

# Cuaderno de prácticas de Aprendizaje Automático.

Correspondiente a las titulaciones de:

Grado en Ingeniería Informática y  
Doble Grado de Informática y Matemáticas  
Curso 2015-2016.

Profesor de teoría:

**Perez de la Blanca N.**, email: nicolas@decsai.ugr.es

Profesores de prácticas:

**Acid S.**, email: acid@decsai.ugr.es

**Ruiz P.**, email: mataran@decsai.ugr.es

Página web de la asignatura:

<http://decsai.ugr.es>

*Dpto. Ciencias de la Computación e Inteligencia Artificial*

*E.T.S. de Ingenierías Informática y de Telecomunicación. Universidad de Granada*





# Unidad didáctica 1

## Lo esencial del lenguaje R

### 1.1. Tipos básicos

Valores reales y enteros, son **numeric**; 4, y 4.0

Valores booleanos (TRUE o FALSE) son **logical**, abreviado como ( T o F)

Valores de texto (o string), carácter son **characters**; "GR0017AF".

Para escribir **expresiones** numéricas :+, -, \*, /, %% (módulo)

La asignación <- o bien =

Operadores **relacionales** ==, !=, <, <=, >, >=

```
> a <- 3.5^3
```

### 1.2. Salir de R

Para finalizar cualquier sesión de trabajo, q().

Antes de salir, R nos pregunta si deseamos conservar los objetos creados durante la sesión para la siguiente, en ese caso se guarda la imagen.

#### 1.2.1. Pedir ayuda

Hay disponible mucha ayuda en línea sobre los comandos de R: El primero y más conocido es el comando **help()** para ver la sintaxis del comando en cuestión

```
> help(sample)
> ?sample          # comando abreviado
```

Aunque hay otros que nos pueden ayudar a entender mejor un comando como son:

```
> apropos("sample")  # da varios comandos relacionados con
> args(sample)       # muestra los parámetros formales obligatorios y x defecto
> example(sample)    # se visitan ejemplos de uso
```

### Guardar una copia de lo realizado

Con `savehistory()` se guarda el histórico de comandos de la sesión activa. La salida es un fichero de texto.

**Ejemplo 1.1** > `savehistory() # .Rhistory fichero por defecto`  
> `savehistory("nombrefichero.txt") # parámetro opcional`

El fichero se guarda en el directorio de trabajo, para saber cuál es `getwd()`, éste se puede cambiar mediante el comando `setwd()`.

## 1.3. Ejecutar comandos de R

### Desde línea de comandos

```
> -15:15 # crea una secuencia de enteros, la salida se muestra en 2 líneas
```

### Desde un fichero

Otra alternativa, recomendada, para trabajar es editar y lanzar ficheros de comandos que se pueden guardar y volver a relanzar desde R. Estos ficheros de comandos R se pueden crear con cualquier editor, que deben tener extensión `.R`.

Para ejecutar los comandos de R almacenados en un fichero, `source("nombrefichero.R")` se puede mostrar echo de los comandos utilizando un parámetro adicional, `echo=T`.

**Ejercicio 1.1** *Guardar los ejercicios de la sesión de prácticas, en el fichero sesion01.R*

## 1.4. Las secuencias

Se crean considerando que son enteros y el incremento o decremento es 1

### Ejemplo 1.2

```
> -12:3  
> 3:-12
```

: es una abreviación del comando `seq()`, para secuencias más particulares.

### Ejemplo 1.3

```
> seq(-12,3)  
> ?seq #pedir ayuda
```

```
seq(from = 1, to = 1, by = ((to - from)/(length.out - 1)),  
length.out = NULL, along.with = NULL, ...)
```

**Ejemplo 1.4** > `seq(-1, 2, by = 0.1)`

**Ejercicio 1.2** *crear una secuencia de 1 a 1000 en 4 intervalos*

## 1.5. Vectores

Las tres funciones más habituales para crear vectores son: `seq()`, `c()` y `rep()`. (secuenciar, concatenar y replicar respectivamente.)

### Ejemplo 1.5

```
> x <- c(1.1, 2.2, 3.3, 4.4) # se crea el vector x y se asigna valores
```

```
> x # se ve su contenido
```

o de forma equivalente:

```
> print(x)
```

```
> y <- x+10 # se crea el vector y apartir de x
```

de un vector nos pueden interesar concer, longitud, tipos de componentes, tipo genérico de componentes `length()`, `mode()`, `class()` .

### Ejemplo 1.6

```
> xx<- c(x,0,x)
```

```
> length(xx)
```

**Ejercicio 1.3** Cree un vector de 10 componentes enteras decrecientes denominado *s*. Compruebe los atributos que tiene el sistema sobre los tipos de los vectores *x* y *s*.

`rep()` como replicar un vector, sin for...

### Ejemplo 1.7

```
> rep(x,2)
```

```
> rep(x,each=2)
```

Se puede replicar con un factor diferente

### Ejemplo 1.8

```
> u <- rep(1 : 2, c(8, 4)) # 1, 8 veces y 2, 4 veces
```

#### 1.5.1. Cómputos sobre vectores

**Ejemplo 1.9** `> x+1` # suma 1 a cada uno de los componentes del vector *x*  
`> 2*y`

Las operaciones anteriores en realidad se hace entre vectores. Un valor escalar, vector de longitud 1 se repite tantas veces como necesario hasta alcanzar la longitud del vector mayor.

**Operadores elementales:**

`+, -, *, /, ^` (potencia)

y, **funciones matemáticas:**

`abs()`, `log()`, `exp()`, `sin()`, `cos()`, `tan()`, `sqrt()`

### 1.5.2. Revisitando las operaciones aritméticas sobre vectores

**Ejercicio 1.4** *Estima las longitudes resultantes de las operaciones siguientes:*

**Ejemplo 1.10**

```
> x + 1 + 2 * y  
> x - y  
> x + s  
> xx + x
```

**Ejemplo 1.11**

```
> zz <- xx + x # A pesar del warning se crea el nuevo vector
```

**funciones útiles sobre vectores:**

`min()`, `max()`, `range()`, `sum()`, `prod()`, `sort()` para hallar respectivamente el mínimo, máximo, el par mínimo máximo, sumatoria y producto de componentes y finalmente, realiza ordenación.

**Ejercicio 1.5** *Deje ordenado x en orden decreciente.*

**Ejercicio 1.6** *Calcule la media del vector x, usando `sum()` y `length()`.*

Qué hace la siguiente expresión ?

```
> sum((x - mean(x))^2)/(length(x)-1)
```

**Funciones estadísticas :**

`mean`, `var`, `sd`

**Ejercicio 1.7** *Se registran ventas de 5 artículos el sábado, se registran en otro vector las ventas del domingo. Guarde en un vector `articulo.nombres` los nombres de los artículos correspondientes a las ventas. Obtener en un vector `finde.ventas` las ventas del fin de semana.*

**Ejercicio 1.8** *Simule el lanzamiento de dos dados. Los lanzamientos son independientes.*

*Nota: utilice la función `sample`, necesitará algún parámetro, cuál?*

### 1.5.3. Acceso a las componentes

Los índices de los vectores van de `1..length(<vector>)`

**Ejemplo 1.12**

```
> x[1] # accede al primer componente del vector  
> x[2:length(x)-1] # todos los componentes excepto el primero y ultimo
```

#### 1.5.4. Imponiendo condiciones entre [ ]

**Ejemplo 1.13** > x[x>4] # muestra los elementos que hacen verdad condicion  
> x > 4 # vector logico que sirve para indexar

**Ejercicio 1.9** *Dado un vector de puntuaciones se han de quitar los valores extremos*

#### 1.5.5. Poniendo nombres a las posiciones

##### Ejemplo 1.14

```
names(x) <- c("uno", "dos", "tres", "cuatro")  
impar <- x[c("uno", "tres")]
```

#### 1.5.6. Valores nulos o NA (not available) presente en cualquier tipo

**Ejemplo 1.15** > w <- numeric() # crea el objeto y reserva espacio

##### Ejemplo 1.16

```
> length(w) <- 10; w # se redimensiona y muestra contenido  
> w[3:5] <- 5 # o se rellena a medias, ver contenido
```

**Ejercicio 1.10** *Dado el vector actual de w, ignore los valores perdidos.*



**Ejemplo 1.17** > w[3:5] <- 5 # se rellena a medias, ver contenido

#### 1.5.7. Componiendo vectores

Las funciones `cbind()`, `rbind()`, `seq()`

A veces interesa mantener la estructura de los datos, pero bajo un mismo identificador. Se pueden combinar los componentes bien por columnas `c`, bien por filas `r`

##### Ejemplo 1.18

```
sabado.vntas = c(200, 300, 320) # unidades vendidas el sabado  
domingo.vntas = c(120, 230, 200) # unidades vendidas el domingo  
finde.vntas = c(sabado.vntas, domingo.vntas) # agregación de las ventas  
nombre.vntas = c("AB", "CD", "EF") # nombre articulos
```

##### Ejemplo 1.19

```
fila.vntas = cbind(sabado.vntas, domingo.vntas) # se pegan las columnas  
columna.vntas = rbind(sabado.vntas, domingo.vntas) # se pegan las filas  
colnames(columna.vntas) = nombre.vntas
```

De qué tipo es? `columna.vntas` ¿Es eso lo que queríamos? Aparcamos las matrices por un momento y vemos otro tipo de objetos.

### 1.5.8. Data frame

Son objetos para contener datos, como los vectores o arrays pero con columnas de diferentes tipos.

#### Ejemplo 1.20

```
ventas <- data.frame(nombre.vntas, sabado.vntas, domingo.vntas )
```

La forma de acceder a cada uno de los vectores componentes es mediante el nombre del objeto \$ prefijando el nombre del campo.

#### Ejemplo 1.21

```
> ventas$sabado.vntas # se muestran las ventas del sábado  
> ventas$sabado.vntas + c(10,5,75) # se actualiza las ventas del sábado
```

### 1.5.9. Para terminar vamos a limpiar

Hasta aquí se han creado numerosos objetos de prueba, que se pueden conservar entre sesiones si fuera necesario... pero no en esta ocasión.

**Ejemplo 1.22** `> ls() # lista todos los objetos`  
`> rm(x) # elimina el objeto indicado`

**Ejercicio 1.11** *Elimine todos los objetos creados durante la sesión.*

## Unidad didáctica 2

# Programando en R

### 2.1. Modificando el control de flujo

Para cambiar el flujo de control en la ejecución de instrucciones, existen las típicas estructuras conocidas de Condicionales, Bucles y Funciones. Que se corresponden con los instrucciones.

```
if(cond) expr

if(cond)
  cons.expr
else
  alt.expr

for(var in seq)
  expr

while(cond)
  expr

repeat
  expr

break
next
```

Estas instrucciones no se suelen utilizar en modo interactivo sino para incluirlas dentro de código R, en funciones.

### 2.2. Condicionales y bucles

**Ejemplo 2.1**  
for(m in 1:3)

```
{ print(m) }
```

**Ejemplo 2.2**

```
x=0
while(x<5)  {
  print("hola")
  x=x+1
}
```

Tiene hasta `repeat` sin condicion :(( para salir usar `break`  
R y los bucles ... :( son muy lentos, cuando se pueda...mejor usa `lapply`.

### 2.3. Funciones

Una función es un objeto y se define con una asignación de la forma:

```
> nombre <- function(arg1,arg2,...){expresion}
```

La expresión es una fórmula o grupo de fórmulas que utilizan los parámetros formales para calcular su valor. El valor de dicha expresión es el valor que proporciona R en su salida y éste puede ir desde un número, o un vector, un mensaje, hasta una lista, o gráfica. Puede usarse `return()`. No olvidar () .

**Ejemplo 2.3** *Vamos a crear una función para hallar el máximo de 2 valores y se invoca con los valores -1,-10*

```
mayor <-function(x,y) {
  if(x>y)  x
  else y
}

> mayor <-function(x,y) {
  if(x>y)
    { return (x) }
  else { return (y) }
}
> mayor(-1,-10) # invoca la función
> mayor # muestra la función
```

*Aunque la segunda definición de mayor nos resulta más familiar... Las {} son útiles si hay más de una instrucción en cada rama.*

**Ejemplo 2.4** *Suma de una progresión aritmética con a1 término inicial, n número de términos y d incremento.*

```
> suma <- function(a1,n,d){  
  an <- a1+(n-1)*d;  
  ((a1+an)*n)/2  
}
```

**Ejercicio 2.1** Crea una función denominada *puntuacion* que simule tirar dos dados, y devuelva la suma. Los lanzamientos son independientes.

Nota: utiliza la función *sample*. Deben de poder obtenerse valores como 2 o 12.

**Ejercicio 2.2** Llamar 10 veces a la función *puntuacion*.

**Ejercicio 2.3** Rellenar un vector con 100 puntuaciones. Versión 1. Agregando las salidas de 2.3 a un vector. Versión 2. Hacer una función que devuelva un vector de longitud variable.

### 2.3.1. Los argumentos de las funciones

Dada la función *f1* con cuatro argumentos

```
> f1 <- function(a,b,d = FALSE,c = 4){  
  x1<-a*b  
  if(d) x1 = c  
  return (x1)  
}
```

los argumentos *a* y *b* tienen que darse en el orden debido o, si los nombramos, podemos darlos en cualquier orden:

#### Ejemplo 2.5

```
> f1(4, 5)  
> f1(b = 5, a = 4)
```

Los argumentos *c* y *d* tienen valores por defecto. Se pueden especificar o no, en ese último caso se usan los valores por defecto. Nota: los argumentos con nombre siempre se tienen que dar después de los posicionales así,

```
> f1(c = 25, 4, 5) # Error
```

Ya sabemos que *args(nombreFuncion)* nos muestra los argumentos de cualquier función. ... permite pasar argumentos a otra función:

**Ejemplo 2.6**

```
> f3 <- function(x, y, label = "la x", ...){  
  plot(x, y, xlab = label, ...)}  
  
> f3(1:5, 1:5)  
> f3(1:5, 1:5, ylab= "la YYYY", col = "red")
```

Para realizar funciones de dos variables, se puede utilizar el comando **outer**. del mismo modo a como se usara para generar las primeras potencias de los números

```
> e = 1:9 # exponente  
> base = 1:8; names(base) = paste(base,":", sep = "")  
> outer(base, e, "^")
```

En lugar de usar la potencia, podemos usar una función propia

**Ejemplo 2.7**

```
> x = seq(0,pi,length.out=5)  
> y = seq(pi,2*pi,length.out=5)  
> f = function(x,y){cos(x)/(y^2)}  
> z = outer(x,y,f)
```

**Ejercicio 2.4** *Vamos a manipular una baraja española, a barajarla y a robar de la baraja. Para ello, será necesario crear la baraja: un dataframe y dos funciones barajar y robar.*

# Unidad didáctica 3

## Trabajo 1. Programación

Fecha límite de entrega: 23 Marzo

Valoración: 8 puntos

### 3.1. Normas de desarrollo y entrega

#### 3.1.1. Un informe

Para este trabajo así como, para los sucesivos es obligatorio presentar un **informe escrito** en formato **pdf** con sus *valoraciones* y *decisiones* adoptadas en el desarrollo de cada uno de los apartados además de incluir *los gráficos generados*. Por último, debe incluirse **una valoración** de la calidad de los resultados encontrados.

Nota: **Sin este informe se considera que el trabajo es NO PRESENTADO.**

#### 3.1.2. Normas para el desarrollo de los trabajos

EL INCUMPLIMIENTO DE ESTAS NORMAS SIGNIFICA PERDIDA DE 2 PUNTOS POR CADA INCUMPLIMIENTO.

- El código se debe estructurar en un único script R con distintas funciones o apartados, uno por cada ejercicio/apartado de la práctica.
- Todos los resultados numéricos o gráficas serán mostrados por pantalla, parando la ejecución después de cada apartado. No escribir nada en el disco.
- El path que se use en la lectura de cualquier fichero auxiliar de datos debe ser siempre "datos/nombre\_fichero". Es decir, crear un directorio llamado "datos" dentro del directorio donde se desarrolla y se ejecuta la práctica.
- Un código es apto para ser corregido si se puede ejecutar de principio a fin sin errores.
- NO ES VALIDO usar opciones en las entradas. Para ello fijar al comienzo los parámetros por defecto que considere que son los óptimos.

- El código debe estar obligatoriamente comentado explicando lo que realizan los distintos apartados y/o bloques.
- Poner puntos de parada para mostrar imágenes o datos por consola.
- Todos los ficheros se entregan juntos dentro de un único fichero zip.
- ENTREGAR SOLO EL CODIGO FUENTE, NUNCA LOS DATOS.
- **Forma de entrega:** Subir el zip al Tablón docente de CCIA, hay una entrega habilitada a tal efecto.

### 3.2. Ejercicio de Generación y Visualización de datos (2 puntos)

1. Construir una función  $lista = simula\_unif(N, dim, rango)$  que calcule una lista de longitud  $N$  de vectores de dimensión  $dim$  conteniendo números aleatorios uniformes en el intervalo  $rango$ .
2. Construir una función  $lista = simula\_gaus(N, dim, sigma)$  que calcule una lista de longitud  $N$  de vectores de dimensión  $dim$  conteniendo números aleatorios gaussianos de media 0 y varianzas dadas por el vector  $sigma$ .
3. Suponer  $N = 50$ ,  $dim = 2$ ,  $rango = [-50, +50]$  en cada dimensión. Dibujar una gráfica de la salida de la función correspondiente.
4. Suponer  $N = 50$ ,  $dim = 2$  y  $sigma = [5, 7]$  dibujar una gráfica de la salida de la función correspondiente.
5. Construir la función  $v=simula\_recta(intervalo)$  que calcula los parámetros,  $v = (a, b)$  de una recta aleatoria,  $y = ax + b$ , que corte al cuadrado  $[-50, 50] \times [-50, 50]$  (Ayuda: Para calcular la recta simular las coordenadas de dos puntos dentro del cuadrado y calcular la recta que pasa por ellos)
6. Generar una muestra 2D de puntos usando  $simula\_unif()$  y etiquetar la muestra usando el signo de la función  $f(x, y) = y - ax - b$  de cada punto a una recta simulada con  $simula\_recta()$ . Mostrar una gráfica con el resultado de la muestra etiquetada junto con la recta usada para ello.
7. Usar la muestra generada en el apartado anterior y etiquetarla con  $+1, -1$  usando el signo de cada una de las siguientes funciones

- $f(x, y) = (x - 10)^2 + (y - 20)^2 - 400$
- $f(x, y) = 0,5(x + 10)^2 + (y - 20)^2 - 400$
- $f(x, y) = 0,5(x - 10)^2 - (y + 20)^2 - 400$
- $f(x, y) = y - 20x^2 - 5x + 3$

Visualizar el resultado del etiquetado de cada función junto con su gráfica y comparar el resultado con el caso lineal  $\hat{y}$ . Que consecuencias extrae sobre la forma de las regiones positiva y negativa?

8. Considerar de nuevo la muestra etiquetada en el apartado.6. Modifique las etiquetas de un 10% aleatorio de muestras positivas y otro 10% aleatorio de negativas.
  - Visualice los puntos con las nuevas etiquetas y la recta del apartado.6.
  - En una gráfica aparte visualice nuevo los mismos puntos pero junto con las funciones del apartado.7.

Observe las gráficas y diga que consecuencias extrae del proceso de modificación de etiquetas en el proceso de aprendizaje.

### 3.3. Ejercicio de Ajuste del Algoritmo Perceptrón (3 puntos)

1. Implementar la función  $sol = ajusta\_PLA(datos, label, max\_iter, vini)$  que calcula el hiperplano solución a un problema de clasificación binaria usando el algoritmo PLA. La entrada  $datos$  es una matriz donde cada ítem con su etiqueta está representado por una fila de la matriz,  $label$  el vector de etiquetas (cada etiqueta es un valor +1 o -1),  $max\_iter$  es el número máximo de iteraciones permitidas y  $vini$  el valor inicial del vector. La salida  $sol$  devuelve los coeficientes del hiperplano.
2. Ejecutar el algoritmo PLA con los valores simulados en apartado.6 del ejercicio.4.2, inicializando el algoritmo con el vector cero y con vectores de números aleatorios en  $[0, 1]$  (10 veces). Anotar el número medio de iteraciones necesarias en ambos para converger. Valorar el resultado
3. Ejecutar el algoritmo PLA con los datos generados en el apartado.8 del ejercicio.4.2, usando valores de 10, 100 y 1000 para  $max\_iter$ . Etiquetar los datos de la muestra usando la función solución encontrada y contar el número de errores respecto de las etiquetas originales. Valorar el resultado.
4. Repetir el análisis del punto anterior usando la primera función del apartado.7 del ejercicio.4.2
5. Modifique la función  $ajusta\_PLA$  para que le permita visualizar los datos y soluciones que va encontrando a lo largo de las iteraciones. Ejecute con la nueva versión el apartado.3 del ejercicio.4.2
6. A la vista de la conducta de las soluciones observada en el apartado anterior, proponga e implemente una modificación de la función original  $sol = ajusta\_PLA\_MOD(...)$  que permita obtener soluciones razonables sobre datos no linealmente separables. Mostrar y valorar el resultado encontrado usando los datos del apartado.7 del ejercicio.4.2

### 3.4. Ejercicio sobre Regresión Lineal (3 puntos)

1. Abra el fichero ZipDigits.info disponible en la web del curso y lea la descripción de la representación numérica de la base de datos de números manuscritos que hay en el fichero ZipDigits.train.
2. Lea el fichero ZipDigits.train dentro de su código y visualize las imágenes. Seleccione solo las instancias de los números 1 y 5. Guardelas como matrices de tamaño 16x16.

3. Para cada matriz de números calcularemos su valor medio y su grado de simetría vertical. Para calcular la simetría calculamos la suma del valor absoluto de las diferencias en cada píxel entre la imagen original y la imagen que obtenemos invirtiendo el orden de las columnas. Finalmente le cambiamos el signo.
4. Representar en los ejes { X=Intensidad Promedio, Y=Simetría} las instancias seleccionadas de 1's y 5's.
5. Implementar la función  $sol = Regress\_Lin(datos, label)$  que permita ajustar un modelo de regresión lineal (usar SVD). Los datos de entrada se interpretan igual que en clasificación.
6. Ajustar un modelo de regresión lineal a los datos de (Intensidad promedio, Simetría) y pintar la solución junto con los datos. Valorar el resultado.
7. En este ejercicio exploramos cómo funciona regresión lineal en problemas de clasificación. Para ello generamos datos usando el mismo procedimiento que en ejercicios anteriores. Suponemos  $\mathcal{X} = [-10, 10] \times [-10, 10]$  y elegimos muestras aleatorias uniformes dentro de  $\mathcal{X}$ . La función  $f$  en cada caso será una recta aleatoria que corta a  $\mathcal{X}$  y que asigna etiqueta a cada punto con el valor de su signo. En cada apartado generamos una muestra y le asignamos etiqueta con la función  $f$  generada. En cada ejecución generamos una nueva función  $f$ 
  - a) Fijar el tamaño de muestra  $N = 100$ . Usar regresión lineal para encontrar  $g$  y evaluar  $E_{in}$ , (el porcentaje de puntos incorrectamente clasificados). Repetir el experimento 1000 veces y promediar los resultados. ¿Qué valor obtiene para  $E_{in}$ ?
  - b) Fijar el tamaño de muestra  $N = 100$ . Usar regresión lineal para encontrar  $g$  y evaluar  $E_{out}$ . Para ello generar 1000 puntos nuevos y usarlos para estimar el error fuera de la muestra,  $E_{out}$  (porcentaje de puntos mal clasificados). De nuevo, ejecutar el experimento 1000 veces y tomar el promedio. ¿Qué valor obtiene de  $E_{out}$ ? Valore los resultados
  - c) Ahora fijamos  $N = 10$ , ajustamos regresión lineal y usamos el vector de pesos encontrado como un vector inicial de pesos para PLA. Ejecutar PLA hasta que converja a un vector de pesos final que separe completamente la muestra de entrenamiento. Anote el número de iteraciones y repita el experimento 1.000 veces. ¿Cuál es valor promedio de iteraciones que tarda PLA en converger? (En cada iteración de PLA elija un punto aleatorio del conjunto de mal clasificados). Valore los resultados
8. En este ejercicio exploramos el uso de transformaciones no lineales. Consideraremos la función objetivo  $f(x_1, x_2) = \text{sign}(x_1^2 + x_2^2 - 0,6)$ . Generar una muestra de entrenamiento de  $N = 1000$  puntos a partir de  $\mathcal{X} = [-10, 10] \times [-10, 10]$  muestreando cada punto  $x \in \mathcal{X}$  uniformemente. Generar las salidas usando el signo de la función en los puntos muestreados. Generar ruido sobre las etiquetas cambiando el signo de las salidas a un 10% de puntos del conjunto aleatorio generado.

- Ajustar regresion lineal, para estimar los pesos  $w$ . Ejecutar el experimento 1.000 y calcular el valor promedio del error de entrenamiento  $E_{in}$ . Valorar el resultado.
- Ahora,consideremos  $N = 1000$  datos de entrenamiento y el siguiente vector de variables:  $(1, x_1, x_2, x_1x_2, x_1^2, x_2^2)$ . Ajustar de nuevo regresión lineal y calcular el nuevo vector de pesos  $\hat{w}$ . Mostrar el resultado.
- Repetir el experimento anterior 1.000 veces calculando en cada ocasión el error fuera de la muestra. Para ello generar en cada ejecución 1.000 puntos nuevos y valorar sobre ellos la función ajustada. Promediar los valores obtenidos ¿Qué valor obtiene?. Valorar el resultado.