**অনুশীলনী ৪.১**

সরল কর (১-৮):

৯.

১০.

১১.

১২.

১৩.

১৪.

১৫.

১.

২.

৩.

৪.

৫.

৬.

৭.

৮.

১৬. যদি এবং হয়, তবে দেখাও যে,

সমাধান কর (১৭-২০):

১৭. ১৮.

১৯. ২০.

২১. এবং

ক) এর মান নির্ণয় কর।

খ) এর মান নির্ণয় কর।

গ) দেখাও যে,

২২. , এবং

, যেখানে

ক) এর মান নির্ণয় কর।

খ) দেখাও যে,

গ) দেখাও যে,

**অনুশীলনী ৪.২**

১. মান নির্ণয় কর:

ক) খ) গ)

ঘ) ঙ)

২. এর মান নির্ণয় কর:

ক) খ) গ)

৩. দেখাও যে,

ক)

খ)

গ)

৪. সরল কর:

ক)

খ)

গ)

৫.

ক) এর ভিত্তিক লগ নির্ণয় কর।

খ) এর মান নির্ণয় কর।

গ) দেখাও যে,

মান নির্ণয় কর:

1. + +

**লগারিদমের ব্যবহার:**

বাস্তব জীবনে লগারিদমের অনেক ব্যবহার রয়েছে। নিচে কয়েকটি উদাহরণ আলোচনা করা হলো।

চক্রবৃদ্ধি মুনাফায় লগারিদম:

তোমরা সবাই চক্রবৃদ্ধি মুনাফার সাথে পরিচিত। স্মরণ করে দেখো চক্রবৃদ্ধি মুনাফায় মূলধনের সূত্রটি নিম্নরুপ :

যেখানে, প্রারম্ভিক মূলধন, চক্রবৃদ্ধি মূলধন, চক্রবৃদ্ধি মুনাফার হার এবং সময়কাল ।

**সমস্যা:** 8% চক্রবৃদ্ধি মুনাফা হারে চক্রবৃদ্ধি মূলধন কত বছরে দিগুণ হবে ?

**সমাধানঃ**

ধরি, প্রারম্ভিক মূলধন = , চক্রবৃদ্ধি মূলধন = এবং চক্রবৃদ্ধি মুনাফার হার

সুতরাং সুত্র থেকে আমরা পাই,

বা,

বা,

বা,

সুতরাং, মূলধন প্রায় 9 বছরে দ্বিগুণ হবে।

**সমস্যা:** 8% চক্রবৃদ্ধি মুনাফা হারে চক্রবৃদ্ধি মূলধন কত বছরে 40% বৃদ্ধি পাবে ?

**সমাধানঃ** মনে করি, প্রারম্ভিক মূলধন =

চক্রবৃদ্ধি মূলধন =

চক্রবৃদ্ধি মুনাফার হার,

সুতরাং, চক্রবৃদ্ধি মূলধনের সুত্র থেকে আমরা পাই,

বা,

বা,

বা, 1.4 =

বা,

বা,

সুতরাং, চক্রবৃদ্ধি মূলধন প্রায় 3 বছরে 40% বৃদ্ধি পাবে।

**বস্তুর অবচয় পরিমাপে লগারিদম**

একটি নির্দিষ্ট সময় পর কোনো বস্তুর মূল্যহ্রাসকে ওই বস্তুর অবচয় (depreciation) বলে। কোনো বস্তুর অবচয়ের সুত্র নিম্নরুপঃ

যেখানে, প্রারম্ভিক মূল্য , মূল্যহ্রাসের হার , সময়কাল এবং সময় পরে হ্রাসমূল্য

**সমস্যা:** গাড়ির মূল্যের অবচয়ঃ

বার্ষিক 4% মূল্যহ্রাস হারে কত সময় কোনো একটি গাড়ির মূল্য হ্রাস পেয়ে অর্ধেক হয়ে যাবে?

**সমাধানঃ** অবচয়ের সুত্র থেকে আমরা লিখতে পারি,

ধরি, গাড়ির প্রারম্ভিক মূল্য এবং সময় পরে গাড়ির মূল্য হ্রাস পেয়ে অর্ধেক হয়ে যায়। অর্থাৎ সময় পরে গাড়ির মূল্য . মূল্যহ্রাসের হার

সুতরাং,

সুতরাং প্রায় 17 বছরে গাড়ির মূল্য হ্রাস পেয়ে অর্ধেক হয়ে যাবে।

**সমস্যা:** কারখানার যন্ত্রপাতির আয়ুষ্কালঃ

কোনো একটি কারখানার যন্ত্রপাতির মূল্য 5 বছরে অর্ধেক হলে, কত বছরে 60% মূল্য হ্রাস পাবে?

**সমাধানঃ** মনে করি, যন্ত্রপাতির প্রারম্ভিক মূল্য =

5 বছর পরে কারখানার যন্ত্রপাতির মূল্য,

আমরা জানি,

বা, =

বা, =

বা,

বা,

বা,

ধরি, সময় পর যন্ত্রপাতির মূল্য 60% হ্রাস পায়।

সময় পর যন্ত্রপাতির মূল্য,

=

=

আমরা জানি,

বা,

বা,

বা, বছর

প্রায় 6.58 বছরে কারখানার যন্ত্রপাতির মূল্য 60% হ্রাস পাবে।

**জোড়ায় কাজ:** কারখানার যন্ত্রপাতির আয়ুষ্কাল

কোনো একটি কারখানার যন্ত্রপাতির মূল্য 5 বছরে অর্ধেক হলে, কত বছরে 60% মূল্যহ্রাস পাবে?

**জমির উর্বরতা পরিমাপে লগারিদম**

তোমরা জানো, জমির উর্বরতার উপর ভালো ফসল হওয়া নির্ভর করে। সময় যাওয়ার সাথে সাথে জমির উর্বরতা কমে যায়। এজন্য ভালো ফসল পেতে জমিতে সার প্রয়োগ করতে হয়। কী পরিমাণ সার প্রয়োগ করতে হবে তা নির্ভর করে জমির উর্বরতা কতটুকু কমেছে, তার উপর। যদি জমির উর্বরতার অবচয়ের হার আমরা জানতে পারি, তবে হিসাব করে প্রয়োজনীয় সারের সঠিক পরিমাণও আমরা নির্ণয় করতে পারবো। ফলে সারের অপচয় যেমন কমবে, তেমনি পরিবেশের ক্ষতিও কম হবে।

**উদাহরণ:** জমির উর্বরতা বছরে 2% হারে কমতে থাকলে কত বছর পরে জমির উর্বরতার পরিমাণ 30% কমে যাবে? প্রতি কেজি সারে 1 কাঠা জমির উর্বরতা 5% বাড়ালে প্রতি বছর 1 বিঘা জমিতে কী পরিমাণ সার ব্যবহার করতে হবে?

**সমাধান:** অবচয়ের সুত্র থেকে আমরা জানি,

এখানে, জমির প্রাথমিক উর্বরতা

উর্বরতা হ্রাসের হার

সময় পরে জমির উর্বরতা,

সুতরাং,

বা,

বা,

সুতরাং 17.6 বছর পরে জমির উর্বরতা 30% কমে যাবে।

আবার, 1 কাঠা জমির উর্বরতা 5% বাড়াতে সার লাগে 1 কেজি

1 কাঠা জমির উর্বরতা 2% বাড়াতে সার লাগে কেজি

1 বিঘা জমির উর্বরতা 2% বাড়াতে সার লাগে কেজি = 8 কেজি [ 1 বিঘা = 20 কাঠা]

**The Use of Logarithm**

There are many uses of logarithm in real life. Some examples have been discussed here.

**The Use of Logarithm**

You all are familiar with compound interest. Recall the formula of compound interest. It is like-

Here, initial capital, compound capital, compound interest rate and number of time period.

**Problem:** In how many years will the compound capital double at 8% interest rate.

**Solution:** Let us imagine, initial capital = , compound capital and the rate of compound interest

So, we get from the formula-

or,

or,

or,

So, the capital will double in 9 years.

**Problem:** In how many years will the compound capital increase by 40% at 12% interest rate?

**Solution:** Assume, initial capital = P

Compound capital, A = (P + 40% of P)

The rate of compound interest, r =

So, we get from the compound capital formula –

or,

or,

or, 1.4 =

or,

or,

Therefore, the compound capital will increase by 40% in 3 years.

**Logarithm in Calculating the Depreciation of an Object**

The decrease in the value of an object over a period of time is called depreciation.

Here, initial price is , rate of depreciation is , period of time and markdown after is

**Problem:** The depreciation of car price

In how much time will the price of a car be reduced to half with a 4% markdown rate?

**Solution:** We can write from the formula of depreciation-

Let us imagine, initial price of the car is and after the time period of , the price of the car is reduced to half. That means after the period of T, the price of the car is . The rate of markdown

So,

So, the price of the car will be reduced to half in 17 years.

**Problem:** Lifespan of Industrial Machinery:

If the price of a factory’s machinery is halved in 5 years, how many years will it take for a 60% price reduction?

**Solution:** Let us imagine, initial price of the machinery = P

The price of the machinery after 5 years

We know,

or, =

or, =

or,

or,

or,

Assume, after T times, the price of the machinery is reduced by 60%.

Price of the machinery after T time,

=

=

We know,

or,

or,

or, years

It will take 6.58 years for a 60% price reduction of the factory’s machinery.

**Logarithm measuring soil fertility**

You know, a good harvest depends on the fertility of the land. As time passes, the fertility of the land decreases. For this reason, to get a good crop, you need to apply fertilizer to the land. The amount of fertilizer to be applied depends on how much the soil fertility has decreased. If we know the rate of decline of soil fertility, we can calculate the required amount of fertilizer. As a result, the wastage of fertilizer will be reduced, the damage to the environment will also be reduced.

**Example:** If the fertility of the land decreases at the rate of 2% per year, after how many years the fertility of the land will decrease by 30%? If every kg of fertilizer increases the fertility of 1 katha of land by 5%, what amount of fertilizer should be used in 1 bigha of land every year? [1 bigha = 20 katha]

**Solution:** From the law of depreciation we know,

Here, the initial fertility of the land is

Rate of fertility decline

Soil fertility after time

So,

or,

or,

So, after 17.6 years the fertility of the land will decrease by 30%

Again, to increase the fertility of 1 katha land by 5%, required fertilizer is 1 kg

To increase the fertility of 1 katha land by 2%, required fertilizer is kg

To increase the fertility of 1 bigha land by 2%, required fertilizer is kg = 8 kg

[]