~~01- LÓGICA PROPOSICIONAL~~

MATEMÁTICAS DE LA COMPUTACIÓN

01- LÓGICA PROPOSICIONAL

- Proposición: Enunciado declarativo al que se le puede asignar un valor de verdad (cierto/falso)

* Variable proposicional: Símbolo matemático que representa una proposición

P: Está lloviendo
q: Me estoy mojando
r: Traje mi paraguas

$(p \land \neg r) \rightarrow q$

- Operadores lógicos: Conectores que permiten unir proposiciones

Y, además, También, pero	conjunción	$\land$
o	disyunción	$\lor$
Es mentira que.., No es cierto que.., NO...	Negación	$\neg$ $\sim$
Si... entonces, por lo tanto	condicional	$\rightarrow$ $\Rightarrow$ $\therefore$
Si y sólo si	bi condicional	$\leftrightarrow$ $\Leftrightarrow$

b: Bowser se roba a la princesa
c: La princesa está atrapada
d: Mario pasa los niveles
e: Mario pelea con Bowser
f: Mario rescata a la princesa
g: Mario le gana a bowser

1: $(c \vee \neg c)$
2: $\neg c \rightarrow b$
3: $b \rightarrow (d \wedge e)$
4: $e \rightarrow (g \vee \neg g)$
5: g
6: $g \rightarrow f$

a: Luffy conoce a shanks
b: Shanks es un pirata
c: Luffy quiere ser un pirata
d: shanks roba la hito hito no mi
e: Shanks lleva la hito hito no mi con luffy
f: Luffy come la hito hito no mi
g: Llegan los ladrones
h: Los ladrones se burlan de shanks
i: Luffy va a defender a shanks
j: Shanks salva a Luffy
k: Shanks pierde su brazo
L: ~~Luffy~~ Shanks le da su sombrero a Luffy
m: Luffy decide ser rey de los piratas

1) $b \leftrightarrow a$
2) $a \leftrightarrow (c \vee \neg c)$ c
3) $c \leftrightarrow (d \vee \neg d)$ d
4) $d \rightarrow (e \vee \neg e)$ e
5) $e \leftrightarrow (f \vee \neg f)$ f
6) $f \leftrightarrow (g \vee \neg g)$ g
7) $g \rightarrow (h \vee \neg h)$ h
8) $h \leftrightarrow i$
9) $i \leftrightarrow (j \vee \neg j)$ j
10) $j \leftrightarrow k$
11) $(c \wedge f) \leftrightarrow L$
12) $(L \wedge k) \leftrightarrow M$

[illegible]

[illegible]

[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

Condicionales

p = Está lloviendo
q: Está nublado

$p \to q$: Está lloviendo, entonces está nublado

p	q	$p \to q$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

Bi-condicional

p = Estudio
q = paso el examen

$p \leftrightarrow q$: Si solamente estudio, paso el examen

p	q	$p \leftrightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	T

Precedencia

+ ① $\neg$ negación
② $\wedge$ conjunción
$\vee$ disyunción
– ③ $\rightarrow$ condicional
$\leftrightarrow$ bi-condicional

Negación
p: los círculos tienen infinitos lados
$\neg p$: No es cierto que los círculos tienen infinitos lados

p $\xrightarrow{T}$ F
p $\xrightarrow{F}$ T

p	$\neg p$
T	F
F	T

Tabla de verdad

Disyunción:
p: Quiero estudiar
q: Quiero descansar

$p \vee q$: quiero estudiar o quiero descansar

p $\xrightarrow{T}$ q $\xrightarrow{T}$ T
q $\xrightarrow{F}$ T
p $\xrightarrow{F}$ q $\xrightarrow{T}$ T
q $\xrightarrow{F}$ F

p	q	$p \vee q$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

Conjunción:
p: Tengo 20 años
q: Me gusta jugar con legos

$p \wedge q$: Tengo 20 años y me gusta jugar con legos

p	q	$p \wedge q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

① Ley de DeMorgan

$\boxed{\neg a \land \neg b \equiv \neg(a \lor b)}$

a	b	$\neg a$	$\neg b$	$\neg a \land \neg b$	$\neg(a \lor b)$
T	T	F	F	F	F
T	F	F	T	F	F
F	T	T	F	F	F
F	F	T	T	T	T

① Ley de Demorgan

$\boxed{\neg a \lor \neg b \equiv \neg(a \land b)}$

Contradicción = Proposición que no es verdadera nunca.

$(\neg a \land \neg b) \land a$

a	b	$\neg a$	$\neg b$	$\neg a \lor \neg b$	$(\neg a \land \neg b) \land a$
T	T	F	F	F	F
T	F	F	T	F	F
F	T	T	F	F	F
F	F	T	T	T	F

② Negación

$\boxed{P \land \neg P \equiv F}$

Dominación

③ $\boxed{P \land F \equiv F}$

Tautología = Proposición que siempre es verdadera

Negación

$\boxed{P \lor \neg P \equiv T}$

$\boxed{P \lor T \equiv T}$

Dominación

(2) r = la respuesta automática se puede mandar
a = el sistema de archivos está lleno

$a \leftrightarrow \neg r$

r	a	$\neg r$	$a \leftrightarrow \neg r$
0	0	1	F
0	1	1	T
1	0	0	T
1	1	0	F

Ley de Demorgan

$\neg a \vee \neg b \equiv \neg(a \wedge b)$

$\neg a \wedge \neg b \equiv \neg(a \vee b)$

Negación

$p \wedge \neg p \equiv F$ $\qquad$ $p \vee \neg p \equiv T$

Dominación

$p \wedge F \equiv F$

$p \vee T \equiv T$

Tarea 2:

① No te puedes subir a la montaña rusa si mides menos de 1.40 a menos que seas mayor de 16

② La respuesta automática no se puede mandar cuando el sistema de archivos está lleno

①
s = Te puedes subir a la mr
m = mides menos de 1.40
e = eres mayor de 16

$(\neg m \vee e) \leftrightarrow s$

s	m	e	$\neg m$	$\neg m \vee e$	$(\neg m \vee e) \leftrightarrow s$
0	0	0	1	0	T
0	0	1	1	1	F
0	1	0	0	0	T
0	1	1	0	0	T
1	0	0	1	0	F
1	0	1	1	1	T
1	1	0	0	0	F
1	1	1	0	0	F

Ley de Domorgan

$\neg a \vee \neg b \equiv \neg(a \wedge b)$

$\neg a \wedge \neg b \equiv \neg(a \vee b)$

Negación

$p \wedge \neg p \equiv F$ $\quad$ $p \vee \neg p \equiv T$

Dominación

$p \wedge F \equiv F$ $\quad$ $p \vee T \equiv T$

Doble Negación

$\neg\neg p \equiv p$

Commutación

$p \vee q \equiv q \vee p$

$p \wedge q \equiv q \wedge p$

Asociación

$(p \vee q) \vee r \equiv (q \vee r) \vee p$

$(p \wedge q) \wedge r \equiv (q \wedge r) \wedge p$

(11) Implicación material

$\boxed{p \to q \equiv \neg p \vee q}$

(12) Transposición

$\boxed{p \to q \equiv \neg q \to \neg p}$

(13) Equivalencia material

$p \leftrightarrow q \equiv (p \to q) \wedge (q \to p)$

$(p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$

Ley de Demorgan

~~a v b~~ $\neg a \vee \neg b \equiv \neg(a \wedge b)$

$\neg a \wedge \neg b \equiv \neg(a \vee b)$

Negación

$p \wedge \neg p \equiv F$ $\quad p \vee \neg p \equiv T$

Dominación

$p \wedge F \equiv F$ $\quad p \vee T \equiv T$

4) Doble Negación

$$\boxed{\neg\neg p \equiv p}$$

5) Conmutación

$$\boxed{\begin{aligned} p \vee q &\equiv q \vee p \\ p \wedge q &\equiv q \wedge p \end{aligned}}$$

6) Asociación

$$\boxed{\begin{aligned} (p \vee q) \vee r &\equiv p \vee (q \vee r) \\ (p \wedge q) \wedge r &\equiv p \wedge (q \wedge r) \end{aligned}}$$

7) Distribución

$$\boxed{p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)}$$

$$\boxed{p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)}$$

8) Absorción

$$\boxed{\begin{aligned} p \wedge (p \vee q) &\equiv p \\ p \vee (p \wedge q) &\equiv p \end{aligned}}$$

9) Identidad

$$\boxed{p \vee F \equiv p \qquad p \wedge T \equiv p}$$

10) Idempotencia

$$\boxed{\begin{aligned} p \wedge p &\equiv p \\ p \vee p &\equiv p \end{aligned}}$$

1. Ley de Demorgan

$\neg a \vee \neg b \equiv \neg(a \wedge b)$

$\neg a \wedge \neg b \equiv \neg(a \vee b)$

2. Negación

$p \wedge \neg p \equiv F \qquad p \vee \neg p \equiv T$

3. Dominación

$p \wedge F \equiv F \qquad p \vee T \equiv T$

4. Doble negación

$\neg\neg p \equiv p$

5. Conmutación

$p \vee q \equiv q \vee p$

$p \wedge q \equiv q \wedge p$

6. Asociación

$(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$

$(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$

7. Distribución

$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$

$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

8. Absorción

$p \vee (p \wedge q) \equiv p$

$p \wedge (p \vee q) \equiv p$

9. Identidad

$p \vee F \equiv p \qquad p \wedge T \equiv p$

10. Idempotencia

$p \vee p \equiv p$

$p \wedge p \equiv p$

11. Implicación material

$p \to q \equiv \neg p \vee q$

12. Transposición $p \to q \equiv$ ~~[illegible]~~ $\neg q \to \neg p$

(1) Ley de Demorgan

$\neg a \lor \neg b \equiv \neg(a \land b)$
$\neg a \land \neg b \equiv \neg(a \lor b)$

(2) Negación

$p \land \neg p \equiv F$ $p \lor \neg p \equiv T$

(3) Dominación

$p \land F \equiv F$ $p \lor T \equiv T$

(4) Doble negación

$\neg\neg p \equiv p$

(5) Conmutación

$p \lor q \equiv q \lor p$
$p \land q \equiv q \land p$

(6) Asociación

$(p \lor q) \lor r \equiv p \lor (q \lor r)$
$(p \land q) \land r \equiv p \land (q \land r)$

(7) Distribución

$p \lor (q \land r) \equiv (p \lor q) \land (p \lor r)$
$p \land (q \lor r) \equiv (p \land q) \lor (p \land r)$

(8) Absorción

$p \lor (p \land q) \equiv p$
$p \land (p \lor q) \equiv p$

(9) $p \lor F \equiv p$ $p \land T \equiv p$

1) Ley de Demorgan

$\neg a \vee \neg b \equiv \neg(a \wedge b)$

$\neg a \wedge \neg b \equiv \neg(a \vee b)$

2) Negación

$p \wedge \neg p \equiv F \qquad p \vee \neg p \equiv T$

3) Dominación

$p \wedge F \equiv F \qquad p \vee T \equiv T$

4) Doble Negación

$\neg\neg p \equiv p$

5) Conmutación

$p \vee q \equiv q \vee p$

$p \wedge q \equiv q \wedge p$

6) ~~Distribución~~ Asociación

$(p \vee q) \vee r \equiv (q \vee r) \vee p$

$(p \wedge q) \wedge r \equiv (q \wedge r) \wedge p$

7 Distribución

$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$

$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

01.- Verificación de equivalencias

① $(p \vee r) \vee \neg p$
② $(r \vee p) \vee \neg p$
③ $r \vee (p \vee \neg p)$ conmutación (1)
④ $r \vee T$ Asociación (2)
⑤ T Negación (3)
Dominación (4)
$\therefore$ Es una Tautología

Verificar que ① $(p \wedge q) \to (p \vee q) \equiv T$
② $\neg(p \wedge q) \vee (p \vee q)$ IM (1)
③ $\neg p \vee \neg q \vee (p \vee q)$ DM (2)
④ $(\neg p \vee p) \vee (\neg q \vee q)$ COM (3) y ASC (3)
⑤ $T \vee T$ Negación (4)
⑥ $T \equiv T$ Dominación (5)

verificar que
① $\neg(p \to q) \equiv \neg q \wedge p$
② $\neg q \wedge p \equiv \neg(p \to q)$ com (1)
③ $p \to q \equiv \neg(p \to q)$ IM (2)
④ $p \to q \equiv \neg(\neg p \vee q)$ IM (3)
⑤ $p \to q \equiv p \wedge \neg q$ DM (4)
⑥ $p \to q \equiv$

① $\neg(p \to q) \equiv \neg q \wedge p$
② $\neg(\neg p \vee q) \equiv \neg p \wedge q$ (IM (1)
③ $\neg\neg p \wedge \neg q \equiv \neg p \wedge q$ DM(2)
④ $p \wedge \neg q$ DN (3)
⑤ $\neg q \wedge p$ COM(4)

① Ley de Demorgan

$\neg a \vee \neg b \equiv \neg(a \wedge b)$ $\quad$ $\neg a \wedge \neg b \equiv \neg(a \vee b)$

② Negación

$p \wedge \neg p \equiv F$ $\quad$ $p \vee \neg p \equiv T$

③ Dominación

$p \wedge F \equiv F$ $\quad$ $p \vee T \equiv T$

④ Doble negación

$\neg\neg p \equiv p$

⑤ Conmutación

$p \vee q \equiv q \vee p$ $\quad$ $p \wedge q \equiv q \wedge p$

⑥ Asociación

$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r$

$p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r$

⑦ Distribución

$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$

$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

⑧ Absorción

$p \vee (p \wedge q) \equiv p$ $\quad$ $p \wedge (p \vee q) \equiv p$

⑨ ~~Identidad~~ Identidadad

$p \wedge T \equiv p$ $\quad$ $p \vee F \equiv F$

⑩ Idempotencia

$p \vee p \equiv p$ $\quad$ $p \wedge p \equiv p$

⑪ Implicación material

$p \to q \equiv \neg p \vee q$

⑫ Transposición

$p \to q \equiv \neg q \to \neg p$

⑬ Equivalencia material

$p \leftrightarrow q \equiv (p \to q) \wedge (q \to$

$(p \wedge q) \vee (\neg p$

⑫ Trasposición
$p \to q \equiv \neg q \to \neg p$

⑪ Implicación material
$p \to q \equiv \neg p \vee q$

⑩ Idempotencia
$p \vee p \equiv p$
$p \wedge p \equiv p$

⑨ Identidad
$p \vee F \equiv p$ $\quad p \wedge T \equiv p$

⑧ Absorción
$p \vee (p \wedge q) \equiv p$
$p \wedge (p \vee q) \equiv p$

⑦ Distribución
$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

⑥ Asociación
$(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$
$(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$

⑤ Comutación
$p \vee q \equiv q \vee p$
$p \wedge q \equiv q \wedge p$

④ Doble Negación
$\neg\neg p \equiv p$

③ Dominación
$p \wedge F \equiv F$ $\quad p \vee T \equiv T$

② Negación
$p \wedge \neg p \equiv F$ $\quad p \vee \neg p \equiv T$

5. $((\neg p \land \neg q) \lor p) \land ((p \land q) \lor \neg p)$ DS(4)

6. $(p \lor (\neg p \land \neg q)) \land ((p \land q) \lor \neg p)$ com(5)

7. $((p \lor \neg p) \land q) \land ((p \land q) \lor \neg p)$ asc(6)

8. $(T \land q) \land ((p \land q) \lor \neg p)$ neg(7)

9. $(p \land q) \lor \neg p$ Id(8)

10. $(p \lor \neg p) \land (q \lor \neg p)$ (9)

11. $q \lor \neg p$ Id(10)

12. $\neg p \lor q$ com(11)

13. $p \rightarrow q$ IM(12)

(1) Verificar que $(p \wedge q) \leftrightarrow p \equiv p \to q$

(2) $((p \wedge q) \wedge (p)) \vee (\neg(p \wedge q) \wedge \neg(p))$ Em(1)

(3) $(p \wedge (p \wedge q)) \vee (\neg(p \wedge q) \wedge \neg p)$ Com(2)

(4) $p \wedge ((p \wedge q) \vee \neg(p \wedge q)) \wedge \neg(p)$ Asc(3)

(5) $p \wedge T \wedge \neg p$ Neg(4)

(6) $p \wedge \neg p \wedge T$ Com(5)

(7) $(p \wedge \neg p) \wedge T$ Asc(6)

(8) $F \wedge T$ Neg(7)

(9) F

---

(2) $((p \wedge q) \to p) \wedge (p \to (p \wedge q))$ Em(1)

(3) ~~$(p \to (p \wedge q)) \wedge (\neg$~~

(4) ~~$((p \wedge q) \to p) \wedge ((p \wedge q) \to p)$ Im~~ ~~p Id(3)~~

(5) ~~$(p \wedge q) \to p \wedge (\neg p$~~

$(\neg(p \wedge q) \vee p) \wedge (\neg p \vee (p \wedge q))$ Im(2)

$(\neg(p \wedge q) \vee p) \wedge ((p \wedge q) \vee \neg p)$ Com(3)

$(\neg(p \wedge q) \vee p) \wedge (p \wedge q)) \vee ((\neg(p \wedge q) \vee p) \wedge \neg p)$

Inferencia: Proposición que se puede demostrar verdadera si los postulados en los que se basa también lo son.

Ejemplo: si el semáforo está en verde, entonces puedo avanzar. El semáforo está prendido y en verde. Por lo tanto: puedo avanzar.

v = El semáforo está en verde
p = El semáforo está prendido
q = Puedo avanzar

1. $v \to q$ $\quad \therefore q$ por demostrar (P.D.)
2. $p \wedge v$

La inferencia es válida, si al ser el argumento válido, la conclusión también lo es.

$(v \to q) \wedge (p \wedge v) \therefore q$ es Tautología

v	q	p	$v \to q$	$(p \wedge v)$	$(v \to q) \wedge (p \wedge v)$	$[(v \to q) \wedge (p \wedge v)] \to q$
V	V	V	T	T	T	T
V	V	F	T	F	F	T
V	F	V	F	T	F	T
V	F	F	F	F	F	T
F	V	V	V	F	F	T
F	V	F	V	F	F	T
F	F	V	V	F	F	T
F	F	F	V	F	T	T

③

(1) $\neg(p \leftrightarrow q) \equiv p \leftrightarrow \neg q$

(2) $\neg((p \to q) \wedge (q \to p))$ EM (1)

(3) $\neg((\neg p \vee q) \wedge (q \to p))$ IM (2)

(4) $\neg((\neg p \vee q) \wedge (\neg q \vee p))$ IM (3)

(5) $\neg(\neg p \vee q) \vee \neg(\neg q \vee p)$ DM (4)

(6) $(\neg\neg p \wedge \neg q) \vee (\neg\neg q \wedge \neg p)$ DM (5)

(7) $(p \wedge \neg q) \vee (q \wedge \neg p)$ DN (6)

(8) $(p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q)$ Com (7)

(9) $p \leftrightarrow \neg q$ EM (8)

Discrete Mathematics & its applications

1°

1. $\neg(p \lor (\neg p \land q)) \equiv \neg p \land \neg q$
2. $\neg p \land \neg(\neg p \land q)$ — DM(1)
3. $\neg p \land (\neg\neg p \lor \neg q)$ — DM(2)
4. $\neg p \land (p \lor \neg q)$ — DN(3)
5. $(\neg p \land p) \lor (\neg p \land \neg q)$ — Dist(4)
6. $F \lor (\neg p \land \neg q)$ — Neg(5)
7. $\neg p \land \neg q$ // — Iden(6)

2°

1. $(\neg p \land (p \lor q)) \to q \equiv T$
2. $(\neg p \land p) \lor (\neg p \land q) \to q$ — Dist(1)
3. $F \lor (\neg p \land q) \to q$ — Neg(2)
4. $\neg p \land q \to q$ — Iden(3)
5. $\neg(\neg p \land q) \lor q$ — IM(4)
6. $\neg((\neg p \land q) \land \neg q)$ — DM(5) & DN(5)
7. $\neg(\neg p \land (q \land \neg q))$ — Asoc(6)
8. $\neg(\neg p \land F)$ — Neg(7)
9. $\neg(F)$ — Dom(8)
10. T // — DN(9)

~~3°~~

~~1. $\neg(p \leftrightarrow q) \equiv p \leftrightarrow \neg q$ — EM(1)~~
~~2. $\neg((p \land q) \lor (\neg p \land \neg q))$ — DM(2)~~
~~3. $\neg(p \land q) \land \neg(\neg p \land \neg q)$ — DM(3)~~
~~4. $(\neg p \lor \neg q) \land (\neg\neg p \lor \neg\neg q)$ — DN(4)~~
~~5. $(\neg p \lor \neg q) \land (p \lor q)$~~
~~6.~~

REDUCCIÓN AL ABSURDO

* Prueba Indirecta

1. $A \to (B \wedge C)$
2. $(B \vee D) \to E$
3. $D \vee A$ $\quad \therefore E$

Supongamos que
P.I. $\neg(E)$

4. $\neg(B \vee D)$ MT (PI, 2)
5. $\neg B \wedge \neg D$ Dm (4)
6. $\neg D$ SIMP (5)
7. A SD (3, 6)
8. $B \wedge C$ MP (1, 7)
9. B SIMP (8)
10. $\neg B$ SIMP (5)
11. $B \wedge \neg B$ CONJ (9, 10) ¡!¡

$\therefore E$

* Prueba por contradicción

1. $p \vee q$
2. $\neg p \vee r$

$\therefore q \vee r$

3. $(p \vee q) \wedge (\neg p \vee r) \Rightarrow (q \vee r)$

$q = F$
$r = F$

¡Contradicción!

Como suponer que el renglón es falso me lleva a contradicción, concluyo que todos los renglones son verdaderos. Por lo que la proposición es una tautología y el argumento es válido

If either algebra or geometry is ~~are~~ required then all students will study mathematics. Algebra is required and trigonometry is required. Therefore all students will study mathematics

A= algebra is required
G= Geometry is required
S= All Students will study mathematics
T= Trigonometry is required

1. $(A \vee G) \to S$
2. $(A \wedge T)$ $\quad \therefore S$

3. A SIMP (2)
4. $A \vee G$ ADD (3)
5. S MP (1,4) //

P C b

Si conoces el Password de hoy y estás al corriente en tus pasos, entonces puedes entrar a blackboard

1) $(P \wedge C) \to b$
2) P $\quad \therefore b$
3) C

4) $P \wedge C$ Conj (2,3)
5) b MP (1,4) //

Inferencias Válidas

Modus Ponens (MP)

① $p \to q$
② p $\therefore$

q

Modus Tollens (MT)

① $p \to q$
② $\neg q$ $\therefore$

$\neg p$

Silogismo Disyuntivo (SD)

① $p \vee q$
② $\neg p$ $\therefore$

q

Silogismo Hipotético (SH)

① $p \to q$
② $q \to r$ $\therefore$

$p \to r$

Adición (ADD)

① p $\therefore$

$p \vee q$

Simplificación (SIMP)

① $p \wedge q$ $\therefore$

p

Conjunción (CONJ)

① p
② q $\therefore$

$p \wedge q$

Resolución (RES)

① $p \vee q$
② $\neg p \vee r$

$q \vee r$

Scribe

CONTR

1) $p \to q$
2) $r \to s$
3) $p \vee r$ $\therefore q \vee s$

$(p \to q) \wedge (r \to s) \wedge (p \vee r) \Rightarrow (q \vee s)$

T

T F

F T T

F T T T

$q = F$ $s = F$ $p = T$ $r = T$

contradicción

Ejercicio

(1) $p \to q$

(2) $r \to s$

(3) $p \vee r$ $\quad \therefore q \vee s$

(PI)

~~(4) $\neg(q \vee s)$ $(q \wedge \neg s) \vee s$ ADD (PI)~~

~~(5) $(\neg q \vee s) \wedge (\neg s \vee s)$ DIST (4)~~

~~(6) $\neg q \vee s$~~

~~(7) $q \to s$~~

(8)

(PI) $\neg(q \vee s)$

(4) $\neg(q \vee s) \vee p$ ADD (PI)

~~(5) $(q \vee s) \to p$~~ ~~Im(4)~~

~~(6) $q \vee s \to q$~~ ~~SH (Y, 3)~~

~~(7) $\neg(q \vee s) \vee q$~~ ~~(Im(6)~~

~~(8) $(\neg q \vee q) \vee s$~~

~~(9) s~~

~~(10) $\neg r \vee s$~~ ~~Im (2)~~

~~(11) $\neg r$~~ ~~IDEN (9, 10)~~

~~(12) p~~ ~~IDEN (3)~~

~~(13) r~~ ~~IDEN (3)~~

~~(14) $\neg r \wedge r$~~ ~~CONJ (11, 13)~~

(8) $(\neg q \wedge \neg s) \vee q$

(9) $(\neg q \vee q) \wedge (q \vee \neg s)$

(10) $q \vee \neg s$

(11) $s \to q$

(12) $r \to p$

Scribe

REDUCCIÓN AL ABSURDO

* Prueba Indirecta

① $A \to (B \wedge C)$
② $(B \vee D) \to E$
③ $D \vee A$ $\therefore E$

Supongamos que
P. I. $\neg(E)$

④	$\neg(B \vee D)$	MT (PI, 2)
⑤	$\neg B \wedge \neg D$	Dm (4)
⑥	$\neg D$	SIMP (5)
⑦	A	SD (3, 6)
⑧	$B \wedge C$	MP (1, 7)
⑨	B	SIMP (8)
⑩	$\neg B$	SIMP (5)
⑪	$B \wedge \neg B$	CONJ (9, 10) ¡¡!

$\therefore E$

Prueba Por contradicción

① $p \vee q$
② $\neg p \vee r$
$\therefore q \vee r$

③ $\underbrace{(p \vee q) \wedge (\neg p \vee r)}_{V} \Rightarrow \underbrace{(q \vee r)}_{F}$ $\quad q = F$, $r = F$

$\quad F$

$q = F$
$r = F$

$\overline{V}$ $\quad \overline{V}$ $\quad \overline{F}$ $\overline{F}$

$\overline{V}$ $\overline{F}$ $\quad \overline{F}$ $\overline{F}$ $\quad \overline{F}$

¡ contradicción !

Como suponer que el renglón es falso me lleva a contradicción, concluyo que todos los renglones son verdadero. Por lo que la proposición es una tautología y el argumento es válido

$\underbrace{1 + 3 + 5 + 7 + 9 + \cdots k}_{n \text{ impares}}$

1 impar — 1

2 impar — $1+3$

3 impar — $1+3+5$

4 impar — 4 impares

Paso 1

$\underbrace{1 + 3 + 5 + 7 + \cdots}_{n \text{ impares}} \underbrace{(2n-1)}_{\text{n-ésimo impar}} = n^2$

Paso 2 $\quad k = n$

$1 + 3 + 5 + 7 + \cdots + (2k-1) = k^2$

Paso 3 $\quad 1 + 3 + \cdots + (2k-1)$

Por demostrar $k^2 + 2k + 1$

$+ (2(k+1)-1) = (k+1)^2$

$1 + \cdots + (2(k+1)-1) =$

$1 + \cdots + (2(k)-1) = k^2 \rightarrow 1 + \cdots + (2k-1) + (2(k+1)-1)$

$\rightarrow 1 + \cdots + (2k-1) + (2(k+1)-1) = k^2 + (2(k+1)-1)$

$\rightarrow k^2 + 2k + 1$

$\therefore \sum_{n=1}^{n} (2n-1) = n^2$

INDUCCIÓN MATEMÁTICA

Paso 1 = Caso Base
Paso 2 = Prueba condicional
→ Suponer que la fórmula sirve algún paso genérico (k)
Paso 3 = Prueba inductiva
→ Si sirvió para el caso genérico, servirá también para el caso (k+1)

$$1+2+3+\dots n = \frac{n(n+1)}{2}$$

Paso 1 = $n=3$
$$1+2+3=6 \equiv \frac{3(4)}{2}=6 \checkmark$$

Paso 2 = Supongamos que $n=k$
$$1+2+3+\dots+k = \frac{k(k+1)}{2}$$

Paso 3 = Por demostrar =
$$1+2+3+\dots+k+(k+1) = \frac{(k+1)((k+1)+1)}{2}$$
$$\to \frac{(k+1)(k+2)}{2}$$

Justificación = Prueba condicional

1. $1+2+3+\dots+k = \frac{k(k+1)}{2}$

$$1+2+3+k+(k+1) = \frac{k(k+1)}{2}+(k+1)$$

$$\frac{k^2+k+2k+2}{2} = \frac{k^2+3k+2}{2}$$

$$\boxed{1+2+3+\dots+k+(k+1) = \frac{(k+1)(k+2)}{2}}$$

1. $p \to q$
2. $r \to s$
3. $p \lor r$ $\quad \therefore q \lor s$

PI $\quad \neg(q \lor s)$

~~4. $\neg q \land \neg s$ — DM (PI)~~
~~5. $\neg q$ — SIMP (4)~~
~~6. $\neg p \lor q$ — IMC (1)~~
~~7. $\neg R$ — IDEN (6)~~
~~8. r — IDEN (7)~~
~~SD (~~
~~9. $\neg p \to r$~~
~~10. $\neg r \to p$~~

4. $\neg q \land \neg s$ — DM (PI)
5. $\neg s$ — SIMP (4)
6. $\neg R$ — MT (2, 5)
7. $\neg q$ — SIMP (4)
8. $\neg p$ — MT (1, 7)
9. r — SD (3, 8)
10. $\neg r \land r$ — CONJ (9, 6)

$$\frac{(k+1)(k+2)(2k+3)}{6} = \frac{(k)(k+1)(2k+1)}{6} + (k+1)^2$$

$$= \frac{(k+1)(k+2)(2k+3)}{6} = \frac{k(k+1)(2k+1) + 6(k+1)^2}{6}$$

$$= \frac{(k+1)(k+2)(2k+3)}{6} = \frac{(k+1)(2k^2 + k + 6k + 6)}{6}$$

$$= \frac{(k+1)(k+2)(2k+3)}{6} = \frac{(k+1)(2k^2 + 7k + 6)}{6}$$

$$= \frac{(k+1)(k+2)(2k+3)}{6} = \frac{(k+1)(k+2)(2k+3)}{6}$$

$k^2+k \quad (2k+1)$

$2k^3+k^2+2k^2+k$

$$1^2+\dots+k^2+k^2+2k+1=\frac{k(k+1)(2k+1)}{6}+k^2+2k+1$$

$$1^2+\dots+k^2-k^2+(k^2+2k+1)=\frac{k(k+1)(2k+1)}{6}+\frac{6(2k+1)}{6}$$

$$1^2+\dots+(k^2+2k+1)=\frac{(2k+1)(k^2+k+6)}{6}$$

$$1^2+\dots+(k+1)^2=\frac{(2k+1)(k^2+k+6)}{6}$$

$$1^2+\dots+(k+1)^2=\frac{2k^3+2k^2+12k+k^2+k+6}{6}$$

$$1^2+\dots+(k+1)^2=\frac{2k^3+3k^2+13k+6}{6}$$

$2k^3 + 3k^2 + 6k^2 + 9k + 6k + 6$

5.1.1 $\to 2k^3 + 9k^2 + 15k + 6$

$\to 2k^3 + 3k^2 + 6k^2 + 9k + 6k + 6$

$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)}{2} \cdot \left(\frac{2n+1}{3}\right)$

$\to 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

Paso 1

$n = 1 \Rightarrow 1 \quad \frac{1(2)(3)}{6} = 1$

$n = 2 \Rightarrow 5 = \frac{2(3)(5)}{6} = 5$

$n = 3 \Rightarrow 14 = \frac{3(4)(7)}{6} = 14$

Paso 2 $\quad n = k$

$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + k^2 = \frac{k(k+1)(2k+1)}{6}$

Paso 3

$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + (k+1)^2 = \frac{(k+1)((k+1)+1)(2(k+1)+1)}{6}$

$\to 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + k^2 + 2k + 1 = \frac{(k+1)(k+2)(2k+3)}{6}$

$2k^3 + 12$

$\to 1^2 + \dots + k^2 + 2k + 1 =$

$1^2 + \dots + k^2 + (k+1) = \frac{(k+1)(k+2)(2k+3)}{6}$

$\to 1^2 + \dots + 2k^2 + 2k + 1 = \frac{k^2+k}{2}$

$\to 1^2 + 2k^2 + 2k + 1 = \frac{k(k+1)(2k+1)}{6} + (k+1)$

$\to 1^2 + 2k^2 + 2k + 1) = \frac{2k^3 + k^2 + 2k^2 + k) + 6k^2 + 12k + 6}{6}$

$\to 1^2 + \dots + 2k^2 + 2k + 1 = \frac{2k^3 + 9k^2 + 13k + 6}{6}$

$\to 1^2 + \dots + 2k^2 + 2k + 1 - \frac{6k^2}{6} = \frac{2k^3 + 3k^2 + 13k + 6}{6}$

$\to 1^2 + \dots + k^2 + 2k + 1 = \frac{2k^3 + 3k^2 + 13k + 6}{6}$

$\to 1^2 + \dots + k^2 + 2k + 1 =$

(c)

$$3^0 + 3^1 + \cdots + 3^n = \frac{3^{n+1} - 1}{3 - 1}$$

① $n = 3$

$1 + 3 + 9 + 27 = 40$

$$\frac{3^4 - 1}{3 - 1} = \frac{80}{2} = 40$$

②

$3^0 + \cdots + 3^k = \dfrac{3^{k+1} - 1}{3 - 1}$

③ $3^0 + \cdots + 3^k + 3^{k+1} = \dfrac{3^{k+2} - 1}{3 - 1}$ (P1)

$3^0 + \cdots + 3^k + 3^{k+1} = \dfrac{3^{k+1} - 1}{3 - 1} + 3^{k+1}$

$\to$ ~~$3^0 + \cdots + 3^{k+1}$~~

$\to$ ~~$3^0 + \cdots + 3^{k+1}$~~

$\to$ ~~$3^0 + \cdots + 3^{k+1}$~~

$3^0 + \cdots + 3^k + 3^{k+1} = \dfrac{3^{k+1} - 1 + 2(3)^{k+1}}{2}$

$\to 3^0 + \cdots + 3^k + 3^{k+1} = \dfrac{3(3)^{k+1} - 1}{2}$ $\quad 3 \cdot 3 = 3^{1+1}$

$\to 3^0 + \cdots + 3^k + 3^{k+1} = \dfrac{3^{k+2} - 1}{2}$

$1 \cdot 1! + 2 \cdot 2! + 3 \cdot 3! + \dots + n \cdot n! = \dots$

① $(1 \cdot 1) + (2 \cdot (2 \cdot 1)) + (3 \cdot (3 \cdot 2 \cdot 1)) =$

$\to 1 + 4 + 18 = 23 = (3+1)! - 1$

$\to (4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1) - 1$

$\to 24 - 1 = 23$

② $1 \cdot 1! + \dots + k \cdot k! = (k+1)! - 1$

③ $1 \cdot 1! + \dots + [(k+1)(k+1)!] = (k+2)! - 1$

$1 \cdot 1! + \dots + (k \cdot k!) + [(k+1)(k+1)!] = (k+1)! - 1$

$\to 1 \cdot 1! + \dots + (k+1)(k+1)!$

$= (k+1)! - 1 + (k+2)! - 1 - k \cdot k!$

$+ \cancel{(k+1)!}$ $(k+2)! + 1$

$\to 1 \cdot 1! + \dots + (k+1)(k+1)!$

$= (k+2)! - 1 + (k+1)! - 1 - k \cdot k!$

$\to 1 \cdot 1! + (k+1)(k+1)! = (k+2)! - 1$

$1^2 + \dots + k \cdot k! + (k+1)(k+1)! = (k+1)! - 1 + (k+1)(k+1)!$

$\cancel{\to 1^2 + \dots + (k+1)(k+1)! = (k+2)! - 1 + (k+1)! - 1 - (k \cdot k!)}$

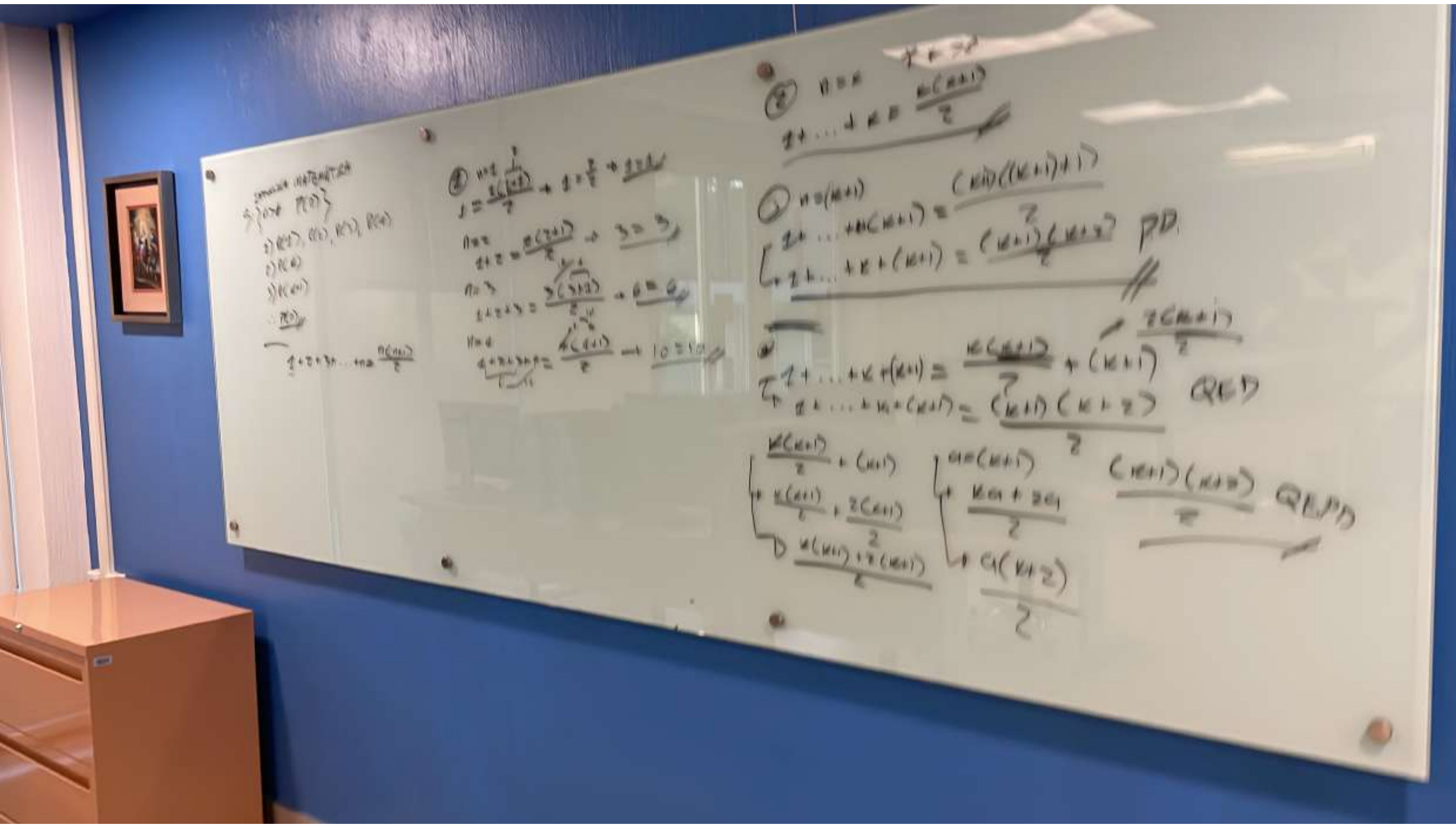
$\cancel{\to 1^2 + \dots + (k+1)(k+1)! = (k+2)! - 1 +}$

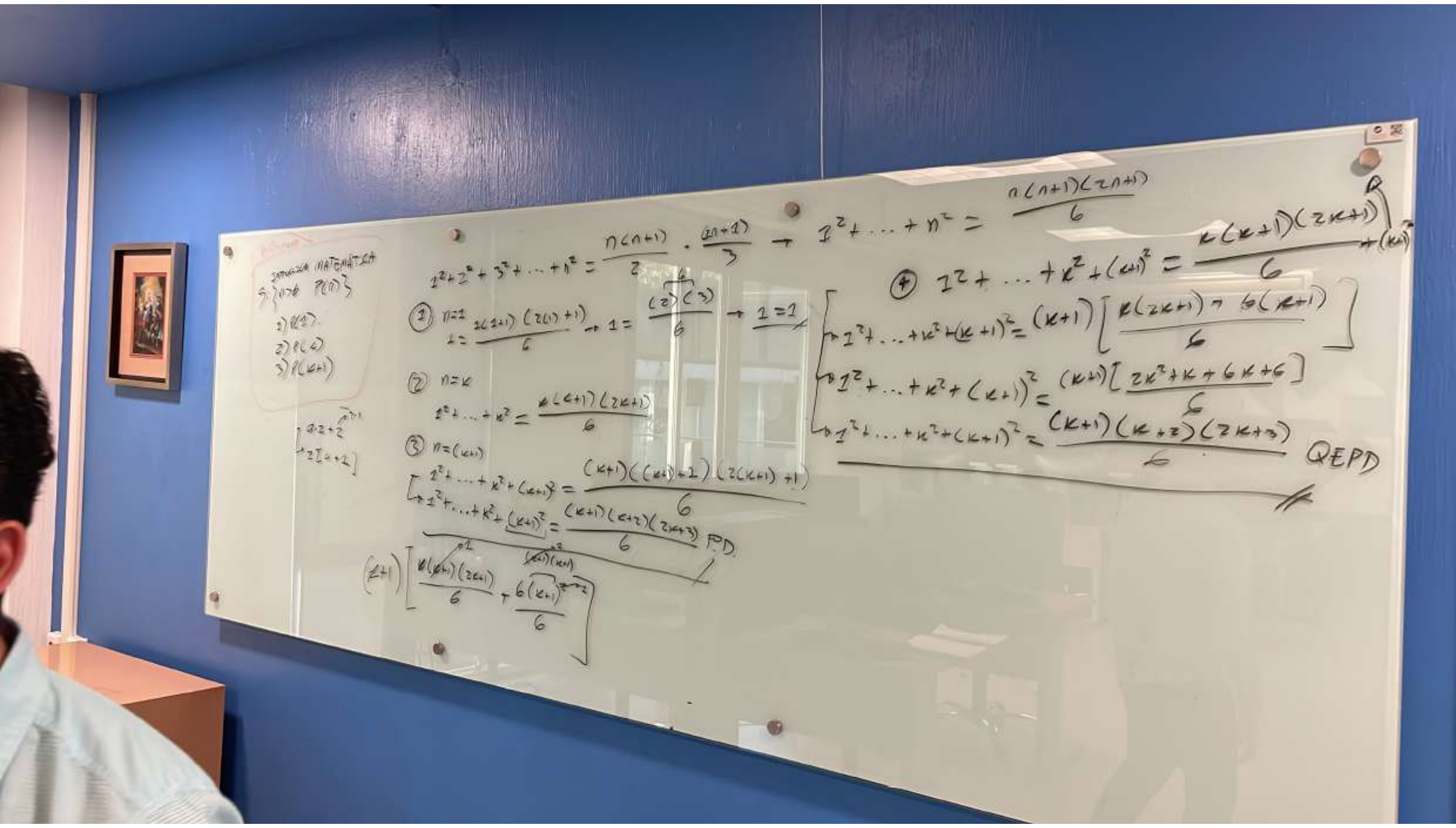
$\to 1^2 + \dots + (k+1)(k+1)! = (k+1)! - 1 + (k+1)(k+1)!$

$\to 1^2 + \dots + (k+1)(k+1)! = (k+1)! [(k+1) + 1] - 1$

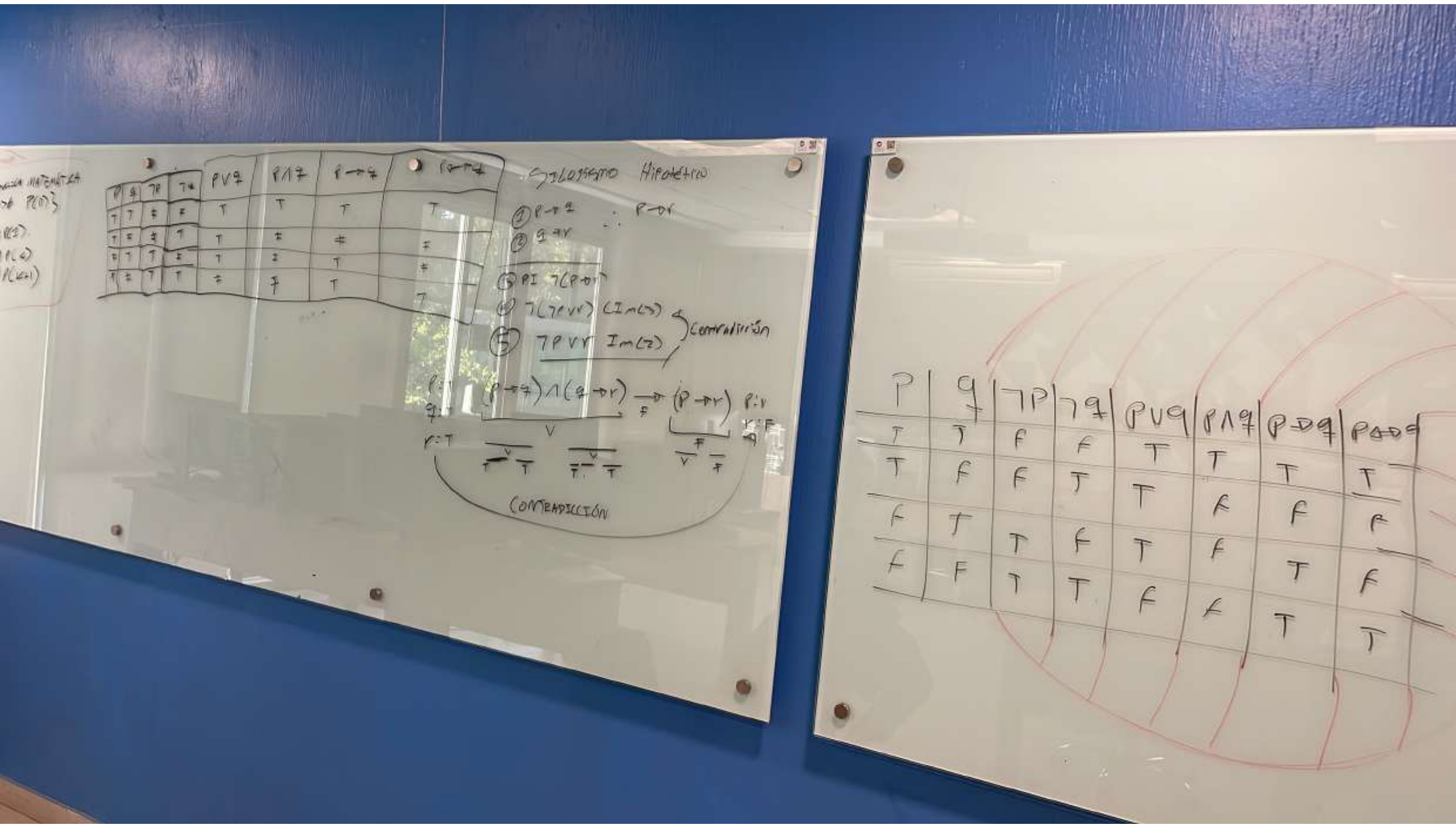
$\to 1^2 + \dots + (k+1)(k+1)! = (k+2)(k+1)! - 1$

$\to 1^2 + \dots + (k+1)(k+1)! = (k+2)! - 1$


PD
QED
QEPD



INDUCCIÓN MATEMÁTICA
1) P(1)
2) P(k)
3) P(k+1)
1²+2²+3²+...+n² = n(n+1)/2 · (2n+1)/3 → 1²+...+n² = n(n+1)(2n+1)/6
① n=1
1 = 1(1+1)(2(1)+1)/6 → 1 = (2)(3)/6 → 1=1
② n=k
1²+...+k² = k(k+1)(2k+1)/6
③ n=(k+1)
1²+...+k²+(k+1)² = (k+1)((k+1)+1)(2(k+1)+1)/6
1²+...+k²+(k+1)² = (k+1)(k+2)(2k+3)/6 P.D.
④ 1²+...+k²+(k+1)² = k(k+1)(2k+1)/6 + (k+1)²
1²+...+k²+(k+1)² = (k+1)[k(2k+1) + 6(k+1) / 6]
1²+...+k²+(k+1)² = (k+1)[2k²+k+6k+6 / 6]
1²+...+k²+(k+1)² = (k+1)(k+2)(2k+3)/6
QEPD


Silogismo Hipotético
Contradicción
CONTRADICCIÓN