# PROGRAMOWANIE LINIOWE - SZKIC ROZWIĄZANIA ZADAŃ

```r
# Określenie parametrów zadania prymalnego
A <- matrix(c(3, 3, 1, 2, 4, 5), ncol = 2)
b <- matrix(c(7, 8, 8))
c <- c(3, 5)
```

$$\max_{(x_1,x_2)\in D} Z = 3x_1 + 5x_2$$

pod warunkiem

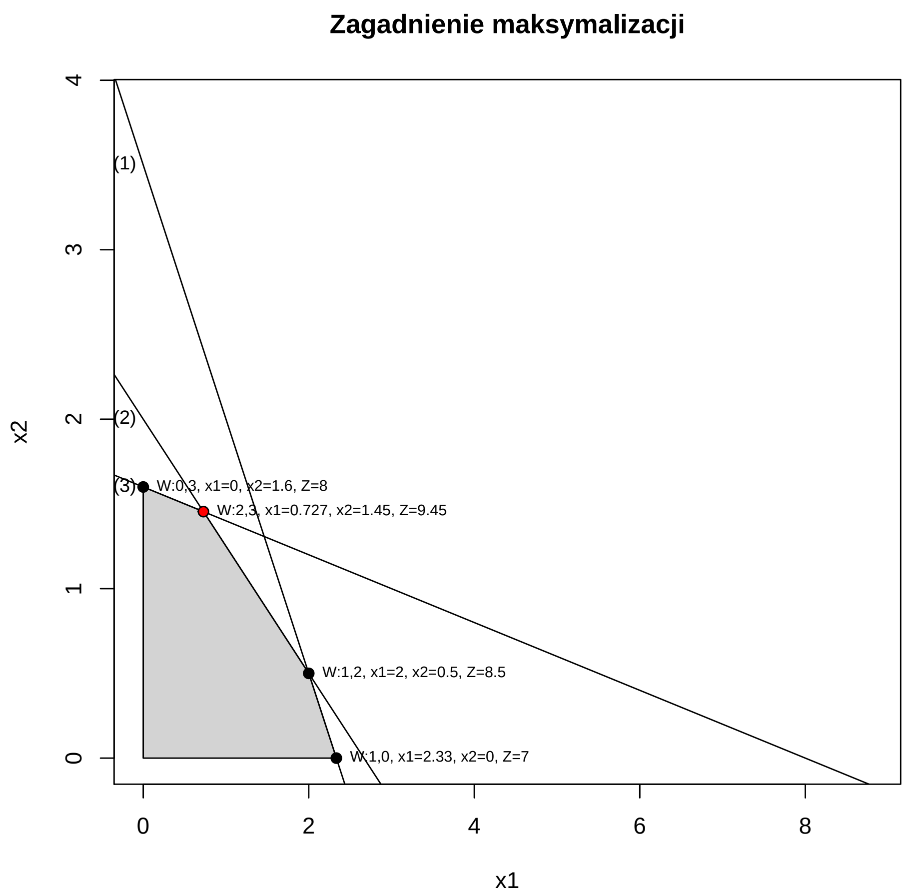
$$\begin{aligned} D = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : & \\ 3x_1 + 2x_2 &\leqslant 7 \\ 3x_1 + 4x_2 &\leqslant 8 \\ 1x_1 + 5x_2 &\leqslant 8 \\ x_1 \geqslant 0, x_2 \geqslant 0 & \quad \} \end{aligned}$$

## Rozwiązanie metodą geometryczną

```r
# Górna granica liczby iteracji
n <- dim(A)[2]
m <- dim(A)[1]
it <- choose(n + m, n)
```

Górna granica liczby iteracji wynosi 10.

```r
# Metoda geometryczna - rozwiązanie zadania prymalnego
optg <- maxgeom(A, b, c)
```




Rozwiązanie optymalne zadania prymalnego (maksymalizacji) przedstawia się następująco:

```
    x1     x2      Z
0.7273 1.4545 9.4545
```

Zadanie dualne - minimalizacja:

$$\min_{(y_1,y_2,y_3)\in D'} K = 7y_1 + 8y_2 + 8y_3$$

pod warunkiem

$$
\begin{aligned}
D' = \{(y_1, y_2, y_3) \in \mathbf{R}^3 : & \\
3y_1 + 3y_2 + 1y_3 & \geqslant 3 \\
2y_1 + 4y_2 + 5y_3 & \geqslant 5 \\
y_1 \geqslant 0, y_2 \geqslant 0, y_3 \geqslant 0 & \quad \}
\end{aligned}
$$

Wykorzystanie optymalnego rozwiązania zadania prymalnego metodą geometryczną oraz twierdzeń o dualności w celu rozwiązania zadania dualnego:

Funkcyjne warunki ograniczające 2 i 3 dla optymalnego rozwiązania przybierają postać równań, natomiast dla tegoż rozwiązania warunek 1 przyjmuje formę ostrej nierówności. Tak więc w oparciu o twierdzenia o dualności mamy: Dla zadania dualnego $y_1 = 0$, $y_2 > 0$ $y_3 > 0$.

Ponadto jako, że obie zmienne decyzjne dla optymalnego rozwiązania zadania prymalnego przyjmują wartości dodatnie $x_1^* = 0.7273, x_2^* = 1.4545$, na podstawie twierdzeń można stwierdzić, że w zadaniu dualnym dla rozwiązania optymalnego oba funkcyjne warunki ograniczające przybierają postać równości.

```r
# Zadanie dualne - rozwiązanie z wykorzystaniem twierdzeń o dualności
# rozwiązanie optymalne zadania dualnego
dual <- rbind(0, solve(t(A)[, -1], matrix(c)))
optmin <- t(b) %*% dual
rozwdual <- c(dual, optmin)
names(rozwdual) <- c("y1", "y2", "y3", "K")
```

Zgodnie z powyższymi ustaleniami wartości zmiennych dualnej dla rozwiązania optymalnego są następujące: $y_1^*$ wynosi 0, a wartości zmiennych $y_2^*$, $y_3^*$ otrzymujemy jako rozwiązanie układu równań:

$$
\begin{aligned}
3y_2 + 1y_3 &= 3 \\
4y_2 + 5y_3 &= 5
\end{aligned}
$$

Optymalne rozwiązanie dualne dane jest następująco:

```
    y1     y2     y3      K
0.0000 0.9091 0.2727 9.4545
```

Rozwiązaniem zadania dualnego $y_1^* = 0, y_2^* = 0.9091, y_3^* = 0.2727$ są ceny dualne surowców.

Interpretacja cen dualnych: ...

Jak widać wartości funkcji celu dla rozwiązań optymalnych są równe dla zadania prymalnego i zadania dualnego: $Z^* = K^* = 9.4545$

**Rozwiązanie metodą simpleks**

```
# Metoda simpleks - rozwiązanie zadania prymalnego

library(lpSolve)

choose(m + n, m)

[1] 10


zn <- rep("<=", 3)
optsim <- lp("max", c, A, zn, t(b), compute.sens = 1)
optsim$solution

[1] 0.7273 1.4545

optsim$objval

[1] 9.455

optsimdual <- optsim$duals
# zerowy wiersz tablicy simpleks dla rozwiązania #optymalnego
names(optsimdual) <- c("s1", "s2", "s3", "x1", "x2")
optsimdual

    s1     s2     s3     x1     x2
0.0000 0.9091 0.2727 0.0000 0.0000
```

Zerowy wiersz w tablicy simpleks dla rozwiązania optymalnego zadania prymalnego, zawiera w komórkach odpowiadających zmiennym swobodnym tzn. $s_1^*, s_2^*, s_3^*$ rozwiązanie zadania dualnego:$s_1^* = y_1^* = 0, s_2^* = y_2^* =$

$0.9091, s_3^* = y_3^* = 0.2727$, które określa ceny dualne poszczególnych surowców.

Funkcja *lp* z pakietu *lpSolve* umożliwiająca rozwiązania zadania PL metodą simpleks zwraca następujące elementy:

```
names(optsim)

 [1] "direction"        "x.count"          "objective"
 [4] "const.count"      "constraints"      "int.count"
 [7] "int.vec"          "bin.count"        "binary.vec"
[10] "num.bin.solns"    "objval"           "solution"
[13] "presolve"         "compute.sens"     "sens.coef.from"
[16] "sens.coef.to"     "duals"            "duals.from"
[19] "duals.to"         "scale"            "use.dense"
[22] "dense.col"        "dense.val"        "dense.const.nrow"
[25] "dense.ctr"        "use.rw"           "tmp"
[28] "status"
```

Rozważmy zwracane elementy pod kątem uzyskania wyników analizy wrażliwości - analizy przedziałowej.