Université Sultan Moulay Slimane
Faculté Polydisciplinaire
de Khouribga

Filière SMI S3
Année 2020-2021
Pr. A. Lahrech

Electronique Numérique

Correction de la série n°2

Exercice 1 :

1. Simplifier les expressions suivantes à l'aide des théorèmes de De Morgan :

$$
\begin{aligned}
S_1 &= \overline{\overline{A}.B.\overline{C}})\\
S_2 &= \overline{\overline{A}+\overline{B}.C}\\
S_3 &= \overline{A.B.\overline{CD}}\\
S_4 &= \overline{A.\left(\overline{B+\overline{C}}\right)D}\\
S_5 &= \overline{\overline{\overline{A.B}.C}.D}
\end{aligned}
$$

Solution :

$$S_1 = \overline{\overline{A}.B.\overline{C}}) = \overline{\overline{A}.B} + \overline{\overline{C}} = A + \overline{B} + C$$

$$S_2 = \overline{\overline{A}+\overline{B}.C} = \overline{\overline{A}}.\overline{\overline{B}.C} = A.(B+\overline{C})$$

$$
\begin{aligned}
S_3 &= \overline{A.B.\overline{CD}} = \overline{A.B.(\overline{C}+\overline{D})} = \overline{AB} + \overline{\overline{C}+\overline{D}}\\
&= \overline{A} + \overline{B} + CD
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
S_4 &= \overline{A.\left(\overline{B+\overline{C}}\right)D} = \overline{A.\left(\overline{B}.C\right)D} = \overline{A} + \overline{\overline{B}CD} = \overline{A} + B + \overline{CD}\\
&= \overline{A} + B + \overline{C} + \overline{D}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
S_5 &= \overline{\overline{\overline{A.B}.C}.D} = \overline{\overline{\overline{A.B}.C}} + \overline{D} = \overline{(A.B)}.C + \overline{D} = (\overline{A}+\overline{B})C + \overline{D}\\
&= \overline{A}C + \overline{B}C + \overline{D}
\end{aligned}
$$

2. Simplifier les expressions suivantes :

$$
\begin{aligned}
f_1 &= \left(B+\overline{C}\right)\left(\overline{B}+C\right)+\overline{\overline{A}+B+\overline{C}} \\
f_2 &= ABC+A\overline{B}C+\overline{A} \\
f_3 &= (A+B)\left(\overline{A}+C\right)(\overline{B}+\overline{C}) \\
f_4 &= \overline{A}B\overline{C}+AB\overline{C}+B\overline{C}D \\
f_5 &= AC+A\overline{B}+B+A\overline{D}+ABD+A\overline{C}+AB \\
f_6 &= ABC+AB\overline{C}+A\overline{B}C \\
f_7 &= \overline{A}C\left(\overline{\overline{A}BD}\right)+\overline{A}B\overline{C}.\overline{D}+A\overline{B}C \\
f_8 &= \left(\overline{A}+B\right)(A+B+D)\,\overline{D} \\
f_9 &= \left(A+\overline{B}+\overline{C}\right)\left(A+\overline{B}+C\right) \\
f_{10} &= (A.B+CD)\left[(\overline{A}+\overline{B}).(\overline{C}+\overline{D})\right]
\end{aligned}
$$

Solution :

$$
\begin{aligned}
f_1 &= \left(B+\overline{C}\right)\left(\overline{B}+C\right)+\overline{\overline{A}+B+\overline{C}} \\
&= B\overline{B}+BC+\overline{C}.\overline{B}+\overline{C}C+A\overline{B}C \\
&= BC+\overline{C}.\overline{B}+A\overline{B}C=\overline{B}(\overline{C}+AC)+BC \\
&= BC+\overline{B}(\overline{C}+A)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
f_2 &= ABC+A\overline{B}C+\overline{A} \\
&= AC(B+\overline{B})+\overline{A}=AC+\overline{A}=\overline{A}+C
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
f_3 &= (A+B)\left(\overline{A}+C\right)(\overline{B}+\overline{C}) \\
&= (A.\overline{A}+AC+B\overline{A}+BC)(\overline{B}+\overline{C}) \\
&= (AC+B\overline{A}+BC)(\overline{B}+\overline{C}) \\
&= AC\overline{B}+AC\overline{C}+B\overline{B}.\overline{A}+B\overline{A}.\overline{C}+B\overline{B}C+BC.\overline{C} \\
&= AC\overline{B}+B\overline{A}.\overline{C}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
f_4 &= \overline{A}B\overline{C}+AB\overline{C}+B\overline{C}D \\
&= B(\overline{A}.\overline{C}+A\overline{C}+\overline{C}D)=B\overline{C}(\overline{A}+A+D) \\
&= B\overline{C}(1+D)=B\overline{C}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
f_5 &= AC + A\overline{B} + B + A\overline{D} + ABD + A\overline{C} + AB \\
&= A(C + \overline{C}) + A(\overline{B} + B) + B + A(\overline{D} + BD) \\
&= A + A + B + A(\overline{D} + B) = A + B + A\overline{D} + AB \\
&= A(1 + \overline{D} + B) + B = A + B
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
f_6 &= ABC + AB\overline{C} + A\overline{B}C \\
&= AB + A\overline{B}C = A(B + \overline{B}C) = A(B + C) = AB + AC
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
f_7 &= \overline{A}C\left(\overline{\overline{A}BD}\right) + \overline{A}B\overline{C}.\overline{D} + A\overline{B}C \\
&= \overline{A}C(A + \overline{B} + \overline{D}) + \overline{A}B.\overline{C}.\overline{D} + A\overline{B}C \\
&= A\overline{A}C + \overline{A}C\overline{B} + \overline{A}C\overline{D} + \overline{A}B\overline{C}.\overline{D} + A\overline{B}C \\
&= \overline{A}C\overline{B} + \overline{A}C\overline{D} + \overline{A}B\overline{C}.\overline{D} + A\overline{B}C \\
&= \overline{B}C(\overline{A} + A) + \overline{AD}(C + B\overline{C}) \\
&= \overline{B}C + \overline{A}.\overline{D}(C + B)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
f_8 &= \left(\overline{A} + B\right)(A + B + D)\,\overline{D} \\
&= (\overline{A} + B)(A\overline{D} + B\overline{D} + D\overline{D}) \\
&= (\overline{A} + B)(A\overline{D} + B\overline{D}) \\
&= \overline{A}A.\overline{D} + \overline{A}B\overline{D} + BA\overline{D} + BB\overline{D} \\
&= \overline{A}B\overline{D} + AB\overline{D} + B\overline{D} \\
&= B\overline{D}(\overline{A} + A + 1) = B\overline{D}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
f_9 &= \left(A + \overline{B} + \overline{C}\right)\left(A + \overline{B} + C\right) \\
&= A.A + A\overline{B} + AC + A\overline{B} + \overline{B}.\overline{B} + \overline{B}C + A\overline{C} + \overline{B}.\overline{C} + C\overline{C} \\
&= A + A\overline{B} + AC + \overline{B} + \overline{B}C + A\overline{C} + \overline{B}.\overline{C} \\
&= A(1 + \overline{B}) + A(C + \overline{C}) + \overline{B} + \overline{B}(C + \overline{C}) \\
&= A + A + \overline{B} + \overline{B} = A + \overline{B}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
f_{10} &= (A.B+CD)\left[(\overline{A}+\overline{B}).(\overline{C}+\overline{D})\right] \\
&= (A.B+CD)\left[\overline{\overline{(\overline{A}+\overline{B}).(\overline{C}+\overline{D})}}\right] \\
&= (A.B+CD)\left[\overline{\overline{(\overline{A}+\overline{B})}+\overline{(\overline{C}+\overline{D})}}\right] \\
&= (A.B+CD)\left[\overline{(A.B)+(C.D)}\right] \\
&= X.\overline{X} \qquad (\text{avec } X=(A.B+CD)) \\
&= 0
\end{aligned}
$$

<u>Exercice 2 :</u>

1. Un circuit à trois entrées A, B, C est tel que la sortie vaut 1 si une majorité des entrées vaut 1. Dresser la table de verité et donner une expression booléenne simplifiée.

   <u>Solution :</u>

A	B	C	S
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

$$
\begin{aligned}
S &= \overline{A}BC + A\overline{B}C + AB\overline{C} + ABC \\
&= BC(\overline{A}+A) + A(\overline{B}C + B\overline{C}) \\
&= BC + A(\overline{B}C + B\overline{C}) \\
&= BC + A(B \oplus C)
\end{aligned}
$$

2. Soit S une variable résultante d'une fonction logique de trois variable A, B et$C$. S vaut 1 lorsqu'il y a un nombre impair de "1" dans (A, B, C), 0 sinon. Ecrire S en fonction de A, B, C.

Solution :

A	B	C	S
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

$$
\begin{aligned}
S &= \overline{A}.\overline{B}C + \overline{A}.B\overline{C} + A\overline{B}.\overline{C} + ABC \\
&= \overline{A}(\overline{B}C + B\overline{C}) + A(\overline{B}.\overline{C} + BC) \\
&= \overline{A}(B \oplus C) + A\overline{(B \oplus C)} \\
&= A \oplus (B \oplus C)
\end{aligned}
$$

En effet :

$$
\begin{aligned}
(\overline{B}.\overline{C} + BC) &= \overline{\overline{(\overline{B}.\overline{C} + BC)}} \\
&= \overline{(\overline{\overline{B}.\overline{C}}\ .\ \overline{BC})} \\
&= \overline{(B + C)\ .\ (\overline{B} + \overline{C})} \\
&= \overline{B\overline{B} + B\overline{C} + C\overline{B} + C\overline{C}} \\
&= \overline{B\overline{C} + C\overline{B}} \\
&= \overline{(B \oplus C)}
\end{aligned}
$$