ИНСТИТУТ ТРАНСПОРТА И СВЯЗИ

ФАКУЛЬТЕТ КОМПЬЮТЕРНЫХ НАУК И ТЕЛЕКОММУНИКАЦИЙ

# Лабораторная работа №3
По дисциплине
«Численные методы и прикладное программирование»

Тема:
«Методы решения нелинейного уравнения»

Работу выполнили:

*Дзенис Ричард*
*Кобелев Денис*
*Якушин Владислав*

Рига
2017 г.

# Содержание

# 1 Формулировка задания

В данной лабораторной работе требуется реализовать два алгоритма решения нелинейного уравнения: метод бисекции и индивидуальный метод.

# 2 Выводы

## Приложение

### Вывод коэффициентов для метода парабол

$$L_2(x) = y_0 l_0(x) + y_1 l_1(x) + y_2 l_2(x) = 0$$

$$\begin{aligned}
&y_0 \cdot \frac{(x-x_1)(x-x_2)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)} \\
&+y_1 \cdot \frac{(x-x_0)(x-x_2)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)} \\
&+y_2 \cdot \frac{(x-x_0)(x-x_1)}{(x_2-x_0)(x_2-x_1)} \\
&= 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&y_0 \cdot \frac{(x-x_1)(x-x_2)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)} \cdot \frac{(x_1-x_0)(x_1-x_2)(x_2-x_0)(x_2-x_1)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)(x_2-x_0)(x_2-x_1)} \\
&+y_1 \cdot \frac{(x-x_0)(x-x_2)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)} \cdot \frac{(x_0-x_1)(x_0-x_2)(x_2-x_0)(x_2-x_1)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)(x_2-x_0)(x_2-x_1)} \\
&+y_2 \cdot \frac{(x-x_0)(x-x_1)}{(x_2-x_0)(x_2-x_1)} \cdot \frac{(x_0-x_1)(x_0-x_2)(x_1-x_0)(x_1-x_2)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)(x_1-x_0)(x_1-x_2)} \\
&= 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&y_0 \cdot (x-x_1)(x-x_2) \cdot (x_1-x_0)(x_1-x_2)(x_2-x_0)(x_2-x_1) \\
&+y_1 \cdot (x-x_0)(x-x_2) \cdot (x_0-x_1)(x_0-x_2)(x_2-x_0)(x_2-x_1) \\
&+y_2 \cdot (x-x_0)(x-x_1) \cdot (x_0-x_1)(x_0-x_2)(x_1-x_0)(x_1-x_2) \\
&= 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&-y_0 \cdot (x-x_1)(x-x_2) \cdot (x_1-x_0)(x_1-x_2)^2(x_2-x_0) \\
&-y_1 \cdot (x-x_0)(x-x_2) \cdot (x_0-x_1)(x_0-x_2)^2(x_2-x_1) \\
&-y_2 \cdot (x-x_0)(x-x_1) \cdot (x_0-x_1)^2(x_0-x_2)(x_1-x_2) \\
&= 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&-y_0 \cdot (x-x_1)(x-x_2) \cdot (x_0-x_1)(x_1-x_2)^2(x_0-x_2) \\
&+y_1 \cdot (x-x_0)(x-x_2) \cdot (x_0-x_1)(x_0-x_2)^2(x_1-x_2) \\
&-y_2 \cdot (x-x_0)(x-x_1) \cdot (x_0-x_1)^2(x_0-x_2)(x_1-x_2) \\
&= 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&(x_0-x_1)(x_1-x_2)(x_0-x_2) \cdot \big( \\
&-y_0 \cdot (x-x_1)(x-x_2) \cdot (x_1-x_2) \\
&+y_1 \cdot (x-x_0)(x-x_2) \cdot (x_0-x_2) \\
&-y_2 \cdot (x-x_0)(x-x_1) \cdot (x_0-x_1) \\
&\big) = 0
\end{aligned}$$

Введём следующие обозначения:

$$\begin{aligned}
m &= (x_0 - x_1) \\
n &= (x_1 - x_2) \\
k &= (x_0 - x_2)
\end{aligned}$$

Тогда:

$$
\begin{aligned}
-y_0 \cdot (x - x_1)(x - x_2) \cdot n \\
+y_1 \cdot (x - x_0)(x - x_2) \cdot k \\
-y_2 \cdot (x - x_0)(x - x_1) \cdot m \\
= 0
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
-y_0 \cdot (x^2 - xx_2 - xx_1 + x_1x_2) \cdot n \\
+y_1 \cdot (x^2 - xx_2 - xx_0 + x_0x_2) \cdot k \\
-y_2 \cdot (x^2 - xx_1 - xx_0 + x_0x_1) \cdot m \\
= 0
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
-y_0 \cdot (x^2 - x(x_2 + x_1) + x_1x_2) \cdot n \\
+y_1 \cdot (x^2 - x(x_2 + x_0) + x_0x_2) \cdot k \\
-y_2 \cdot (x^2 - x(x_1 + x_0) + x_0x_1) \cdot m \\
= 0
\end{aligned}
$$

Введём следующие обозначения:

$$
\begin{array}{ll}
e = x_2 + x_1 & o = x_1x_2 \\
f = x_2 + x_0 & p = x_0x_2 \\
g = x_1 + x_0 & q = x_0x_1
\end{array}
$$

Тогда:

$$
\begin{aligned}
-y_0 \cdot (x^2 - xe + o) \cdot n \\
+y_1 \cdot (x^2 - xf + p) \cdot k \\
-y_2 \cdot (x^2 - xg + q) \cdot m \\
= 0
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
(-y_0n + y_1k - y_2m)x^2 \\
-(-y_0ne + y_1kf - y_2mg)x \\
+(-y_0no + y_1kp - y_2mq) \\
= 0
\end{aligned}
$$

Введём следующие обозначения:

$$
\begin{aligned}
u &= y_0n \\
v &= y_1k \\
w &= y_2m
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
a &= -u + v - w \\
b &= -ue + vf - wg \\
c &= -uo + vp - wq
\end{aligned}
$$

Далее решается квадратное уравнение, при условии $a \neq 0$.

$$ax^2 - bx + c = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

В случае $a = 0$, уравнение – линейное, и принимает вид:

$$
\begin{aligned}
-bx + c = 0 \\
x = \frac{c}{b}
\end{aligned}
$$

## Вывод коэффициентов для метода парабол (версия 2)

$$L_2(x) = y_0 l_0(x) + y_1 l_1(x) + y_2 l_2(x) = 0$$

$$\begin{aligned} y_0 \cdot \frac{(x-x_1)(x-x_2)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)} \\ +y_1 \cdot \frac{(x-x_0)(x-x_2)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)} \\ +y_2 \cdot \frac{(x-x_0)(x-x_1)}{(x_2-x_0)(x_2-x_1)} \\ = 0 \end{aligned}$$

Каждую из дробей с коэффициентом $y_i$ можно представить как квадратное уравнение:

$$y_0 \cdot \frac{(x-x_1)(x-x_2)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)} = y_0 \cdot \frac{x^2 - x(x_1+x_2) + x_1 x_2}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)} = a_0 x^2 + b_0 x + c_0, \text{где} \begin{cases} a_0 = \dfrac{y_0}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)} \\ \\ b_0 = \dfrac{y_0(x_1+x_2)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)} \\ \\ c_0 = \dfrac{y_0 x_1 x_2}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)} \end{cases}$$

Аналогично можно проделать для дробей при коэффициентах $y_1$ и $y_2$. Тогда исходное уравнение с тремя дробями можно представить в виде следующего квадратного уравнения:

$$Ax^2 + Bx + C = 0$$

где:

$$\begin{aligned} A &= a_0 + a_1 + a_2 \\ B &= b_0 + b_1 + b_2 \\ C &= c_0 + c_1 + c_2 \end{aligned}$$