# Python pour le traitement des données

Redha Moulla

Saint-Jean d'Angély, 30 juin - 2 juillet 2025

# Plan de la formation

- Qu'est-ce que l'analyse des données?
- Ecosystème Python
- Traitement des données tabulaires
- Visualisation des données
- Modélisation des données

# Qu'est-ce que l'analyse des données ?

# Qu'est-ce que l'analyse des données ?

- L'analyse des données consiste à examiner des ensembles de données pour en tirer des conclusions.
- Elle permet de transformer des données brutes en informations exploitables pour la prise de décision.
- Les principales étapes de l'analyse des données incluent :
  - **Collection des Données** : Collecter des données à partir de différentes sources (bases de données, API, fichiers CSV, etc.).
  - **Nettoyage des Données** : Identifier et corriger les erreurs, gérer les valeurs manquantes.
  - **Exploration des Données** : Comprendre la distribution, les tendances, et les relations dans les données.
  - **Visualisation** : Utiliser des graphiques pour représenter les données de manière visuelle.
- Objectif : Comprendre le comportement ou les tendances pour mieux orienter la stratégie.

# Types d'analyses de données

- Analyse descriptive :
  - Décrit ce qui s'est passé ou ce qui se passe actuellement.
  - Utilise des statistiques simples (moyennes, pourcentages, histogrammes).
  - Exemple : Analyse du chiffre d'affaires mensuel.
- Analyse diagnostique :
  - Explore les causes sous-jacentes des événements ou des comportements observés.
  - Techniques : Corrélations, régressions.
  - Exemple : Pourquoi les ventes ont-elles diminué le mois dernier ?
- Analyse prédictive :
  - Prédit des événements futurs à partir de données historiques.
  - Utilise des algorithmes de machine learning.
  - Exemple : Prédire le taux de désabonnement des clients.
- Analyse prescriptive :
  - Recommande des actions à partir des résultats de l'analyse descriptive et prédictive.
  - Exemple : Que devrions-nous faire pour réduire le taux de désabonnement ?

# Différentes approches pour analyser les données

- **Visualisation des données** :
  - Utilisation de graphiques pour mieux comprendre les tendances, les relations, et les anomalies
  - Outils : histogrammes, diagrammes de dispersion (scatter plots), box plots
  - Objectif : communiquer rapidement des informations clés de manière visuelle
- **Statistiques descriptives** :
  - Résumer les caractéristiques des données à l'aide de mesures telles que la moyenne, la médiane, l'écart-type
  - Utilisée pour obtenir une première compréhension des données
  - Objectif : donner une vue d'ensemble des tendances globales
- **Modélisation statistique** :
  - Créer des modèles mathématiques pour représenter des relations entre les variables
  - Types : régression linéaire, analyse factorielle
  - Objectif : estimer ou prédire une valeur, ou comprendre l'impact des variables
- **Apprentissage automatique (machine learning)** :
  - Utilisation d'algorithmes pour faire des prédictions ou classifier des données sur la base d'exemples passés
  - Types : apprentissage supervisé (régression, classification), apprentissage non supervisé (clustering)

# Ecosystème Python

# L'écosystème Python pour l'analyse de données 1/3

**Python** est un langage polyvalent, open source, et largement adopté pour l'analyse de données. Il offre un large éventail de bibliothèques et d'outils spécialement conçus pour la manipulation et l'analyse des données.

**Avantages de Python pour la data science** :

- Syntaxe simple et facile à apprendre, rendant les analyses complexes plus accessibles.
- Grande communauté et support actif, avec des mises à jour régulières et de nombreuses ressources d'apprentissage.
- Intégration facile avec des outils de visualisation, des bases de données, et des plateformes cloud.

# Ecosystème Python pour l'analyse des données 2/3

- **Jupyter Notebook** :
  - Environnement interactif permettant de combiner code, visualisation et texte explicatif.
  - Idéal pour tester des concepts, visualiser des résultats, et documenter des processus d'analyse.
- **NumPy** :
  - Fournit des structures de données efficaces pour les calculs numériques (tableaux n-dimensionnels).
  - Utilisée pour les opérations mathématiques de base et avancées.
- **Pandas** :
  - Bibliothèque principale pour la manipulation et l'analyse de données tabulaires.
  - Utilisée pour l'importation, le nettoyage, la transformation des données, et la manipulation de DataFrames.

# Ecosystème Python pour l'analyse des données 3/3

- **Matplotlib et Seaborn** :
  - **Matplotlib** : Outil fondamental pour créer des graphiques de base (lignes, barres, histogrammes).
  - **Seaborn** : Basé sur Matplotlib, permet de créer des visualisations plus avancées et d'explorer des relations statistiques.
- **SciPy** :
  - Extension de NumPy, offrant des fonctionnalités supplémentaires pour l'analyse scientifique.
  - Utilisée pour des opérations avancées, notamment l'intégration, l'optimisation, et les statistiques.
- **statsmodels** :
  - Fournit des classes et fonctions pour l'estimation de modèles statistiques et la réalisation de tests.
  - Utilisée pour les analyses statistiques avancées, telles que les régressions linéaires, les séries temporelles, et les tests d'hypothèse.
- **scikit-learn** :
  - Bibliothèque dédiée au machine learning, offrant de nombreux algorithmes de classification, régression, et clustering.
  - Utilisée pour la création, l'entraînement, et l'évaluation de modèles prédictifs.

# Traitement des données tabulaires

# Introduction à NumPy 1/2

- **NumPy (Numerical Python)** est une bibliothèque fondamentale pour les calculs scientifiques en Python.
- **Origines et Objectifs** :
  - Créée pour fournir un support de calcul efficace en Python.
  - Inspirée par les bibliothèques de calcul scientifique en C et Fortran, afin d'allier la simplicité de Python à la performance des langages bas-niveau.
- **Structure de NumPy : ndarray (n-dimensional array)** :
  - L'élément central de NumPy est l'objet **ndarray**, un tableau multidimensionnel permettant de stocker des données de manière contiguë.
  - Un `ndarray` est fixé en taille, ce qui le rend plus performant qu'une liste Python traditionnelle.
  - L'array peut avoir des dimensions différentes (1D, 2D, 3D, etc.), permettant de représenter des scalaires, vecteurs, matrices et tenseurs.
- **Différences avec les listes Python** :
  - **Homogénéité** : Les éléments d'un `ndarray` sont du même type (`dtype`), contrairement aux listes Python, ce qui facilite le traitement et réduit la surcharge mémoire.
  - **Performance** : Les opérations sur les arrays sont optimisées pour être vectorisées, supprimant ainsi la nécessité des boucles explicites et réduisant le temps d'exécution.

# Introduction à NumPy 2/2

**Pourquoi NumPy est-il performant ?**

- **Implémentation en C** :
  - Les opérations NumPy sont implémentées en C, permettant d'éviter les lenteurs de l'interprétation Python.
  - Le code est compilé et les calculs sont effectués directement en langage machine, ce qui augmente la rapidité.
- **Optimisation mémoire** :
  - Les données dans un `ndarray` sont stockées de manière **contiguë en mémoire**, ce qui minimise l'overhead et améliore l'accès aux données.
  - **Strides** : La notion de strides dans NumPy permet un accès rapide aux éléments en précisant le nombre de pas à effectuer en mémoire pour passer d'un élément à l'autre.
- **Vectorisation des opérations** :
  - NumPy permet d'effectuer des **opérations vectorisées**, c'est-à-dire des opérations sur des ensembles d'éléments simultanément sans boucles explicites.
  - Utilisation de **SIMD (Single Instruction, Multiple Data)** : Les CPU modernes peuvent traiter plusieurs éléments à la fois, et NumPy exploite cette capacité.

# Création d'arrays NumPy et types de données

- **Créer un array** :
  - `np.array([1, 2, 3])` : Créer un array à partir d'une liste.
  - `np.zeros((3, 4))` : Créer un array de zéros de dimension 3x4.
  - `np.linspace(0, 1, 5)` : Générer 5 valeurs uniformément espacées entre 0 et 1.
- **Types de données** (`dtype`) :
  - NumPy offre une variété de types : `int32`, `float64`, `bool`, etc.
  - Vous pouvez définir explicitement le type de données : `np.array([1, 2, 3], dtype='float64')`
- **Conversion de type** :
  - `array.astype('int')` : Convertir un array en type entier.

# Propriétés des arrays et manipulation de forme

- **Propriétés** :
  - `shape` : Renvoie la dimension (`array.shape`).
  - `size` : Nombre total d'éléments (`array.size`).
  - `ndim` : Nombre de dimensions (`array.ndim`).
- **Changement de forme** (`reshape()`) :
  - Exemple : Transformer un array 1D en 2D.
  - `array = np.arange(12).reshape(3, 4)` : Crée un tableau 3x4 à partir d'une séquence de 12 éléments.
- **Flattening** :
  - Transforme un tableau multidimensionnel en une dimension avec `array.flatten()`.

# Indexation, slicing et conditions logiques

- **Indexation** :
  - Accéder aux éléments par position : `array[2, 3]` pour une matrice 2D.
- **Slicing** :
  - Extraire une partie d'un array : `array[1:4]` extrait les indices 1 à 3.
  - Slicing multidimensionnel : `array[:, 1:3]` pour extraire certaines colonnes.
- **Indexation conditionnelle** :
  - `array[array > 5]` : Retourne les éléments de l'array supérieurs à 5.
  - Utilisé pour filtrer des données.

# Opérations mathématiques avec NumPy

- **Opérations élément par élément** :
  - Les opérations de base comme l'addition, la soustraction, la multiplication et la division sont réalisées de manière vectorisée, ce qui signifie qu'elles s'appliquent sur chaque élément des arrays sans avoir besoin de boucles explicites.
  - Exemple : Si `array1 = np.array([1, 2, 3])` et `array2 = np.array([4, 5, 6])`, alors `array1 + array2` renvoie `[5, 7, 9]`.
- **Fonctions mathématiques appliquées à des arrays** :
  - NumPy propose de nombreuses fonctions mathématiques prêtes à l'emploi, permettant d'opérer sur des arrays de manière rapide et vectorisée :
    - `np.sqrt(array)` : Racine carrée de chaque élément.
    - `np.log(array)` : Logarithme naturel de chaque élément.
    - `np.exp(array)` : Exponentielle de chaque élément.
    - `np.power(array, n)` : Élève chaque élément à la puissance `n`.
- **Fonctions trigonométriques et hyperboliques** :
  - `np.sin(array)`, `np.cos(array)`, `np.tan(array)` : Calcul des fonctions trigonométriques pour chaque élément.
  - `np.sinh(array)`, `np.cosh(array)` : Fonctions hyperboliques.

# Produits matriciels et opérations de réduction

- **Produit matriciel et opérations de l'algèbre linéaire** :
  - **Produit matriciel** : Utiliser `np.dot(array1, array2)` ou l'opérateur `array1 @ array2` pour le produit de matrices.
  - **Produit matriciel élément par élément** (`Hadamard`) : Utiliser `array1 * array2` pour obtenir le produit élément par élément.
  - **Exemple** : Multiplier deux matrices de même taille pour appliquer un filtre pixel par pixel dans le cadre d'un traitement d'image.
- **Opérations de réduction (réduction des dimensions)** :
  - `np.sum(array, axis=0)` : Somme des éléments le long de l'axe spécifié (exemple : somme de chaque colonne).
  - `np.prod(array, axis=1)` : Produit des éléments le long de l'axe 1 (exemple : produit des éléments de chaque ligne).
  - `np.cumsum(array)` : Calcul de la somme cumulée.
  - `np.cumprod(array)` : Produit cumulatif des éléments.

# Fonctions d'agrégation

- NumPy propose également des fonctions qui parmettent de calculer des agrégats sur les objets array :
  - `np.sum(array)` : Somme de tous les éléments.
  - `np.mean(array)` : Moyenne.
  - `np.std(array)` : Écart-type.
  - `np.max(array)` et `np.min(array)` : Maximum et minimum.
- Exemple :
  - `array = np.array([1, 2, 3, 4])`
  - `np.sum(array)` renvoie 10

# Manipulation des arrays : concaténation et division

- **Concaténation** :
  - Combiner plusieurs arrays en un seul.
  - Utiliser `np.concatenate((array1, array2), axis=0)` pour concaténer selon une dimension donnée (lignes ou colonnes).
- **Empilement** :
  - `np.vstack((array1, array2))` : Empiler verticalement (lignes).
  - `np.hstack((array1, array2))` : Empiler horizontalement (colonnes).
- **Division** :
  - `np.split(array, indices)` : Diviser un array en sous-arrays selon des indices spécifiques.
  - `np.hsplit(array, 3)` : Diviser horizontalement en trois sous-arrays égaux.

# Fonctions logiques et conditions dans NumPy

- **Conditions logiques** :
  - Utiliser des opérateurs logiques pour filtrer les données :
  - `array[array > 10]` renvoie les éléments supérieurs à 10.
- **Fonctions logiques** :
  - `np.where(condition, x, y)` : Renvoie `x` lorsque la condition est vraie, sinon `y`.
  - `np.any(array > 0)` : Vérifie si au moins un élément est supérieur à zéro.
  - `np.all(array > 0)` : Vérifie si tous les éléments sont supérieurs à zéro.
- **Exemple** :
  - Supposons un array :
  - `array = np.array([3, 7, 12, -5, 8, 0, -1, 15])`
  - Utilisation de `np.where` :
  - `result = np.where(array > 5, 'grand', 'petit')`
  - **Résultat** : `['petit', 'grand', 'grand', 'petit', 'grand', 'petit', 'petit', 'grand']`
  - **Interprétation** :
  - Les éléments de l'array sont classifiés comme `'grand'` s'ils sont supérieurs à 5, sinon ils sont classés comme `'petit'`.

# Broadcasting dans NumPy : concept et règles

- **Concept de Broadcasting** : Le broadcasting permet d'appliquer des opérations arithmétiques sur des arrays de tailles différentes sans avoir besoin de les étendre explicitement à la même forme. NumPy "diffuse" ou "étend" les dimensions plus petites pour qu'elles correspondent aux dimensions plus grandes, rendant ainsi l'opération possible.
- **Pourquoi le Broadcasting est-il utile ?** :
  - Simplifie le code en évitant les boucles explicites pour les opérations sur des arrays de tailles différentes.
  - Améliore la **performance**, car les opérations sont optimisées en interne et bénéficient de la vectorisation.
- **Règles du Broadcasting** : Pour que le broadcasting soit possible, les deux dimensions doivent respecter les conditions suivantes :
  - Les dimensions doivent être **égales** ou
  - L'une des dimensions doit être égale à **1**.

  Si une dimension est égale à 1, NumPy réplique implicitement cette dimension pour qu'elle corresponde à celle de l'autre array.
- **Exemple de règle** : `A.shape = (3, 4)` et `b.shape = (4,)` : `b` sera étendu implicitement à la forme `(3, 4)`.

# Broadcasting dans NumPy : exemples

- **Exemple 1 : Addition d'un vecteur à une matrice** :
  - Supposons une matrice `A` de dimension `(3, 4)` et un vecteur `b` de dimension `(4,)`.
  - NumPy va étendre implicitement le vecteur `b` en une matrice de dimension `(3, 4)` pour que l'opération `A + b` soit valide.
  - Code :

    ```
    A = np.array([[1, 2, 3, 4], [5, 6, 7, 8], [9, 10, 11, 12]]) b = np.
    0, 1, 0]) result = A + b
    Résultat : [[ 2, 2, 4, 4],  [ 6, 6, 8, 8],  [10, 10, 12, 12]]
    ```

- **Exemple 2 : Multiplication d'un array par un scalaire** :
  - Lorsqu'un array est multiplié par un scalaire, chaque élément de l'array est multiplié par ce scalaire.
  - Le broadcasting permet de "diffuser" le scalaire à chaque élément de l'array.
  - Code :

    ```
    array = np.array([1, 2, 3, 4]) scalar = 3  result = array * scalar

    Chaque élément de l'array est multiplié par 3 :  [1 * 3, 2 * 3, 3
    * 3, 4 * 3]  Résultat : [3, 6, 9, 12]
    ```

# Copie d'arrays et gestion de la mémoire

- **Assignation directe** : `array2 = array1` crée une référence à l'array original. Toute modification sur `array2` affecte `array1`.
- **Copie superficielle** (`view()`) : `array2 = array1.view()` crée une nouvelle vue. Les données sont partagées, mais les métadonnées (forme) sont indépendantes.
- **Copie profonde** (`copy()`) : `array2 = array1.copy()` crée une vraie copie indépendante. Il n'y a aucune relation avec `array1`.
- **Exemple pratique** : Si vous modifiez `array2` après une assignation directe, cela modifie également `array1`.

# Introduction à Pandas

- **Qu'est-ce que Pandas ?**
  - Pandas est une bibliothèque open-source pour la manipulation et l'analyse de données en Python, conçue pour traiter des données tabulaires.
  - Le nom "Pandas" provient de "panel data", une structure utilisée en économétrie.
- **Fonctionnement de Pandas** : Pandas introduit deux structures de données principales :
  - `Series` : Un tableau unidimensionnel étiqueté qui peut contenir n'importe quel type de données (entiers, chaînes, flottants, etc.).
  - `DataFrame` : Une structure bidimensionnelle, semblable à une table SQL ou une feuille de calcul Excel, qui permet de stocker des données en lignes et colonnes étiquetées.
- **Interaction avec NumPy** : Pandas est construit sur NumPy, utilisant ses tableaux pour ses structures de données. Les opérations sur des données dans Pandas bénéficient des optimisations de performance de NumPy, rendant l'analyse des données efficace.

# Avantages de Pandas

- **Facilité d'utilisation** :
  - Syntaxe intuitive qui simplifie l'importation, la manipulation et l'analyse des données.
- **Flexibilité** :
  - Prise en charge de multiples formats de données (CSV, Excel, SQL, JSON) pour une importation et une exportation faciles.
- **Fonctionnalités puissantes** :
  - Large éventail de fonctions pour le filtrage, l'agrégation, le regroupement et la gestion des valeurs manquantes.
- **Intégration** :
  - Fonctionne en harmonie avec d'autres bibliothèques Python, comme NumPy pour les calculs numériques et Matplotlib pour la visualisation.
- **Performance** :
  - Basé sur NumPy, il offre des performances optimales grâce à la vectorisation et aux opérations efficaces.
- **Utilisations courantes** :
  - Utilisé dans l'analyse de données exploratoire (EDA), le nettoyage des données, la transformation des données, et la préparation pour le machine learning.

# Structures de données de base

- **Series** :
  - `pd.Series(data, index=index)` crée une série avec des données étiquetées.
  - Exemple : `pd.Series([10, 20, 30], index=['a', 'b', 'c'])` crée une série avec des valeurs et des index personnalisés.
- **DataFrame** :
  - `pd.DataFrame(data, index=index, columns=columns)` pour créer un DataFrame avec des données, des index et des colonnes spécifiés.
  - Exemple : `pd.DataFrame('Nom': ['Alice', 'Bob'], 'Âge': [25, 30])` crée un DataFrame avec des noms et des âges.

# Chargement des données

- Pandas permet de charger des données à partir de plusieurs formats, ce qui en fait un outil flexible pour l'analyse.
- Chargement à partir de fichiers CSV :
  - `df = pd.read_csv('data.csv')` lit un fichier CSV et le convertit en DataFrame.
  - Options supplémentaires comme `sep`, `header`, et `na_values` permettent de personnaliser le chargement.
- Chargement à partir de fichiers Excel :
  - `df = pd.read_excel('data.xlsx')` pour lire les fichiers Excel directement dans un DataFrame.
  - Prend en charge plusieurs feuilles avec l'option `sheet_name`.

# Exploration des données

- Une fois les données chargées, il est essentiel de les explorer pour comprendre leur structure et leur contenu.
- `df.head(n)` : Affiche les n premières lignes du DataFrame (5 par défaut) pour un aperçu rapide.
- `df.tail(n)` : Affiche les n dernières lignes du DataFrame pour voir les données à la fin.
- `df.info()` : Donne des informations sur les types de données, les valeurs manquantes et la mémoire utilisée.
- `df.describe()` : Fournit des statistiques descriptives (moyenne, écart-type, quartiles) sur les colonnes numériques.

# Sélection et filtrage des données

- Pour une analyse approfondie, il est crucial de savoir sélectionner et filtrer les données dans un DataFrame.
- Sélection d'une colonne :
  - `df['colonne']` pour accéder à une colonne spécifique.
- Sélection de plusieurs colonnes :
  - `df[['colonne1', 'colonne2']]` pour obtenir un sous-DataFrame avec les colonnes désirées.
- Filtrage conditionnel :
  - `df[df['colonne'] > 10]` pour obtenir les lignes où la condition est vérifiée.
- Exemples de filtrage complexe :
  - `df[(df['colonne1'] > 5) (df['colonne2'] < 10)]` pour filtrer avec plusieurs conditions.

# Manipulation des données

- La manipulation des données est essentielle pour préparer les données à l'analyse.
- Ajout d'une nouvelle colonne :
  - `df['nouvelle_colonne'] = valeurs` pour créer une nouvelle colonne basée sur des calculs.
- Modification d'une colonne existante :
  - `df['colonne'] *= 2` pour multiplier tous les éléments d'une colonne par 2.
- Suppression d'une colonne :
  - `df.drop('colonne', axis=1, inplace=True)` pour retirer une colonne du DataFrame.
- Réorganisation des colonnes :
  - `df = df[['colonne1', 'colonne2', 'colonne3']]` pour changer l'ordre des colonnes.

# Gestion des valeurs manquantes

- Gérer les valeurs manquantes est crucial pour une analyse précise des données.
- Identification des valeurs manquantes :
  - `df.isnull().sum()` pour compter les valeurs manquantes par colonne.
- Suppression des lignes avec des valeurs manquantes :
  - `df.dropna()` pour retirer toutes les lignes contenant des valeurs manquantes.
- Remplacement des valeurs manquantes :
  - `df.fillna(valeur)` pour remplacer les valeurs manquantes par une valeur spécifique, comme la moyenne.
- Exemple :
  - `df['colonne'].fillna(df['colonne'].mean(), inplace=True)` pour remplacer les valeurs manquantes par la moyenne de la colonne.

# Groupement et agrégation

- Le groupement et l'agrégation sont essentiels pour résumer les données.
- Groupement des données par colonne :
  - `df.groupby('colonne').mean()` pour calculer la moyenne des valeurs par groupe.
- Utilisation de plusieurs fonctions d'agrégation :
  - `df.groupby('colonne').agg(['mean', 'sum'])` pour obtenir plusieurs statistiques.
- Agrégation sur plusieurs colonnes :
  - `df.groupby(['colonne1', 'colonne2']).size()` pour compter le nombre d'occurrences par groupe.

# Tri et réorganisation des données

- Le tri des données est important pour une analyse claire et organisée.
- Tri des données :
  - `df.sort_values('colonne', ascending=True)` pour trier les données par une colonne spécifique.
  - Exemple : `df.sort_values('Âge', ascending=False)` pour trier par âge de manière décroissante.
- Réinitialisation des index :
  - `df.reset_index(drop=True)` pour réinitialiser les index après un filtrage ou un tri, en évitant d'ajouter une colonne d'index.
- Réorganisation des colonnes :
  - `df = df[['colonne1', 'colonne2', 'colonne3']]` pour changer l'ordre des colonnes.

# Exportation des données

- Exporter les données est essentiel pour partager les résultats de l'analyse.
- Sauvegarde des données dans un fichier CSV :
  - `df.to_csv('output.csv', index=False)` pour écrire le DataFrame dans un fichier CSV sans les index.
- Sauvegarde des données dans un fichier Excel :
  - `df.to_excel('output.xlsx', index=False)` pour exporter le DataFrame vers Excel.
- Options supplémentaires :
  - Options comme `header`, `columns` pour personnaliser les exportations.

# Visualisation des données

# Introduction à la visualisation des données

- **Définition** : La visualisation des données est le processus de représentation graphique des données afin de communiquer efficacement des informations quantitatives ou qualitatives.
- **Objectif principal** : Faciliter la compréhension des données complexes par le biais de représentations visuelles intuitives.
- **Historique** : Évolution depuis les graphiques manuels jusqu'aux visualisations interactives avancées.

# Importance dans la visualisation des données

- **Exploration des données** : Identification des patterns, tendances et anomalies.
- **Communication des résultats** : Transmission claire des découvertes à travers des visuels percutants.
- **Prise de décision** : Soutien aux décisions stratégiques basées sur l'analyse visuelle des données.
- **Validation des modèles** : Vérification des hypothèses et ajustement des modèles analytiques.

# Types de données

- **Données quantitatives**
  - **Continues** : Mesurables sur une échelle infinie (e.g., température, distance).
  - **Discrètes** : Valeurs entières ou comptables (e.g., nombre de clients).
- **Données qualitatives**
  - **Nominales** : Catégories sans ordre (e.g., couleur des yeux).
  - **Ordinales** : Catégories avec ordre (e.g., niveau de satisfaction).
- **Données temporelles** : Données indexées par le temps (e.g., séries temporelles).
- **Données spatiales** : Données géographiques ou géolocalisées.
- **Données multivariées** : Plusieurs variables mesurées simultanément.

# Principes clés de la visualisation

- **Précision** : Représentation fidèle des données sans distorsion.
- **Efficacité** : Transmission rapide et claire de l'information.
- **Intégrité** : Éviter les manipulations trompeuses ou les biais.
- **Perception visuelle** : Utilisation des principes de la perception humaine pour optimiser la compréhension (e.g., lois de Gestalt).
- **Choix des encodages** : Sélection des canaux visuels appropriés (position, couleur, taille, forme).

# Bonnes pratiques de visualisation

- **Simplicité** : Éviter la surcharge d'information.
- **Cohérence** : Utiliser des styles et des encodages uniformes.
- **Annotation** : Fournir des labels clairs, légendes, titres explicatifs.
- **Accessibilité** : Considérer les différentes perceptions (e.g., daltonisme).
- **Éthique** : Représenter les données de manière honnête et transparente.

# Éviter les visualisations trompeuses

- **Échelles non uniformes** : Manipulation des axes pour exagérer les effets.
- **Distorsion des proportions** : Utilisation inappropriée de volumes ou d'aires.
- **Omissions de données** : Cacher des informations cruciales.
- **Biais de sélection** : Choisir uniquement les données qui soutiennent une hypothèse.

# Types de variables

Quand il s'agit de données tabulaires, on distingue généralement deux types de variables : les variables quantitatives et les variables qualitatives.

- **Variables quantitatives** :
  - **Continues** : prennent une infinité de valeurs, comme le **poids d'une personne** en kilogrammes (ex : 68,3 kg).
  - **Discrètes** : valeurs entières dénombrables, comme le **nombre d'enfants** par famille (ex : 0, 1, 2).

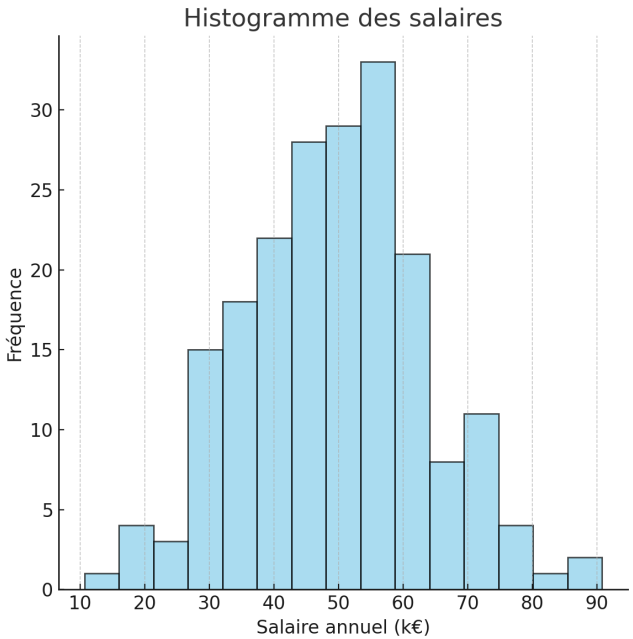
- **Variables qualitatives** :
  - **Nominales** : catégories sans ordre, comme la **couleur des yeux** (bleu, vert, marron).
  - **Ordinales** : catégories avec un ordre, comme le **niveau d'éducation** (Bac, Bac+3, Bac+5).

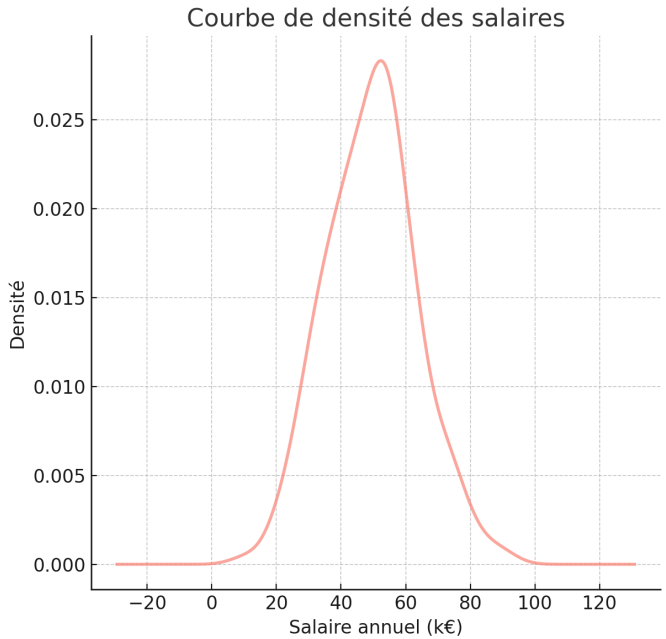
# Représentation des données quantitatives

**Objectif** : Visualiser la distribution d'une variable quantitative pour en comprendre les caractéristiques principales.

**Types de représentations courantes** :

- **Histogramme** : Représente la fréquence des observations dans différentes plages de valeurs.
- **Courbe de densité** : Estimation continue de la distribution des données, plus lisse qu'un histogramme.



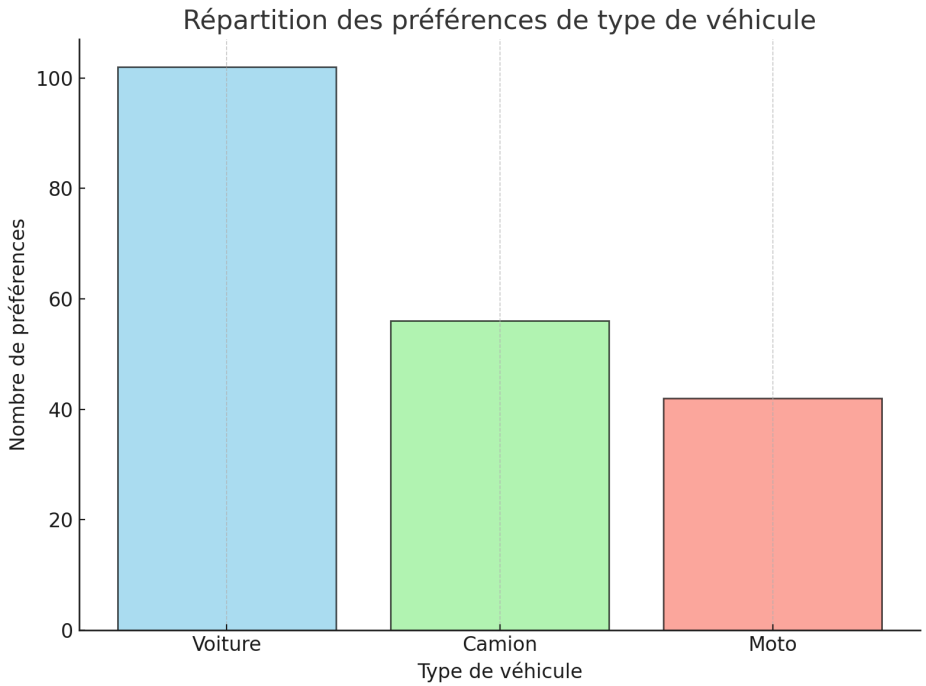



# Représentation des variables qualitatives

**Objectif** : Visualiser la fréquence ou la distribution d'une variable qualitative pour en comprendre les proportions.

**Types de représentations courantes** :

- **Diagramme à barres** : Représente la fréquence des différentes catégories.
- **Diagramme circulaire** : Représente les proportions de chaque catégorie dans un ensemble. *Mais il n'est pas considéré comme une bonne pratique de visualisation des données*.



# Variable continue vs variable continue

**Objectif** : analyser la relation entre deux variables quantitatives continues.

- **Nuage de points (scatter plot)** :
  - Chaque point représente une observation.
  - Permet d'identifier des corrélations, tendances ou clusters.
- **Carte de densité (heatmap)** :
  - Représentation matricielle des valeurs.
  - Les couleurs indiquent la densité ou la valeur des données.
- **Lignes de tendance** :
  - Ajoutées aux nuages de points pour visualiser la relation générale.
  - Peut inclure des modèles linéaires ou non linéaires.

# Exemple : variable quantitative vs variable quantitative

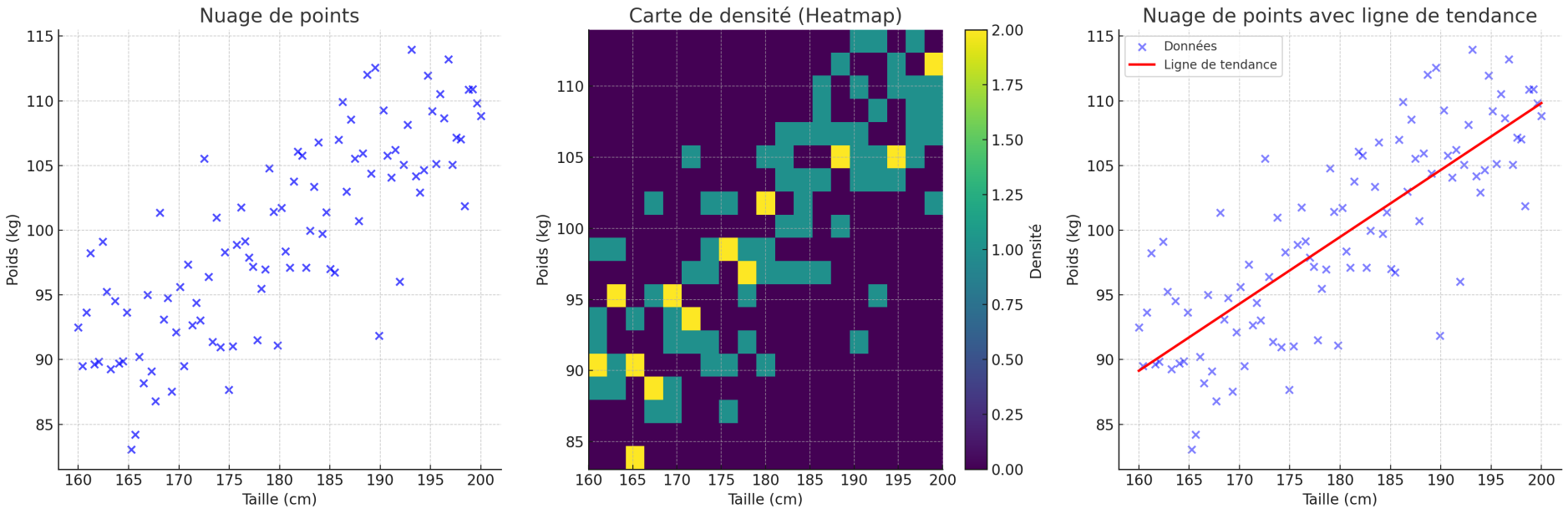



Figure: Distribution des salaires par niveau d'éducation

# Variable catégorielle vs variable continue

**Objectif** : comparer une variable quantitative entre différentes catégories.

- **Diagramme en boîtes (box plot)** :
  - Visualise la distribution des données pour chaque catégorie.
  - Affiche les quartiles, médiane, minimum et maximum.
- **Diagramme de violon (violin plot)** :
  - Combine un box plot avec une estimation de la densité.
  - Montre la distribution complète des données.
- **Barres d'erreur (error bars)** :
  - Représentent la moyenne et la variabilité des données.
  - Utiles pour comparer les moyennes entre catégories.

# Exemple : variable catégorielle vs variable continue

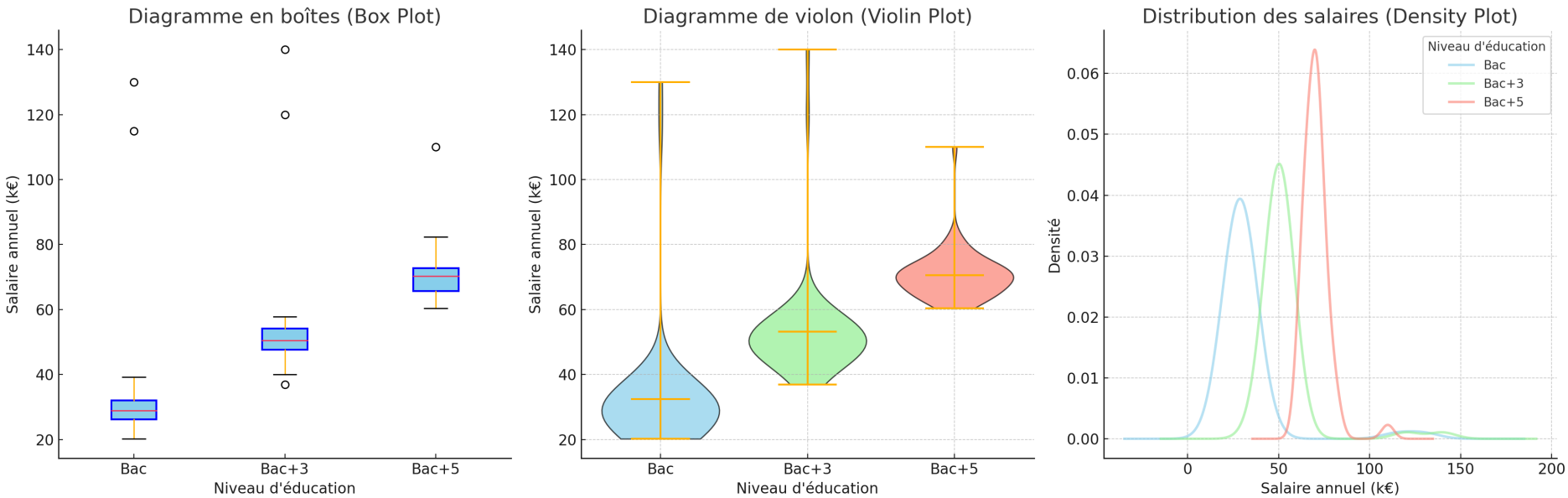



Figure: Distribution des salaires par niveau d'éducation

# Variable catégorielle vs variable catégorielle

**Objectif** : analyser la relation entre deux variables qualitatives.

- **Tableaux de contingence** :
  - Présentent les fréquences ou les pourcentages.
  - Permettent de calculer des mesures d'association (chi-carré).
- **Diagrammes en mosaïque** :
  - Représentation graphique des tableaux de contingence.
  - La taille des rectangles est proportionnelle aux fréquences.
- **Diagrammes à barres empilées** :
  - Comparaison des proportions entre catégories.
  - Les barres sont divisées en segments pour chaque sous-catégorie.

# Exemple : variable catégorielle vs variable catégorielle

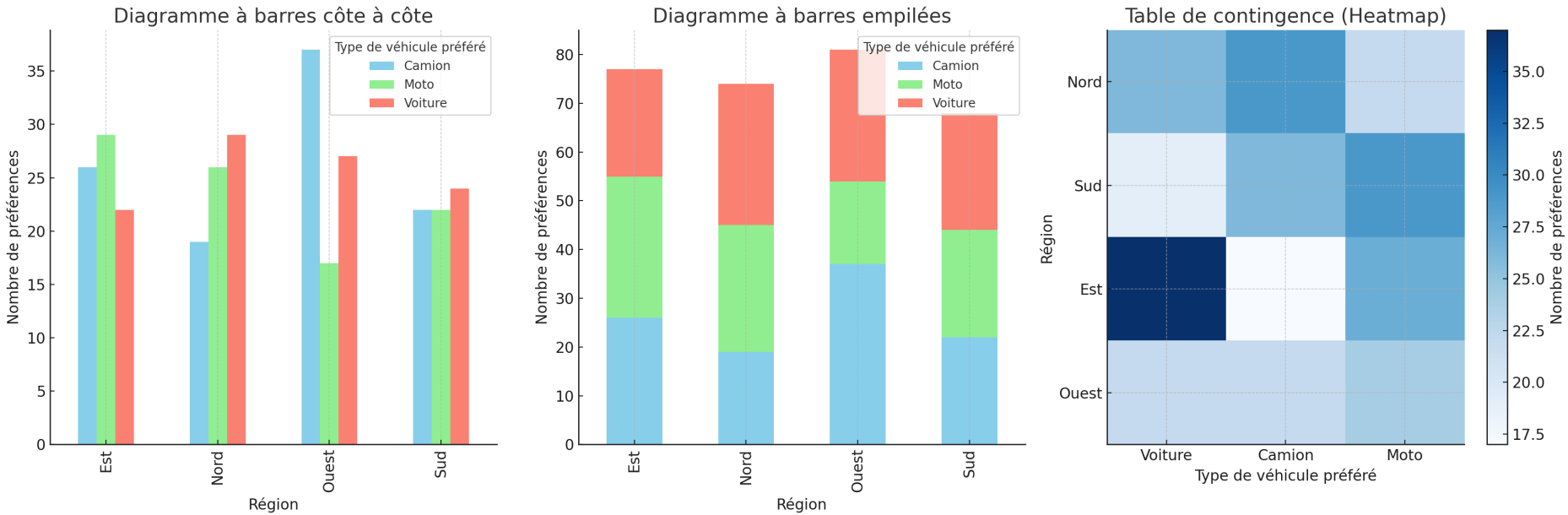


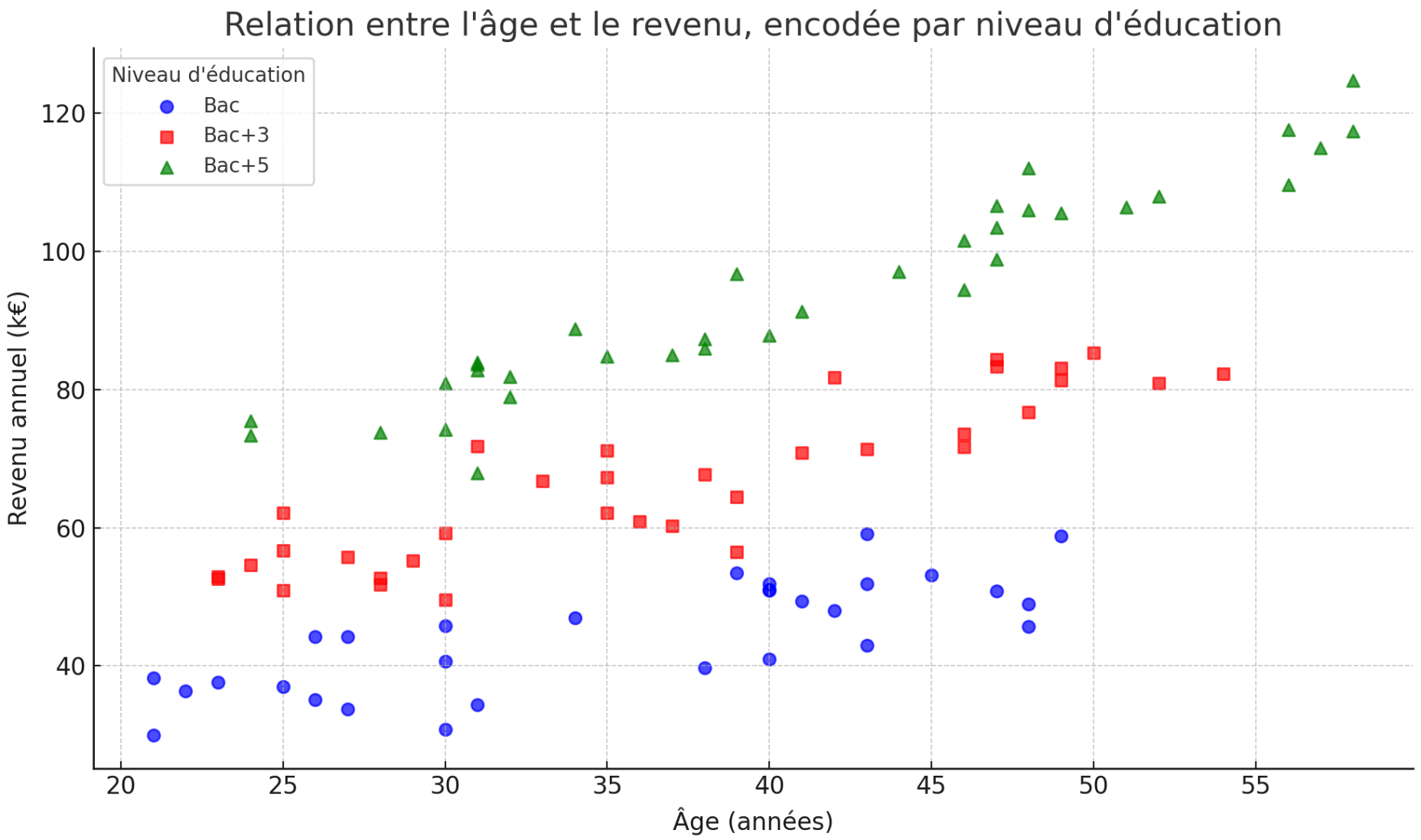

Figure: Relation entre le genre et la préférence de produit

# Variables multiples

**Analyse multivariée** : visualiser plus de deux variables simultanément.

- **Nuages de points en 3D** :
  - Ajout d'un troisième axe pour une variable continue supplémentaire.
  - Peut être difficile à interpréter sur des supports 2D.
- **Utilisation de l'encodage visuel** :
  - Couleur, taille, forme pour représenter des variables additionnelles.
  - Exemple : couleur pour une variable catégorielle, taille pour une variable continue.
- **Coordonnées parallèles** :
  - Chaque variable est représentée par un axe parallèle.
  - Les observations sont des lignes traversant les axes à leurs valeurs respectives.

# Exemple : nuage de points avec encodage couleur



# Introduction aux données temporelles

**Définition** : Les données temporelles sont des observations chronologiques, où chaque point de données est associé à un instant spécifique dans le temps.
**Exemples courants** :

- **Séries temporelles financières** : cours des actions, indices boursiers.
- **Capteurs IoT** : mesures de température ou d'humidité collectées périodiquement.
- **Données démographiques** : évolution de la population au fil des années.

# Caractéristiques des données temporelles

- **Dépendance temporelle** : Les observations successives sont corrélées. Par exemple, la température d'un jour dépend de celle du jour précédent.
- **Saisonnalité** : Répétition de schémas à intervalles réguliers (ex : ventes de glace plus élevées en été).
- **Tendance** : Évolution générale sur une longue période (ex : croissance des ventes sur plusieurs années).
- **Composante aléatoire** : Variations imprévisibles non expliquées par les autres composants.

# Types de visualisations pour les données temporelles

**Objectif** : Visualiser l'évolution des données au fil du temps pour mieux comprendre les tendances et les variations.

- **Graphiques linéaires** : Représente une série de points connectés par des lignes. *Exemple* : évolution de la température quotidienne au cours de l'année.
- **Diagrammes de saisonnalité** : Utilisés pour visualiser les motifs saisonniers. *Exemple* : ventes de vêtements par saison.
- **Graphiques à barres empilées** : Utilisés pour décomposer les contributions de plusieurs sous-composantes dans une série temporelle. *Exemple* : décomposition des ventes mensuelles par catégorie de produit.

# Exemple de graphique temporel

**Exemple** : Evolution des ventes mensuelles

- Ce graphique montre la tendance générale, les fluctuations mensuelles, et les effets saisonniers.
- Il aide à identifier les pics de ventes, les baisses et les éventuelles anomalies.

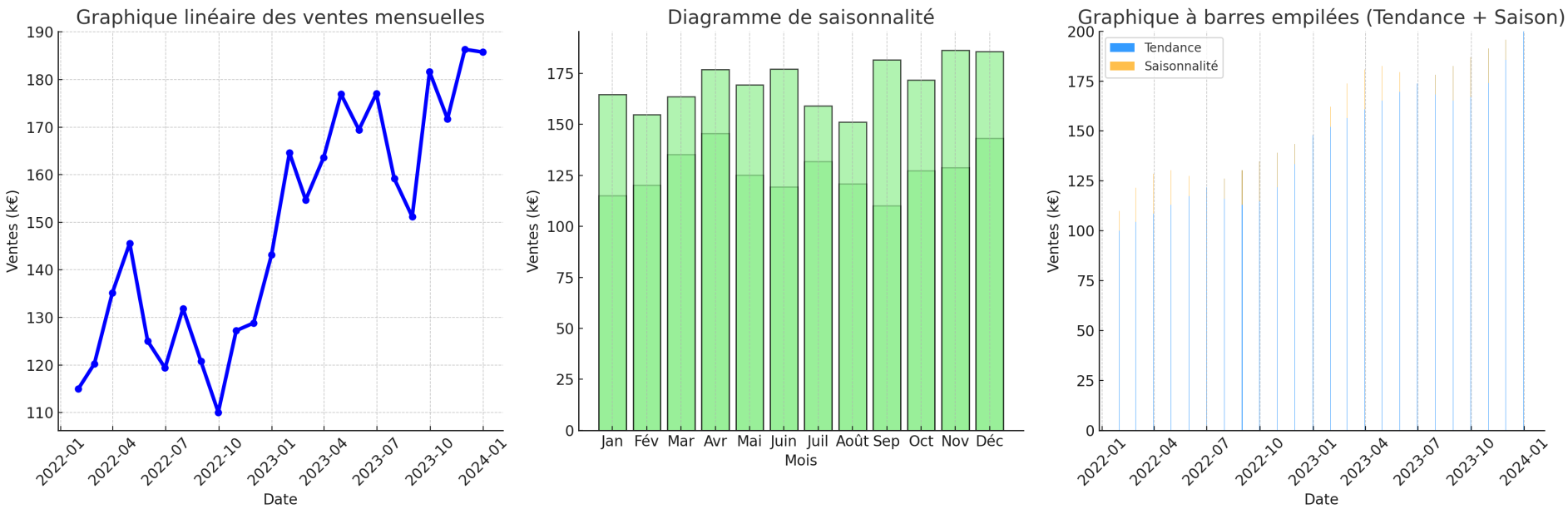



Figure: Exemple de représentation des données temporelles

# Introduction à Matplotlib

**Définition** : Matplotlib est une bibliothèque de visualisation de données en Python, créée par John Hunter en 2003, inspirée par MATLAB.
**Caractéristiques** :

- **Types de graphiques** : Supporte des courbes, histogrammes, diagrammes à barres, nuages de points, box plots, pie charts, etc.
- **Flexibilité** : Personnalisation avancée (couleurs, styles de ligne, échelles logarithmiques, etc.).
- **Compatibilité** : Fonctionne avec des environnements variés (scripts Python, notebooks Jupyter, interfaces graphiques).

**Comparaison** : Matplotlib est souvent comparé à Seaborn et Plotly. Il se distingue par :

- Un **contrôle de bas niveau** sur chaque élément du graphique.
- Une **large compatibilité** avec des bibliothèques comme NumPy et Pandas.

# Architecture de Matplotlib

**Structure de Matplotlib** :

- **Figure** : Conteneur principal. Peut inclure plusieurs sous-graphiques (Axes).
- **Axes** : Région de tracé qui contient les données. Une Figure peut avoir plusieurs Axes.
- **Artistes** : Tous les éléments visibles (texte, lignes, légendes, etc.) sont des artistes.

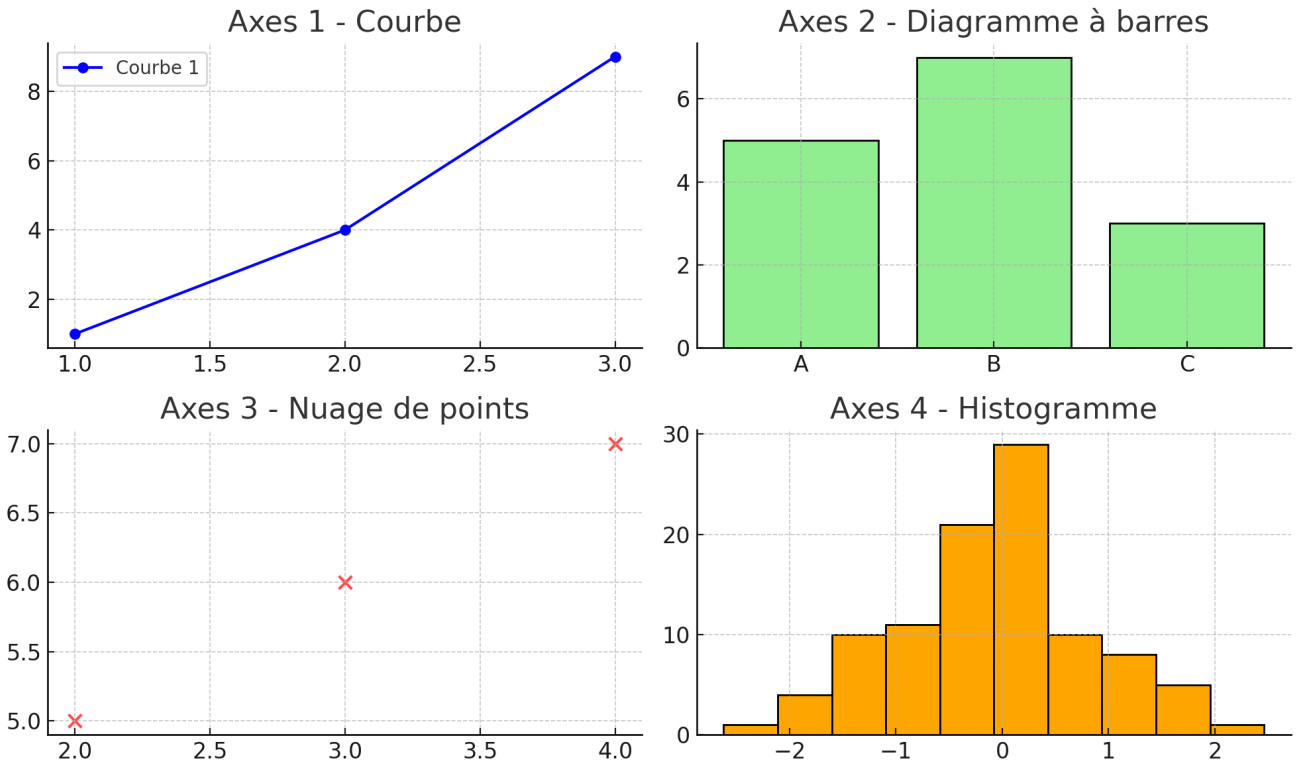
**API** : Matplotlib propose deux API principales :

- **pyplot** : Interface à la MATLAB, très intuitive pour des graphiques rapides.
- **API orientée objet** : Contrôle détaillé des Figures et Axes, préférable pour des visualisations complexes.

**Principe** : L'utilisateur crée une Figure, ajoute un ou plusieurs Axes, puis personnalise chaque élément.

# Architecture de Matplotlib : illustration

- **Figure** : Conteneur principal qui peut inclure plusieurs sous-graphiques (Axes).
- **Axes** : Région de tracé qui contient les données. Une Figure peut avoir plusieurs Axes.
- **Artistes** : Les éléments visibles (texte, lignes, légendes, etc.) sont des artistes.



# Figure et Axes : concepts clés

**Figure** :

- Crée avec `plt.figure()`. Contient l'ensemble des éléments graphiques.
- Peut inclure plusieurs Axes (`add_subplot()`, `subplots()`).
- Méthode `savefig()` pour exporter vers divers formats (PNG, PDF, SVG).

**Axes** :

- Ajoutés à une Figure via `add_axes()` ou `subplot()`.
- Chaque Axes est un graphique unique contenant des titres, légendes, et étiquettes.
- Les méthodes `set_title()`, `set_xlabel()`, `set_ylabel()` permettent de définir les attributs.

**Exemple** :

- `fig, ax = plt.subplots()` : Crée une Figure et des Axes.

# Pyplot vs API orientée objet

**Pyplot** :

- Interface de type `MATLAB`, idéale pour des graphiques simples et rapides.
- Chaque fonction de `plt` modifie la figure courante.
- **Exemple** : `plt.plot(x, y)`, `plt.xlabel('X Axis')`, `plt.show()`.

**API orientée objet** :

- Donne un contrôle plus fin sur chaque élément (particulièrement utile pour des figures complexes).
- **Exemple** :
  - `fig, ax = plt.subplots()`
  - `ax.plot(x, y)`
  - `ax.set_title('Titre')`
- Recommandée pour des projets plus importants où une personnalisation est nécessaire.

# Pyplot vs API orientée objet : illustration 1/2

**Pyplot** :

- `plt.plot([1, 2, 3, 4], [1, 4, 9, 16], 'bo-', label='Pyplot')`
- `plt.title('Pyplot (MATLAB-like)')`
- `plt.xlabel('X Axis')`
- `plt.ylabel('Y Axis')`
- `plt.legend()`
- `plt.grid(True)`

**API orientée objet** :

- `fig, ax = plt.subplots()`
- `ax.plot([1, 2, 3, 4], [1, 4, 9, 16], color='red', linestyle='--', marker='s', label='API OO')`
- `ax.set_title('API orientée objet')`
- `ax.set_xlabel('X Axis')`
- `ax.set_ylabel('Y Axis')`
- `ax.legend()`
- `ax.grid(True)`

# Pyplot vs API orientée objet : illustration 2/2

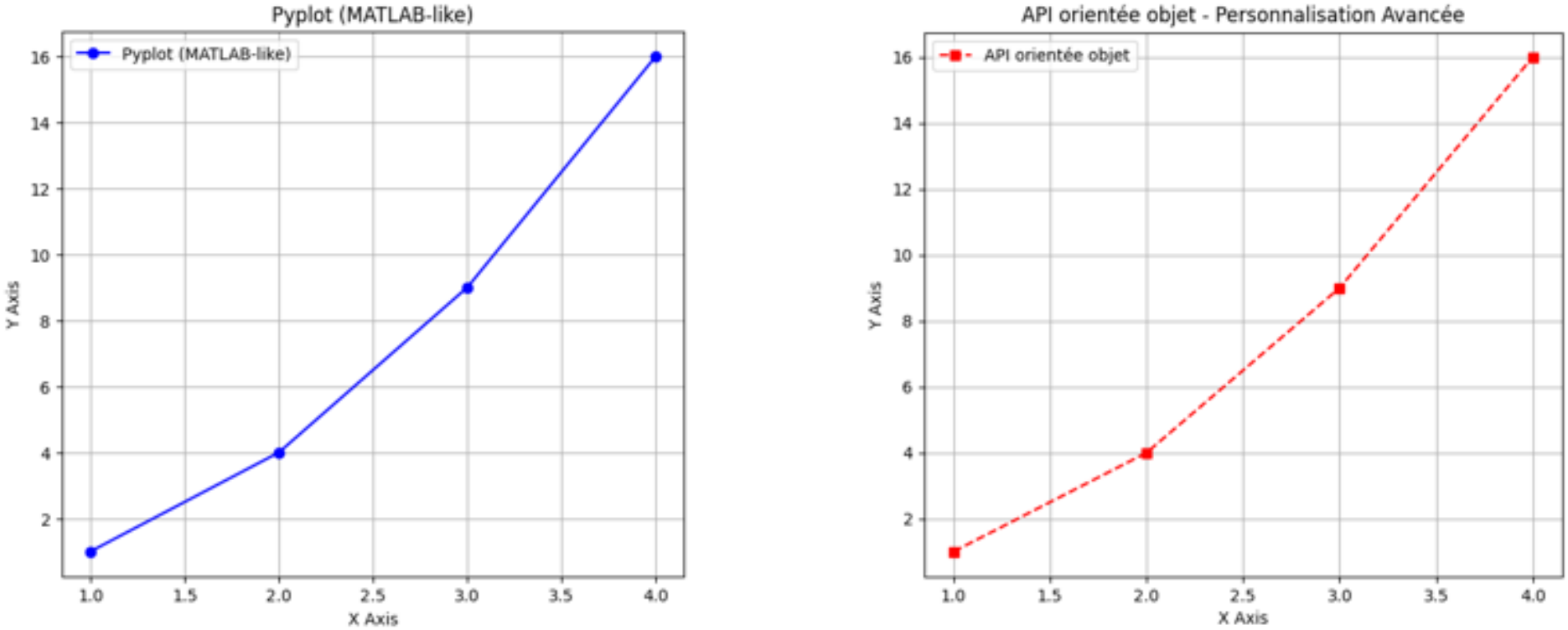



Figure: Comparaison : Pyplot (à gauche) vs API orientée objet (à droite)

# Création d'une Figure et d'Axes

**Création de la Figure** :

- `plt.figure(figsize=(width, height))` : Définit la taille de la figure.
- `fig, ax = plt.subplots(nrows, ncols)` : Crée une grille d'Axes.

**Personnalisation des Axes** :

- `ax.plot(x, y)` : Ajoute une courbe aux Axes.
- `ax.set_xlabel('Label X')` et `ax.set_ylabel('Label Y')` : Ajoute des étiquettes.
- `ax.grid(True)` : Active le quadrillage.

**Exemple** :

- `fig, ax = plt.subplots(2, 2)` : Crée une figure avec une grille de 2x2 Axes.
- Chaque Axes est manipulé indépendamment, permettant une personnalisation distincte.

# Tracé de graphiques de base

**Courbes (Line plots)** :

- `ax.plot(x, y, color='blue', linestyle='--', marker='o')` : Permet de tracer des courbes avec couleur, style de ligne, et marqueurs personnalisés.
- Arguments : `linewidth`, `alpha` (transparence), `label` (légende).

**Diagrammes à barres (Bar plots)** :

- `ax.bar(categories, values, color='green')` : Tracé d'un diagramme à barres.
- Options : `stacked=True` pour les barres empilées, `width` pour ajuster la largeur.

**Nuages de points (Scatter plots)** :

- `ax.scatter(x, y, c='red', s=area)` : Chaque point est tracé à la position (x, y).
- Options : `s` (taille des points), `c` (couleur), `alpha` (transparence).

# Personnalisation des graphiques

**Titre, étiquettes et légendes** :

- `ax.set_title('Titre du graphique')` : Définit le titre du graphique.
- `ax.set_xlabel('Label de l'axe X')` : Définit l'étiquette de l'axe X.
- `ax.legend()` : Affiche la légende si des labels ont été fournis.

**Couleurs et styles** :

- Couleurs : Noms (`'blue'`), codes hexadécimaux (`'1f77b4'`).
- Styles de ligne : `'-'` (plein), `'--'` (pointillé), `':'`, etc.

- Marqueurs : `'o'`, `'s'`, $'$, $pourlespoints$.

**Échelles et limites** :

- `ax.set_xscale('log')` : Définit une échelle logarithmique.
- `ax.set_ylim([0, 100])` : Définit les limites de l'axe Y.

# Sauvegarde et affichage des graphiques

**Affichage** :

- `plt.show()` : Affiche la figure à l'écran.
- Utilisation typique dans les scripts ou les notebooks Jupyter.

**Sauvegarde** :

- `fig.savefig('nom_du_fichier.png', dpi=300)` : Sauvegarde la figure avec une résolution de 300 DPI.
- Formats supportés : `PNG`, `PDF`, `SVG`, etc.

**Conseils pratiques** :

- Utilisez `bbox_inches='tight'` pour éviter les marges inutiles lors de la sauvegarde.
- Pour des publications, choisissez un DPI élevé (`dpi=300` ou plus).

# Gestion des sous-graphiques (Subplots)

**Création de subplots** :

- `fig, axs = plt.subplots(nrows, ncols)` : Crée une grille de subplots.
- Chaque élément `axs` est un objet `Axes` manipulable indépendamment.

**Personnalisation des subplots** :

- `axs[i, j].plot(x, y)` : Trace un graphique sur le subplot `(i, j)`.
- `plt.tight_layout()` : Ajuste automatiquement l'espacement entre les subplots pour éviter le chevauchement.

**Exemple** :

- `fig, axs = plt.subplots(2, 3)` : Crée une grille de 2x3 subplots.
- Chaque subplot peut être personnalisé (titre, légendes, étiquettes).

# Gestion des sous-graphiques : illustration 1/2

**Code** :

```
fig, axs = plt.subplots(1, 3,
figsize=(18, 6))
data1 = np.random.normal(10, 2,
100)
data2 = np.random.normal(15, 3,
100)
```

**Sous-graphe 1 : Boxplot**

- `axs[0].boxplot([data1, data2], labels=['Groupe 1', 'Groupe 2'], patch_artist=True)`
- `axs[0].set_title('Boxplot')`

**Sous-graphe 2 : Violin Plot**

- `axs[1].violinplot([data1, data2], showmeans=True)`
- `axs[1].set_title('Violin Plot')`

**Sous-graphe 3 : Strip Plot**

- `group_labels = np.concatenate([np.full(100, 'Groupe 1'), np.full(100, 'Groupe 2')])`
- `values = np.concatenate([data1, data2])`
- `axs[2].scatter(group_labels, values, alpha=0.7, color='red')`
- `axs[2].set_title('Strip`

# Gestion des sous-graphiques : illustration 2/2

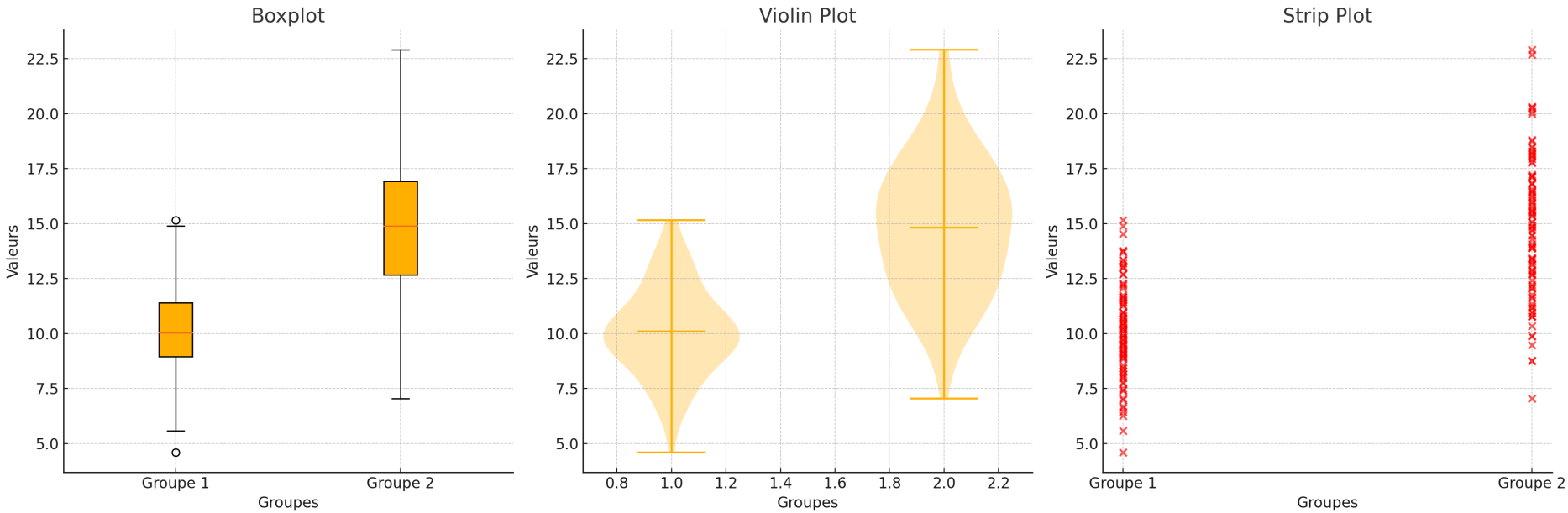



Figure: Sous-graphiques incluant Boxplot, Violin Plot et Strip Plot sur une seule ligne

# Introduction à Seaborn

**Définition** :

- Seaborn est une bibliothèque de visualisation de données basée sur Matplotlib, conçue pour faciliter la création de graphiques statistiques en Python.
- Créée par Michael Waskom, elle est largement utilisée pour la visualisation exploratoire des données grâce à ses fonctionnalités de haut niveau.

**Pourquoi utiliser Seaborn ?**

- Simplifie la création de graphiques complexes et statistiquement informatifs.
- Intégration native avec Pandas pour manipuler directement les DataFrames.
- Couleurs et thèmes esthétiques par défaut, évitant des personnalisations manuelles.

# Principales fonctionnalités de Seaborn

**Graphiques disponibles** :

- **Relations** : `scatterplot()`, `lineplot()` pour représenter les relations entre deux variables.
- **Distributions** : `histplot()`, `kdeplot()` pour examiner la distribution d'une variable.
- **Comparaisons de catégories** : `boxplot()`, `violinplot()` pour visualiser la répartition des valeurs par catégorie.
- **Matrice de corrélation** : `heatmap()` pour représenter les relations entre plusieurs variables.

**Fonctionnalités avancées** :

- `hue`, `size`, `style` pour l'encodage des variables supplémentaires.
- Support de graphiques multi-variés via `FacetGrid()` et `pairplot()`.

# Structure et concepts de Seaborn

**Seaborn vs Matplotlib** :

- Seaborn est construit au-dessus de Matplotlib, offrant des abstractions de plus haut niveau.
- Utilisation simplifiée pour la visualisation statistique.
- Contrôle de bas niveau toujours possible via l'accès aux objets Matplotlib sous-jacents.

**Exemple typique** :

- Importation : `import seaborn as sns`
- Utilisation avec Pandas : `sns.scatterplot(data=df, x='x', y='y', hue='category')`
- Personnalisation : thèmes (`sns.set_style()`), palettes de couleurs (`sns.color_palette()`).

# Thèmes et palettes de Seaborn

**Thèmes prédéfinis** :

- Seaborn fournit plusieurs thèmes par défaut : `white`, `dark`, `whitegrid`, `darkgrid`, `ticks`.
- `sns.set_style('whitegrid')` permet de changer le thème du graphique.

**Palettes de couleurs** :

- `color_palette()` permet de choisir parmi des palettes par défaut (`'deep'`, `'muted'`, etc.) ou de créer ses propres palettes.
- **Exemple** : `sns.set_palette('muted')` pour définir la palette de couleurs.

**Exemple pratique** :

- `sns.histplot(data=df, x='valeur', hue='groupe', palette='muted')`
- Amélioration de l'esthétique par l'utilisation de thèmes et de palettes harmonieuses.

# Visualisation des relations avec Seaborn

**Graphiques relationnels** :

- `scatterplot()` : Représentation de la relation entre deux variables.
- `lineplot()` : Graphique de tendance, souvent utilisé pour des séries temporelles.

**Encodage des informations supplémentaires** :

- `hue` : Utilisé pour distinguer les groupes par couleur.
- `size` et `style` : Encodage via la taille ou la forme des marqueurs pour des informations supplémentaires.

**Exemple** :

- `sns.scatterplot(data=df, x='age', y='income', hue='gender', style='region')`
- Affichage des relations entre plusieurs variables avec des couleurs et des styles distincts.

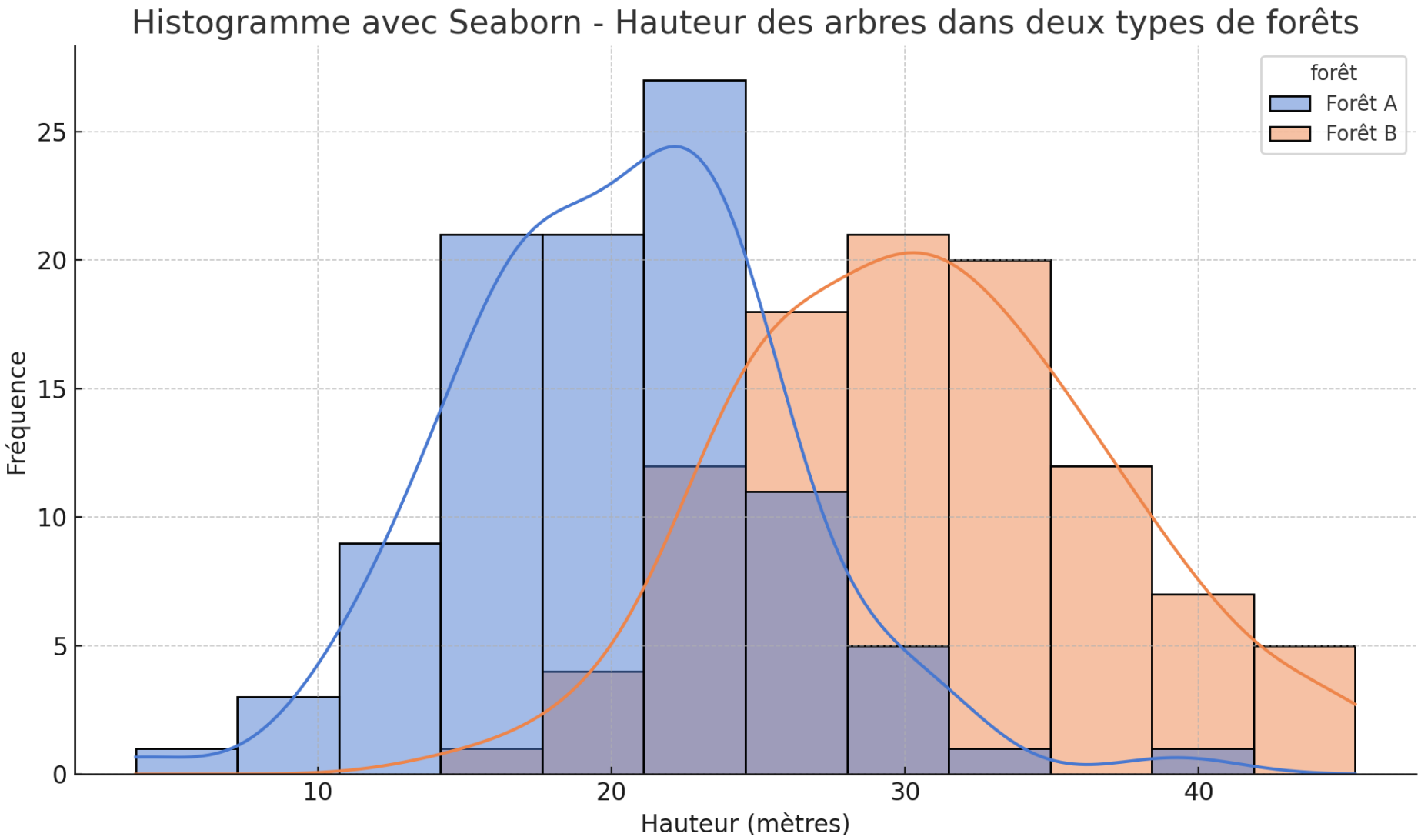
# Histogramme avec Seaborn : illustration 1/2

**Exemple concret** : Comparaison de la hauteur des arbres dans deux types de forêts (Forêt A et Forêt B).

**Code pour générer l'histogramme** :

```
import seaborn as sns
import pandas as pd
data = {'hauteur': [...], 'forêt': [...]}
df = pd.DataFrame(data)
sns.histplot(data=df, x='hauteur', hue='forêt', palette='muted',
kde=True)
plt.xlabel("Hauteur (mètres)")
plt.ylabel("Fréquence")
```

# Histogramme avec Seaborn : illustration 2/2



# Grilles de visualisation avec Seaborn

**FacetGrid et Pairplot** :

- `FacetGrid()` permet de créer des visualisations multi-variées en subdivisant les données selon une ou plusieurs catégories.
- `pairplot()` est utilisé pour tracer des paires de relations entre toutes les variables d'un jeu de données, utile pour l'analyse exploratoire.

**Exemple de** `FacetGrid` :

- `g = sns.FacetGrid(df, col='species')`
- `g.map(plt.hist, 'sepal_length')`

**Exemple de** `pairplot()` :

- `sns.pairplot(df, hue='species')`
- Permet de visualiser la distribution et la corrélation entre plusieurs variables simultanément.

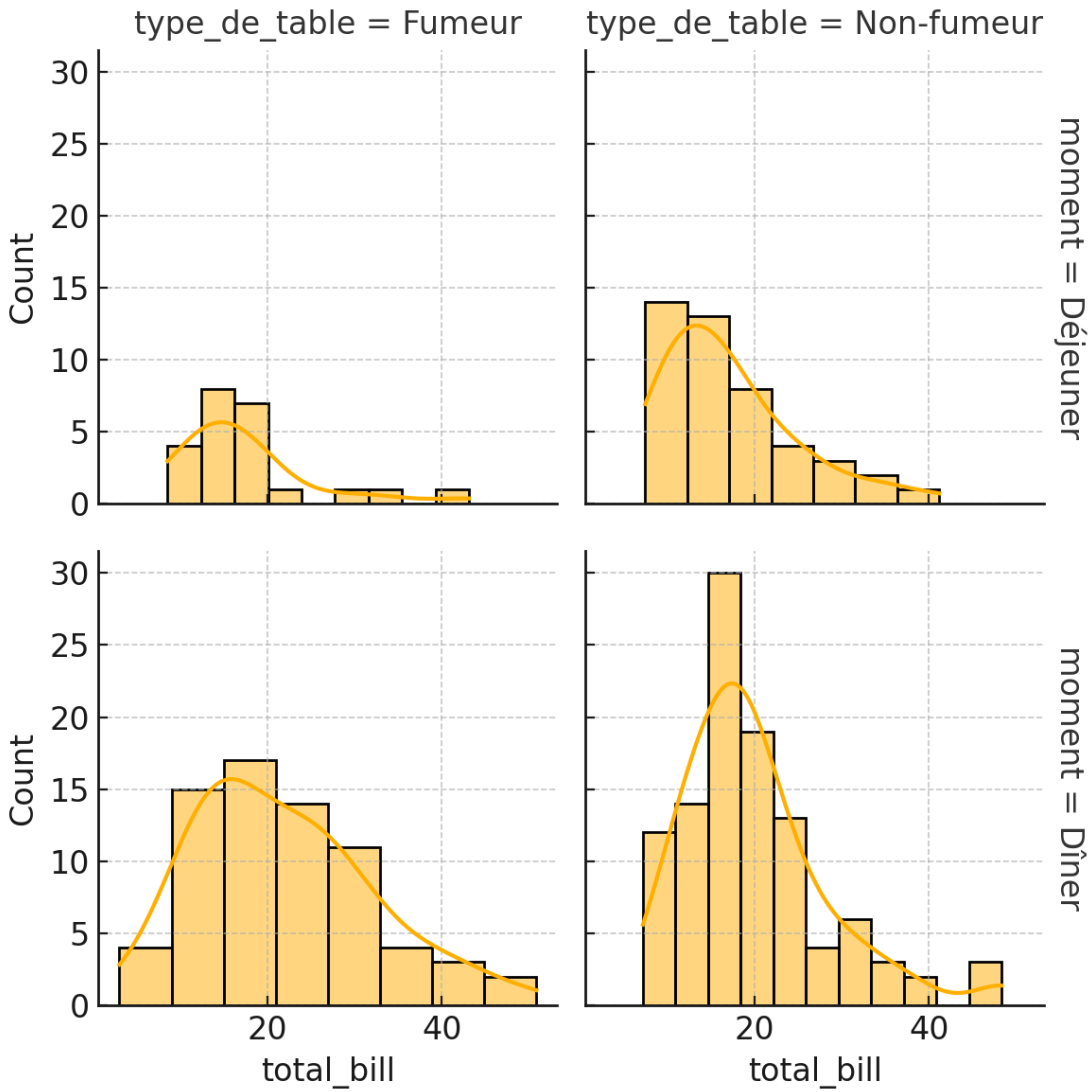
# Illustration de FacetGrid avec Seaborn : 1/2

**Exemple** : Utilisation de `FacetGrid` pour explorer la distribution des factures totales (`total_bill`) par sexe et par moment de la journée (`time`).

**Code** :

```
import seaborn as sns
tips = sns.load_dataset("tips")
g = sns.FacetGrid(tips, col="sex", row="time",
margin_titles=True)
g.map_dataframe(sns.histplot, x="total_bill", kde=True)
```

# Illustration de FacetGrid avec Seaborn : 2/2



# Introduction à Plotly

**Définition** :

- Plotly est une bibliothèque de visualisation de données interactive pour Python, supportant une large variété de graphiques (courbes, barres, cartes, etc.).
- Permet la création de graphiques statiques, animés, et interactifs.

**Pourquoi utiliser Plotly ?**

- Interaction native : Permet l'exploration des graphiques en zoomant, en survolant des points pour obtenir des informations supplémentaires, etc.
- Support de graphiques complexes comme des cartes géographiques, graphiques 3D, et graphiques financiers.
- Idéal pour les dashboards grâce à l'intégration facile avec Dash.

# Fonctionnalités principales de Plotly

**Types de graphiques disponibles** :

- **Graphiques de base** : Courbes (`line_plot`), diagrammes à barres (`bar`), et nuages de points (`scatter`).
- **Graphiques avancés** : Graphiques 3D, cartes géographiques, diagrammes en sunburst, etc.
- **Graphiques financiers** : Chandeliers (`candlestick`), graphiques OHLC, etc.

**Interactivité** :

- Les graphiques Plotly sont interactifs par défaut, permettant de zoomer, déplacer, et afficher des légendes dynamiques.
- Permet l'exportation en HTML pour une intégration facile dans des pages web.

# Exemple de graphique avec Plotly

**Code** :

- `fig = px.scatter(df, x='valeur_x', y='valeur_y', color='categorie')`
- `fig.show()` pour afficher le graphique dans un navigateur ou un notebook Jupyter.

# Comparaison de Plotly avec d'autres bibliothèques

**Plotly vs Matplotlib** :

- **Interactivité** : Plotly est interactif par défaut, tandis que Matplotlib crée des graphiques statiques.
- **Complexité** : Matplotlib offre un contrôle plus détaillé mais nécessite plus de configuration pour créer des graphiques interactifs.

**Plotly vs Seaborn** :

- **Visuels** : Seaborn est construit sur Matplotlib et offre des graphiques statiques stylisés.
- **Intégration** : Plotly est mieux adapté pour des dashboards interactifs, tandis que Seaborn est plus utilisé pour une exploration de données rapide et simple.

# Dashboards et applications avec Plotly

**Dash pour la création de dashboards** :

- Plotly s'intègre parfaitement avec Dash, un framework pour créer des applications web interactives en Python.
- Les graphiques Plotly peuvent être utilisés dans Dash pour créer des interfaces utilisateurs dynamiques.

**Exemple de code avec Dash** :

- `import dash` et `import dash_html_components as html`
- `import dash_core_components as dcc`
- **Exemple** : Création d'un graphique dynamique avec des composants `dcc.Graph` pour afficher un graphique Plotly.
- `app.layout = html.Div(children=[dcc.Graph(figure=fig)])`

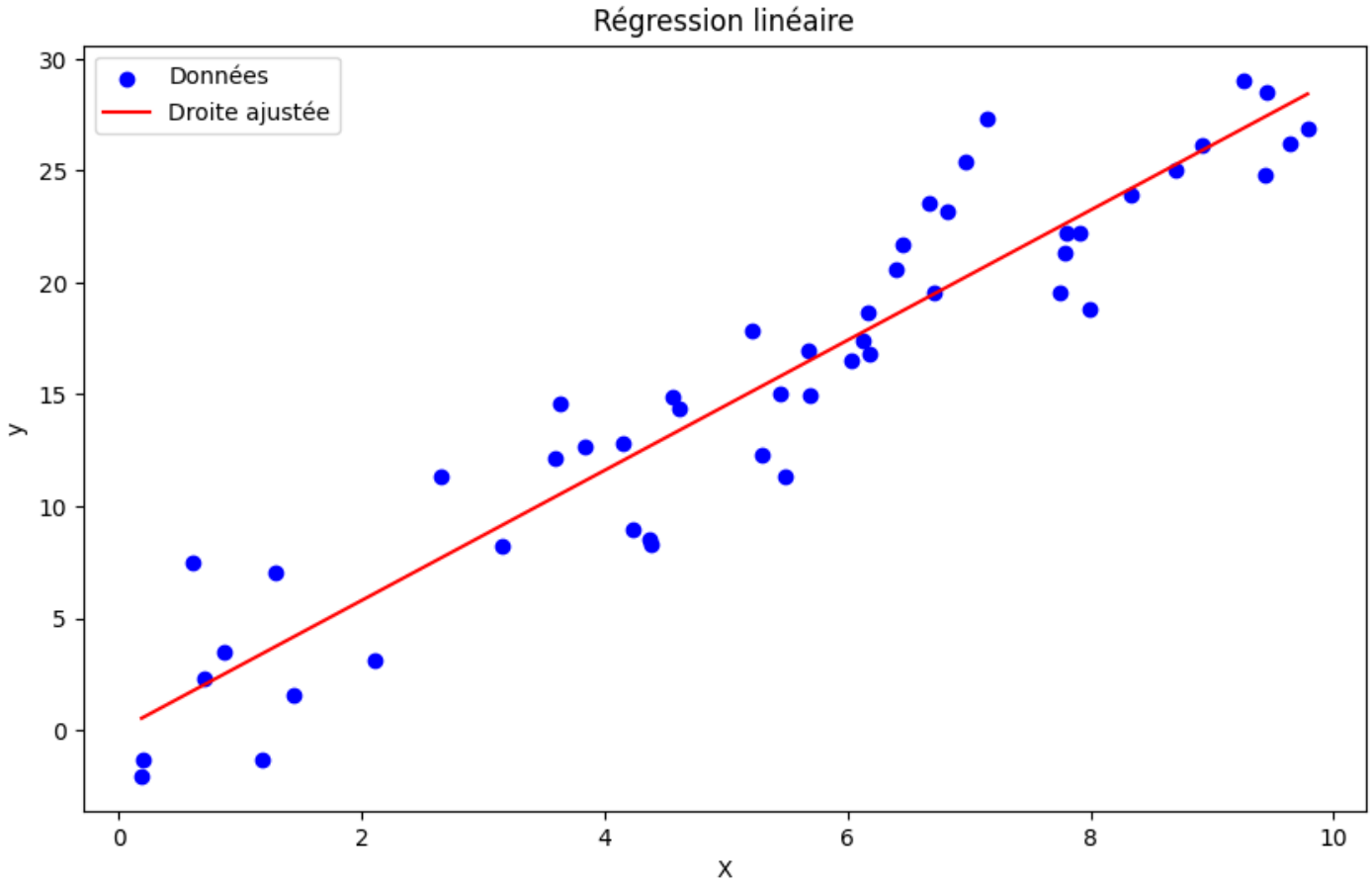
**Utilité** : Très utile pour la présentation de résultats, permettant une interaction avec les graphiques pour obtenir des insights approfondis.

# Modélisation des données

# Régression linéaire simple

Soit un ensemble de $n$ obeservations $x_1, x_2, ..., x_n$ avec les labels correspondants $y_1, y_2, ..., y_n$, on cherche le modèle linéaire qui ajuste le mieux ces données.

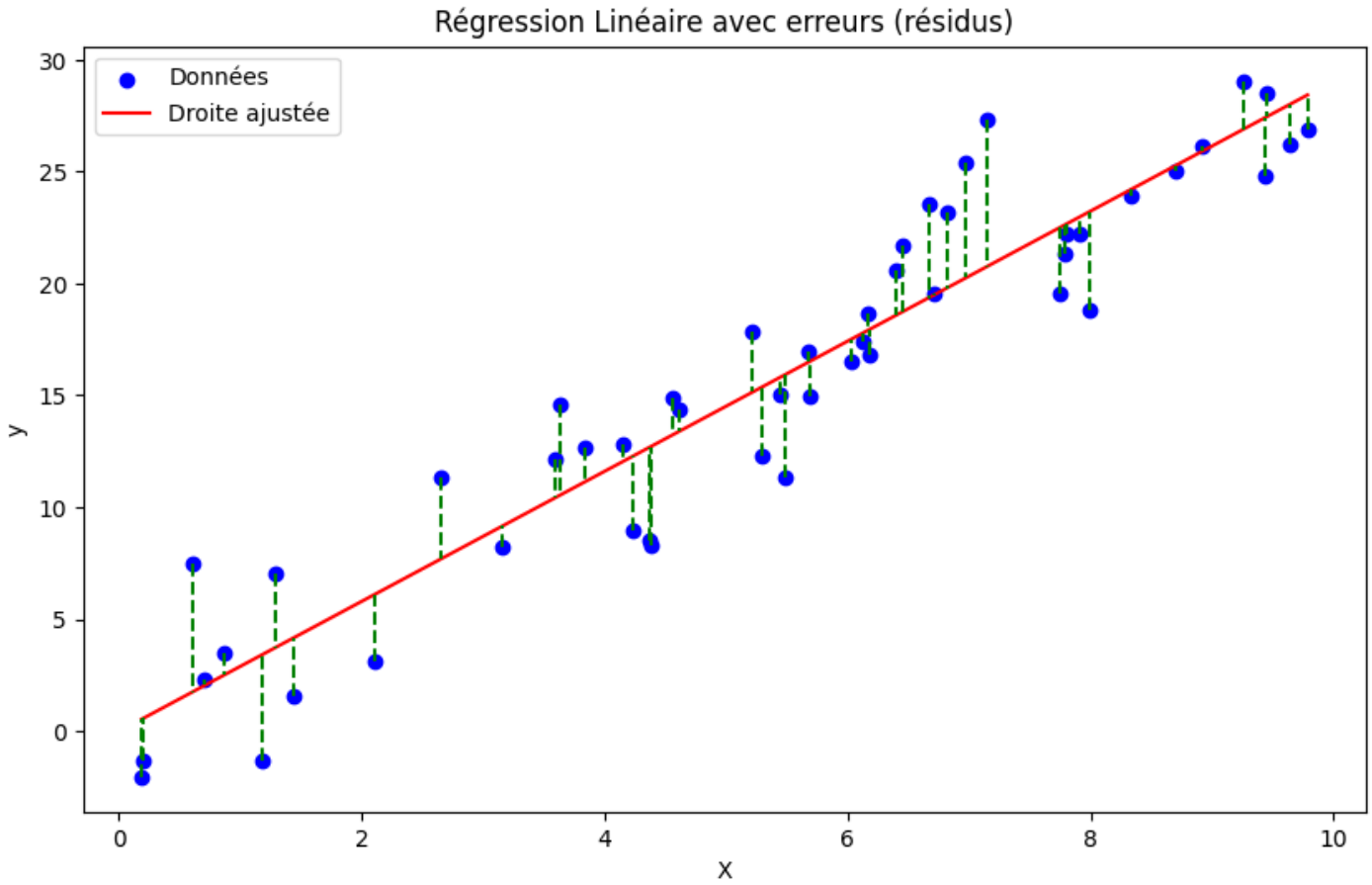
$$\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 x$$



# Résidus

## Definition

Soit $\hat{y}_i = \beta_0 + \beta_1 x_i$ la $i$ ième prédiction du modèle. Le $i$ ième résidu, noté $e_i$, est alors défini comme l'erreur de prédiction sur $i$ ième observation : $e_i = y_i - \hat{y}_i$.



# Méthode des moindres carrés

On considère la somme des carrés des résidus, notée $RSS$ :

$$RSS = e_1^2 + e_2^2 + ... + e_n^2$$

L'approche par moindre carrés consiste à estimer les coefficients $\beta_0$ et $\beta_1$ en minimisant la $RSS$. Autrement dit :

$$\arg\min_{\beta_0,\beta_1} \left( \sum_{i=1}^{n} (y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i)^2 \right)$$

Le problème peut être résolu d'une manière analytique. On obtient :

$$\begin{aligned} \beta_1 &= \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2} \\ \beta_0 &= \bar{y} - \beta_1 \bar{x} \end{aligned} \tag{1}$$

# Régression linéaire multiple

On considère $n$ observations $X^1, X^2, ..., X^n$ où chaque observation $X^i$ est désormais un vecteur ayant $p$ composantes ($p$ variables explicatives).

$$X^i = \begin{pmatrix} x_1^i \\ x_2^i \\ \vdots \\ x_p^i \end{pmatrix}$$

La régression linéaire s'écrit alors :

$$\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \ldots + \beta_p x_p$$

Les coefficiens $\beta_0, \beta_1, \ldots, \beta_p$ sont déterminés par la méthode des moindres carrés :

$$\underset{\beta_0,\beta_1,\ldots,\beta_p}{\arg\min} \sum_{i=1}^{n} \left( y^i - (\beta_0 + \sum_{j=1}^{p} \beta_j x_j^i) \right)^2$$

# L'équation normale

La régression linéaire peut être écrite sous une forme vectorielle :

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}$$

où $X$ est est appelée matrice de design.

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} 1 & x_1^1 & \dots & x_p^1 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 1 & x_1^n & \dots & x_p^n \end{pmatrix}$$

La somme des carrés des résidus est donnée par :

$$RSS = (\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta})^T(\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta})$$

On peut montrer que si la matrice de design $X$ est de rang plein, alors :

$$\boldsymbol{\beta} = (\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^T\mathbf{y}$$

# Régression polynomiale

La régression linéaire peut prendre en compte les dépendances non linéaires entre les variables explicatives $x_1, x_2, .., x_p$ et la variable expliquée $y$. Lorsque cette dépendance prend la forme d'un polynome de degré $d$, la régression linéaire s'écrit alors :

$$\hat{y} = \beta_{00} + \sum_{j=1}^{p} \beta_{ij} x_j + \sum_{j=1}^{p} \beta_{ij} x_j^2 + ... + \sum_{j=1}^{p} \beta_{ij} x_j^d$$

Les coefficients $\beta_{ij}$ peuvent être de la même manière, avec la méthode des moindres carrés.

**Remarque :** On peut utiliser n'importe quelle fonction non linéaire pour transformer les variables explicatives ($cos$, $ln$, etc.). Le modèle reste tout de même linéaire (linéarité par rapport aux coefficients).

# Choix de modèle

Il y a plusieurs manières d'évaluer la pertinence d'un modèle de régression linéaire. Le coefficient coefficient de détermination $R^2$ mesure l'ajustement du modèle. Il est donné par :

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}$$

Pour une régression linéaire multiple, on préférera cependant le coefficient de détermination ajusté $R_a^2$.

$$R_a^2 = 1 - \frac{n-1}{n-k-1} * (1 - R^2)$$

où $n$ est le nombre d'aboservations et $k$ le nombre de variables.

Des critères comme le AIC et le BIC sont également utilisés pour sélectionner un modèle.

# Métriques de performance : régression

On dispose d'un certain nombre de métriques pour évaluer les performances des modèles de machine learning. Celles-ci peuvent être divisées en deux catégories.

**Régression**

- L'erreur quadratique moyenne (MSE) : elle est définie comme la moyenne des carrés des écarts entre les prédictions et les valeurs observées.

$$MSE = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(f(x_i) - y_i)^2$$

- La racine carrée de l'erreur quadratique moyenne (RMSE) :

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(f(x_i) - y_i)^2}$$

# Régression logistique : introduction

La régression logistique est une technique d'analyse statistique utilisée pour modéliser la probabilité d'une variable dépendante binaire. C'est un cas particulier de modèle linéaire généralisé qui est utilisé pour des problèmes de classification.

Principes de la régression logistique :

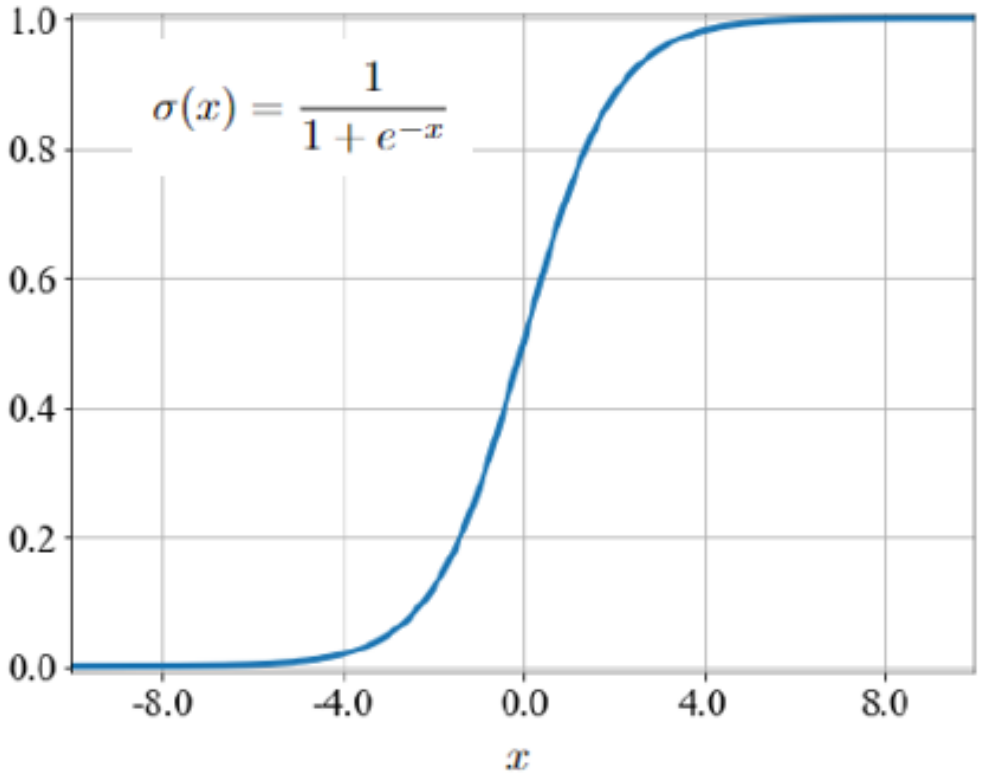
- **Variable dépendante** : On cherche la probabilité que la variable dépendante $(y)$ appartienne à une classe (0 ou 1, vrai ou faux, succès ou échec). Autrement dit, on cherche à modéliser $P(y = 1)$ en fonction des variables dépendantes (explicatives) $x$.
- **Odds ratio** : Plus concrètement, on cherche à exprimer la côte anglaise (odd ratio) en fonction des variables dépendantes $(x)$.

$$\ln \frac{p(\mathbf{x})}{1 - p(\mathbf{x})} = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + ... + \beta_p x_p$$

# Régression logistique : fonction sigmoïde

Après quelques simplifications, on peut écrire la probabilité $p(x)$ (la probabilité pour que $y$ soit un succès par exemple) :

$$p(\mathbf{x}) = \frac{1}{1 + e^{-(\boldsymbol{\beta}^T \mathbf{x})}}$$



# Calcul des coefficients de la régression logistique

Les coefficients de la régression logistique peuvent être calculés en minimisant le risque empirique par rapport à une fonction de coût sous forme d'entropie croisée :

$$\underset{\beta_0,\beta_1,\ldots,\beta_p}{\arg\min} \left( -\sum_{i=1}^{n} y_i \ln(\hat{y}_i) + (1-y_i)\ln(1-\hat{y}_i) \right)$$

# Métriques de performance : classification 1/2

**Accuracy** : L'accuracy est la métrique de base qui permet d'évaluer les performance d'un modèle de classification. Elle est définie comme :

$$\text{Accuracy} = \frac{\text{Nombre de prédictions correctes}}{\text{Nombre total de prédictions}}$$

**Matrice de confusion** : La matrice de confusion est une représentation permettant d'offrir plus de finesse par rapport à l'accuracy, notamment quand le jeu de données est déséquilibré (présence de classes majoritaires). Elle compare les prédictions du modèle avec les valeurs réelles et est structurée comme suit :

| | | **Valeur Prédite** | |
|---|---|---|---|
| | | Positif | Négatif |
| **Valeur Réelle** | Positif | Vrai Positif (VP) | Faux Négatif (FN) |
| | Négatif | Faux Positif (FP) | Vrai Négatif (VN) |

# Métriques de performance : classification 2/2

A partir de la matrice de confusion, on peut dériver d'autres métriques :

- Précision : elle est définie comme la proportion des prédictions correctes parmi toutes les prédictions positives :

$$\text{Précision} = \frac{VP}{VP + FP}$$

- Rappel (recall) : il représente la proportion des vrais positifs correctement prédits par le modèle.

$$\text{Rappel} = \frac{VP}{VP + FN}$$

- Score F1 (F1-score) : Le score F1 est défini comme la moyenne harmonique de la précision et du rappel.

$$\text{Score F1} = 2\frac{Précisin \times Rappel}{Précision + Rappel}$$