

## Contrôle n° 1 de Probabilités-Statistiques

Date : mardi 15 novembre 2022

Durée : 2h

La qualité et la clarté de la rédaction sera prise en compte dans la note finale.

### Exercice 1 :

Un vendeur a relevé pendant une semaine le montant en dirhams des achats de 200 clients. Les résultats figurent dans le tableau suivant (où l'on donne les classes de montants et les effectifs correspondants) :

| Classes         | [50, 150[ | [150, 250[ | [250, 350[ | [350, 450[ | [450, 550[ | Sommes |
|-----------------|-----------|------------|------------|------------|------------|--------|
| Effectifs $n_i$ | 14        | 22         | 52         | 64         | 48         |        |

- 1) Faire le changement de variable suivant  $y = \frac{x-300}{100}$  puis compléter le tableau statistique précédent (en rajoutant cinq lignes associées respectivement aux  $x_i$ ,  $y_i$ , effectifs cumulés croissants, les valeurs  $n_i y_i$  et  $n_i y_i^2$  où  $x_i$  est le centre de la  $i$  ème classe et où  $y_i = \frac{x_i-300}{100}$ ).
- 2) Représenter l'histogramme des effectifs cumulés croissants de cette série statistique.
- 3) Déterminer le mode par deux méthodes, la moyenne  $\bar{x}$  et l'écart-type  $\sigma_x$  de cette série.
- 4) On suppose que, dans chaque classe, les éléments sont répartis de manière uniforme.
  - a) Tracer sur la même figure de la question 2) le polygone des des effectifs cumulés croissants.
  - b) Déterminer la médiane par deux méthodes, les quartiles, l'écart interquartile.
  - c) Déterminer approximativement le pourcentage de clients dont le montant des achats est supérieur à 425 dirhams.
- 5) Tracer la boîte à moustache associée aux données de la statistique du tableau ci-dessus.

### Exercice 2 :

Les questions de cet exercices sont indépendantes.

1) Un groupe de T.D. dans une discipline universitaire est constitué de 8 étudiants (sexe masculin) et 8 étudiantes (sexe féminin). Le responsable de T.P. répartit au hasard l'ensemble des 16 étudiants en huit groupes de deux étudiants chacun (il s'agit de huit binômes). Les groupes sont numérotés (Gr1,...,Gr8) mais l'ordre des étudiants dans un groupe est sans importance.

- a) Déterminer le nombre de répartitions possibles.
- b) Déterminer le nombre de répartitions où chaque groupe est constitué d'étudiant(e)s de même sexe.

2) Déterminer le nombre de diviseurs de 55125. Indication : utiliser que  $55125 = 3^2 5^3 7^2$ .

3) Un professeur dispose de 12 livres sur un rayon de sa bibliothèque. 6 d'entre eux sont des livres de mathématiques et 2 de physique et 4 d'informatique. Le professeur aimerait ranger ses livres de sorte que tous les livres traitant du même sujet restent groupés. Combien y a-t-il de dispositions possibles ?

4) On suppose qu'on dispose de  $n$  boules et qu'on cherche à les répartir dans  $k$  cellules discernables. Déterminer le nombre de cas possibles lorsque les  $n$  boules sont indiscernables et les  $k$  cellules pouvant contenir plus de  $n$  boules chacune.

5) a) Montrer par récurrence sur  $n$  que :  $\sum_{k=p}^n C_k^p = C_{n+1}^{p+1}$ ,  $\forall p, 1 \leq p \leq n$ .

b) On note par  $I_S^p = \{(n_1, n_2, \dots, n_p) \in \mathbb{N}^p, \sum_{i=1}^p n_i \leq S\}$ , déduire de la propriété établie dans la question précédente  $\text{card}(I_S^p)$ .