均值和方差是很容易理解的概念，实验多次测量，测量值的均值作为估计，样本方差的大小衡量数据的可靠性，我觉得对于简单的统计问题（单样本，抽样之间独立），搬出理论框架并不会比凭感觉乱搞多增加多少可靠性; 对于比较复杂的问题（数据维数多，相关性错综复杂），感觉帮不上太多的忙，主要要靠理论指导，然而我对其理论框架并不甚了解，故以下的讨论只好举出非常简单的例子，讨论推断性统计学的框架均值和方差的问题，大概至少要分三种情况：

1. 区间估计
2. 点估计
3. 假设检验

先讨论第一种情形，大学物理绪论课（参见 [?]) 讲由于随机误差的存在，结果要写成 $\bar{x}+t_\xi(\nu)S_{\bar{x}}$ 的形式,就是区间估计的表达方式。意思是说，假设待测物理量是一个随机变量 X,X 服从正态分布 $N(\mu,\sigma)$。现在要测它的均值 E(X)((就是估计参数 μ))。先给定一个置信度 α（比如 95%), 那么我有 α 的把握断言 E(X) 落在区间 $[\bar{X}-t_\xi(\nu)S_{\bar{X}},\bar{X}+t_\xi(\nu)S_{\bar{X}}]$, 关于 α，实验重复次数和区间大小的关系具体表达式就不给出了，只是定性地说，$alpha$ 越接近 1，$t_\xi(\nu)$ 会越大，要估计的值落在一个更大的区间里，极端情况是说我有 100% 的把握断言 E(X) 落在区间 $[\bar{X}-\infty,\bar{X}+\infty]$, 这样 Inference 也没什么意义了; 实验重复次数越多 $S_{\bar{X}}$ 会越小，要估计的值落在一个更小的区间里，极端情况是说只要实验重复足够多次，我就有 α 的把握断言 E(X) 一定是 $\bar{X}$。

上面举了 X 是连续性随机变量的例子，对于离散的情形，一般会考虑 Bernoulli 分布 B(p)。同样是先给定一个置信度 α，那么我有 α 的把握断言 E(X)(就是估计参数 p) 落在某个区间，关于这个区间构造最简单的方法是:

$$[\bar{x}-z\sqrt{\frac{\bar{x}(1-\bar{x})}{n}},\bar{x}+z\sqrt{\frac{\bar{x}(1-\bar{x})}{n}}]$$ [?]

这个估计并不好，一方面只有当实验重复次数足够多时近似程度才比较好，另一方面当 p 接近 0 或者 1 时区间长度会很窄，估计效果很差 [?]。

再讨论第一种情形，即只有两种判决结果的假设检验问题，此处仍然分正态性样本和 Bernoulli 实验样本两种最常用的情况分别讨论。对于正态性样本 X,N 次实验的结果得到 $X_i, i = 1, 2, ...N$, 为 $i.i.d$ 的 $r.v.$, 为检验样本均值是否为 μ_0, 构造统计量

$$T = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sqrt{S_X^2/N}} \tag{1}$$

$H_0 : \mu = \mu_0 versus H_1 : \mu \not\mu_0$

References

[1] 大学物理实验误差与数据处理章节

[2] http://www.math.uah.edu/stat/interval/Bernoulli.html

[3] https://en.wikipedia.org/wiki/Binomial_proportion_confidence_interval#Wilson_score_interval