

## TD n° 3

**Exercice 1.** Dterminer par la mthode des trapzes puis par celle de Simpson  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx$  sur la base du tableau suivant :

$x$	0	$\frac{\pi}{8}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{8}$	$\frac{\pi}{2}$
$f(x)$	0	0.382683	0.707107	0.923880	1

Ces points d'appui sont ceux donnant  $\sin x$ , comparer alors les rsultats obtenus avec la valeur exacte.

**Exercice 2.** On lance une fuse verticalement du sol et l'on mesure pendant les premires 80 secondes l'accclration  $\gamma$  :

$t \text{ (en s)}$	0	10	20	30	40	50	60	70	80
$\gamma \text{ (en m/s}^2\text{)}$	30	31.63	33.44	35.47	37.75	40.33	43.29	46.70	50.67

Calcule la vitesse  $V$  de la fuse l'instant  $t = 80s$ , par la mthode des trapzes puis par Simpson.

**Exercice 3.**

1. Calculer l'aide de la mthode des trapzes l'intgrale  $I = \int_0^{\pi} \sin(x^2)dx$  avec le nombre de points d'appui  $n = 5$  puis  $n = 10$ . Conclusion.
2. Trouver le nombre  $n$  de subdivisions ncessaires de l'intervalle d'intgration  $[-\pi, \pi]$ , pour valuer  $0.510^{-3}$  prs, grce la mthode de Simpson, l'intgrale  $\int_{-\pi}^{\pi} \cos(x)dx$ .
3. Calculer  $\int_1^2 \sqrt{x}dx$  par la formule des rectangles en dcomposant l'intervalle d'intgration en dix parties. Evaluer l'erreur commise.

**Exercice 4.** On conside l'intgrale  $I = \int_1^2 \ln(x)dx$ .

1. Calculer la valeur exacte de  $I$ .
2. valuer numriquement cette intgrale par la mthode des trapzes avec  $n = 4$  sous-intervalles.
3. Pourquoi la valeur numrique obtenue la question prcdente est-elle infrieure exacte? Est-ce vrai quelque soit  $n$ ? Justifier la rponse. (On pourra s'aider par un dessin.)
4. Quel nombre de sous-intervalles  $n$  faut-il choisir pour avoir une erreur infrieure  $10^{-2}$ ? On rappelle que l'erreur de quadrature associe s'crit, si  $f \in \mathcal{C}^2([a, b])$ ,

$$|E_n| \leq \frac{(b-a)}{12} h^2 \sup_{x \in [a,b]} |f''(x)|$$