USMS	FPK	Filière SMI
2ème Année, S_3	**Module : M 18**	**2019 - 2020**

Examen de Probabilités-Statistiques

Date : 15 janvier 2020

Durée : 2h

Exercice 1 : *5 points*

Dans une étude sur l'anesthésie, on désire évaluer l'effet d'un somnifère S sur une population $\mathcal{P}$ définie par certaines caractéristiques biologiques.
On admet que la durée de sommeil X d'un sujet de $\mathcal{P}$ ayant reçu une dose donnée de S, a une loi qui peut être assimilée à une loi normale $\mathcal{N}(m, \sigma)$ (d'espérance mathématique m et d'écart-type σ).
X, m et σ sont données en minutes (min).

1) On suppose dans cette première question que $m = 160$ min et $\sigma = 10$ min.

a) Déterminer la probabilité qu'un sujet ait une durée de sommeil dans l'intervalle $[150, 180]$.

b) Déterminer l'intervalle $[a, b]$ centré en m tel que $P[a \leqslant X \leqslant b] = 0,82$.

c) Déterminer le réel α tel que $P[X \geqslant \alpha] = 0,25$. Que représente α pour cette étude biologique ?

2) Dans cette deuxième question on suppose que les valeurs de m et σ sont inconnues.
Déterminer les nouvelles valeurs de m et σ sachant qu'il y a 15% des sujets qui ont une durée de sommeil supérieure à 175 min et 30 % des sujets ont une durée de sommeil inférieure à 150 min.
N.B. : On utilisera la table de la loi normale $\mathcal{N}(0, 1)$ donnée dans la page 3 pour répondre aux différentes questions de cet exercice.

Exercice 2 : *5 points*

Les notes à l'examen de 100 étudiants se répartissent ainsi :

Classes de notes	[0,4[	[4,8[	[8,12[	[12,16[	[16,20[
Effectifs n_i	12	24	34	23	7

1) Dresser un tableau statistique contenant les classes, les centres x_i, les effectifs n_i, les effectifs cumulés N_i, les valeurs de $n_i x_i$ et $n_i x_i^2$.

2) Représenter l'histogramme des effectifs cumulés et le polygone des effectifs cumulés.

3) Déterminer le mode, la moyenne et l'écart type des notes des 100 étudiants.

4) Déterminer la médiane et les deux quartiles des notes des 100 étudiants.

Exercice 3 : *5 points*

Dans une forêt se trouve 1000 oiseaux d'une catégorie donnée. On capture 50 oiseaux différents qu'on bague avant de relâcher.
En admettant que le lendemain, il n'y ait eu aucun changement dans la population(ni mort, ni naissance), on capture à nouveau 50 oiseaux différents.
On note X la v.a. discrète désignant le nombre d'oiseaux bagués ainsi capturés.

1)

a) Justifier que la loi de la v.a. X est une loi hypergéométrique et préciser ses paramètres, les valeurs prises par cette variable ainsi que les probabilités correspondantes.

b) Donner la formule littérale de $P(X = 3)$(on ne demande pas ici d'effectuer les calculs).

2) On décide d'approcher la loi de X par la loi binomiale de paramètres $n = 50$ et $p = 0,05$. Calculer, en utilisant l'approximation ci-dessus, une valeur approchée de $P(X = 3)$(à 10^{-4} près).

3) Si on décide cette fois-ci d'approcher la loi de X par la loi de Poisson de paramètre $\lambda = \frac{5}{2}$, calculer, en utilisant cette deuxième approximation, une valeur approchée de $P(X = 3)$(à 10^{-4} près).

4) Comparer le résultat du **3)** avec celui trouvé dans **2)** puis commenter en précisant la validité ou non des conditions sur les paramètres pour approcher la loi binomiale par la loi de Poisson.

Exercice 4 : *5 points*

Un électricien achète des composants par paquets de 10. Sa technique de contrôle est de n'examiner que 3 des composants, tirés au hasard et sans remise dans le paquet, et de n'accepter le lot de 10 que si les 3 composants examinés sont sans défaut. Si 30% des paquets contiennent 4 composants défectueux tandis que les 70% restants n'en contiennent qu'un, quelle est la probabilité qu'il rejette un paquet ?

FIN DE L'ÉPREUVE. BON TRAVAIL