UH1	**FPK**	**Filière SMI**
2ème Année, S_3	**Probabilités-Statistiques**	**2017 - 2018**
Contrôle n° 2	**Date : 10 janvier 2018**	**Durée : 2h**

---

① Aucun document n'est autorisé.

② L'utilisation des téléphones portables est strictement interdite.

③ La qualité et la clarté de la rédaction et de l'argumentation seront prises en compte dans la notation.(± 1)

④ Le contrôle est constitué de quatre exercices en deux pages.

⑤ La note attribuée pour chaque exercice est approximative(± 1).

Exercice 1 : *Questions de cours/5 points*

1) Dans cette question, on demande uniquement de donner les résultats <u>sans démonstrations</u>.
Soit X une variable aléatoire continue suivant une loi exponentielle de paramètre $\lambda > 0$.

a) Donner la densité de probabilité de cette variable, sa fonction de répartition.(/0,75 pts)

b) Tracer sommairement les courbes de ces deux fonctions(en donnant les allures brièvement).(/1 pt)

c) Donner l'espérance mathématique et la variance de X.(/0,75 pts)

2) Énoncer, <u>sans démonstration</u>, l'Inégalité de Bienaymé-Tchebychev.(/0,5 pts)

3) Énoncer et <u>démontrer</u> le théorème de la loi faible des grands nombres.(/1,5 pts)

4) Énoncer, <u>sans démonstration</u>, le théorème de la limite centrée (ou central limite).(/0,5 pts)

Exercice 2 : */ 5 points*

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}\sin x & \text{si} \quad 0 \leqslant x \leqslant \pi, \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

1) Montrer que f est une densité de probabilité. Représenter graphiquement la courbe de f.(/1,25 pts)
On considère X une v.a.c admettant la fonction f comme densité de probabilité.

2) Déterminer la fonction de répartition de la v.a.c X, notée F. Représenter graphiquement sa courbe.(/1,25 pts)

3) Calculer l'espérance mathématique $E(X)$ et la variance $V(X)$ de la v.a.c. X.(/1,5 pts)

4) Calculer, en utilisant la fonction de répartition F, les probabilités suivantes :

$$P[X \leqslant \tfrac{\pi}{4}] \text{ , } P[X > \tfrac{3\pi}{4}] \text{ et } P[\tfrac{\pi}{6} \leqslant X \leqslant \tfrac{5\pi}{6}].(/1 \text{ pt})$$

Exercice 3 : */5 points*

On suppose que la v.a.r. X égale à la note d'examen en Statistiques et Probabilités d'un étudiant suive la loi normale de moyenne m et d'écart-type σ ($X \hookrightarrow \mathcal{N}(m\,,\sigma)$).

1) Dans cette question uniquement, on suppose que $m = 9,5$ et $\sigma = 3,2$.

a) Déterminer le pourcentage des étudiants qui ont une note supérieure ou égale à 12.(/0,75 pts)

b) Déterminer le pourcentage des étudiants qui ont une note inférieure ou égale à 10.(/0,75 pts)

c) Déterminer l'intervalle $[a, b]$ centré en m tel que $P[a \leqslant X \leqslant b] = 0,96$.(/1 pt)

2) Dans cette question, on suppose que m et σ sont inconnues.

Déterminer les valeurs de m et σ sachant que 10% des notes sont supérieures ou égales à 14 et que 15% des notes sont inférieures ou égales à 7.(/2,5 pts)

N.B. : On utilisera la table de la loi normale $\mathcal{N}(0, 1)$ pour répondre aux questions de cet exercice.

Exercice 4 : */ 5 points*

1) Par quelle loi continue(préciser sa nature et ses paramètres) peut-on approcher une loi binomiale $\mathcal{B}(n, p)$ et sous quelles conditions ? (/1 pt)

2) En appliquant les résultats de la première question, répondre à la question suivante :

Un transporteur aérien a observé que 8% en moyenne des personnes ayant réservé un siège pour un vol ne se présentent pas au départ. S'il accepte jusqu'à 340 réservations alors qu'il ne dispose que de 330 sièges pour ce vol, quelle est la probabilité que toutes les personnes qui se présentent au départ aient un siège ? (/2 pts)

3) Cinq personnes sur 100 sont daltoniennes dans une population donnée. Au conseil de révision pour le service militaire , la visite médicale permet de recenser les daltoniens. On note F_n le pourcentage de daltoniens sur n conscrits.

En utilisant une approximation de loi(à préciser), déterminer une valeur de n à partir de laquelle ce pourcentage se trouve dans l'intervalle $[4.98\ ,\ 5.02]$ avec une probabilité supérieure à 0.95.(/2 pts)