Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Национальный исследовательский университет ИТМО»
Факультет Программной Инженерии и Компьютерной Техники

Лабораторная работа № 6
по дисциплине информатика
Работа с системой компьютерной вёрстки LaTeX
Вариант № 90

Выполнил:
студент группы P3216
Селиверстов Р.В.
Преподаватель:
Балакшин П.В.

г. Санкт-Петербург
2023г.

Содержание

1 Задание

Год выпуска: 1975
Выпуск: 1
Страницы: 55, 56

55,56 страница

2 Выполнение работы

https://www.overleaf.com/project/659e9ba51b001072cc25c5f2

3 Вывод

В ходе работы я научился работать в системе LaTeX и узнал интересные факты из журнала Квант.

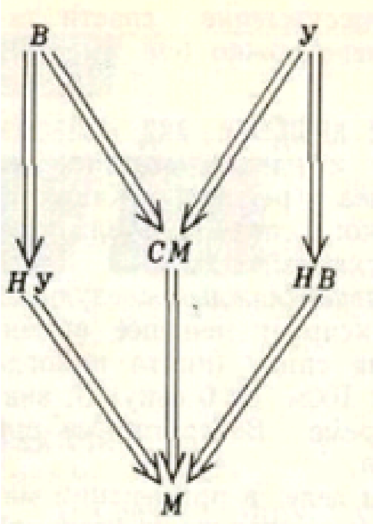

Рис. 1.

Ограниченность

К поняти *ограниченной* последовательности, введенному в учебни-ке (п.26), полезно добавить еще два: последовательность (x_n) называется *ограниченной сверху*, если существу-ет такое число M, всех n

$$x_n \leq M;$$

последовательность (x_n) называется *ограниченной снизу*, если существу-ет такое число m, что для всех n

$$x_n \geq m.$$

Очевидно, последовательность (x_n) тогда и только тогда является огра-ниченной,когда она ограничена свер-ху и снизу.

У п р а ж н е н и я

5. Приведите четыре примера последовательностей: ограниченной сверху, но не снизу; ограниченной снизу, но не сверху; не ограниченной ни снизу, ни сверху; ограниченной и снизу, и сверху.

6. Докажите, что любая неубывающая последовательность ограничена снизу, любая невозрастающая - сверху.

Существование предела

В учебнике доказывается, что *если последовательность имеет предел, то она ограничена* (п. 26). Следовательно, *если последовательность не ограничена, то она предела не имеет.*

Кроме того, в учебнике формулиру-ется упомянутая в начале статьи теорема Вейерштрасса: *если последовательность монотонна и ограничена, то она имеет предел* (п. 32).

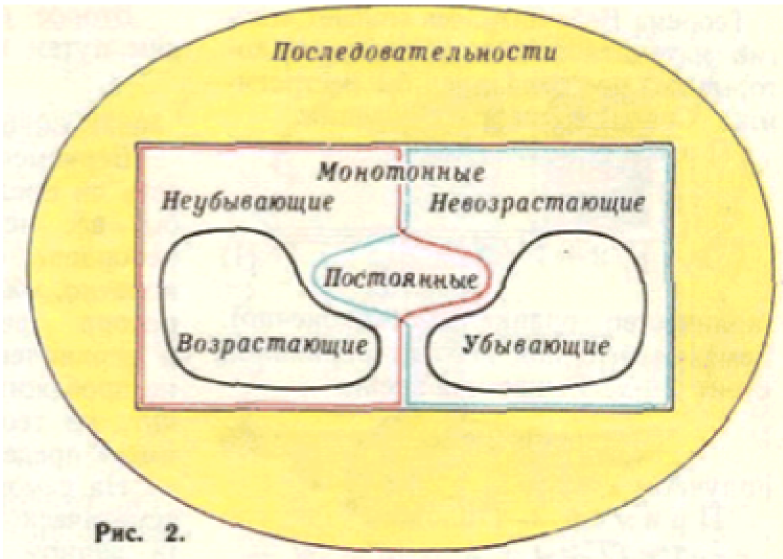

Рис. 2.

Ситуация станет более ясной, если мы изобразим ее в виде таблцы. Любая последовательность обладает (знак + в таблице ниже) или не обладает (знак −) каждым из двух свойств, указанных в над «входными» стобцами таблицы. Таким образом, возникают четыре возможности. В трех случаях сформулированные выше теоремы позволяют утверждать существование (знак + в «выходном» столбце таблицы) или несуществование(знак −) предела. В четвертом случае (тертья строка таблицы) ничего определенного сказать нельзя(см. упр. 7).

монотонность	ограниченность	существование предела
+	+	+
+	−	−
−	+	
−	−	−

У п р а ж н е н и я

7. Приведите пример немонотонной ограниченной последовательности, имеющей предел, и пример немонотонной ограни ченной последовательности, не имеющей предела.

8. Докажите, что последовательность

$$x_n = 1 + 2 + 3 + 4 ... + 2^2$$

не имеет предела.

Теорема Вейерштрасса спасает мно гие математические рассуждения, ко торые без нее оказались бы нестроги ми Сравним лва рассуждения.

П р и м е р 1. Положим

$$x = \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + ...}}} \qquad (1)$$

(количество радикалов бесконечно). Заметим, что под первым радикалом стоит $2+x$. Решая уравнение

$$x = \sqrt{2 + x} \qquad (2)$$

получаем x=2

П р и м е р 2. Положим $x = 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + ...$ (количество слагаемых бесконечно). Заметим, что

$$\begin{aligned} x &= 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + ... = \\ &= 1 + 2(1 + 2 + 4 + 8 + ...) = \\ &= 1 + 2x \end{aligned}$$

Второе рассуждение спасти таким путем невозможно (см. упр. 8).

* * *

Вернемся к началу статьи. Так есть ли предел у рекордов? Казалось бы, все ясно: последователь ность рекордов, скажем, в беге на 100м, конечно, убывает (каждый следующий рекорд фиксирует меньшее время) и ограничена снизу (никто никогда не пробежит 100м за 0 секунд); зна- чит, по теореме Вейерштрасса она имеет предел.

На самом деле, в применении математического аппарата к реальной (в данном случае, к спортивной) жизни не все так просто, как это сыглядит в предыдущем абзаце. Вот и у нас, конечно же, не все корректно. Что именно? Ожидаем ваших писем.