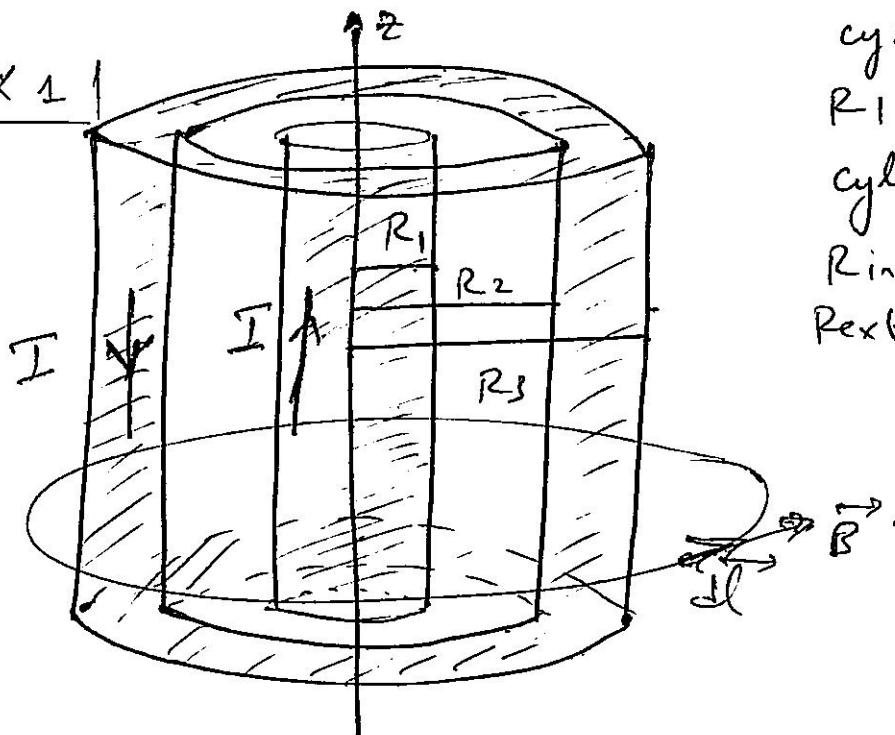


(1)

EX 1



cylindre plein de rayon R_1
cylindre creux de rayon $R_{int} = R_2$
 $R_{ext} = R_3$.

en coordonnées cylindrique, si on applique la règle du bonhomme d'ampère $\Rightarrow \vec{B}$ est porté par \vec{e}_θ .
(cylindre est équivalent à un fil conducteur)

~~1^{er}~~ cas D'après la configuration

$$\vec{B}(M) = \vec{B}(r, \theta)$$

subor \rightarrow de l'axe du câble

si on fixe M et on fait une rotation de l'axe du câble $\Rightarrow \|\vec{B}\|$ reste constant donc pour r fixe $\|\vec{B}\|$ est constant. $\Rightarrow \vec{B}(M) = B(r) \cdot \vec{e}_\theta$.

- Appliquons le théorème d'Ampère

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \sum_{i=1}^n \mu_0 I_i$$

~~1^{er}~~ $\vec{OM} = \vec{r}$

le contour C est un cercle de rayon r avec $d\vec{l} = B \cdot dl \cdot \vec{e}_\theta$.

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{tot} = B \cdot 2\pi r$$

1^{er} cas $r > R_3$

$$B \cdot 2\pi r = \mu_0 (I - I) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{B = 0}$$

2° cas $R_2 < r < R_3$ $I_{tot} = I - i_3$; éviter $R_2 < r < R_3$

soit J_2 la densité de courant du cylindre creux ; courant voyage aussi ;

$$J_2 = \frac{I}{\pi(R_3^2 - R_2^2)}$$

Pour appliquer le théorème d'Ampère on tient compte uniquement de la partie traversée par un courant i_3 contenu dans le contour où $R_2 < r < R_3$.

$i_3 = J_2 \cdot S$ J_2 est uniforme (supposition)
 $S = \pi(r^2 - R_2^2)$

$$= \frac{I}{\pi(R_3^2 - R_2^2)} \times \pi(r^2 - R_2^2)$$

$$i_3 = I \cdot \frac{S}{S_{tot}} = I \cdot \left(\frac{r^2 - R_2^2}{R_3^2 - R_2^2} \right)$$

$$\Rightarrow B \cdot 2\pi r = \mu_0 I_{tot} = \mu_0 \left[I - I \cdot \left(\frac{r^2 - R_2^2}{R_3^2 - R_2^2} \right) \right]$$

$$= \mu_0 I \left(\frac{R_3^2 - r^2}{R_3^2 - R_2^2} \right)$$

$$\rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \left(\frac{R_3^2 - r^2}{R_3^2 - R_2^2} \right) \cdot \vec{e}_\theta$$

3° cas $R_1 < r < R_2$ $I_{tot} = I$ pas de cylindre creux.

$$\rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \vec{e}_\theta$$

4° cas ~~$R_1 < r < R_2$~~ $R_1 < r < R_1$ $I_{tot} = i_1 = J_1 \cdot S = J_1 \cdot \pi R_1^2$

avec $J_1 = \frac{I}{\pi R_1^2} \Rightarrow I_{tot} = I \cdot \frac{r^2}{R_1^2}$

$$\rightarrow B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \cdot \frac{r^2}{R_1^2} \vec{e}_\theta$$

Ex1 courbe.

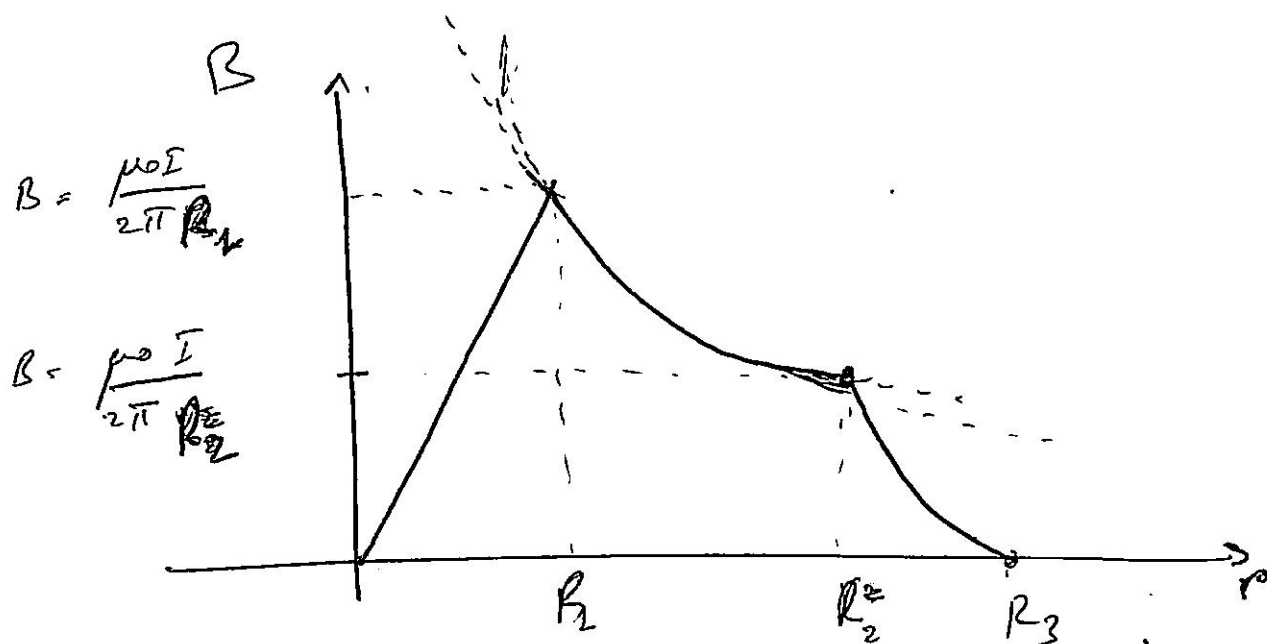
entre ~~et~~ $r \in [0, R_1]$ droite ar

$r \in [R_1, R_2]$ $1/r$

$r \in [R_2, R_3]$ $\frac{1}{r} - \frac{R_3^2 - r^2}{R_3^2 - R_2^2}$

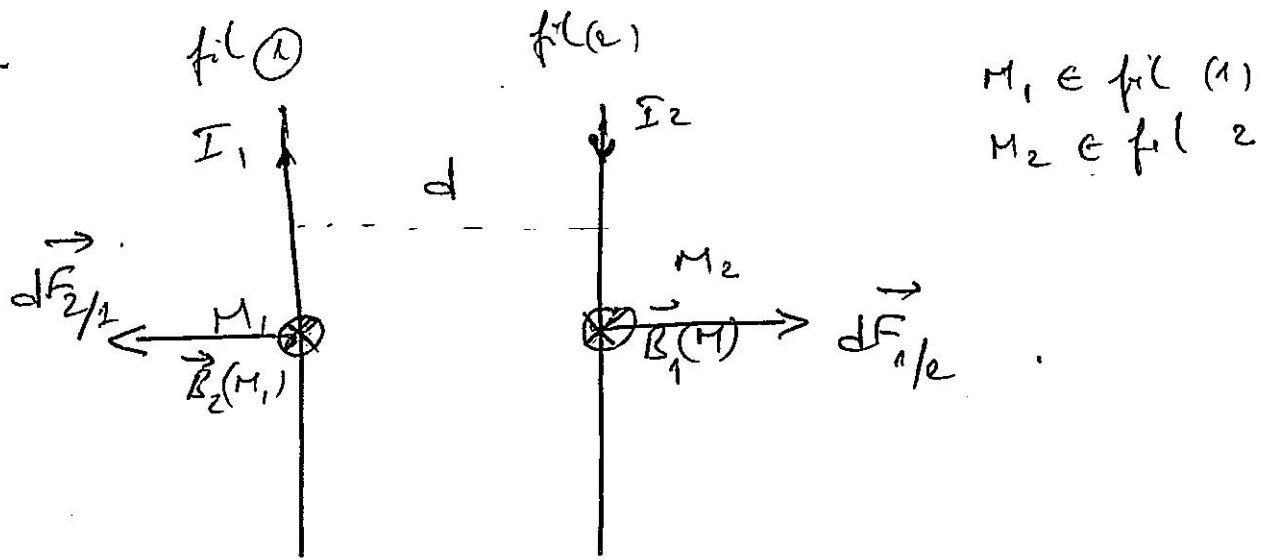
$\frac{d}{dr} - \beta r$

$r \in [R_3, \infty[\rightarrow \underline{\beta \infty}$



Devoir en coordonnées cylindrique, calculer le potentiel vecteur en utilisant $\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$.
~~montrer~~ pour les gaz qui simplifie le calcul.

Ex 2



$$\begin{aligned} \vec{B}_1(M_2) &= \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d} \vec{e}_\phi \quad (\text{d\u00e9j\u00e0 vu}) \\ \vec{B}_2(M_1) &= \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d} \vec{e}_\phi \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \text{deux vecteurs } \parallel \\ \text{egaux.} \end{array} \right\}$$

$\vec{dF}_{2/1}$ action du champ $\vec{B}_2(M_1)$ sur le fil (1).

$$\begin{aligned} \vec{dF}_{2/1} &= I_1 d\vec{l}_1 \wedge \vec{B}_2(M_1); \quad d\vec{l} = dz \vec{e}_z \\ &= -\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} dz \cdot \vec{e}_r \quad (\text{r\u00e8gle de tire-bouchon pour le produit vectoriel.}) \end{aligned}$$

La force par unit\u00e9 de longueur est donc

$$\frac{d\vec{F}_{2/1}}{dz} = -\frac{\mu_0}{2\pi d} I_1 I_2 \vec{e}_r$$

$\vec{dF}_{1/2}$ action du champ $\vec{B}_1(M_2)$ sur le fil (2)

$$\begin{aligned} \vec{dF}_{1/2} &= I_2 d\vec{l}_2 \wedge \vec{B}_1(M_2) \quad \text{avec } d\vec{l}_2 = -dz \vec{e}_z \\ &= -\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} \vec{e}_y \wedge \vec{e}_z \\ &= \frac{\mu_0}{2\pi d} I_1 I_2 \vec{e}_r \end{aligned}$$

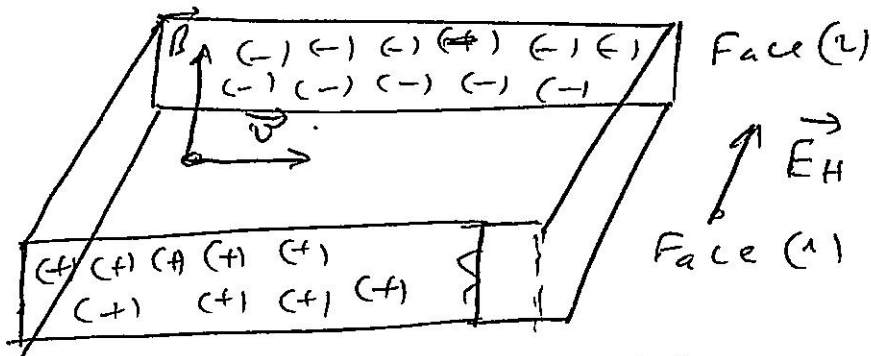
les deux forces ont des signes oppos\u00e9s et m\u00eame direction
donc il s'agit de forces de r\u00e9pulsion \Rightarrow les 2 fils
se repoussent.

Ex 3

$$E_H = 7,5 \cdot 10^{-1} \text{ V/m}$$

$$B = 1,5 \text{ Tesla}$$

$$j = 2 \cdot 10^7 \text{ A/m}^2$$



Chaque \vec{e} en mouvement dans \vec{B} est soumis à la force de Laplace $\vec{F} = (-e) \vec{v} \wedge \vec{B}$, il sera dirigé vers la face (2).
 Les trous libérés (porteurs de charge $(+)$) seront dirigés vers la face (1) une ddp est créée entre la face (1) et la face (2) V_H ce qui génère un champ de Hall.
 La force de Coulomb associée à \vec{E}_H est

$$\vec{F}_c = (-e) \cdot \vec{E}_H \text{ pour les } (\vec{e}).$$

À l'équilibre la force magnétique \vec{F}_m est compensée par la force de Coulomb.

$$\vec{F}_c + \vec{F}_m = 0 \quad e E_H = e v \cdot B \Rightarrow E_H = v B$$

$$\vec{J} = \rho \cdot \vec{v} \quad \text{densité de courant} \quad \rho = n \cdot q : \text{densité de charge volumique}$$

n : nombre de charge par unité de volume

$$E_H = \frac{J}{n e} \cdot B_{ext}$$

$$\Rightarrow n = \frac{J B}{e \cdot E_H} = \frac{20 \cdot 10^7}{25 \cdot 10^{-1}} = 8 \cdot 10^7 \text{ nbre d'é libre / m}^3$$

Nombre d'atome de sodium: N par unité de volume.

$$\rho_{Na} = \frac{m}{V} ; N = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ Nombre d'avogadro}$$

M_{Na} = masse atomique du sodium.

$$N = \frac{\rho_{Na} \cdot N_A}{M_{Na}} = ~~25~~ 25 \cdot 10^{27} \text{ nombre d'atome/m}^3$$

$$n = 25 \cdot 10^{27} / \text{m}^3 ; N = 25,39 \cdot 10^{27} / \text{m}^3 \quad n \approx N.$$

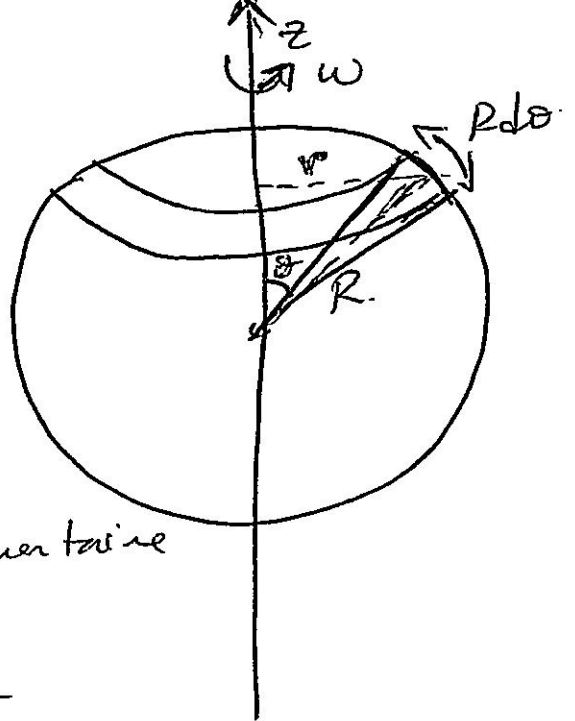
conclusion : il ya un e libre par atome de sodium.

Nombre d'atomes de Na = $\frac{m}{M_{Na}} \cdot N_A$

$$\text{Nombre d'atome / Volume} = \frac{1}{V} \cdot \frac{m}{M_{Na}} \cdot N_A = \frac{\rho_{Na} \cdot N_A}{M_{Na}}$$

Exercice 4

- ω vitesse angulaire de rotation de la sphère de rayon R .
- σ = densité de charge surfacique
- soit une couronne élémentaire sphérique de largeur $R d\theta$ et de rayon $r = R \sin \theta$, sa charge élémentaire



$$1) dQ = \sigma dS = \underbrace{\sigma 2\pi r}_{\text{perimètre}} \times \underbrace{R d\theta}_{\text{largeur}}$$

$$= \sigma 2\pi R \sin \theta R d\theta = \sigma \cdot 2\pi R^2 \sin \theta d\theta$$

$$dI = \frac{dQ}{dt} ; \text{ on prend } dt = T = \text{période de la rotation} = \frac{2\pi}{\omega} ; \quad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$dI = \frac{dQ}{T} = \frac{\omega}{2\pi} \cdot \sigma 2\pi R^2 \sin \theta d\theta$$

$$= \sigma \cdot \omega R^2 \sin \theta d\theta \quad \left(\text{calculer } Q_{\text{tot}}, I_{\text{tot}} ? \right)$$

La rotation se fait autour de $Oz \Rightarrow \vec{R}$ crée \vec{L} suivant Oz

2/ Moment magnétique

la couronne = spire de moment $(d\vec{m}) = dI \vec{S} = dI \cdot \pi r^2 \vec{e}_z$

$$d\vec{m} = \sigma \omega \pi R^4 \sin^3 \theta d\theta \vec{e}_z \Rightarrow \vec{M} = \int d\vec{m} = \sigma \omega \pi R^4 \int_0^\pi \sin^3 \theta d\theta \vec{e}_z$$

$$\sin^3 \theta = (1 - \cos^2 \theta) \sin \theta \Rightarrow \int_0^\pi \sin^3 \theta d\theta = \int_0^\pi \sin \theta d\theta - \int_0^\pi \cos^2 \theta \sin \theta d\theta$$

$$= \left[-\cos \theta + \frac{\cos^3 \theta}{3} \right]_0^\pi = \frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow \vec{M} = \frac{4}{3} \sigma R^4 \omega \pi \vec{e}_z$$

3/ champ magnétique extérieur \vec{B}_{ext} uniforme
l'action mécanique subie par le dipôle se réduit au couple de moment $\vec{\Gamma}(\theta) = \vec{M} \wedge \vec{B}_{\text{ext}}(\theta)$

$$= \frac{4}{3} \pi R^4 \sigma \omega \vec{e}_z \wedge \vec{B}_{\text{ext}}$$