FACULTE POLYDISCIPLINAIRE DE KHOURIBGA

Module : Electricité II **Série N° 2**

EXERCICE 1 : Champ créé par un câble coaxial

Soit un câble coaxial infini sous forme cylindrique de rayons $\mathbf{R_1}$, $\mathbf{R_2}$, $\mathbf{R_3}$. Le câble est placé sur l'axe **(OZ)**, Un courant d'intensité **I** passe dans un sens (du bas vers le haut) dans le conducteur intérieur et revient dans l'autre sens par le conducteur extérieur.
Calculer le champ magnétique en tout point de l'espace.
Tracer la courbe **B(r)**.

EXERCICE 2 : Forces de répulsion par des courants opposés.

Soient deux fils parallèles, distants de **d** et traversés par un courant $\mathbf{I_1}$ et $\mathbf{I_2}$ en sens opposés.
Montrer que les forces qui s'exercent sur ces deux fils sont des forces de répulsion.

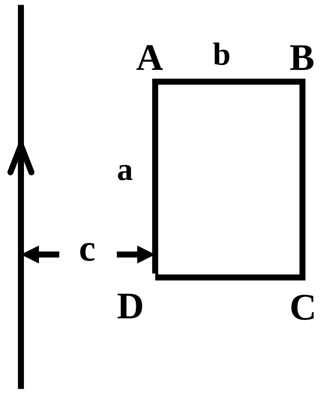
EXERCICE 3 : Effet Hall

Sur un cristal de sodium, la mesure de l'effet Hall donne un champ de Hall de 7,5 10^{-3} V m^{-1}, pour un champ magnétique de 1,5 Tesla et une densité de courant de 2.10^{7} $A.m^{-2}$.
Calculer le nombre d'électrons libres par m^3. Le comparer au nombre d'atomes de sodium par m^3. Le sodium a pour masse volumique $0{,}97.10^{3}$ $kg.m^{3}$ et pour masse atomique 0,023 kg.

EXERCICE 4 : Moment magnétique d'une sphère.

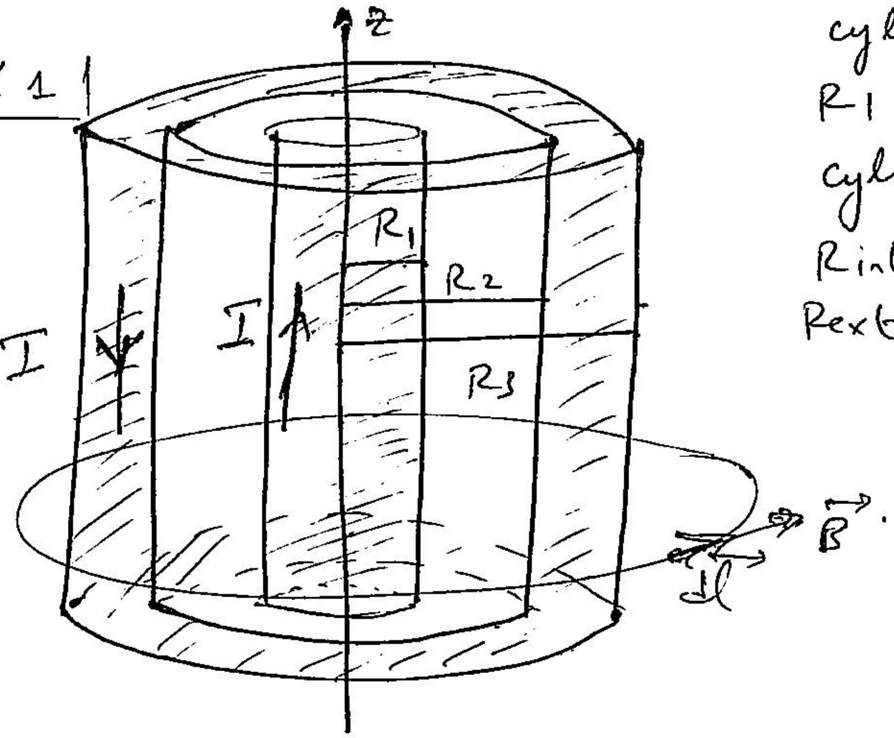
Une sphère isolante de rayon R, porte une charge surfacique uniformément répartie avec la densité σ. Elle tourne autour de son diamètre avec une vitesse angulaire constante ω.
Déterminer l'expression du courant élémentaire dI pour une couronne élémentaire découpée sur la sphère.
Calculer le moment magnétique de cette sphère.
On suppose maintenant que la sphère est plongée dans un champ magnétique uniforme.
Déterminer l'effort mécanique qu'elle subit en terme de couple de moment.

EXERCICE 5 Inductance mutuelle du fil et du cadre
Soient un fil conducteur rectiligne indéfini parcouru par un courant constant I et un cadre rectangulaire ABCD. Le coté AD de longueur a est situé à une distance c du fil. (Voir figure)
Calculer l'inductance mutuelle du fil et du cadre.



(1) Serie 2

EX 1



cylindre plein de rayon R_1

cylindre creux de rayon

$R_{int} = R_2$

$R_{ext} = R_3$.

en coordonnées cylindrique, si on applique la règle du bonhomme d'ampère ⇒ $\vec{B}$ est porté par $\vec{e_\theta}$. (cylindre est équivalent à un fil (conducteur)

~~1er~~ cas D'après la configuration

$$\vec{B}(M) = \vec{B}(r,\theta)$$

si on fixe M et on fait une rotation autour $\vec{Oz}$ du cable $\|\vec{B}\|$ reste ~~un~~ constant donc pour r fixe $\|\vec{B}\|$ est constant. ⇒ $\vec{B}(M) = B(r)\,\vec{e_\theta}$.

- Appliquons le théorème d'Ampère $\oint_C \vec{B}\vec{dl} = \sum_{i=1}^{n} \mu_0 I_i$

$\vec{OM} = \vec{r}$

le contour C est un ~~p~~ cercle de rayon r avec $\vec{B}\vec{dl} = B\,dl$.

$$\oint_C \vec{B}\vec{dl} = \mu_0 I_{tot} = B \cdot 2\pi r$$

1er cas $r > R_3$ $\quad B \cdot 2\pi r = \mu_0(I - I) = 0$

$$\Rightarrow \boxed{B = 0}$$

2^{e} cas $R_2 < r < R_3$ $\quad I_{tot} = I - i_3$; ~~évitez $R_2 < r < R_3$ courant voyage aussi~~ :

soit J_2 la densité de courant du cylindre creux. $J_2 = \dfrac{I}{\pi(R_3^2 - R_2^2)}$.

Pour appliquer le théorème d'Ampère on tient compte uniquement de la partie traversée par un courant i_3 contenu dans le contour où $R_2 < r < R_3$.

$i_3 = J_2 \cdot S$ $\quad$ J_2 est uniforme (supposition)

$S = \pi(r^2 - R_2^2)$

$$= \frac{I}{\pi(R_3^2 - R_2^2)} \times \pi(r^2 - R_2^2)$$

$$i_3 = I \cdot \frac{S}{S_{tot}} = I \cdot \left(\frac{r^2 - R_2^2}{R_3^2 - R_2^2}\right)$$

$$\Rightarrow B \cdot 2\pi r = \mu_0 I_{tot} = \mu_0 \left[I - I \cdot \left(\frac{r^2 - R_2^2}{R_3^2 - R_2^2}\right)\right]$$

$$= \mu_0 I \left(\frac{R_3^2 - r^2}{R_3^2 - R_2^2}\right)$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\left(\frac{R_3^2 - r^2}{R_3^2 - R_2^2}\right) \cdot \vec{e_\theta}.$$

3^{e} cas $R_1 < r < R_2$ $\quad I_{tot} = I$ $\quad$ pas de cylindre creux.

$$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \vec{e_\theta}$$

4^{e} cas $r < R_1$ $\quad I_{tot} = i_1 = J_1 \cdot S = J_1 \cdot \pi r^2$

avec $J_1 = \dfrac{I}{\pi R_1^2} \Rightarrow I_{tot} = I \cdot \dfrac{r^2}{R_1^2}$

$$\Rightarrow \vec{B}(M) = \frac{\mu_0 I}{2\pi \cancel{r}} \cdot \frac{r^{\cancel{2}}}{R_1^2} \vec{e_\theta}$$

Ex 1 Courbe.

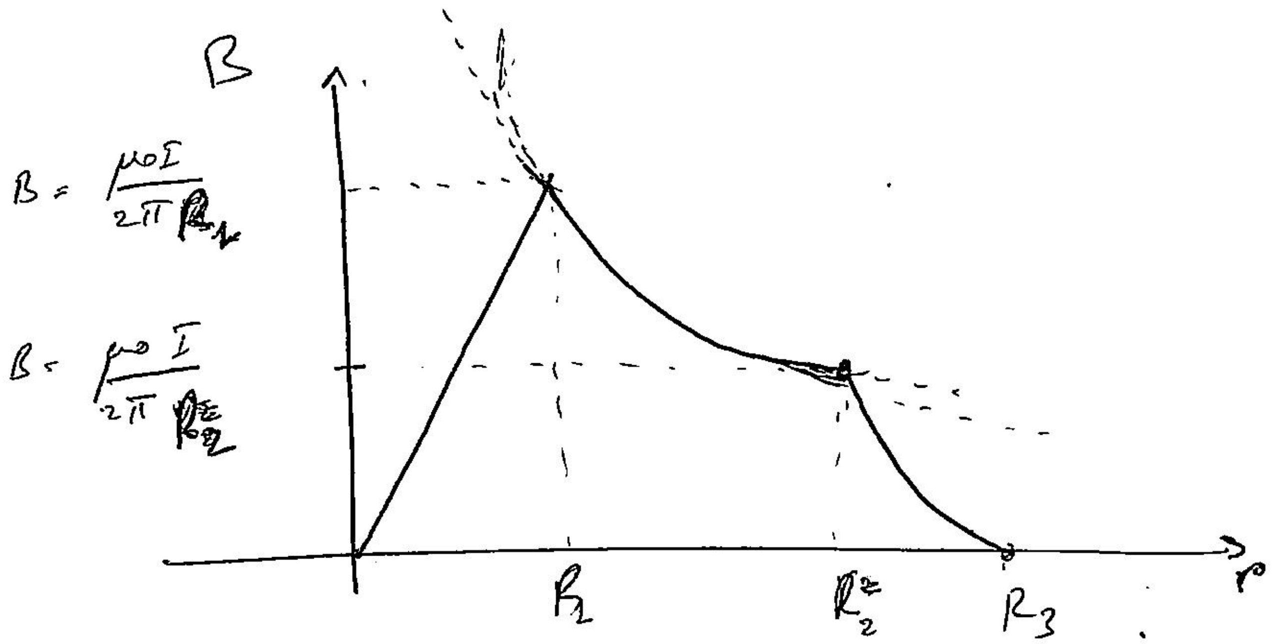
entre ~~ou~~ $r \in [0, R_1]$ droite ar

$r \in [R_1, R_2]$ $1/r$

$r \in [R_2, R_3]$ $\cancel{\frac{1}{r}\,\frac{R_3^2 - r^2}{R_3^2 - R_2^2}}$

$\frac{\alpha}{r} - \beta r.$

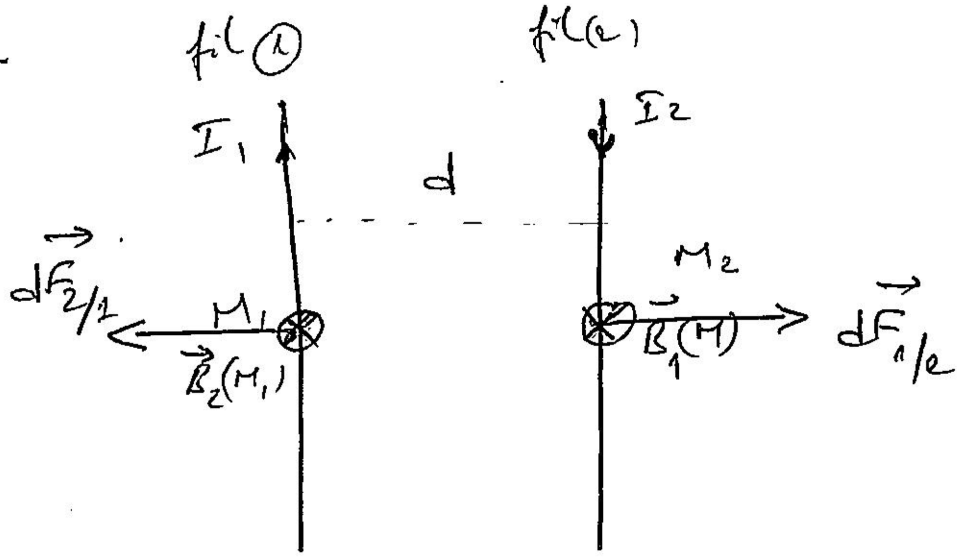
$r \in [R_3, \infty[\Rightarrow \underline{B = 0}$



$\boxed{\text{Devoir}}$ en coordonnées cylindrique, calculer le potentiel vecteur en utilisant $\vec{B} = \vec{\mathrm{rot}}\,\vec{A}$.

~~on dire~~ pour les gens qui aiment le calcul.

Ex 2



$M_1 \in$ fil (1)
$M_2 \in$ fil 2

$\vec{B}_1(M_2) = \dfrac{\mu_0 I_1}{2\pi d}\vec{e_\theta}$ (déjà vu)

$\vec{B}_2(M_1) = \dfrac{\mu_0 I_2}{2\pi d}\vec{e_\theta}$

deux vecteurs ∥ égaux.

$\vec{dF}_{2/1}$ action du champ $\vec{B}_2(M_1)$ sur le fil (1).

$\vec{er}$ $\vec{e_z}$ $\vec{e_\theta}$

$\vec{dF}_{2/1} = I_1\,\vec{dl}_1 \wedge \vec{B}_2(M_1)$; $\vec{dl} = dz\,\vec{e_z}$

$= -\dfrac{\mu_0}{2\pi d} I_1 I_2\, dz \,.\, \vec{er}$ (règle de tire-bouchon pour le produit vectoriel.)

La force par unité de longueur est donc

$$\frac{d\vec{F}_{2/1}}{dz} = -\frac{\mu_0}{2\pi d} I_1 I_2\, \vec{er}$$

$\vec{dF}_{1/2}$ action du champ $\vec{B}_1(M_2)$ sur le fil (2)

$\vec{dF}_{1/2} = I_2\,\vec{dl_2} \wedge \vec{B}_1(M_2)$ avec $\vec{dl_2} = -dz\,\vec{e_z}$.

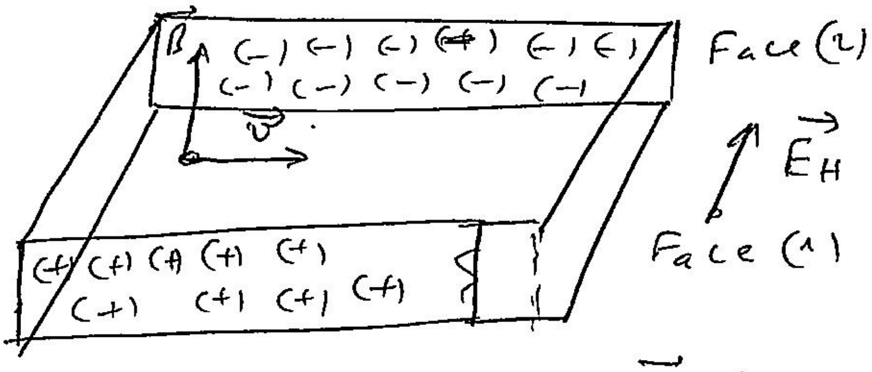
$= -\dfrac{\mu_0}{2\pi d} I_1 I_2\, \vec{e_z} \wedge \vec{e_\theta}$

$= \dfrac{\mu_0}{2\pi d} I_1 I_2\,.\vec{er}$

les deux forces ont des signes opposés et même direction donc ce sont des forces de répulsion ⇒ les 2 fils se repoussent.

Ex 3

$E_H = 7{,}5\ 10^{-3}\ V/m$
$B = 1{,}5$ Tesla
$j = 2_{\#} . 10^7\ A/m^2$



chaque ē en mvt dans $\vec{B}$ est soumis à la force de laplace $\vec{F} = (-e)\,\vec{v} \wedge \vec{B}$, il sera dirigé vers la face (2).
les trous libérés (porteurs de charge (+)) seront dirigés vers la face (1) une ddp est crée entre la face (1) et la face (2) V_H ce qui génère un champ de Hall.
La force de coulomb associée à $\vec{E}_H$ est
$\vec{F}_c = (-e) . \vec{E}_H$ pour les (ē).
à l'equilibre la force magnétique $\vec{F}_m$ est compensée par la force de Coulomb.
$\vec{F}_e + \vec{F}_m = 0 \qquad eE_H = ev . B \Rightarrow E_H = v B$

$\vec{J} = \rho . \vec{v}$ densité de courant $\rho = n . q$: densité de charge volumique

$J = ne . v \qquad |q| = e$ $\qquad n$: nombre de charge par unité de volume

$E_H = \frac{J}{ne} . B_{ext}$

$\Rightarrow n = \frac{J B}{e . E_H} = \cancel{25 . 10^{27}}\ \ 25 . 10^{27}$ nbre d'ē libre/m^3

Nombre d'atome de sodium : N par unité de volume.

$\rho_{Na} = \dfrac{m}{V}$; $\mathcal{N} = 6{,}02\ 10^{23}$ Nombre d'avogadro

M_{Na} = masse atomique du sodium.

$N = \dfrac{\rho_{Na} \cdot \mathcal{N}}{M_{Na}} = 25 \cdot 10^{27}$ nombre d'atome$/m^3$

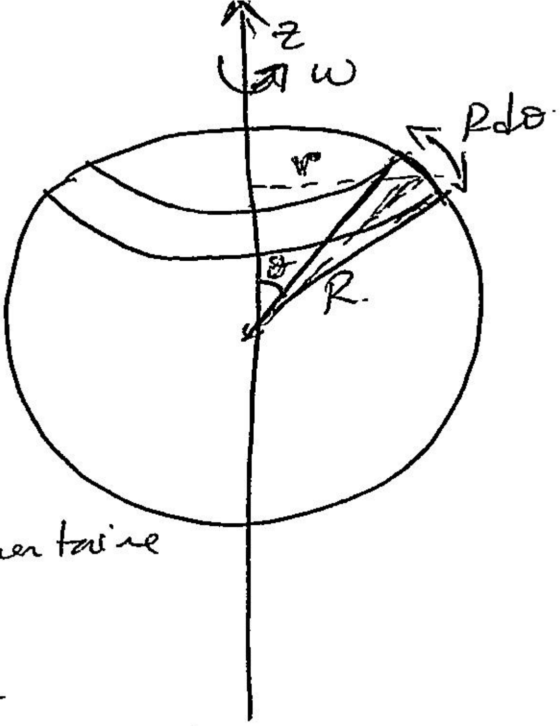
$n = 2\cancel{5} \cdot 10^{27} /m^3$; $N = 25{,}39\ 10^{27} /m^3$. $n \simeq N$.

conclusion : il y a un é libre par atome de sodium.

Nombre d'atomes de Na $= \dfrac{m}{M_{Na}} \cdot \mathcal{N}$

Nombre d'atome/Volume $= \dfrac{1}{V} \cdot \dfrac{m}{M_{Na}} \cdot \mathcal{N} = \dfrac{\rho_{Na} \cdot \mathcal{N}}{M_{Na}}$

Exercice 4



- ω vitesse angulaire de rotation de la sphère de rayon R.
- σ = densité de charge surfacique
- soit une couronne élémentaire sphérique de largeur $Rd\theta$ et de rayon $r = R\sin\theta$, sa charge élementaire

1/ $dQ = \sigma dS = \sigma \underbrace{2\pi r}_{\text{perimètre}} \times \underbrace{Rd\theta}_{\text{largeur}}$

$= \sigma\, 2\pi\, R\sin\theta\, R\, d\theta = \sigma . 2\pi R^2 \sin\theta\, d\theta$

$dI = \dfrac{dQ}{dt}$; on prend $dt = T$ = periode de la rotation $= \dfrac{2\pi}{\omega}$; $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$

$dI = \dfrac{dQ}{T} = \dfrac{\omega}{2\pi} . \sigma\, 2\pi R^2 \sin\theta\, d\theta$ (calculer Q_{tot}, I_{tot} ?)

$= \sigma . \omega R^2 \sin\theta\, d\theta$

La rotation se fait autour de $Oz \Rightarrow \vec{B}$ crée est suivant $\vec{Oz}$

2/ Moment magnétique
La couronne = spire de moment $d\vec{m} = dI\, d\vec{S} = dI . \pi r^2 \vec{e_z}$

$d\vec{m} = \sigma\omega\pi R^4 \sin^3\theta\, d\theta\, \vec{e_z} \Rightarrow \vec{M} = \int d\vec{m} = \sigma\omega\pi R^4 \int_0^{\pi} \sin^3\theta\, d\theta\, \vec{e_z}$

$\sin^3\theta = (1 - \cos^2\theta)\sin\theta \Rightarrow \int_0^{\pi} \sin^3\theta\, d\theta = \int_0^{\pi} \sin\theta\, d\theta - \int_0^{\pi} \cos^2\theta \sin\theta\, d\theta$

$= \left[-\cos\theta + \dfrac{\cos^3\theta}{3}\right]_0^{\pi} = \dfrac{4}{3}$.

$\Rightarrow \vec{M} = \dfrac{4}{3}\sigma R^4 \omega \pi\, \vec{e_z}$.

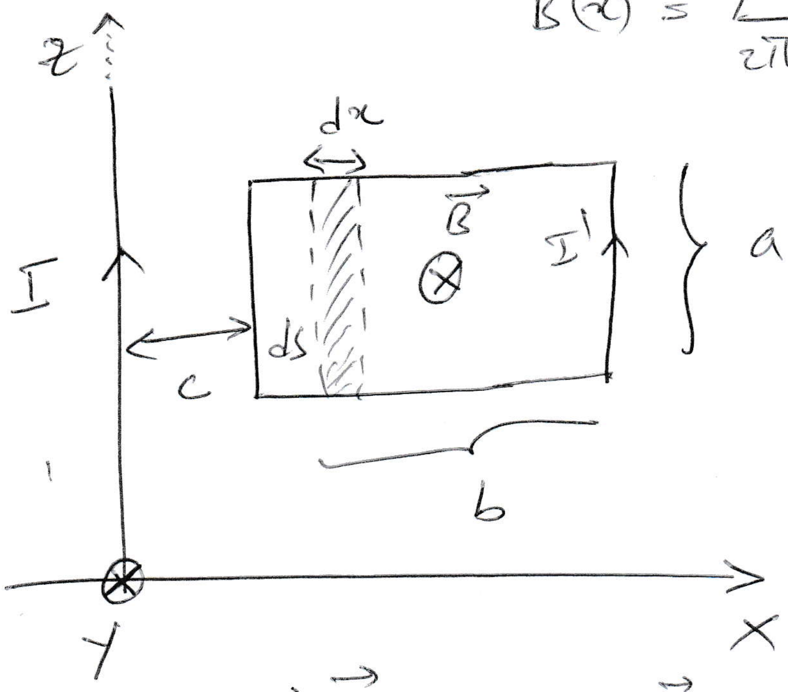
3/ champ magnétique extérieur $\vec{B}_{ext}$ uniforme
l'action mécanique subie par le dipôle se réduit au couple de moment $\vec{\Gamma}(O) = \vec{M} \wedge \vec{B}_{ext}(O)$

$= \dfrac{4}{3}\pi R^4 \sigma\omega\, \vec{e_z} \wedge \vec{B}_{ext}$.

Serie 2 suite

Exercice 5

$\vec{B}(x) = \frac{\mu_0 I}{2\pi x} \vec{e_y}$ crée par I sur $\vec{Oz}$



$d\phi_{12} = \vec{B}\,\vec{dS}_{cadre}$; $\vec{dS}$ = elt de surface du cadre

$\vec{dS} = -a\,dx\,\vec{e_y}$ selon de I'

(Remarque : si on inverse $I' \Rightarrow \vec{dS} = a\,dx\,\vec{e_y}$)

circuit 1 = fil placé sur $\vec{Oz} \to I$

circuit 2 = cadre ABCD $\to I'$

$$d\phi_{12} = \vec{B}\,\vec{dS}_{cadre} = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}\vec{e_y}\cdot(-a\,dx\,\vec{e_y})$$

$$= -\frac{\mu_0 I}{2\pi x} a\,dx = -\frac{\mu_0 I a}{2\pi x} dx$$

$$\phi_{12} = -\frac{\mu_0 I a}{2\pi}\int_c^{c+b}\frac{dx}{x} = -\frac{\mu_0 I a}{2\pi}\,\mathrm{Log}\left(\frac{c+b}{c}\right)$$

= flux engendré par le fil à travers le cadre

$$\phi_{12} = M_{12} I \Rightarrow M_{12} = -\frac{\mu_0 a}{2\pi}\,\mathrm{Log}\left(\frac{c+b}{c}\right)$$

M_{12} ne dépend que des paramètres géométriques des deux circuits.