Universit Sultan Moulay Slimane
Facult Polydisciplinaire de Khouribga
Dpartement de Mathmatiques et Informatique

Anne 2022-2023
SMA-SMI (S4)
Analyse numrique

TD n$^\circ$ 2

Exercice 1. *a)* Dterminer la suite des premiers 3 itrs des mthodes de dichotomie dans l'intervalle $[1, 3]$ et de Newton avec $x_0 = 2$ pour l'approximation du zro de la fonction $f(x) = x^2 - 2$.

b) Soit f une application de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ dfinie par $f(x) = exp(x^2) - 4x^2$. On se propose de trouver les racines relles de f.

1. Situer les 4 racines de f (i.e. indiquer 4 intervalles disjoints qui contiennent chacun une et une seule racine).
2. Montrer qu'il y a une racine α comprise entre 0 et 1.

Soit la mthode de point fixe $\begin{cases} x_{k+1} = \phi(x_k), \\ x_0 \in]0, 1[. \end{cases}$ (1)

avec ϕ l'application de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ dfinie par $\phi(x) = \dfrac{\sqrt{exp(x^2)}}{2}$.

1. Examiner la convergence de cette mthode en prcisant l'ordre de convergence.
2. crire la mthode de Newton pour la recherche des zros de la fonction f.
3. Entre la mthode de Newton et la mthode de point fixe (1), quelle est la plus efficace ? Justifier la rponse.

Exercice 2. On considre l'quation

$$f(x) = 1 - 2x + ln(x + 1) = 0 \qquad (1)$$

1. Dterminer le nombre et la position approximative des racines relles de l'quation (1).
2. Dterminer combien vous devrez faire d'itrations pour calculer, l'aides de la mthode de la bissection et avec une prcision de $\varepsilon = 10^{-1}$, une valeur approche de la racine α situe dans l'intervalle $[0, 1]$.
3. Utiliser l'algorithme de bissection pour calculer une valeur approche x_k $\varepsilon = 0.25$ prs de la racine α de (1) situe dans l'intervalle $[0, 1]$.
4. Ecrire la mthode de Newton pour rsoudre (1). Quel est son ordre de convergence.
5. Utiliser l'algorithme de Newton pour calculer une valeur approche x_k $\varepsilon = 0.25$ prs de la racine α de (1) partir du point $x_0 = 0.5$.