Université Sultan Moulay Slimane
Faculté Polydisciplinaire
de Khouribga

Filière SMI S3
Année 2020-2021
Pr. A. Lahrech

Electronique Numérique

Correction de la série n°3

1. Simplifiez au moyen d'un diagramme de Karnaugh les fonctions suivantes :

   (a) $f(A,B,C) = \overline{A}B\overline{C} + AB\overline{C} + \overline{A}BC + ABC$

   (b) $f(A,B,C) = \overline{A}.\overline{B}.\overline{C} + \overline{A}.B.C + ABC + A\overline{B}.\overline{C} + A.\overline{B}.C$

   (c) $f(A,B,C,D) = AB\overline{C} + BCD + B\overline{D}$

   (d) $f(A,B,C) = (A + \overline{B} + \overline{C})(A + \overline{B} + C)$

   (e) $f(A,B,C,D) = (A + B + C)(\overline{A} + B + D)$

<u>Solution :</u>

(a) $f(A,B,C) = \overline{A}B\overline{C} + AB\overline{C} + \overline{A}BC + ABC$

On a $f = 1$ si un des produits qui compose l'équation est égal à 1.

Il suffit donc de passer en revue tous les cas où $f = 1$ et de compléter le tableau.

$$\left\{\begin{array}{lcl} \overline{A}B\overline{C} & = & 1 \text{ si } A=0 \text{ et } B=1 \text{ et } C=0; \quad (010) = m_2 \\ AB\overline{C} & = & 1 \text{ si } A=1 \text{ et } B=1 \text{ et } C=0; \quad (110) = m_6 \\ \overline{A}BC & = & 1 \text{ si } A=0 \text{ et } B=1 \text{ et } C=1; \quad (011) = m_3 \\ ABC & = & 1 \text{ si } A=1 \text{ et } B=1 \text{ et } C=1; \quad (111) = m_7 \end{array}\right.$$

En utilisant les mintermes l'équation f peut s'écrire

$$f(A,B,C) \quad = \quad \sum \mathrm{m}\,(2,6,3,7)$$

		AB			
	f	$\overline{A}.\overline{B}$ 00	$\overline{A}.B$ 01	AB 11	$A.\overline{B}$ 10
C	$\overline{C}$ 0	0	1	1	0
	C 1	0	1	1	0

On obtient finalement :

$$\boxed{f(A,B,C) \quad = \quad B}$$

(b) $f(A,B,C) = \overline{A}.\overline{B}.\overline{C} + \overline{A}.B.C + ABC + A\overline{B}.\overline{C} + A.\overline{B}.C$

$$f(A,B,C) \quad = \quad \sum \mathrm{m}\,(0,3,7,4,5)$$

f	AB: $\overline{A}.\overline{B}$ 00	$\overline{A}.B$ 01	AB 11	$A.\overline{B}$ 10
C: $\overline{C}$ 0	1	0	0	1
C 1	0	1	1	1

On obtient finalement :

$$\boxed{f \quad = \quad BC + A.\overline{B} + \overline{B}.\overline{C}}$$

(c) $f(A,B,C,D) = AB\overline{C} + BCD + B\overline{D}$

$$\begin{aligned}
f(A,B,C,D) \quad &= \quad AB\overline{C} + BCD + B\overline{D} \\
&= \quad AB\overline{C}(D+\overline{D}) + BCD(A+\overline{A}) + B\overline{D}(A+\overline{A})(C+\overline{C}) \\
&= \quad AB\overline{C}D + AB\overline{C}.\overline{D} + ABCD + \overline{A}BCD + \\
&\quad\quad (AB\overline{D} + \overline{A}B\overline{D})(C+\overline{C}) \\
&= \quad AB\overline{C}D + AB\overline{C}.\overline{D} + ABCD + \overline{A}BCD + ABC\overline{D} + \\
&\quad\quad AB\overline{C}.\overline{D} + \overline{A}BC\overline{D} + \overline{A}B\overline{C}.\overline{D}
\end{aligned}$$

En utilisant les mintermes l'équation f peut s'écrire :

$$f(A,B,C,D) \quad = \quad \sum \mathrm{m}\,(13,12,15,7,14,6,4)$$

f \ CD \ AB	00	01	11	10
00	0	1	1	0
01	0	0	1	0
11	0	1	1	0
10	0	1	1	0

On obtient finalement :

$$\boxed{f \quad = \quad BC + AB + B.\overline{D}}$$

(d) $f(A,B,C) = (A+\overline{B}+\overline{C})(A+\overline{B}+C)$

On a $f = 0$ si une des sommes qui compose l'équation est égal à 0.
Il suffit de passer en revue tous les cas où $f = 0$ et de compléter le tableau.

$$\begin{cases} A+\overline{B}+\overline{C} & = \quad 0 \text{ si } A=0 \text{ et } B=1 \text{ et } C=1; \quad (011) = M_3 \\ A+\overline{B}+C & = \quad \text{ si } A=0 \text{ et } B=1 \text{ et } C=0; \quad (010) = M_2 \end{cases}$$

La fonction f est le produit de tous ces maxtermes :

$$f(A,B,C) \quad = \quad \prod \mathrm{M}\,(3,2)$$

On écrit donc la table logique correspondante :

f \ C \ AB	$\overline{A}.\overline{B}$ 00	$\overline{A}.B$ 01	AB 11	$A.\overline{B}$ 10
$\overline{C}$ 0	1	0	1	1
C 1	1	0	1	1

On obtient finalement :

$$\boxed{f \quad = \quad A+\overline{B}}$$

(e) $f(A,B,C,D) = (A+B+C)(\overline{A}+B+D)$

$$\begin{aligned} f(A,B,C,D) &= (A+B+C)(\overline{A}+B+D) \\ &= (A+B+C+D.\overline{D})(\overline{A}+B+D+C\overline{C}) \\ &= (A+B+C+D)(A+B+C+\overline{D})(\overline{A}+B+D+C)\times \\ & \quad\ (\overline{A}+B+D+\overline{C}) \end{aligned}$$

En utilisant les maxtermes l'équation f peut s'écrire :

$$f \;=\; \prod \mathrm{M}\,(0,1,8,10)$$

On écrit donc la table logique correspondante :

f : CD \ AB	00	01	11	10
00	0	1	1	0
01	0	1	1	1
11	1	1	1	1
10	1	1	1	0

On obtient finalement :

$$\boxed{f \;=\; B + AD + \overline{A}C}$$

2. Ecrire l'expression booléenne simplifiée de y pour le circuit logique ci-dessous.

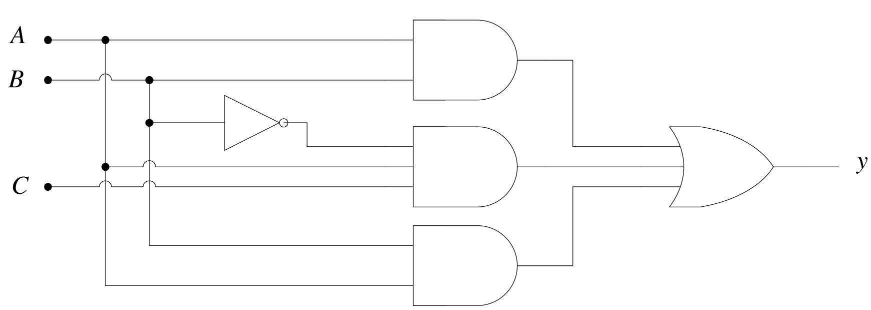


Fig. 1

$$
\begin{aligned}
y &= y_1 + y_2 + y_3 \\
&= AB + A\overline{B}C + AB \\
&= AB + A\overline{B}C \\
&= A(B + \overline{B}C) \\
&= A(B + C) \\
&= AB + AC
\end{aligned}
$$

3. Dessiner un circuit simplifié réalisant l'équation $S = \overline{AB + \overline{A}.\overline{B}} + \overline{A}.B$ en n'utilisant que des portes NAND.

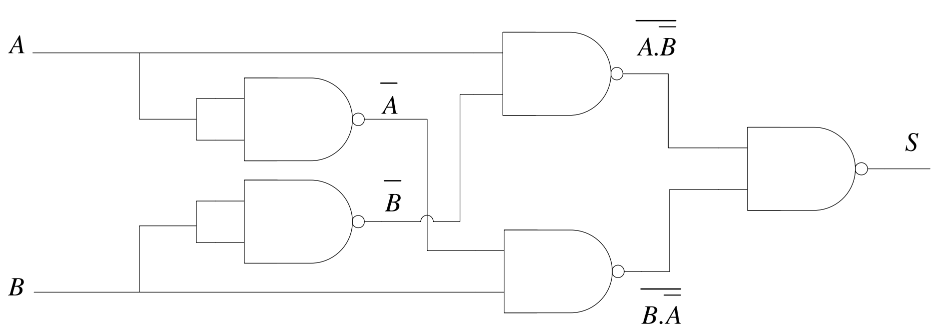
<u>**Solution :**</u>

$$
\begin{aligned}
S &= \overline{AB + \overline{A}.\overline{B}} + \overline{A}.B \\
&= \overline{AB}\ .\ \overline{\overline{A}.\overline{B}} + \overline{A}.B \\
&= (\overline{A} + \overline{B})\ .\ (A + B) + \overline{A}.B \\
&= A\overline{A} + \overline{A}B + A\overline{B} + B\overline{B} + \overline{A}.B \\
&= A\overline{B} + \overline{A}.B
\end{aligned}
$$

Réalisation de la fonction S à l'aide des portes NAND :

On double complémente l'équation logique, puis on applique le théorème de De Morgan

$$
\begin{aligned}
\overline{\overline{S}} &= \overline{\overline{A\overline{B} + \overline{A}.B}} \\
&= \overline{\overline{A\overline{B}}\ .\ \overline{\overline{A}.B}}
\end{aligned}
$$



4. Soit le circuit logique montré sur la figure 2. Ecrire la table de vérité entre les entrée A et B et la sortie S. Quelle est la fonction du circuit ? Compléter les chronogrammes de la figure 3

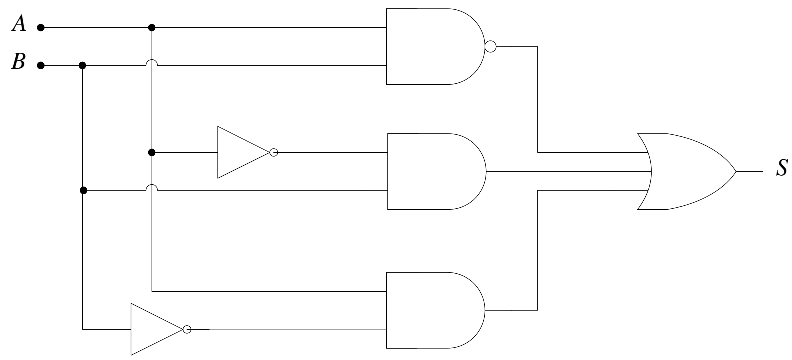


Fig. 2

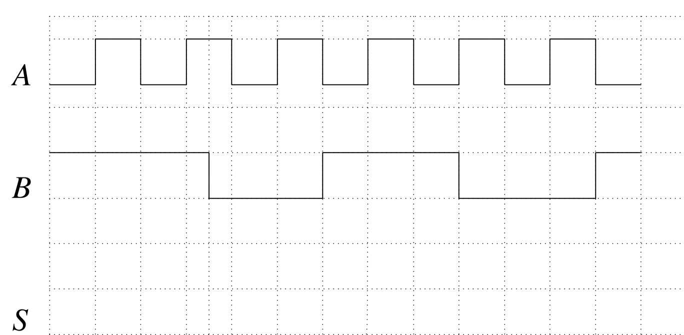


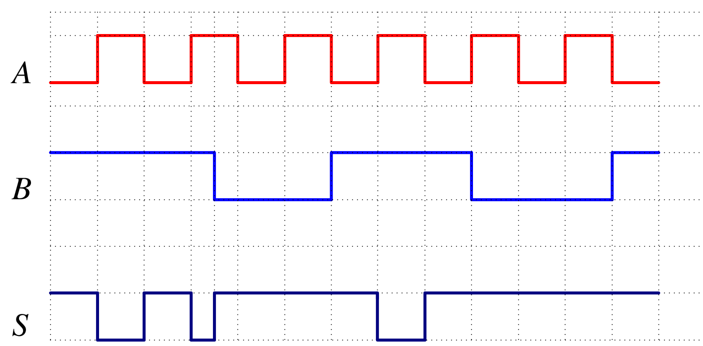
Fig. 3

Solution :

$$\begin{aligned} S &= \overline{A.B} + \overline{A}.B + A.\overline{B} \\ &= \overline{A} + \overline{B} + \overline{A}.B + A.\overline{B} \\ &= \overline{A}(1+B) + \overline{B}(1+A) \\ &= \overline{A} + \overline{B} \\ &= \overline{A.B} \end{aligned}$$

A	B	$S = \overline{A.B}$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

TABLE 1 – Table de vérité de la fonction NAND



5. Réaliser le circuit ayant la table de verité suivante en n'utilisant que des portes NON-OU.

A	B	C	x
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

TABLE 2

Solution :

$$
\begin{aligned}
S &= \overline{A}.\overline{B}.\overline{C} + \overline{A}.B.\overline{C} + \overline{A}.B.C + A.\overline{B}.\overline{C} + A.B.C \\
&= \overline{A}.\overline{C}(\overline{B} + B) + BC(\overline{A} + A) + A.\overline{B}.\overline{C} \\
&= \overline{A}.\overline{C} + BC + A.\overline{B}.\overline{C} \\
&= BC + \overline{C}(\overline{A} + A.\overline{B}) \\
&= BC + \overline{C}(\overline{A} + \overline{B}) \\
&= BC + \overline{A}.\overline{C} + \overline{B}.\overline{C}
\end{aligned}
$$

Réalisation de la fonction S à l'aide des portes NOR :

On double complémente les monômes de l'équation logique, puis on applique le théorème de De Morgan.

$$
\begin{aligned}
S &= \overline{\overline{BC}} + \overline{\overline{\overline{A}.\overline{C}}} + \overline{\overline{\overline{B}.\overline{C}}} \\
&= \overline{\overline{B} + \overline{C}} + \overline{A + C} + \overline{B + C}
\end{aligned}
$$