

# Chapitre I : Généralités

## I- Solutions aqueuses de composés ioniques :

### I-1 Définitions :

- **Solution** : mélange homogène, en phase gazeuse, liquide ou solide, d'au moins deux substances.
- **Solvant** : constituant qui est présent en plus grande quantité et qui se trouve dans le même état physique que la solution.

Définition : Un solvant est une substance, liquide à sa température d'utilisation, qui a la propriété de dissoudre, de diluer ou d'extraire d'autres substances sans les modifier chimiquement et sans lui-même se modifier.

- **Soluté** : toute substance qui peut être dissoute dans le solvant.
- Lorsque le solvant utilisé est l'eau, on appelle cette solution une **solution aqueuse**.
- Un **composé ionique** est un corps électriquement neutre constitué exclusivement d'ions. Dans la pratique courante, ce sont des « sels » ( $\text{NaCl}$ ,  $\text{K}_2\text{SO}_4$ , etc.) ou certaines « bases » ( $\text{NaOH}$ ,  $\text{KOH}$ , etc.). Il n'existe pas d'acides courants qui soient des solides ioniques. Certains composés ioniques peuvent comporter des cations de nature différente, Exemple :  $\text{AlK}(\text{SO}_4)_2$  (Aluminium potassium sulfate).
- La **dissolution** dans l'eau de cristaux ioniques donne naissance aux solutions aqueuses ioniques où les cations et anions constitutifs du cristal, hydratés, sont dispersés au sein de la solution.

Si les ions dissous sont suffisamment éloignés les uns des autres pour être sans interaction électrostatique mutuelle, la solution est qualifiée de **solution idéale**. On tend vers cette situation aux très faibles concentrations. Toute solution non idéale est une **solution réelle**.

### I-2 L'eau et ses particularités :

#### I-2-1 La molécule d'eau isolée :

La géométrie de base de la molécule  $\text{H}_2\text{O}$  est tétraédrique ( $\text{AX}_2\text{E}_2$ ). La forme de  $\text{H}_2\text{O}$  est un triangle isocèle, l'atome O portant deux doublets libres dirigés de part et d'autre du plan de la molécule. Les liaisons O–H mesurent 96 pm ( $10^{-12}$  m) et l'angle entre ces liaisons vaut  $104,5^\circ$ . La différence d'électronégativité entre l'oxygène et l'hydrogène est telle que les liaisons O–H sont polarisées (charges partielles  $+\delta$  sur les atomes H et  $-2\delta$  sur l'atome O). La molécule  $\text{H}_2\text{O}$  possède ainsi un moment dipolaire permanent de 1,85 D.

## I-2-2 L'eau liquide :

L'**eau liquide** est un réseau tridimensionnel de molécules  $\text{H}_2\text{O}$  associées par liaisons hydrogène (est une liaison non covalente qui relie deux molécules en impliquant un atome d'hydrogène, elles sont environ 20 fois plus faibles que les liaisons covalentes), qui se rompent et se reforment aléatoirement en permanence. Si, malgré ces liaisons, l'eau est fluide, c'est en raison de leur très courte durée de vie (en moyenne une picoseconde par liaison hydrogène, soit  $10^{-12}$  s).

Sur le plan structural, l'organisation due aux liaisons hydrogène fait de l'eau un liquide peu dense : 51 % du volume occupé par l'eau liquide ne contient pas de matière.

Sur le plan thermodynamique, les liaisons hydrogène donnent à l'eau un caractère très cohésif (cohésion : Ensemble des forces qui maintiennent associés les éléments d'un même corps) qui se traduit par des températures d'ébullition et de fusion, ainsi que des enthalpies de changement d'état, anormalement élevées par rapport aux composés hydrogénés des éléments du groupe 16.

Sur le plan diélectrique, l'eau affaiblit notablement les champs électriques dus aux ions dissous, en raison de sa constante diélectrique élevée :  $\epsilon_r = 80,1$  à  $20^\circ\text{C}$ , et  $78,3$  à  $25^\circ\text{C}$ .

Par ailleurs, l'eau est le siège d'une auto-ionisation qui engendre une quantité d'ions  $\text{H}_3\text{O}^+$  et  $\text{OH}^-$ . Le peu d'ions formés est illustré par les rapports suivants :

$$[\text{H}_3\text{O}^+]/[\text{H}_2\text{O}] = [\text{OH}^-]/[\text{H}_2\text{O}] = 1,8 \cdot 10^{-9} \text{ (à } 25^\circ\text{C)}.$$

La conduction électrique dans un liquide étant due à la migration des ions sous l'influence du champ électrique imposé, l'eau ultra-pure qui ne contient quasiment pas d'ions se comporte comme une substance isolante (conductivité électrique traduit la capacité de l'eau à conduire le courant électrique :  $\sigma = 5,48 \mu\text{S} \cdot \text{m}^{-1}$ ).

En revanche, les eaux usuelles, soit naturelles, soit à usage domestique ou industriel, sont chargées de sels minéraux et conduisent le courant électrique.

L'eau liquide est très polaire car, au moment dipolaire permanent de chaque molécule, s'ajoutent les effets de polarisation mutuels des molécules les unes sur les autres. Cela confère un moment dipolaire moyen de  $3\text{D}$  aux molécules d'eau en phase liquide. Cette propriété est très importante pour le rôle de solvant que joue l'eau sur notre planète.

## I-3 Dissolution et hydratation des ions dans l'eau :

### I-3-1 Dissolution d'un cristal ionique :

Un **cristal ionique** est un assemblage régulier des cations et d'anions ( $\text{NaCl}$ ). La cohésion du cristal est due aux attractions électrostatiques. La stoechiométrie (Étude des

proportions suivant lesquelles les corps chimiques réagissent ou se combinent entre eux) est telle que l'ensemble est électriquement neutre.

### **Comment l'eau mise en contact avec un cristal soluble, le dissout-elle ?**

Au contact des ions, la structure de l'eau est perturbée car les molécules d'eau, polaires, s'orientent de façon à présenter leur pôle négatif (atome O) vers les cations, et leurs pôles positifs (atomes H) vers les anions. Il y a hydratation des ions (un ion est **solvaté** quand il est uniquement entouré de molécules de solvant, on parle d'**hydratation** si le solvant est l'eau).

Les couches d'eau (ou sphères) d'hydratation qui entourent les ions écartent ces derniers les uns des autres. A ce moment, la constante diélectrique élevée de l'eau cause une diminution forte des attractions anion-cation, le cristal s'effondre et les **ions libres** sont dispersés en solution.

### **I-3-2 Hydratation des ions en solution :**

Sous le terme « **ions libres** », il faut comprendre «**ions indépendants les uns des autres**», mais pourtant hydratés ; les molécules d'eau d'hydratation restent en effet au voisinage des ions, même dans la solution, en raison des interactions ion-dipôle.

Le nombre de molécules d'eau de la première sphère d'hydratation, s'appelle **degré d'hydratation primaire**. La stabilité de l'ion hydraté est mesurée par l'**enthalpie molaire standard d'hydratation** de l'ion ( $\Delta H^0_{\text{Hyd}}$ ).

Les molécules d'eau d'hydratation s'échangent en permanence avec les molécules d'eau solvant. Le temps de résidence moyen d'une molécule d'eau d'hydratation au voisinage d'un ion varie considérablement avec la nature et la charge de l'ion.

### **I-3-3 Sel hydraté :**

Quand un sel solide est cristallisé à partir d'une solution par évaporation de l'eau, il peut cristalliser avec une quantité stœchiométrique de molécules d'eau. Le sel est dit «hydraté». Le degré d'hydratation est mentionné dans le nom, et la masse molaire tient compte des molécules d'eau d'hydratation.

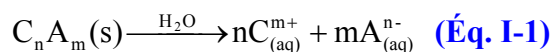
Exemple :

Le sulfate d'aluminium octadécahydraté est :  $[\text{Al}_2(\text{SO}_4)_3 \cdot 18 \text{H}_2\text{O}]$ . Sa masse molaire est égale à :  $M(\text{Al}_2(\text{SO}_4)_3) + 18 \times M(\text{H}_2\text{O})$ ,

$M = (2 \times 26,982) + (3 \times 32,066) + (12 \times 16) + 18(2 \times 1 + 16)$ , soit  $666,42 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ .

### I-3-4 Équation de dissolution des composés ioniques en solution aqueuse :

Par convention, la dissolution dans l'eau d'un cristal ionique solide  $C_nA_m$  s'écrit :



(s) = solide ; (aq) = hydraté en solution. Si  $C_nA_m$  est hydraté à l'état solide, les molécules d'eau d'hydratation peuvent être omises dans l'écriture de cette équation.

Lorsque la solution est saturée, soit parce qu'elle est très concentrée, soit parce que le composé ionique est peu soluble, il s'établit un équilibre entre la phase solide et la phase solution : cela se traduit, dans l'équation (Éq. I-1), par le remplacement de la flèche (  $\longrightarrow$  ) par une double flèche (  $\rightleftharpoons$  ).

### I-3-5 Électroneutralité :

Une solution est toujours électriquement neutre : le nombre (ou la concentration) des charges positives est égale au nombre (ou à la concentration) des charges négatives. Le nombre de charges générées par un ion quelconque  $i^{z+}$  ou  $i^{z-}$  est égale à son « **nombre de charge** »  $z$ . Ainsi l'électroneutralité de la solution d'un composé ionique  $C_nA_m$  est exprimée par la relation :

$$m \times [C^{m+}] = n \times [A^{n-}] \quad (\text{Éq. I-2})$$

où  $[C^{m+}]$  et  $[A^{n-}]$  sont les concentrations molaires des ions  $C^{m+}$  et  $A^{n-}$ , respectivement.

## II- Expressions courantes de la composition d'une solution :

La composition d'une solution est toujours donnée par une **grandeur intensive**, c'est-à-dire ne dépendant ni du volume, ni de la masse, ni de la quantité de matière de l'échantillon considéré.

Exemple :

Soit un vinaigre commercial portant la mention (6 % d'acidité) ; une telle information sur la composition permet de comparer entre eux divers vinaigres, et est naturellement indépendante de la capacité de la bouteille d'emballage (50 mL, 75 mL ou 1 L).

Les grandeurs utilisées les plus couramment pour exprimer une composition sont répertoriées ci-dessous.

## II-1 Fraction molaire :

Soit  $n_i$  la quantité de matière d'un constituant  $i$  quelconque de la solution. La fraction molaire  $x_i$  de ce constituant s'exprime par le rapport de  $n_i$  à la quantité de matière totale  $n$  (nombre total de moles) :

$$x_i = \frac{n_i}{n} = \frac{n_i}{\sum_i n_i} \quad (\text{Éq. I-3}) \quad \text{et} \quad \sum_i x_i = 1 \quad (\text{Éq. I-4})$$

$n_i$  et  $n$  sont exprimées en mol et  $x_i$  est sans dimension.

## II-2 Fraction massique :

Soit  $m(i)$  la masse d'un constituant  $i$  de la solution. La **fraction massique**  $w_i$  de ce constituant s'exprime par le rapport de sa masse à la masse totale  $m$  de la solution :

$$w_i = \frac{m(i)}{m} = \frac{m(i)}{\sum_i m(i)} \quad (\text{Éq. I-5}) \quad \text{et} \quad \sum_i w_i = 1 \quad (\text{Éq. I-6})$$

$m(i)$  et  $m$  sont exprimées dans la même unité de masse.  $w_i$  est sans dimension. En pratique, on utilise surtout le % en masse :  $w_i \times 100$ .

## II-3 Concentration molaire C ou molarité M :

La **concentration molaire**  $C_i$  d'un constituant  $i$  est la quantité de matière de  $i$  par unité de volume de solution.

$$C_i = \frac{n_i}{V} = \frac{m(i)}{M(i) \times V} \quad (\text{Éq. I-7})$$

$C_i$  est en **mol.L<sup>-1</sup>** de  $i$  (ou **M**) avec  $n_i$  en mol et  $V$  en L.

Par définition, le nombre de mole  $n_i$  de  $(i)$  est le rapport de sa masse  $m(i)$  à sa masse molaire  $M(i)$  :

Lorsque la dissolution du constituant  $i$  génère plusieurs espèces  $X$  dans la solution, les concentrations molaires des espèces sont notées  $[X]$ .

Ainsi, après dissolution de  $C_n A_m$  selon l'équation :  $C_n A_m (s) \xrightarrow{H_2O} n C_{(aq)}^{m+} + m A_{(aq)}^{n-}$  (**Éq. I-1**)

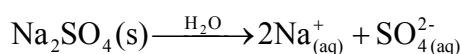
On peut écrire :

$$[C_{aq}^{m+}] = n \times [C_n A_m] \quad (\text{Éq. I-8}) \quad \text{et} \quad [A_{aq}^{n-}] = m \times [C_n A_m] \quad (\text{Éq. I-9})$$

Exemple :

Soit une solution de sulfate de sodium telle que :  $C(\text{Na}_2\text{SO}_4) [\text{Na}_2\text{SO}_4] = 5 \cdot 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$ .

Sachant que :



Les concentrations des ions sont :

$$[\text{Na}^+] = 2 \times 5 \cdot 10^{-2} = 0,1 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[\text{SO}_4^{2-}] = 1 \times 5 \cdot 10^{-2} = 5 \cdot 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

II-4 Normalité :

La normalité **N** d'un constituant **i** est le nombre de mole d'équivalents captés ou libérés, par (i), par litre de solution.

$$N = \frac{n_{\text{eqv}}(\text{i})}{V} \quad (\text{Éq. I-10})$$

L'unité est **mole d'équivalents/L** (ou **N**).

- Relation entre **N** et **n<sub>eqv</sub>** : **n<sub>eqv</sub> = N × V** (Éq. I-11)
- Le produit **N × V = nombre de mole d'équivalents total** captés ou libérés par (i).

II-5 Relation entre la molarité (C) et la normalité (N) d'une solution :

**N = p × C** ou **p = nombre de mole d'équivalents** donnés ou captés par **1 mole de soluté**.

Exemples :

- 1 mole de HCl libère 1 mole d'équivalent acide :  
 $\text{HCl} + \text{H}_2\text{O} \longrightarrow \text{1H}_3\text{O}^+ + \text{Cl}^-$
- 1 mole de H<sub>2</sub>SO<sub>4</sub> libère 2 moles d'équivalents acides :  
 $\text{H}_2\text{SO}_4 + 2\text{H}_2\text{O} \longrightarrow \text{2H}_3\text{O}^+ + \text{SO}_4^{2-}$
- 1 mole de H<sub>3</sub>PO<sub>4</sub> libère 3 moles d'équivalents acides :  
 $\text{H}_3\text{PO}_4 + 3\text{H}_2\text{O} \longrightarrow \text{3H}_3\text{O}^+ + \text{PO}_4^{3-}$
- 1 mole de HNO<sub>3</sub> libère 1 mole d'équivalent acide :  
 $\text{HNO}_3 + \text{H}_2\text{O} \longrightarrow \text{1H}_3\text{O}^+ + \text{NO}_3^-$
- 1 mole de HNO<sub>3</sub> libère 3 moles d'équivalents d'électrons :  
 $\text{NO}_3^- + \text{3e}^- + 4\text{H}^+ \longrightarrow \text{NO} + 2\text{H}_2\text{O}$
- 1 mole de MnO<sub>4</sub><sup>-</sup> capte 5 moles d'équivalents d'électrons :  
 $\text{MnO}_4^- + \text{5e}^- + 8\text{H}^+ \longrightarrow \text{Mn}^{2+} + 4 \text{H}_2\text{O}$
- 1 mole de Fe<sup>2+</sup> libère 1 mole d'équivalent d'électron :  $\text{Fe}^{2+} \longrightarrow \text{Fe}^{3+} + \text{1e}^-$

## II-6 Concentration massique $C_m$ ou titre pondéral $t$ :

La concentration massique  $C_m$  d'un constituant  $i$  est le nombre de grammes de soluté par litre de solution (g/L).

$$C_m = \frac{\text{masse}(i)}{V} \quad (\text{Éq. I-12})$$

$C_m$  est en g de  $i$ /L si  $\text{masse}(i)$  est en g et  $V$  en L.

- Relation entre  $m$  et  $C_m$  :  $m = C_m \times V$  (Éq. I-13)
- Relation entre  $C_m$  et  $C$  :  $C_m = M(i) \times C$  (Éq. I-14)

Remarque :

Les concentrations molaire et massique dépendent de la température, car le volume de la solution dépend de la température. Les fioles jaugées, utilisées pour préparer des solutions, sont calibrées à la température précise de 20 °C. Elles ne doivent pas être chauffées.

## II-7 Molalité :

La **concentration molale**, ou **molalité**  $m_i$  d'un constituant  $i$  est la quantité de matière de  $i$  par kilogramme de solvant. L'unité est mole de soluté par kilogramme de solvant

$$m_i = \frac{n_i}{m(\text{solvant})} \quad (\text{Éq. I-15})$$

$m_i$  est en  $\text{mol.kg}^{-1}$  si  $n_i$  est en mol et masse (solvant) en kg.

Contrairement à la molarité, la molalité est indépendante de la température.

## III- Définitions et préparations de solutions :

### III-1 Solution x% en volume notation x%(V) :

Cette solution contient x mL de produit pour 100 mL de solution. Il faut donc mettre x mL de produit dans (100-x) mL de solvant.

### III-2 Solution x% en poids notation x%(P) :

Cette solution contient x g de produit dans (100-x) g de solvant.

### III-3 Solution Saturée :

Elle a une concentration limite au-delà de laquelle la solution devient hétérogène (liquide + solide) ou (deux liquides non miscibles). La solution saturée est obtenue à partir du mélange hétérogène par filtration ou décantation et séparation.

Une solution saturée à une température et une pression données, est une solution qui ne peut plus dissoudre de soluté.

### III-4 Préparation de solution à partir de produits commerciaux :

#### III-4-1 Produit solide :

Tenant compte du pourcentage de pureté  $x\%$  de la substance de masse molaire  $M_{\text{mol}}$ .

La masse  $m$  pesait pour préparer une solution de volume  $V_{\text{firole}}$  et de molarité  $C$  est exprimée par la relation suivante :

$$m = C \times M_{\text{mol}} \times V_{\text{firole}} \times \frac{100}{x} \quad (\text{Éq. I-16})$$

Exemples :

- ♦ Préparation de 100 mL de solution  $C = 0,001$  mole de NaOH/L à partir de l'hydroxide de sodium (NaOH à 98%) et de l'eau distillée :

$m$  (NaOH) à peser ?

On donne :  $M_{\text{mol}}(\text{NaOH}) = 40$  g/mole.

Calcul à faire :

$$m = C \times M_{\text{mol}} \times V \times \frac{100}{x} = 0,001 \times 40 \times 0,1 \times \frac{100}{98} = 0,00408 \text{ g de NaOH à 98\%}$$

- ♦ Préparation de 500 mL de solution  $C_m = 0,1$  g de calcium/L à partir de carbonate de calcium ( $\text{CaCO}_3$  pur) :

$m$  ( $\text{CaCO}_3$ ) à peser ?

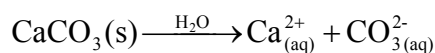
On donne :  $M_{\text{mol}}(\text{CaCO}_3) = 100$  g/mole et  $M_{\text{mol}}(\text{Ca}) = 40$  g/mol

**Calcul à faire :**

$$C_m = 0,1 \text{ g/L}$$

$$C_m = \frac{m(\text{Ca})}{V} = \frac{n(\text{Ca}) \times M(\text{Ca})}{V}$$

Cherchons la relation qui existe entre  $n(\text{Ca})$  et  $n(\text{CaCO}_3)$  :



$$n(\text{Ca}^{2+}) = n(\text{CaCO}_3)$$

$$\text{d'où :} \quad C_m = \frac{n(\text{CaCO}_3) \times M(\text{Ca})}{V} = \frac{m(\text{CaCO}_3) \times M(\text{Ca})}{M(\text{CaCO}_3) \times V}$$

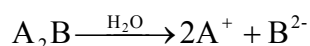
$$m(\text{CaCO}_3) = \frac{C_m \times M(\text{CaCO}_3) \times V}{M(\text{Ca})}$$

Application numérique :  $m(\text{CaCO}_3) = 0,125 \text{ g}$



Remarque :

Préparation d'une solution étalon de  $A^+$  à partir d'un produit  $A_2B$  pur :



La relation qui existe entre le nombre de mole de  $A^+$  et celui de  $A_2B$  est donc :

$$\frac{n(A^+)}{2} = n(A_2B) \Rightarrow n(A^+) = 2 \times n(A_2B)$$

### III-4-2 Produit liquide :

Connaissant la densité (d), le pourcentage (P) et la masse molaire ( $M_{mol}$ ) d'un produit commercial liquide. Nous pourrions calculer sa Normalité.

Exemple :

Soit la solution commerciale d'acide chlorhydrique ( $d=1,179$  ;  $P=36\%$  et  $M=36,46$  g/mol).

Nous allons raisonner par rapport à **1 litre de solution commerciale**.

Calcul de la concentration massique :

$$d = \frac{m_{sol}}{V_{sol}} \text{ d'où } m_{sol} = d \times 1000 \text{ g dans un litre (1000 cm}^3\text{)}$$

$$\%P = \frac{m_{HCl}}{m_{sol}} \text{ d'où } m_{HCl} = \frac{P \times m_{sol}}{100} = \frac{36 \times d \times 1000}{100} = 360 \times d$$

$$C_{massique} = 360 \times 1,179 = 424,44 \text{ g/l on raisonne par rapport à un litre.}$$

Calcul de la concentration molaire :

$$\text{La molarité } M = \frac{C_m}{36,46} = 11,62 \text{ mol/l}$$

Calcul de la normalité :

Or la Normalité  $N=M$  car HCl est monoacide ( $p=1$ ).

En général, la normalité et la molarité d'une solution sont reliées par la relation suivante

$$M = \frac{N}{p} \text{ avec } p \text{ le nombre d'équivalents.}$$

➤ Le volume de la solution commerciale nécessaire pour préparer un volume bien déterminé d'une solution diluée de titre connue :

$$d = \frac{m_{sol}}{V_{sol}} \quad (\text{Éq. I-17})$$

$$\%P = \frac{m_{pr}}{m_{sol}} \quad (\text{Éq. I-18})$$

$$n_{\text{pr}} = \frac{m_{\text{pr}}}{M_{\text{mol}}} = \frac{C \times V}{1000} \quad (\text{Éq. I-19})$$

$$V_{\text{sol}} = \frac{C \times M_{\text{Mol}} \times V_{\text{fiolle}}}{\%P \times d \times 1000} \quad (\text{Éq. I-20})$$

sol : solution ;

pr : produit ;

mol : molaire.

### III-5 Calcul de la dilution :

Dilution d'une **solution mère** de concentration **C** pour préparer une **solution fille** de concentration **C'** dans une fiole de volume **V<sub>f</sub>** :

L'expression du facteur de dilution **f** est :

$$f = \frac{V_f}{V_p} = \frac{C}{C'} \quad (\text{Éq. I-21})$$

$$\text{La formule de dilution est : } C \times V_p = C' \times V_f \quad (\text{Éq. I-22})$$

Exemples :

- 1) Préparation de 100 mL d'une solution fille de concentration 0,01g de Mg<sup>2+</sup>/L à partir d'une solution mère 0,1g de Mg<sup>2+</sup>/L :

Il faut calculer le volume **V<sub>p</sub>** qu'il faut prendre de la solution mère. On peut utiliser la formule (Éq. I-21) ou (Éq. I-22), on obtiendra le même résultat:

$$(\text{Éq. I-21}) \Rightarrow f = \frac{C}{C'} = \frac{0,1}{0,01} = 10 = \frac{V_f}{V_p} \Rightarrow V_p = \frac{V_f}{10} = 10 \text{ mL}$$

$$(\text{Éq. I-22}) \Rightarrow 0,1 \times V_p = 0,01 \times 100 \Rightarrow V_p = 10 \text{ mL}$$

- 2) Préparation de 100 mL d'une solution d'H<sub>2</sub>SO<sub>4</sub> à 50% à partir d'une solution concentrée commerciale 96% :

$$f = \frac{96}{50} = 1,92 \Rightarrow \frac{V_f}{V_p} = 1,92 \Rightarrow V_p = \frac{V_f}{1,92} = 52,08 \text{ mL}$$

## IV Calcul d'incertitudes :

Toutes les mesures qu'on effectue sont affectées d'une erreur. Cette erreur est due au matériel utilisé et à l'expérimentateur. Le calcul d'incertitudes est une étape très décisive dans les travaux pratiques car il permet d'estimer la précision de la méthode employée.

Pour mener à bien un tel calcul, il faut tout d'abord mettre sous forme littérale l'équation donnant le résultat cherché en fonction de tous les paramètres qui affecte la grandeur physique :

- Premiers ou directes (température, temps, ...),
- Composés (concentration, densité,...).

On distingue l'incertitude ponctuelle (mesure unique) et l'incertitude statistique (mesures répétitives).

### IV-1 Incertitude absolue :

Quand on mesure une grandeur physique ( $G_{\text{mes}}$ ), par exemple un volume, on obtient un résultat, soit  $V \text{ cm}^3$ . Compte tenu des moyens utilisés, on suppose que l'écart entre le résultat expérimental et la valeur réelle est de  $\Delta V \text{ cm}^3$ . On peut donc affirmer que le volume réel est compris entre  $V_{\text{mes}} - \Delta V$  et  $V_{\text{mes}} + \Delta V$ .  $\Delta V \text{ cm}^3$  est l'incertitude absolue correspondant au volume mesuré. L'incertitude absolue est une grandeur physique, elle a la même unité que la grandeur mesurée.

### IV-2 Incertitude relative :

Le rapport  $\frac{\Delta G}{G}$  est l'incertitude relative, c'est un nombre sans dimensions. Pour déterminer l'incertitude absolue  $\Delta G$ , on est obligé de passer par l'incertitude relative. Pour ce faire, on traduit l'expression littérale de la grandeur en question en logarithmes puis en dérivés.

Les dérivées sont assimilées aux incertitudes sachant que ces dernières ne peuvent se retrancher.

Comment déterminer l'incertitude  $\Delta G$  à partir des incertitudes connues  $\Delta A$ ,  $\Delta B$ ,  $\Delta C$  et  $\Delta D$ ?

Supposant que  $G$  dépende de plusieurs grandeurs  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ ,... mesurées avec les incertitudes  $\Delta A$ ,  $\Delta B$ ,  $\Delta C$  et  $\Delta D$ , ... l'erreur maximum sur  $G$  est :

$$\Delta G = \left| \frac{\partial G}{\partial A} \right| \Delta A + \left| \frac{\partial G}{\partial B} \right| \Delta B + \left| \frac{\partial G}{\partial C} \right| \Delta C + \left| \frac{\partial G}{\partial D} \right| \Delta D \quad (\text{Éq. I-23})$$

Exemple :

La grandeur mesurée est l'énergie cinétique  $G=E=1/2 mv^2$

$m$ =masse

$v$ =vitesse

On mesure la masse  $m=9,5\pm1,8$  kg et la vitesse  $v=7,35\pm0,23$  m/s

$$\Delta E = \left| \frac{\partial E}{\partial m} \right| \Delta m + \left| \frac{\partial E}{\partial v} \right| \Delta v$$

$$\Delta E = \left| \frac{v^2}{2} \right| \Delta m + |mv| \Delta v$$

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{\Delta m}{m} + 2 \times \frac{\Delta v}{v} = \frac{1,8}{9,5} + 2 \times \frac{0,23}{7,35} = 0,25 = 25\%$$

$$E=257\pm65 \text{ kg.m}^2/\text{s}^2$$

IV-2-1 Addition et soustraction :

$$G = A + B \quad (\text{Éq. I-24}) \Rightarrow \Delta G = \Delta A + \Delta B \quad (\text{Éq. I-25}) \Rightarrow \frac{\Delta G}{G} = \frac{\Delta A + \Delta B}{A + B} \quad (\text{Éq. I-26})$$

$$G = A - B \quad (\text{Éq. I-27}) \Rightarrow \Delta G = \Delta A + \Delta B \quad (\text{Éq. I-28}) \Rightarrow \frac{\Delta G}{G} = \frac{\Delta A + \Delta B}{A - B} \quad (\text{Éq. I-29})$$

Les incertitudes absolues s'ajoutent pour l'addition et la soustraction.

IV-2-2 Multiplication et division :

$$G = A \times B \quad (\text{Éq. I-30}) \Rightarrow \frac{\Delta G}{G} = \frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta B}{B} \quad (\text{Éq. I-31})$$

$$G = \frac{A}{B} \quad (\text{Éq. I-32}) \Rightarrow \frac{\Delta G}{G} = \frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta B}{B} \quad (\text{Éq. I-33})$$

$$G = \frac{A \times B}{C \times D} \quad (\text{Éq. I-34}) \Rightarrow \frac{\Delta G}{G} = \frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta B}{B} + \frac{\Delta C}{C} + \frac{\Delta D}{D} \quad (\text{Éq. I-35})$$

Les incertitudes absolues s'ajoutent pour multiplication et division.

IV-2-3 Puissance :

$$G = A^n \quad (\text{Éq. I-36}) \Rightarrow \Delta G = nA^{n-1} \Delta A \quad (\text{Éq. I-37}) \Rightarrow \frac{\Delta G}{G} = n \frac{\Delta A}{A} \quad (\text{Éq. I-38})$$