Delta t}$$ **(atrasada)**

$$\frac{d^2x}{dt^2} \approx \frac{x(t+\Delta t) - 2x(t) + x(t-\Delta t)}{\Delta t^2}$$ **(centrada)**

Equações Diferenciais

Para resolver a equação diferencial: $\frac{dv}{dt} = f(v,t)$:

Método	Equações
Euler (erro de ordem Δt^2)	$\Delta v = k_1$ $k_1 = \Delta t \times (f(t,v))$
Euler Modificado (Heun) (erro de ordem Δt^3)	$\Delta v = \frac{1}{2}[k_1 + k_2]$ $k_1 = \Delta t \times (f(t,v))$ $k_2 = \Delta t \times (f(t+\Delta t, v + k_1))$
Runge-Kutta 3ª ordem (erro de ordem Δt^4)	$\Delta v = \frac{1}{4}[k_1 + 3k_3]$ $k_1 = \Delta t \times (f(t,v))$ $k_2 = \Delta t \times (f(t+\Delta t/3, v + k_1/3))$ $k_3 = \Delta t \times (f(t+2\Delta t/3, v + 2k_2/3))$
Runge Kutta 4ª ordem (erro de ordem Δt^5)	$\Delta v = \frac{1}{6}[k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4]$ $k_1 = \Delta t \times (f(t,v))$ $k_2 = \Delta t \times (f(t+\Delta t/2, v + k_1/2))$ $k_3 = \Delta t \times (f(t+\Delta t/2, v + k_2/2))$ $k_4 = \Delta t \times (f(t+\Delta t, v + k_3))$

Para resolver a equação diferencial: $m\frac{d^2x}{dt^2} = F(x,v,t)$.

Método de Euler

$$v(t+\Delta t) = v(t) + \Delta t \times \frac{F(x(t),v,t)}{m}$$

$$x(t+\Delta t) = x(t) + \Delta t \times v(t)$$

Método de Euler-Cromer

$$v(t+\Delta t) = v(t) + \Delta t \times \frac{F(x(t),v,t)}{m}$$

$$x(t+\Delta t) = x(t) + \Delta t \times v(t+\Delta t)$$

Para resolver a equação diferencial: $\boldsymbol{m\frac{d^2x}{dt^2} = F(x,t)}$.

Método de Leap-Frog

$$v(t+\Delta t/2) = v(t-\Delta t/2) + \Delta t \times \frac{F(x(t),t)}{m}$$

$$x(t+\Delta t) = x(t) + \Delta t \times v\left(t+\frac{\Delta t}{2}\right)$$

Método de Verlet

$$x(t+\Delta t) = 2x(t) - x(t-\Delta t) + \Delta t^2 \times \frac{F(x(t),t)}{m}$$

$$v(t) = \frac{x(t+\Delta t) - x(t-\Delta t)}{2\Delta t}$$

Método Verlet- Velocidade

$$x(t+\Delta t) = x(t) + v(t) \times \Delta t + \frac{\Delta t^2}{2} \times \frac{F(x(t),t)}{m}$$

$$v(t+\Delta t) = v(t) + \frac{\Delta t}{2m}[F(x(t),t) + F(x(t+\Delta t), t+\Delta t)]$$