



Cours d'Optique Géométrique

Cours SMPC _S2

Y. BAHOU

ANNÉE UNIVERSITAIRE 2019-2020

Chapitre V Les systèmes centrés

I-Généralités

Nous avons toujours considéré dans les chapitres précédents des systèmes optiques comme des surfaces sphériques ou planes, réfringentes ou réfléchissantes de la lumière. En réalité ces systèmes optiques sont le plus souvent une association de plusieurs types de surfaces ayant même axe principal. La formation des images à travers ces systèmes passe alors par plusieurs étapes intermédiaires.

1. Définition

Un système centré est un ensemble de milieux transparents séparés par des surfaces planes ou sphériques dont l'axe principal est celui de toutes les surfaces du système centré.

On distingue deux types de systèmes centrés :

Système dioptrique : composés seulement de dioptres

Systèmes catadioptrique : composés de miroirs et de dioptres

2. Exemple:

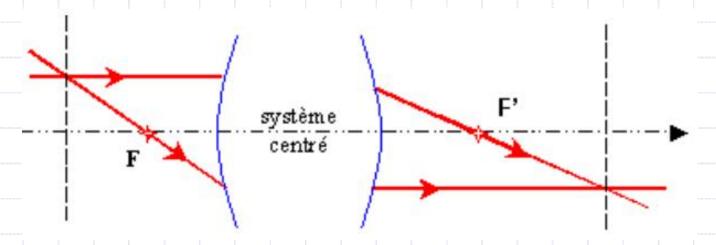
- Une lentille est une association de deux dioptres sphériques,
- Une oculaire est une association de deux lentilles,
- Une boule argentée sur sa surface sphérique extérieure est une association d'un dioptre plan et d'un miroir sphérique concave,
- Une loupe...

3. Stigmatisme des systèmes centrés:

Il serait bien difficile de parler d'un stigmatisme parfait dans le cas d'un système centré. Pour le stigmatisme approché il peut se réaliser uniquement si les rayons sont paraxiaux" conditions d'approximation de Gauss. Pour satisfaire ces conditions on utilise des systèmes optiques de faibles ouverture et les objets sont autour de l'axe principal. La correspondance d'un objet plan, de petite dimension et située sur l'axe optique est alors une image plane et perpendiculaire à l'axe principal.

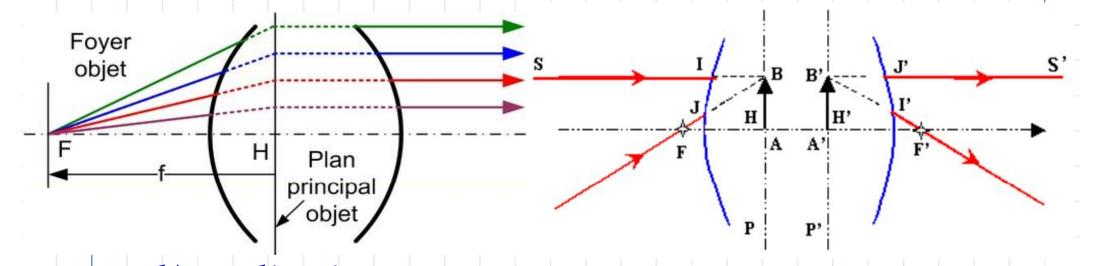
II-Etude d'un système centré à foyer

Un système est dit a foyer si ses foyers objet et image ne sont pas rejetés à l'infini.



1. Plans principaux a) Définition

Ce sont deux points conjugués P et P' pour lesquels le grandissement est égale à 1. Un objet AB appartenant à P aura une image A'B' appartenant à P' et de même longueur que AB. P et P' sont appelés les plans principaux objet et image.



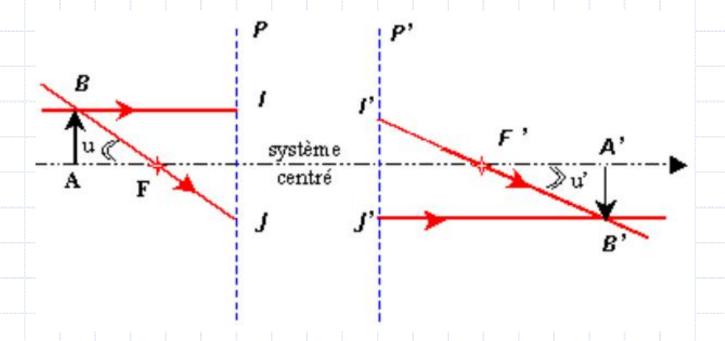
b) Explications

- Un rayon incident SI émergent au foyer image F' du système centré.
- L'émergent J'S' // à l'axe principale correspond à l'incident passant par le foyer F.
- Le prolongement des 2 rayons SI et FJ donne le point objet virtuel B.
- Le prolongement des 2 rayons J'S' et F'I' donne le point image virtuel B'.
- H est le point d'intersection du plan principal objet avec l'axe principal
- H' est le point d'intersection du plan principal image avec l'axe principal

On définit dans toute la suite la distance focale objet f par $f = \overline{HF}$ et la distance focale image par $f' = \overline{H'F'}$. On appellera ainsi les points cardinaux d'un système centré l'ensembles des points (F,F',H et H').

1. Constitution de l'image d'un objet AB à travers un système centré :

On considère un système centré de points cardinaux (F,F',H et H') et soit un objet AB réel situé sur l'axe principale du système.



- o BI incident // à l'axe principal, émerge en passant par le foyer image F'.
- o BFJ incident passant par le foyer objet F, émerge // à l'axe principal.
- B' est l'image de B, obtenue en joignant l'intersection des 2 rayons l'F' et JJ'
 - a-Formule de conjugaison d'un système centré:

On considère les triangles semblables (BIJ) et (HFJ), nous avons :

$$\frac{\overline{JH}}{\overline{JI}} = \frac{\overline{HF}}{\overline{IB}} \ avec \ \overline{IB} = \overline{HA} \ donc \ \frac{\overline{HF}}{\overline{HA}} = \frac{\overline{HJ}}{\overline{IJ}}$$

On considère les triangles semblables (H'F'I') et (J'B'I'), nous avons :

$$\overline{H'F'}/\overline{J'B'} = \overline{H'I'}/\overline{J'I'}$$
 avec $\overline{J'B'} = \overline{H'A'}$ donc $\overline{H'F'}/\overline{H'A'} = \overline{HI}/\overline{JI}$ donc:

$$HF/HA + H'F'/H'A' = HJ/IJ + HI/JI = (HJ - HI)/IJ = IJ/IJ = 1$$

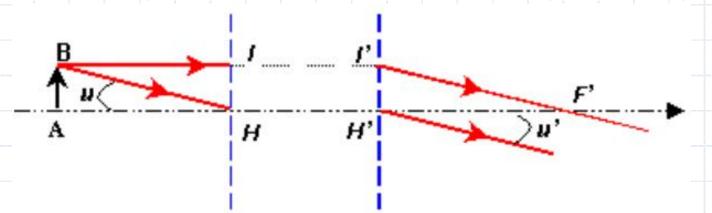
C'est la relation de conjugaison des systèmes centrés à foyers avec origine aux points principaux H et H'. Si on pose f=HF et f'=H'F' alors

cette formule devient : $\frac{f}{\overline{HA}} + \frac{f'}{\overline{H'A'}} = 1$

Nous avons : tg u=AB/AF =HJ/HF =H'J'/HF où Γ =A'B'/AB=f/AF tg u'=A'B'/A'F'=H'I'/H'F'=AB/f' où Γ =A'F'/f'

b- la vergence d'un système centré:

Soit un système centré représenté par ses points cardinaux (F,F',H et H'). On considère un objet AB situé sur le plan focal objet P_F du système.



$$f/f'=-n/n'$$

C'est une relation valable quelque soit le système centré. On définit la vergence d'un système centré par :

$$V_s = \frac{n'}{f'} = -\frac{n}{\overline{f}}$$
 Un système centré est convergent si Vs>0
Un système centré est divergent si Vs<0

Le plan principal image est le lieu des points d'intersection des rayons incidents // à l'axe principal avec les émergents correspondants (qui passent par F')

Le plan principal objet est le lieu des points d'intersection des rayons incidents passent par le foyer objet avec les émergents correspondants (qui sont // à l'axe).

III-Association de deux systèmes centrés à foyer

1. Association de deux systèmes dioptriques

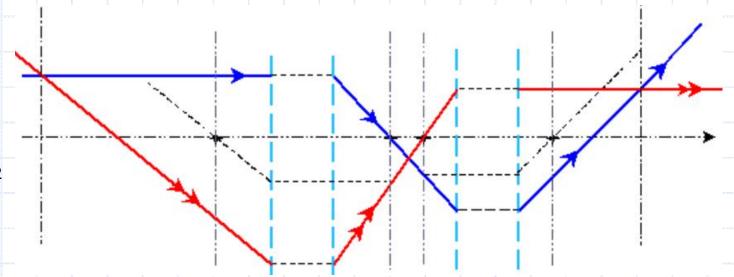
Quand on associe deux systèmes centrés de manière à ce que leurs axes soient confondus on obtient un seul système centré équivalent. On détermine pour le système équivalent les points cardinaux(H,H',F et F')

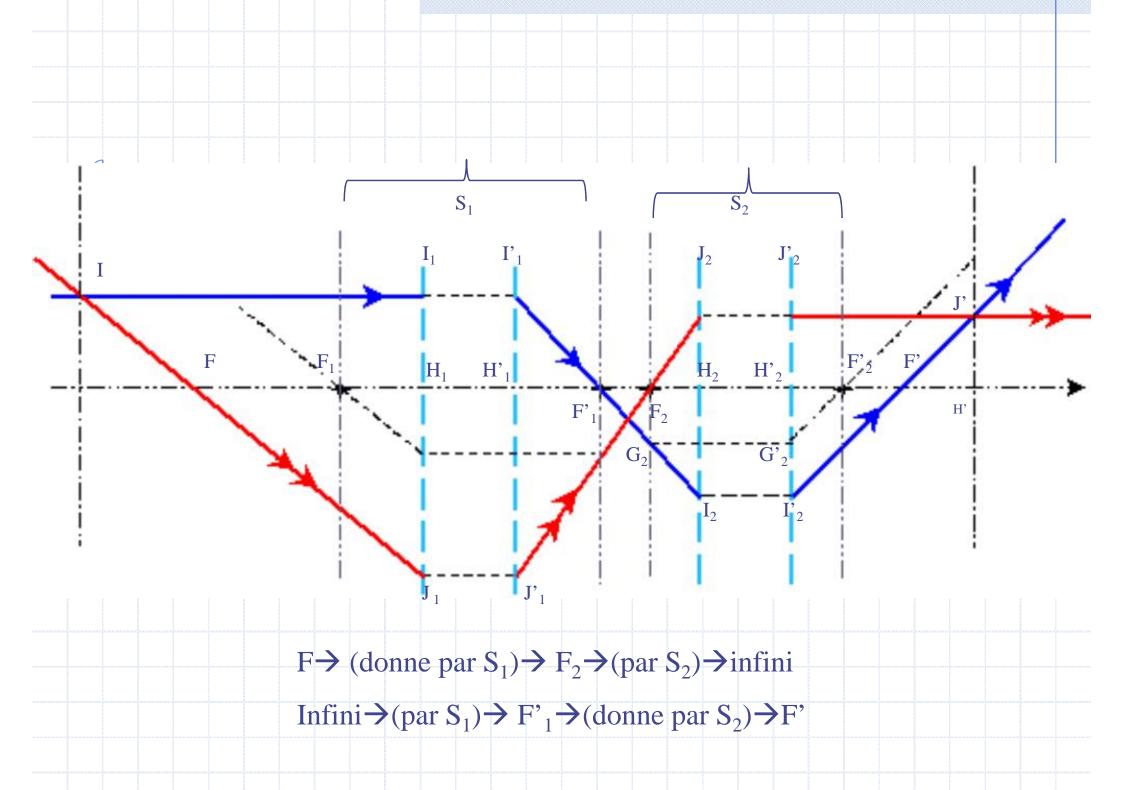
Soient 2 systèmes centrés S_1 et S_2 de points cardinaux (H_1, F_1, H'_1, F'_1) et (H_2, F_2, H'_2, F'_2) respectivement, disposés comme sur la figure ci-dessous.

a) Construction géométrique:

On pose:

$$f_{1=} H_1 F_1$$
, $f_{2=} H_2 F_2$
 $f'_{1=} H'_1 F'_1$, $f'_{2=} H'_2 F'_2$





Explications

- L'incident II_1 // à l'axe émerge en $I'_1F'_1$ à la traversée du système S_1 . $I_1F'_1I_2$ est alors un nouveau incident qui va émerger en I'_2F' // à $G'_2F'_2$
- Le rayon J'_2J' // à l'axe principal est l'émergent d'un faisceau incident $J'_1F'_2J_2$ traversant le système S_2 . $J'_1F'_2J_2$ est un émergent d'un incident FJ_1 , qui est // à F_1K_1 , incident passant par le foyer objet de S_1 .
 - ✓ on appelle l'intervalle optique du système équivalent S, la quantité $= \mathbf{F'}_1 \mathbf{F}_2$
 - ✓ on appelle l'épaisseur du système équivalent S, la quantité

$$e=H'_1H_2$$

on montre que :
$$\Delta = e + f_2 - f'_1$$

b) Méthode analytique:

Si on revient aux figures précédentes :

$$F'_1 \rightarrow F' \hat{a} \text{ travers } S_2$$

$$F \rightarrow F_2$$
 à travers S_1

On utilise la relation de Newton f.f'-FA..F'A'=0 pour les couples de points précédents, Pour S1 et S2, on peut écrire alors :

✓ Pour le couple (F'_1,F') nous avons en utilisons le système S_2 :

$$f_2.f'_2-F_2.F'_1.F'_2$$
 $F'=0$, ce qui donne : F'_2 $F'=-f_2.f'_2$ / Δ

✓ Pour le couple (F, F_2) nous avons en utilisons le système S_1

$$f_1.f'_1 - \overline{F_1.F}.\overline{F'_1}\overline{F}_2 = 0$$
, ce qui donne : $\overline{F_1}\overline{F} = f_1.f'_1/\Delta$

Ces deux relations donnent les positions des foyers image F' et objet F du système centré équivalent des deux systèmes S1 et S2, en fonction des distances focales de S1 et de S2 et de l'épaisseur e du système.

On peut aussi montrer une relation importante pour les foyers objets et images du système équivalent :

Démonstration de l'expression de f':

Soient les triangles semblables de (J'H'F') et (H'₂G'₂F'₂) :

$$H'F'/F'_2H'_2 = H'J'/G'_2H'_2 = -f'/f'_2$$

Soient les triangles semblables de (F₂G₂F'₁) et (H'₁I'₁F'₁):

$$F'_1 F_2 / H'_1 F'_1 = G_2 F_2 / H'_1 I'_1 = G'_2 H'_2 / H' J' = \Delta / f'_1$$

On multiple les deux relations précédentes entre elles et on obtient :

$$f'=H'F'=-f'_2 f'_1/\Delta$$

La vergence du système S équivalent : $V_s = n'/f' = -n/f = -n'.\Delta/(f'_1.f'_2)$

On montre aussi que: $V_s = V_{s1} + V_{s2} - eV_{s1}V_{s2} / n_i$ sachant que: $\Delta = e + f_2 - f'_1$

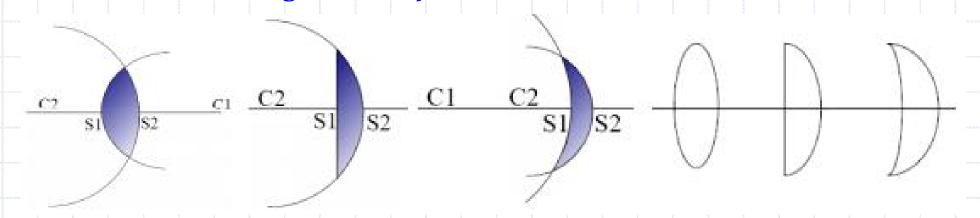
Appel formule de Gullstrand, avec e épaisseur et n i l'indice du milieu

IV- les lentilles

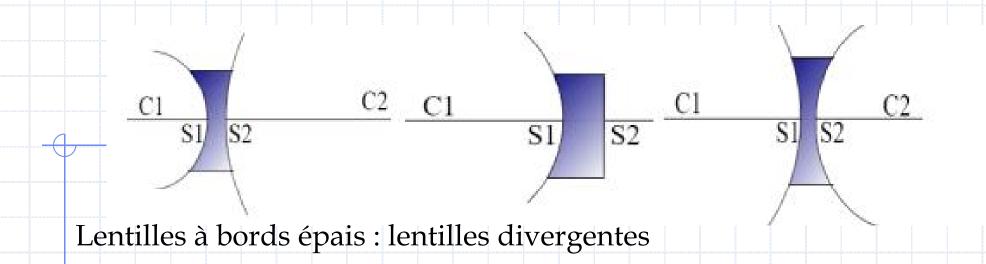
1. Les lentilles épaisses a- Définition

Une lentille est un système formé par l'association de deux dioptres dont l'un au moins est sphérique. C'est un système centré d'axe joignant les deux centres de ces deux dioptres. Plusieurs formes de lentilles sont possibles.

b- Construction géométrique:



Lentilles à bords minces : lentilles convergentes



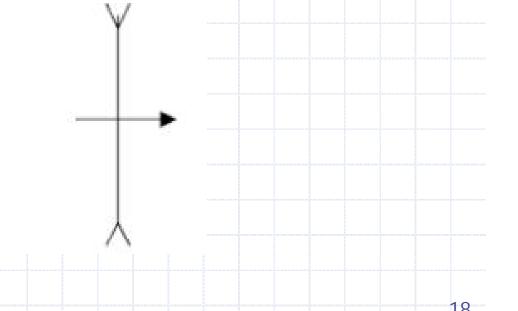
c. centre optique:

Tout rayon dont le trajet intérieur à la lentille passe par le centre optique émerge de la lentille parallèlement à la direction du rayon incident

d. approximation de la lentille mince:

$$e = S_1 S_2 << R_1$$
 $e = S_1 S_2 << R_2$
 $e = S_1 S_2 << |R_1 - R_2|$

On confond S₁ et S₂ et le point O



e. Stigmatisme

Le stigmatisme approché des lentilles est lié à celui des dioptres ces lentilles. Les conditions de stigmatisme de Gauss :

- * Lentille de faible ouverture
- * Objet plan et perpendicu laire à l'axe optique
- * Objet de faible étendue

f. Eléments cardinaux des lentilles épaisses :

Soient deux dioptres D_1 et D_2 tels que C_1 et C_2 soient les centres respectifs de ces dioptres. F_1 et F'_1 sont deux objet et image de D_1 ; F_2 et F'_2 sont les deux foyers objet et image de D_2 . nous rappelons aussi que pour les dioptres D_1 et D_2 , nous avons $H_1=H'_1=S_1$ et $H_2=H'_2=S_2$. on pose

$$(f_1 = S_1 F_1); (f_2 = S_2 F_2); (f'_1 = S_1 F'_1); (f'_2 = S_2 F'_2); \Delta = F'_1 F_2 \ et \ e = S_1 S_2$$

On considère que les points H_1 et H', F et F' sont les points cardinaux de la lentille L (peut être association de deux dioptres dont l'un au moins est sphérique)

$$S_2F' = f'_2 - f_2.f'_2/\Delta$$
 (Voir méthode analytique)
or $S_2H' = S_2F' - H'F' = f'_2 - f_2.f'_2/\Delta + f'_2.f'_1/\Delta$

de la même façon on calcul S₁F et S₁H et ensuite HH',

si on part de $f' = -f'_2 \cdot f'_1 / \Delta$ et puisque:

$$f'_1 = n..S_1C_1/(n-1) = n.R_1/(n-1)$$

 $f'_2 = R_2/(1-n) = -f_2/n$

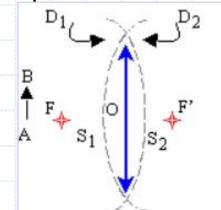
 $f_2 = n.R_2 / (n-1)$ on obtient alors :

$$H'F' = \frac{n.R_1.R_2}{(n-1)[n(R_2 - R_1) + e(n-1)]}$$

g. formule de conjugaison:

Soit un objet AB réel situé devant la face d'entrée d'une lentille mince L(figure ci-dessous). l'image de AB à travers le dioptre D_1 et A_1B_1 , une image intermédiaire; A_1B_1 donne à travers le dioptre D_2 une image A'B' finale. On utilise les relations de conjugaisons des dioptres sphériques dans les conditions d'approximations de Gauss : on considère que S=S1=S2

$$D_1: 1/SA - n/SA_1 = (1-n)/Sc_1 = (1-n)/R_1$$
 $D_2: n/SA_1 - 1/SA' = (n-1)/Sc_2 = (n-1)/R_2$
 $\Gamma = A'B'/AB$



$$D_1: \Gamma_1 = A_1B_1/AB = SA_1/n SA$$

$$D_2:\Gamma_2=n SA'/SA_1$$

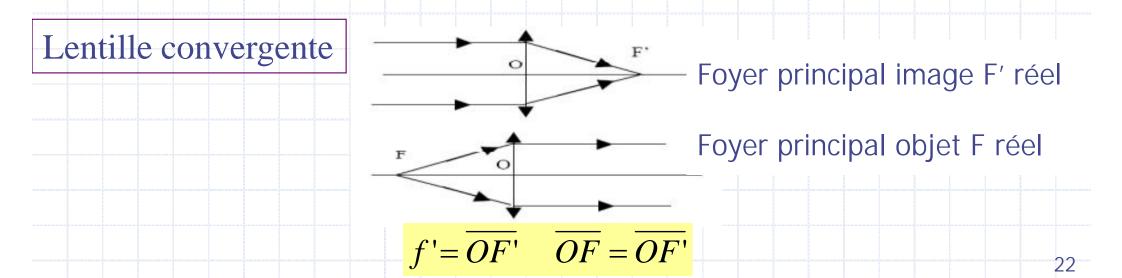
on déduit :1/
$$SA - 1/SA' = (n-1)(1/R_2 - 1/R_1)$$
 et $\Gamma = SA'/SA$

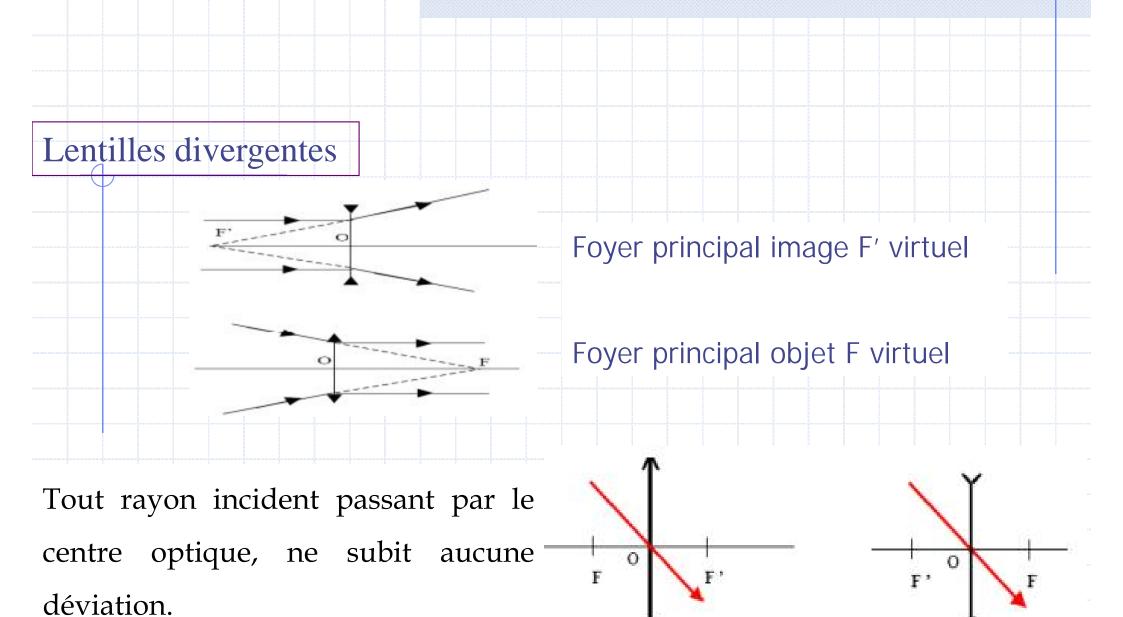
2. Les lentilles minces

Les lentilles minces sont minces si son épaisseur est faible par rapport aux rayons de courbure

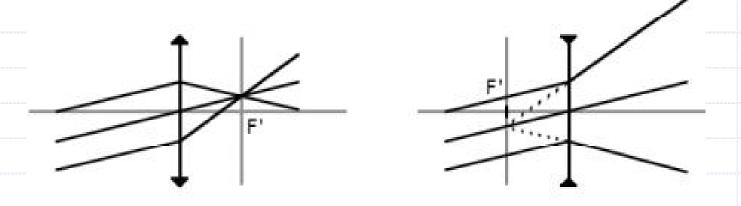
 S_1 et S_2 , H et H' sont aussi confondus avec O pour une lentille mince Un rayon qui passe par le centre O d'une lentille mince traverse sans déviation.

Une lentille mince est un système centré qui possède de H, H' F et F', or les milieux extrêmes sont les mêmes, c'est-à-dire : f=HF=-f'=-H'F'.





Si on considère des rayons parallèles entre eux, mais légèrement inclinés par rapport à l'axe de la lentille, on constate qu'ils convergent en un foyer secondaire situé dans le même plan focal passant par F' :



Vergence : inverse de la distance image 1/f : qui s'exprime en dioptries

a. Construction géométrique В В,

b. formule de conjugaison : origine au centre :

Tout rayon incident passant par le centre optique, ne subit aucune déviation.

Tout rayon incident parallèle à l'axe, sort en passant par le foyer image F'.

Tout rayon incident passant par le foyer objet F, sort parallèle à l'axe optique.

$$\frac{\overline{OF}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{JF}}{\overline{JB}} = \frac{\overline{JO}}{\overline{JI}} \qquad \frac{\overline{OF}'}{\overline{OA}'} = \frac{\overline{IF}'}{\overline{IB}'} = \frac{\overline{IO}}{\overline{IJ}} \qquad \frac{\overline{OF}}{\overline{OA}} + \frac{\overline{OF}'}{\overline{OA}'} = 1$$

$$\frac{1}{\overline{OA}'} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF}'}$$

Grandissement transversale:
$$X = \frac{A'B'}{\overline{AB}} X = \frac{A'B'}{\overline{AB}} = \frac{OA'}{\overline{OA}}$$

c. origine aux foyers (formule de Newton):

Dans les triangles semblables ABF et FOJ on a : $\overline{OJ}/\overline{AB} = \overline{OF}/\overline{AF}$

Dans les triangles semblables OIF' et F'A'B' on a : $\overline{A'B'}/\overline{OI} = \overline{A'F'}/\overline{OF'}$

Comme
$$\overline{AB} = \overline{OI} \ et \ \overline{A'B'} = \overline{OJ} \Rightarrow \frac{\overline{OF}}{\overline{AF}} \cdot \frac{\overline{OF'}}{\overline{A'F'}} = 1$$

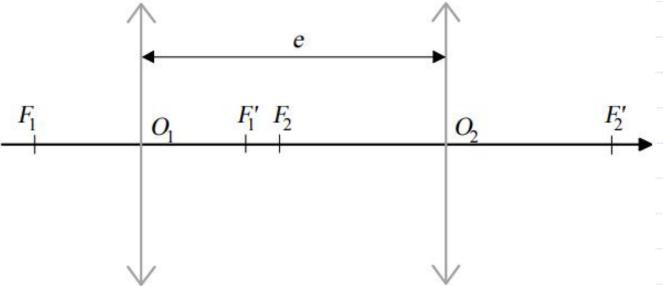
D'où: $f'/\overline{AF} = \overline{A'F'}/(-f')$ c'est à dire:

$$\overline{AF}.\overline{A'F'} = -f'^2$$

V- Association de lentilles (doublet)

1. Définition (lentilles non accolées):

Un doublet est une association de deux séparées par une distance e non nulle.



Contrairement à un système de lentilles accolées, un doublet n'est par équivalent à une lentille mince, c'est un système épais. Cependant, c'est un système centré dont nous pouvons chercher les foyers.

2. Foyer d'un doublet:

La définition des foyers d'un système centré est toujours la même.

Pour le foyer image : $A_{\infty} \xrightarrow{(doublet)} F'$

et pour le foyer objet : $F \xrightarrow{(doublet)} A'_{\infty}$

a. Foyer image

Pour la première lentille son foyer image : $A_{\infty} \xrightarrow{(L1)} F_1$

Pour la deuxième donne donc du point objet F'1 un point image situé en F', ce qui permet de préciser le diagramme de définition du foyer image du doublet : $A_{\infty} \xrightarrow{(L1)} F_1' \xrightarrow{(L2)} F'$

La relation de conjugaison de Descartes, appliquée à la deuxième

lentille, permet de situer le foyer image F' du doublet :

$$\frac{1}{O_2 F'} - \frac{1}{O_2 F_1'} = \frac{1}{O_2 F_2'}$$

$$\frac{1}{\overline{O_2 F'}} - \frac{1}{\overline{O_2 F_1'}} = \frac{1}{\overline{O_2 F_2'}} \qquad \frac{1}{\overline{O_2 F'}} = \frac{1}{\overline{O_2 F_2'}} + \frac{1}{\overline{O_2 F_1'}}$$

Avec:
$$O_{2}F_{1}' = O_{2}O_{1} + O_{1}F_{1}' = O_{1}F_{1}' = O_{2}O_{2} = f'_{1} = e$$

b. Foyer objet

Le foyer objet du doublet se présente de cette façon

$$F \xrightarrow{(L1)} ? \xrightarrow{(L2)} A'_{\infty}$$

La deuxième lentille donne d'un point objet situé en son foyer objet un point image situé à l'infini $F \xrightarrow{(L1)} F_2 \xrightarrow{(L2)} A'_{\infty}$

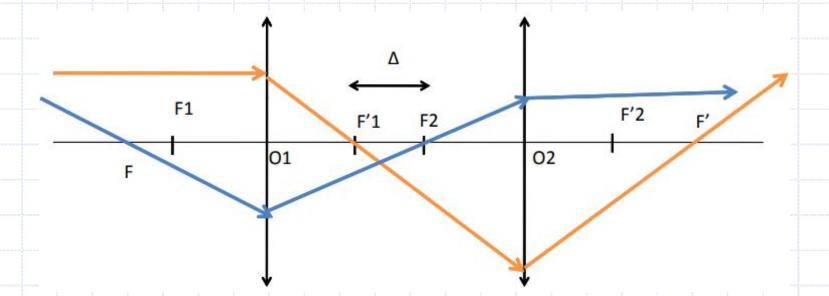
La relation de conjugaison de Descartes, appliquée à la première lentille, permet de situer le foyer objet F du doublet :

$$\frac{1}{O_{1}F_{2}} - \frac{1}{O_{1}F} = \frac{1}{O_{1}F_{1}}$$

$$\frac{1}{O_{1}F} = \frac{1}{O_{1}F_{2}} - \frac{1}{O_{1}F_{1}}$$

$$\frac{1}{O_{1}F} = \frac{1}{O_{1}F_{2}} - \frac{1}{O_{1}F_{1}}$$

Avec:
$$O_{1}F_{2} = O_{1}O_{2} + O_{2}F_{2} = O_{1}O_{2} - O_{2}F_{2}' = e - f'_{2}$$



La construction en rose montre que F' est image de F'_1 à travers la lentille L_2

$$\Delta = \overline{F'_1 F_2}$$
 Intervalle optique

$$\overline{F'_2 F'} = f'_2^2 / \Delta$$

La construction en bleue montre que F_2 est image de F à travers la lentille L_1

$$\overline{F_1F} = -f_1^2/\Delta$$

Le doublet non accolé n'est pas en général équivalent à une lentille mince unique.

3. Doublet accolé:

Deux lentilles accolées; leurs centres optiques

O₁ et O₂ sont pratiquement confondus,

$$A - - - L_1 - - - A_1 - - - L_2 - - - A'$$

$$\frac{1}{\overline{OA_1}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f_1} = V_1 \quad \frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA_1}} = \frac{1}{f_2} = V_2$$

$$\frac{1}{f_1'} + \frac{1}{f_2'} = \frac{1}{f'}$$

$$V1 + V2 =$$

 $X = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{A_1B_1}} = \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} = X_1X_2$