



ФАКУЛЬТЕТ КОМПЬЮТЕРНЫХ НАУК И ТЕЛЕКОММУНИКАЦИЙ

Лабораторная работа №3
По дисциплине
«Численные методы и прикладное программирование»

Тема:
«Методы решения нелинейного уравнения»

Работу выполнили:

*Дзенис Ричард
Кобелев Денис
Якушин Владислав*

Рига
2017 г.

Содержание

1	Формулировка задания	2
2	Выводы	2

1 Формулировка задания

В данной лабораторной работе требуется реализовать два алгоритма решения нелинейного уравнения: метод бисекции и индивидуальный метод. Предусмотрено два способа реализации алгоритмов: с использованием скользящего окна или же с локально заданным интервалом. В зависимости от выбора реализации, будут меняться входные параметры метода. Во всех обоих случаях в качестве входного параметра требуется установить ввод точности решения (эпсилон). В таблице ниже представлены необходимые параметры для запуска алгоритмов:

Использование скользящего окна	Установка локальной области поиска
– Начальная точка всей области поиска	– Начальная точка локального окна
– Конечная точка всей области поиска	– Конечная точка локального окна
– Ширина скользящего окна	

Так же, для некоторых задач будет необходимо предусмотреть смещение функции по оси Y , поэтому для создания более универсальной реализации, требуется ввести и этот параметр.

2 Выводы

Приложение

Вывод коэффициентов для метода парабол

$$L_2(x) = y_0 l_0(x) + y_1 l_1(x) + y_2 l_2(x) = 0$$

$$\begin{aligned} & y_0 \cdot \frac{(x - x_1)(x - x_2)}{(x_0 - x_1)(x_0 - x_2)} \\ & + y_1 \cdot \frac{(x - x_0)(x - x_2)}{(x_1 - x_0)(x_1 - x_2)} \\ & + y_2 \cdot \frac{(x - x_0)(x - x_1)}{(x_2 - x_0)(x_2 - x_1)} \\ & = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & y_0 \cdot \frac{(x - x_1)(x - x_2)}{(x_0 - x_1)(x_0 - x_2)} \cdot \frac{(x_1 - x_0)(x_1 - x_2)(x_2 - x_0)(x_2 - x_1)}{(x_1 - x_0)(x_1 - x_2)(x_2 - x_0)(x_2 - x_1)} \\ & + y_1 \cdot \frac{(x - x_0)(x - x_2)}{(x_1 - x_0)(x_1 - x_2)} \cdot \frac{(x_0 - x_1)(x_0 - x_2)(x_2 - x_0)(x_2 - x_1)}{(x_0 - x_1)(x_0 - x_2)(x_2 - x_0)(x_2 - x_1)} \\ & + y_2 \cdot \frac{(x - x_0)(x - x_1)}{(x_2 - x_0)(x_2 - x_1)} \cdot \frac{(x_0 - x_1)(x_0 - x_2)(x_1 - x_0)(x_1 - x_2)}{(x_0 - x_1)(x_0 - x_2)(x_1 - x_0)(x_1 - x_2)} \\ & = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & y_0 \cdot (x - x_1)(x - x_2) \cdot (x_1 - x_0)(x_1 - x_2)(x_2 - x_0)(x_2 - x_1) \\ & + y_1 \cdot (x - x_0)(x - x_2) \cdot (x_0 - x_1)(x_0 - x_2)(x_2 - x_0)(x_2 - x_1) \\ & + y_2 \cdot (x - x_0)(x - x_1) \cdot (x_0 - x_1)(x_0 - x_2)(x_1 - x_0)(x_1 - x_2) \\ & = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & -y_0 \cdot (x - x_1)(x - x_2) \cdot (x_1 - x_0)(x_1 - x_2)^2(x_2 - x_0) \\ & -y_1 \cdot (x - x_0)(x - x_2) \cdot (x_0 - x_1)(x_0 - x_2)^2(x_2 - x_1) \\ & -y_2 \cdot (x - x_0)(x - x_1) \cdot (x_0 - x_1)^2(x_0 - x_2)(x_1 - x_2) \\ & = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & -y_0 \cdot (x - x_1)(x - x_2) \cdot (x_0 - x_1)(x_1 - x_2)^2(x_0 - x_2) \\ & + y_1 \cdot (x - x_0)(x - x_2) \cdot (x_0 - x_1)(x_0 - x_2)^2(x_1 - x_2) \\ & -y_2 \cdot (x - x_0)(x - x_1) \cdot (x_0 - x_1)^2(x_0 - x_2)(x_1 - x_2) \\ & = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (x_0 - x_1)(x_1 - x_2)(x_0 - x_2) \cdot (\\ & -y_0 \cdot (x - x_1)(x - x_2) \cdot (x_1 - x_2) \\ & + y_1 \cdot (x - x_0)(x - x_2) \cdot (x_0 - x_2) \\ & -y_2 \cdot (x - x_0)(x - x_1) \cdot (x_0 - x_1) \\ &) = 0 \end{aligned}$$

Введём следующие обозначения:

$$\begin{aligned} m &= (x_0 - x_1) \\ n &= (x_1 - x_2) \\ k &= (x_0 - x_2) \end{aligned}$$

Тогда:

$$\begin{aligned} & -y_0 \cdot (x - x_1)(x - x_2) \cdot n \\ & + y_1 \cdot (x - x_0)(x - x_2) \cdot k \\ & - y_2 \cdot (x - x_0)(x - x_1) \cdot m \\ & = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & -y_0 \cdot (x^2 - xx_2 - xx_1 + x_1x_2) \cdot n \\ & + y_1 \cdot (x^2 - xx_2 - xx_0 + x_0x_2) \cdot k \\ & - y_2 \cdot (x^2 - xx_1 - xx_0 + x_0x_1) \cdot m \\ & = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & -y_0 \cdot (x^2 - x(x_2 + x_1) + x_1x_2) \cdot n \\ & + y_1 \cdot (x^2 - x(x_2 + x_0) + x_0x_2) \cdot k \\ & - y_2 \cdot (x^2 - x(x_1 + x_0) + x_0x_1) \cdot m \\ & = 0 \end{aligned}$$

Введём следующие обозначения:

$$\begin{aligned} e &= x_2 + x_1 & o &= x_1x_2 \\ f &= x_2 + x_0 & p &= x_0x_2 \\ g &= x_1 + x_0 & q &= x_0x_1 \end{aligned}$$

Тогда:

$$\begin{aligned} & -y_0 \cdot (x^2 - xe + o) \cdot n \\ & + y_1 \cdot (x^2 - xf + p) \cdot k \\ & - y_2 \cdot (x^2 - xg + q) \cdot m \\ & = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (-y_0n + y_1k - y_2m)x^2 \\ & - (-y_0ne + y_1kf - y_2mg)x \\ & + (-y_0no + y_1kp - y_2mq) \\ & = 0 \end{aligned}$$

Введём следующие обозначения:

$$u = y_0n$$

$$v = y_1k$$

$$w = y_2m$$

$$a = -u + v - w$$

$$b = -ue + vf - wg$$

$$c = -uo + vp - wq$$

Далее решается квадратное уравнение, при условии $a \neq 0$.

$$ax^2 - bx + c = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

В случае $a = 0$, уравнение – линейное, и принимает вид:

$$-bx + c = 0$$

$$x = \frac{c}{b}$$

Вывод коэффициентов для метода парабол (версия 2)

$$L_2(x) = y_0 l_0(x) + y_1 l_1(x) + y_2 l_2(x) = 0$$

$$\begin{aligned} & y_0 \cdot \frac{(x - x_1)(x - x_2)}{(x_0 - x_1)(x_0 - x_2)} \\ & + y_1 \cdot \frac{(x - x_0)(x - x_2)}{(x_1 - x_0)(x_1 - x_2)} \\ & + y_2 \cdot \frac{(x - x_0)(x - x_1)}{(x_2 - x_0)(x_2 - x_1)} \\ & = 0 \end{aligned}$$

Каждую из дробей с коэффициентом y_i можно представить как квадратное уравнение:

$$y_0 \cdot \frac{(x - x_1)(x - x_2)}{(x_0 - x_1)(x_0 - x_2)} = y_0 \cdot \frac{x^2 - x(x_1 + x_2) + x_1 x_2}{(x_0 - x_1)(x_0 - x_2)} = a_0 x^2 + b_0 x + c_0, \text{ где } \begin{cases} a_0 = \frac{y_0}{(x_0 - x_1)(x_0 - x_2)} \\ b_0 = \frac{y_0(x_1 + x_2)}{(x_0 - x_1)(x_0 - x_2)} \\ c_0 = \frac{y_0 x_1 x_2}{(x_0 - x_1)(x_0 - x_2)} \end{cases}$$

Аналогично можно проделать для дробей при коэффициентах y_1 и y_2 . Тогда исходное уравнение с тремя дробями можно представить в виде следующего квадратного уравнения:

$$Ax^2 + Bx + C = 0$$

где:

$$\begin{aligned} A &= a_0 + a_1 + a_2 \\ B &= b_0 + b_1 + b_2 \\ C &= c_0 + c_1 + c_2 \end{aligned}$$