Gestão de Carteiras de Investimentos

Prof. Dr. Rodrigo Leite

Sobre o Professor

- *Background acadêmico*

- Bacharel em Ciências Contábeis, FAF/UERJ
- Mestre em Administração, EBAPE/FGV
- Doutor em Administração, EBAPE/FGV

Sobre o Professor

- *Background Profissional*
- Professor
- Consultor

Sobre o Professor

- *Conselhos*
- Membro do Conselho Fiscal da ANPAD: (2024-presente)
- Membro do Conselho Fiscal da SBFin: (2023-presente)
- Membro do Conselho Fiscal da Minerva Impacto (2025-presente)

Comentários na Mídia

Dinâmica do curso

- Aulas Expositivas: Horas 1-6
- Trabalho Final (em grupo): Horas 7-8
- Prova Final: Hora 9

- 50% Trabalho Final
- 50% Prova Final

- Exercícios no final das Horas 1-6 não serão computados para a nota

Hora 1
Fundamentos de Risco e Retorno e o Problema da Alocação dos Recursos

Problema da Alocação de Recursos

- Qual o seu objetivo de retorno?
- Qual a sua tolerância a perda?
- Qual o universo investível?
- Quantos investimentos?
- Quanta concentração?

- Às vezes a U = $\emptyset$! (Precisamos abrir mão de algo)

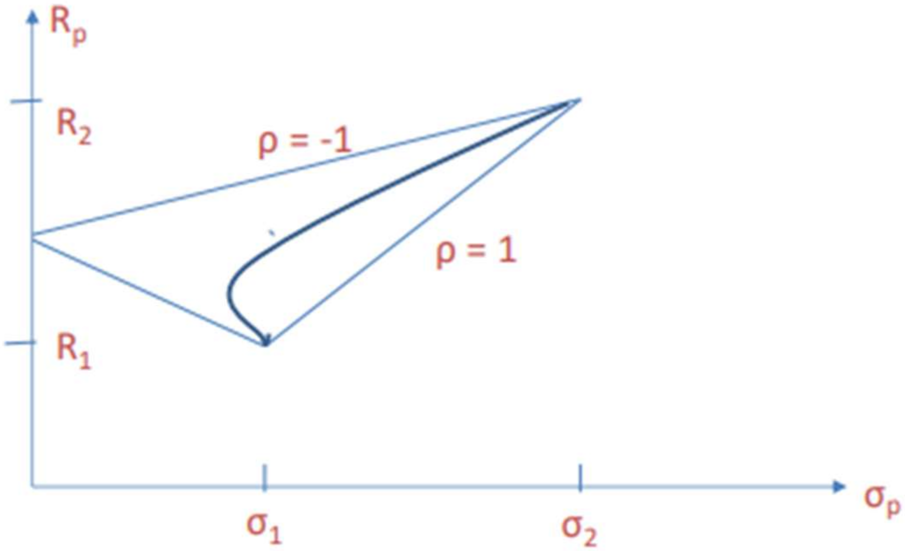
Fundamentos Estatísticos

- Retorno de 1 ativo no tempo t: $R_{i,t} = \frac{P_{i,t}}{P_{i,t-1}}$
- Retorno do portfólio: $R_{P,t} = \sum_{i=1}^{N} w_i R_{i,t}$
- Volatilidade (2 ativos): $\sigma_P^2 = w_1^2\sigma_1^2 + w_2^2\sigma_2^2 + 2w_1w_2\rho_{1,2}\sigma_1\sigma_2$ (Covariância)
- Volatilidade (múltiplos ativos): $\sigma_P^2 = w^T\Omega w$

Efeito da correlação no risco do Portfólio

- Se $\rho_{1,2} < 0$, então e $w_1 \neq 0, w_2 \neq 0$:

$$\sigma_P^2 = w_1^2\sigma_1^2 + w_2^2\sigma_2^2 - 2w_1w_2\left|\rho_{1,2}\right|\sigma_1\sigma_2 < w_1^2\sigma_1^2 + w_2^2\sigma_2^2$$



Por que a Diversificação é o único "almoço grátis"?

- Portfólio com 2 ativos que no Ano 1 um tem retorno de 100% e outro uma queda de 50%, e no Ano 2 isso se inverte.

- Sem rebalanceamento: Retorno total = 0 (+25% no Ano 1 e -20% no Ano 2).

- Com rebalanceamento: Retorno total = 56.25% (+25% no Ano 1 e +25% no Ano 2)

Estimando Risco e Retorno no Excel

- Vamos estimar o Retorno e o Risco de um Portfólio composto de 50% de PETR3 e 50% de VALE3.

- Download da base: www.roleite.com/gci/index.html

Exercício – Hora 1

- Utilizando a base do exemplo (PETR3 e VALE3), calcule:

- Retorno e Desvio-Padrão com alocação 30% PETR3 e 70% VALE3
- Retorno e Desvio-Padrão com alocação 50% PETR3 e 50% VALE3
- Retorno e Desvio-Padrão com alocação 70% PETR3 e 30% VALE3

- Qual dessas 3 alocações você acha melhor? Por que?

Hora 2
CAPM

Risco

- Mais Risco => Mais Retorno

- Mas como saber se uma ação individual tem mais risco do que o mercado?

- Se uma carteira de ação tem menos risco que a carteira de mercado, então essa carteira deve ter menos retorno. Mas quanto a menos de retorno?

Retorno

- O mercado remunera os investidores por 2 serviços prestados: (1) custo de oportunidade do capital e (2) assumir os riscos do investimento.
- (1) é a taxa livre de risco, (2) é o prêmio de risco.
- A partir disso podemos inferir o retorno esperado de um investimento i como sendo

$$E[R_i] = R_f + \theta$$
$$\theta = \text{Unidades de Risco} \times \text{Preço do Risco}$$

Retorno

- Para fins de comparação, temos que o portfólio de mercado possui 1 unidade de risco. Então um investimento com menos de 1 de risco é menos arriscado que o mercado, e com mais de 1 unidade de risco é mais arriscado que o mercado.
- Para o Portfólio de Mercado:

$$E[R_m] = R_f + 1 \times \text{Preço}$$
$$\text{Preço} = E[R_m] - R_f$$

- Então o "preço" do portfólio de mercado é o seu prêmio de risco, caso contrário haveria arbitragem.

CAPM

- Como medir essa unidade de risco?
- No CAPM temos o β, que mede o risco de mercado, com β=1 sendo o risco do portfólio de mercado.
- No CAPM o β é medido da seguinte forma:

$$\beta = \frac{Cov(R_i, R_m)}{Var(R_m)} = \rho_{i,m} \times \frac{\sigma_i}{\sigma_m}$$

CAPM

- A partir disso:

$$E[R_i] = R_f + \rho_{i,m} \times \frac{\sigma_i}{\sigma_m} \times \left(R_m - R_f\right)$$

- Note que:

$$E[R_m] = R_f + 1 \times \left(R_m - R_f\right) = R_m$$

- Logo $R_m - R_f$ (prêmio de risco) é um pressuposto que vem por fora do CAPM.

Como calcular o prêmio de risco?

- Série histórica.
- Previsões de analistas.
- Nefin-USP: https://nefin.com.br/data/risk_factors.html

Em dezembro de 2025 a média do prêmio do risco histórico do Brasil é 0.92% (de acordo com o Nefin-USP).

Normalmente no Brasil $R_m - R_f \cong 15\%$. Então se pegar a taxa de futuros *foward* de 1 ano – 15% (ou utilizar o Boletim Focus do BCB) é uma estimativa razoável para prêmio de risco no Brasil.

Exemplo (Dez/25): Taxa de Juros DI Foward (365 dias) = 13.82%, prêmio de risco = 1.18%

Fonte DI: https://www.b3.com.br/pt_br/market-data-e-indices/servicos-de-dados/market-data/consultas/mercado-de-derivativos/precos-referenciais/taxas-referenciais-bm-fbovespa/

Estimando Betas no Excel

- Vamos estimar os betas de PETR3 e VALE3, bem como de um Portfólio composto de 50% de PETR3 e 50% de VALE3.

- Download da base: www.roleite.com/gci/index.html

E se o CAPM estiver errado?

- Arbitrage Pricing Theory

- $E[R_i] = f(Mercado, Tamanho\ da\ Empresa, Momemento, PIB, Petróleo, \ldots)$

- Base de dados com 212 fatores: https://www.openassetpricing.com/data/

- Hoje há mais de 1000 fatores documentados na literatura! É preciso técnicas de Machine Learning para estimar esses modelos (Lasso, PCA, etc)

Exercício – Hora 2

- Utilizando a base do exemplo (PETR3, VALE3 e IBOV), calcule:

- Beta de um portfólio com 30% PETR3 e 70% VALE3
- Beta de um portfólio com 50% PETR3 e 50% VALE3
- Beta de um portfólio com 70% PETR3 e 30% VALE3

- Qual dessas 3 alocações você acha melhor? Por que? Compare com a sua resposta dada no exercício da Hora 1. Mudou algo?

Hora 3
Markowitz e a Fronteira Eficiente

Voltando ao Exemplo de PETR3 e VALE3

- O que acontece se fizermos um gráfico com todos os portfólios possíveis entre PETR3 e VALE3?

- Ou seja: todos os portfólios possíveis entre 0% PETR e 100% VALE e 100% VALE e 0% PETR?

Voltando ao Exemplo de PETR3 e VALE3

- Primeiro, como calcular $E[R_{PETR3}]$ e $E[R_{VALE3}]$?

- Uma forma é usar os betas e calcular o $E[R_i]$ via CAPM.

Voltando ao Exemplo de PETR3 e VALE3

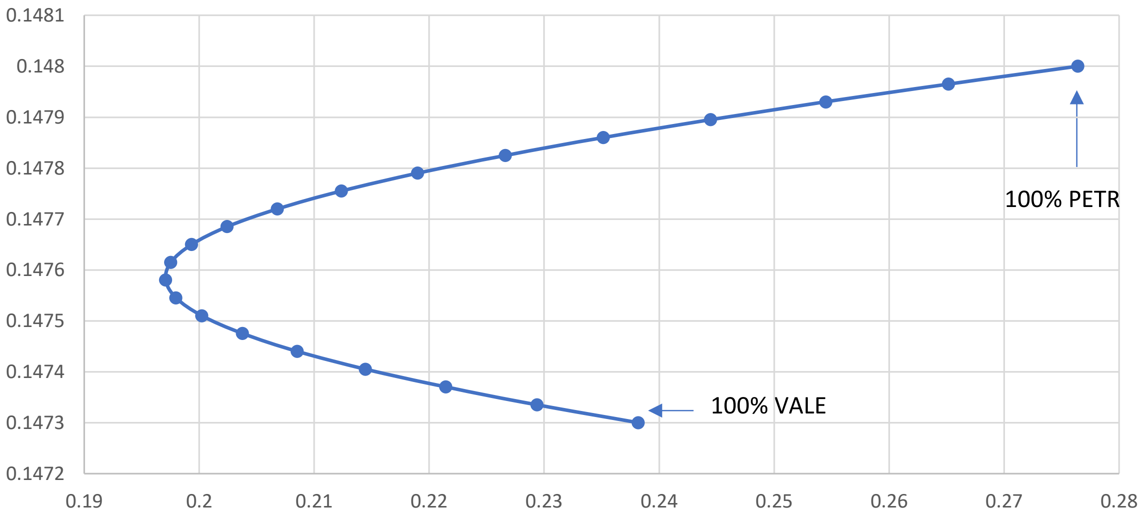
- $E[R_{VALE3}] = 13.82\% + 0.77 \times 1.18\% = 14.73\%$
- $E[R_{PETR3}] = 13.82\% + 0.83 \times 1.18\% = 14.80\%$

- Assim, um portfólio com 50% LFT, 25% VALE3 e 25% PETR3 tem o retorno esperado para 1 ano de:

$$13.82\% \times 0.5 + 14.73\% \times 0.25 + 14.80\% \times 0.25 = 14.29\%$$

Voltando aos cálculos de todos os portfólios

- Vamos agora plotar todos os portfólios no Excel. No fim, teremos esse gráfico:



Portfólio de Markowitz

- O Portfólio de Markowitz é a resposta para o seguinte problema:

$$max_{w_1,w_2,\dots,w_n} \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} w_i E[R_i]\right) - R_f}{(w^T \Omega w)^{1/2}}$$

sujeito a:

$$w_1, w_2, \dots, w_n \geq 0 \text{ e } \sum_{i=1}^{n} w_i = 1$$

alumni COPPEAD

Portfólio de Markowitz

- O Portfólio de Markowitz é a resposta para o seguinte problema:

$$max_{w_1,w_2,\ldots,w_n} \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} w_i E[R_i]\right) - R_f}{(w^T \Omega w)^{1/2}}$$

Índice de Sharpe do Portfólio

sujeito a:

$$w_1, w_2, \ldots, w_n \geq 0 \text{ e } \sum_{i=1}^{n} w_i = 1$$

Essas restrições garantem que o Portfólio não estará alavancado, também conhecido como “Delta 1 Portfolio”.

Portfólio de Mínima Variância

- O Portfólio de Mínima Variância é a resposta para o seguinte problema:

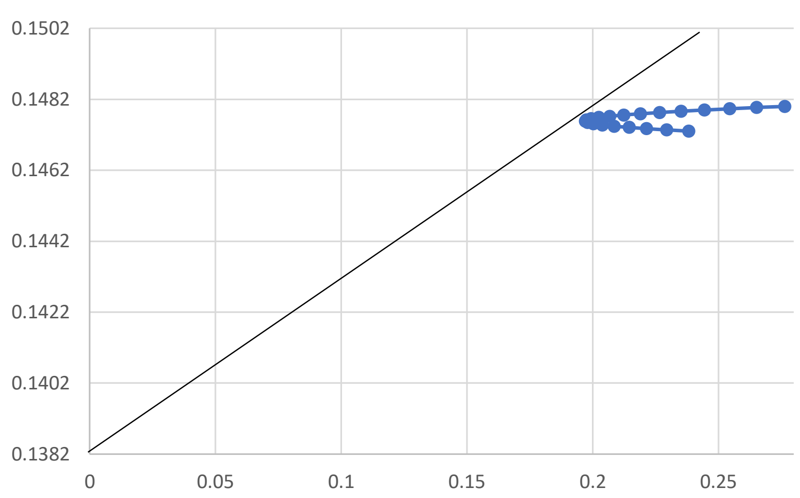
$$min_{w_1,w_2,\dots,w_n} w^T \Omega w$$

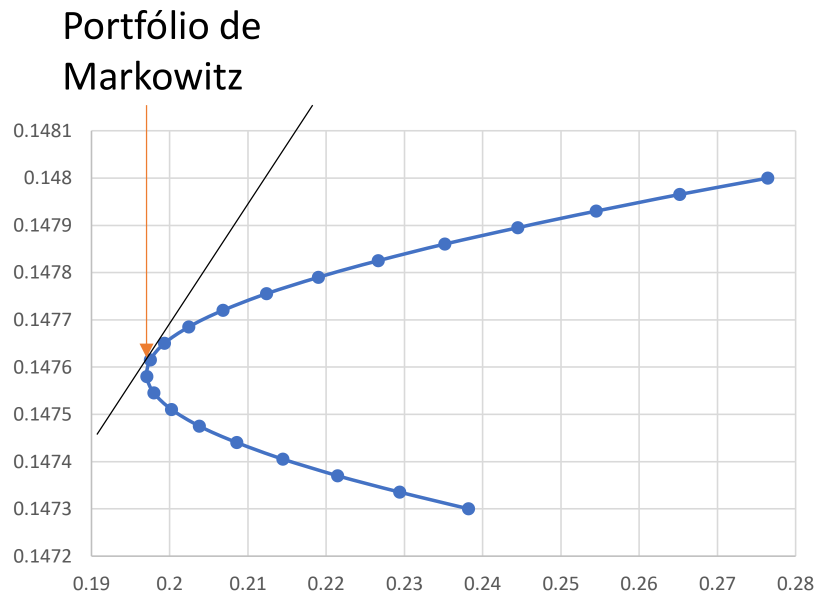
sujeito a:

$$w_1, w_2, \dots, w_n \geq 0 \text{ e } \sum_{i=1}^{n} w_i = 1$$

Voltando ao Exemplo

- O Portfólio de Markowitz também é chamado de Portfólio de Tangência:





Voltando ao Exemplo

- Vamos calcular os Portfólios de Markowitz e de Mínima Variância no Excel para os 2 ativos.

Exercício Hora 3

- A partir dos dados utilizados nessa hora, responda:

- Qual seria o Portfólio de Markowitz se a Taxa CDI caísse para 10%?
  (Atenção: Os retornos de PETR3 e VALE3 são diferentes para diferentes níveis de R_f !)
- Qual a diferença desse novo Portfólio para o de Portfólio de Mínima Variância?
- O que isso diz sobre a influência da Taxa SELIC no comportamento dos investidores?

alumni COPPEAD

Hora 4
CAPM e Markowitz no Excel usando o Google Finance

Google Finance como fonte de informações financeiras

- Vamos aprender a coletar informações financeiras utilizando o Google Finance.

- Vamos utilizar a Planilha do Google Finance a partir do seguinte link: www.roleite.com/gci/index.html

Fazendo Markowitz no Excel

- A planilha do link abaixo possui 5 classes de ativos diferentes (SMAL11, DIVO11, PIBB11, IVVB11 e HASH11), com informações diárias coletadas pelo Google Finance.

- Download da planilha: www.roleite.com/gci/index.html

Exercício Hora 4

Faça uma análise crítica da alocação de Markowitz que acabamos de realizar baseada em:

- O que aconteceria se outros períodos fossem analisados;
- Concentração de Portfólio;
- Efeito da Taxa de Juros.

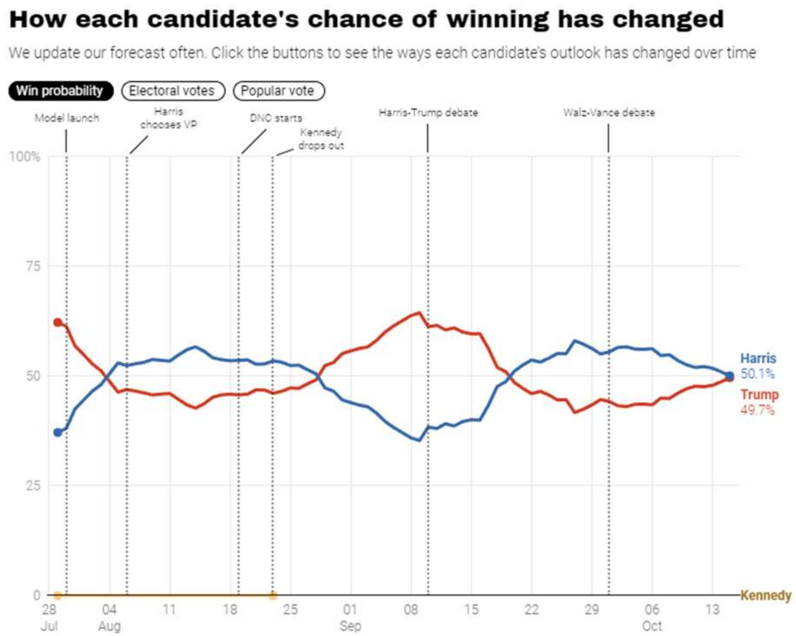
Hora 5
Alfa x Beta e Investimentos “Beta Neutros”

O que é uma “arbitragem estatística”

- Em uma arbitragem estatística você tem a garantia de ganhar no longo prazo com zero risco mas...
- Você pode quebrar no curto prazo e...
- Você tem que de ter certeza que o seu modelo está capturando o risco de forma correta.

Exemplo de uma arbitragem estatística

- Predição de Nate Silver x Odds da Betfair (15/10/2024)



★ USA - Presidential Election 2024 - Election Winner   Multiples

Election Winner | Popular Vote ... | Harris Elector... | Trump Elector... | More

Going In-Play | Cash Out | i | Rules   Matched: **BRL 645,966,973** Refresh

133 selections	112.6%		Back all	Lay all		99.2%
Donald Trump	1.72 R$377615	1.73 R$241924	1.74 R$34512	1.75 R$130634	1.76 R$20975	1.77 R$7309
Kamala Harris	2.36 R$125855	2.38 R$150252	2.4 R$17820	2.42 R$64344	2.44 R$56112	2.46 R$7752
JD Vance	260 R$285	270 R$114	280 R$98	330 R$216	340 R$135	370 R$269
Tim Walz	960 R$83	980 R$83	1000 R$13114			
Michelle Obama	200 R$83	270 R$78	620 R$93	680 R$80	710 R$77	770 R$138
Hillary Clinton	500 R$554	570 R$137	580 R$101	680 R$274	750 R$98	780 R$75
Robert F.Kennedy Jr	760 R$76	830 R$251	860 R$128	930 R$134	950 R$84	970 R$110

Valor Esperado

- P(Trump) = 0.497
- P(Kamala) = 0.501

- **E[V] = 1.74*0.497 + 0.501*2.40 – 2 = 0.86478 + 1.2024 – 2 = 0.06718**

- Retorno Esperado: 0.06718/2 = 3.359%

Estrutura de Payout (ambos):
Kamala ganha = +20%
Trump ganha = -13%
Nenhum dos dois = -100% (p=0)

Estrutura de Payout (Trump):
Ganha = +74%
Perde = -100%

Estrutura de Payout (Kamala):
Ganha = +140%
Perde = -100%

Valor Esperado se o Modelo Estiver Errado

- P(Trump) = 0.65
- P(Kamala) = 0.35

- **E[V] = 1.74*0.65 + 0.35*2.40 – 2 = 1.131 + 0.84 – 2 = -0.029**

- Retorno Esperado: -0.029/2 = -1.45%

Estrutura de Payout (ambos):
Kamala ganha = +20%
Trump ganha = -13%
Nenhum dos dois = -100% (p=0)

Estrutura de Payout (Trump):
Ganha = +74%
Perde = -100%

Estrutura de Payout (Kamala):
Ganha = +140%
Perde = -100%

A Partir do CAPM Podemos Derivar uma Estratégia de Arbitragem

- No CAPM nós temos que:
- $R_P = R_f + \beta_P(R_M - R_f) \Rightarrow \alpha = R_f - R_P + \beta_P(R_M - R_f) \Rightarrow \boldsymbol{\alpha = (R_P - R_f) - \beta_P(R_M - R_f)}$

- Podemos rearranjar a parte destacada para:
- $\boldsymbol{\alpha = R_P - (\beta_P R_M + (1 - \beta_P) R_f)}$

- O que podemos aprender disso?

O que podemos aprender disso?

- Coletivamente as ações conhecidas como “Magnificent Seven” subiram 75.23% em 2023, enquanto o índice S&P 500® retornou 24.23% no mesmo ano.

- Suponha que você acreditasse que essas ações “Mag7” continuariam a ter uma performance superior à de mercado no ano de 2024.

- Porém, devido às eleições nos EUA, você decide executar esse trade entre 1/janeiro e 30/setembro, a fim de evitar a volatilidade dos meses de outubro e novembro.

O que podemos aprender disso?

- Você pode ir “long” nas ações ou...
- Você pode ir “long” nas ações e “short” no mercado.
- Assim você tem o retorno de $R_P + \alpha$ ao invés de R_P!
- Esse retorno vem a “zero risco”, pois o beta da posição adicional do seu portfólio é zero!
- O problema é que ele deixa de ser “Delta One”, você assume o risco de cauda do seu modelo estar errado!

Exemplo desse Estratégia

- Suponha que a ação A tenha um beta de 1.2
- Você pode investir $100 na ação A ou...
- Além de investir $100 na ação A você pode “shortar” o mercado em $100 e usar esse recurso para comprar $83.33 da ação A e $13.33 de LFT.
- Qual o beta desse seu portfólio? 1.2 + (1.2*0.8333-1) = 1.2
- Você conseguiu um retorno extra sem aumentar o beta do seu portfólio!

Exemplo desse Estratégia

- De volta ao portfólio das Mag7:

- Betas de 2023:
- AAPL: 1.10
- AMZN: 1.54
- GOOGL: 1.39
- NVDA: 2.02
- META: 1.74
- MSFT: 1.18
- TSLA: 2.21

Exemplo desse Estratégia

- Imagine que você é um gestor de um fundo com $700 milhões para investir. Portanto, você investe:

- AAPL: $100
- AMZN: $100
- GOOGL: $100
- NVDA: $100
- META: $100
- MSFT: $100
- TSLA: $100

Exemplo desse Estratégia

- Depois você vende o SP500 e investe 1/Beta*$100 em cada ação, e o resto você coloca em T-Bills (LFT dos EUA):

- AAPL: $190.88
- AMZN: $164.92
- GOOGL: $171.99
- NVDA: $149.57
- META: $157.34
- MSFT: $185.05
- TSLA: $145.20
- T-Bill: $235.05
- SP-500: -$700

Quais são os retornos desse exemplo?

- SP500: 21.50%
- Long Only: 44.08%
- Long-Short: 49.88%

- Alfa long: 11.93%
- Alfa long-short: 17.73%
- Aumento no alfa: 48.56%

- Qualquer um pode aumentar retorno por tomar mais risco (beta), a ideia dessa estratégia é que você aumentou o alfa sem tomar mais risco! Por isso é uma arbitragem estatística. Mas o modelo deve ser confiável.

Duas Alternativas para se Calcular o Índice de Sharpe

- O problema do índice de Sharpe é que ele pode gerar resultados estranhos.

- Se os retornos sobre a taxa livre de risco são negativos, então um fundo com um desvio-padrão **maior** vai ter um Sharpe Ratio maior.

- Um fundo pode bater o índice de mercado mas ainda ter um Shapre Ratio negativo devido a fatores macroeconômicos (altas taxas de juros, não o caso dos EUA, mas um grande problema no Brasil).

- Não diferencia entre “bom DP” e “mau DP”.

alumni COPPEAD

Índice de Treynor

- Substitui o DP pelo Beta do Portfólio: $\frac{R_i - R_f}{\beta_i}$

- A utilização do β_i é melhor do que a do σ_i.

- Porém ainda temos o problema de $R_f > R_i$

Índice de Risco-Retorno

- Vamos calcular o seguinte:

- $\frac{R_P}{1+\beta_P}$ e $\frac{R_M}{1+\beta_M} = \frac{R_M}{2}$

- Então comparamos os dois: $\frac{\frac{R_P}{1+\beta_P}}{\frac{R_M}{2}} = \frac{2R_P}{(1+\beta_P)R_M} > 1$

- Podemos então criar um índice de Risco-Retorno: $RR = \frac{2R_P}{(1+\beta_P)R_M} - 1$
- Um RR positivo mostra que o portfólio tem uma performance melhor do que o portfólio de mercado, para o nível do perfil de risco (β_P).

Value at Risk

- Para finalizar essa hora vamos falar de Value at Risk (VaR).

- Para entrar em estratégias “Beta-Neutras” você tem que estimar o risco catastrófico do seu modelo estar errado (ex: LTCM).

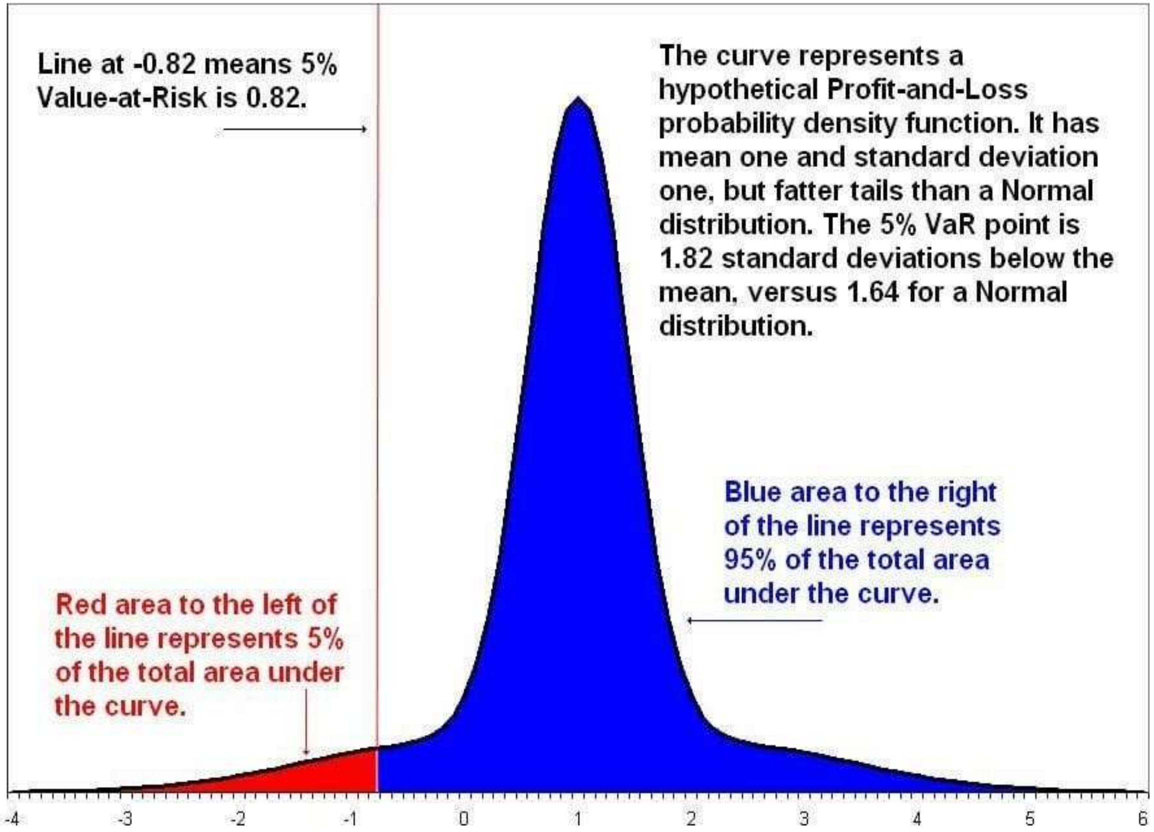
- Se estima isso com o VaR.

Value at Risk

- 95% VaR => Perda Esperada em um evento inesperado com probabilidade de acontecimento menor do que 5% (Ex: 95% VaR mensal do IBOV é -4.70%)
- 99% VaR => Perda Esperada em um evento inesperado com probabilidade de acontecimento menor do que 1% (Ex: 99% VaR mensal do IBOV é -7.09%)

- Carteiras de Investimentos bem administradas devem sobreviver a um VaR de 99%

Value at Risk



Value at Risk

- M = Média do Retorno do Portfólio
- SD = Desvio-Padrão dos Retornos

- 95% VaR = M – 1.65*SD
- 99% VaR = M – 2.33*SD

- Exemplo
- Um portfólio possui retorno médio de 12% anual e DP de 5%. Quais são os VaRs?
- 95% => 12% – 1.65*5% = 3.75%
- 99% => 12% – 2.33*5% = 0.35%

Exercício Hora 6

- Com a base de 5 ativos utilizada na Hora 4, calcule:

- O VaR 95% e 99% do Portfólio de Markowitz.
- O VaR 95% e 99% do Portfólio de Pesos Iguais.
- O VaR 95% e 99% do Portfólio de Mínima Variância.

- O que você percebeu?

Hora 6
Paridade de Risco e “MVRP” (Mean Variance Risk Parity)

Problemas do Modelo de Markowitz

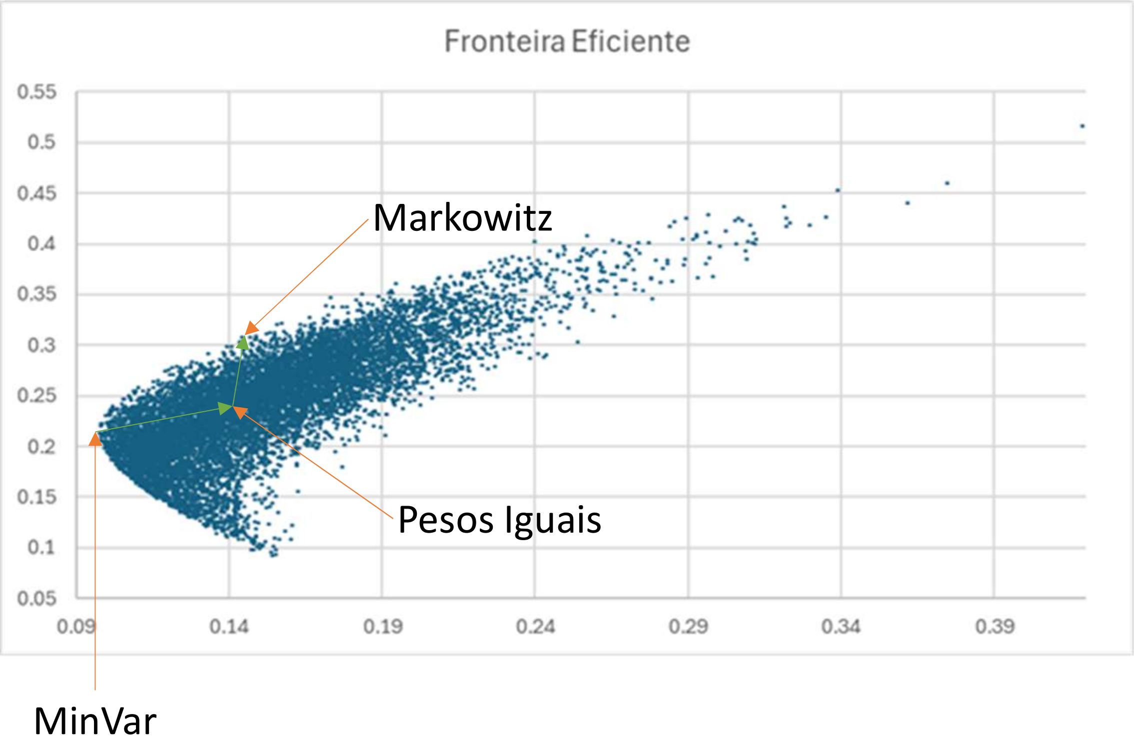
- Extremamente sensível a erros de estimação
- Portfólios concentrados
- Supõe que o agente seja “risco-neutro”

Problemas do Modelo de Markowitz

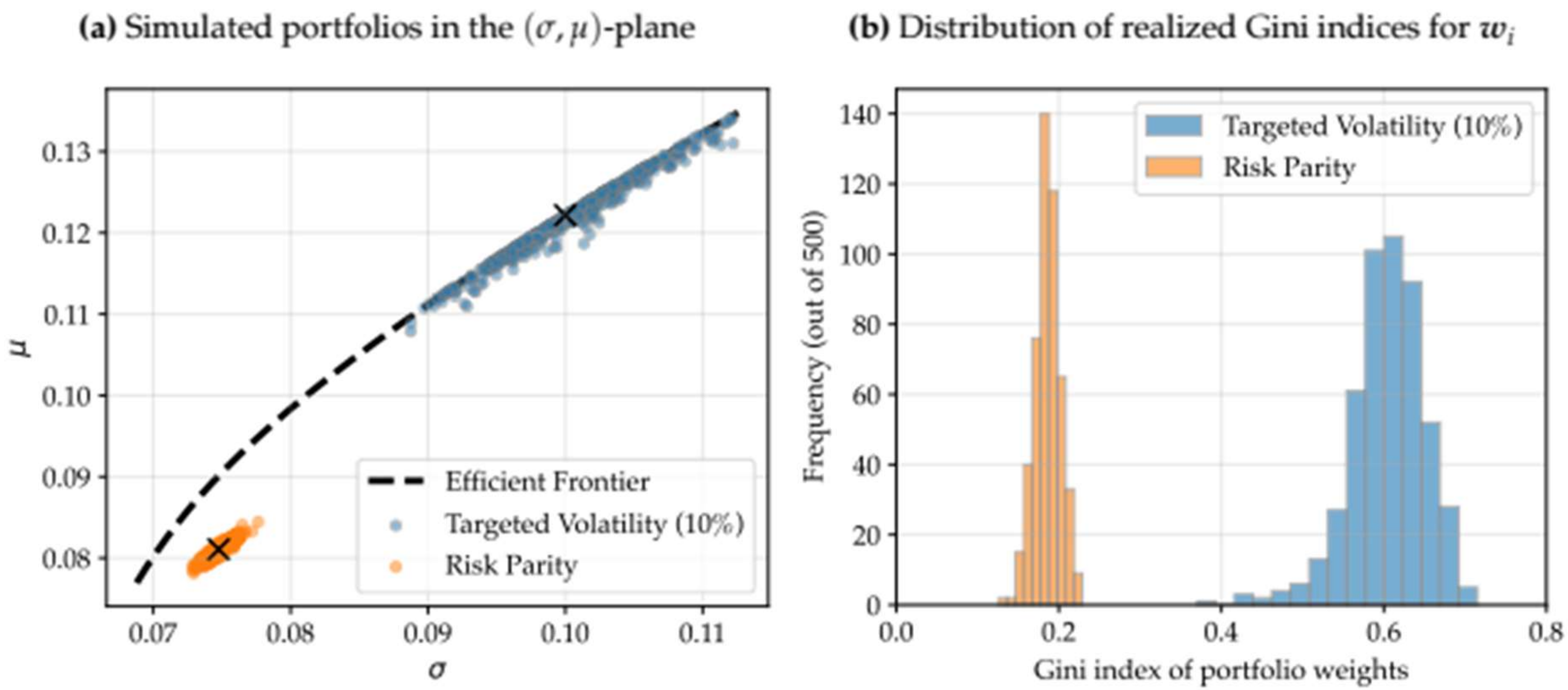
- Min-Var: Muito pouco retorno
- Markowitz: Risco demais

- Como chegar a um meio termo?

- Do lado esquerdo é o gráfico do portfólio calculado na Hora 5.

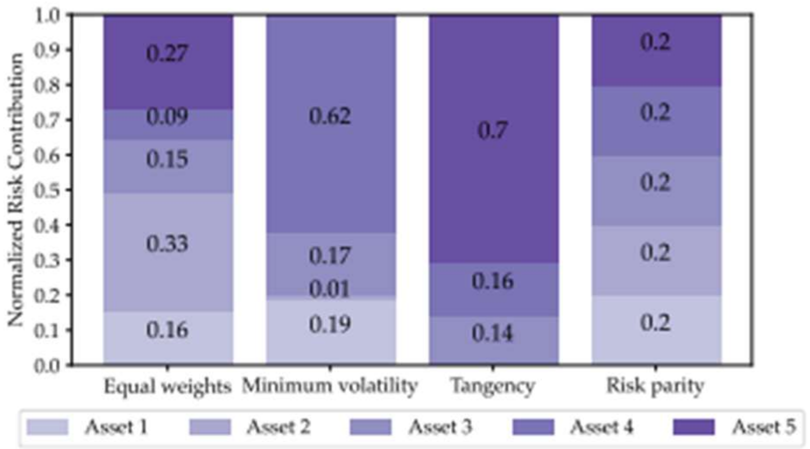


Problemas do Modelo de Markowitz



Objetivo do Modelo de Paridade de Risco

- Imagine um portfólio com 5 ativos, com um target de volatilidade de 10% a.a.
- Em um portfólio de Paridade de Risco cada ativo deve contribuir com 2% da volatilidade do portfólio.



Modelo de Paridade de Risco

- Popularizado por Ray Dalio da Bridgewater Associates a partir dos anos 90.
- Busca criar um “All-Weather Portfolio”.

BRIDGEWATER

Contribuição do Risco

Seja RC_i a contribuição do ativo i para o risco do portfólio P. Então:

$$RC_i = \frac{\sum_{i=1}^{N} w_i}{N} \times T$$

Onde T é o risco total do portfólio.

Como calcular a Risk Contribution

Seja um portfólio composto por 2 ativos da seguinte maneira:

	Ativo A	**Ativo B**	**Portfólio 60/40**
DP Mensal	4.50%	1.62%	2.95%
Covariância	0.021%		

A Risk Contribution do Ativo A é $60\% \times \left(\frac{60\%\times(4.50)^2+40\%\times0.021\%}{2.95\%}\right) = 2.64\%$

A Risk Contribution do Ativo B é $40\% \times \left(\frac{40\%\times(1.62)^2+60\%\times0.021\%}{2.95\%}\right) = 0.31\%$

O Ativo A é responsável por quase 90% do risco do portfólio!

Como Risk Parity funciona na prática

- Se eu tenho um ativo pouco arriscado (Renda Fixa, p.ex.) ou eu invisto uma parcela muito considerável nesse ativo, a fim de aumentar a sua contribuição ao risco do portfólio, ou eu torno ele mais arriscado com alavancagem.

- Essa segunda solução é a mais adotada na prática por gestores que usam *Risk Parity.*

- Portanto nós saímos do mundo *Delta One* que nós vimos no começo desse curso para entrar em estratégias mais alavancadas. Eu não vou entrar nesse assunto com relação à *Risk Parity*, pois nós já abordamos alavancagem na Hora 5.

alumni COPPEAD

Como achar os pesos?

Mas como chegar aos pesos que fazem com que as contribuições do risco sejam iguais? (supondo uma alocação *Delta One*)

A fórmula é a seguinte: $w_1^* \times \beta_{1|P} \times \sigma_P = w_2^* \times \beta_{2|P} \times \sigma_P$, onde $\beta_{i|P} = {}^{Cov(R_i,R_P)}/_{\sigma_P{}^2}$

Resolvido via Solver do Excel, pois P muda de acordo com a mudança em w!

Vamos ver um exemplo usando um portfólio que investe em IVVB11 e BOVA11.

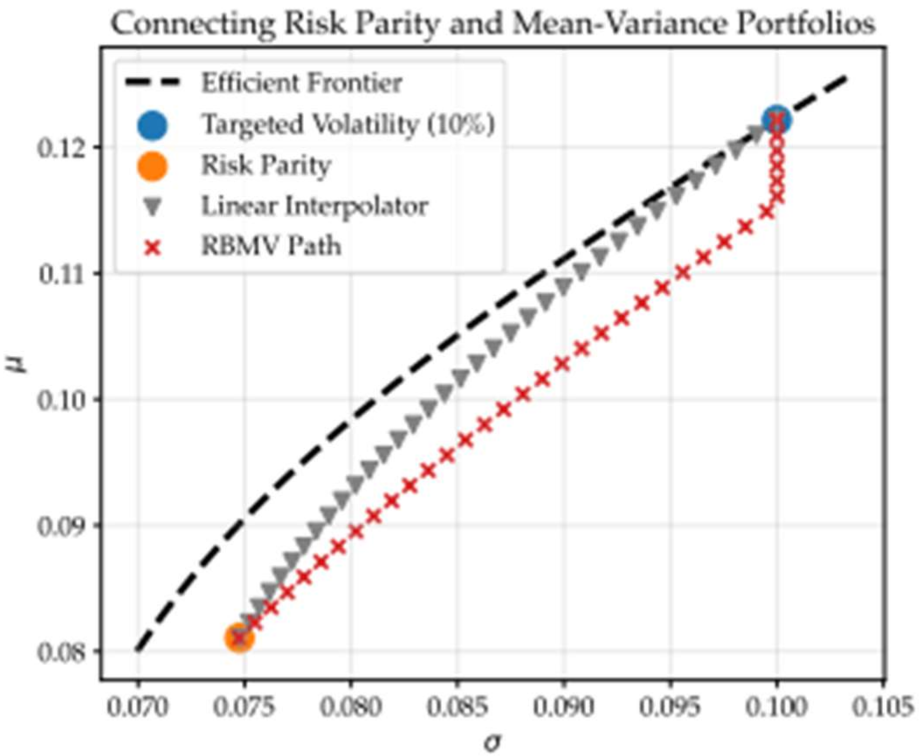
E se eu quiser um portfólio “entre” Risk Parity e Mean Variance?

Em RP você abre mão do retorno em troca de um target de volatilidade.

Em MV você abre mão da volatilidade em troca de um target de retorno.

Interpolando os 2 métodos (RBMV) é possível construir portfólios mais robustos.

E se eu quiser um portfólio “entre” Risk Parity e Mean Variance?



Exemplo

Se eu tenho um portfólio de 2 ativos e Markowitz dá uma alocação de [80%, 20%] e RP dá uma alocação de [30%, 70%], eu posso criar um portfólio intermediário que seja [55%, 45%] e ele tende a ser mais robusto a erros de estimação do que Markowitz, mas tende a ter um retorno maior do que o RP.

Exercício

Vocês devem baixar uma planilha com os retornos do HASH11 e do GOLD11 nesse link: www.roleite.com/gci/index.html

Façam o cálculo dos pesos do portfólio “ideal” usando:

-Risk Parity

-Mean-Variance (Markowitz) [suponha uma taxa livre de risco de 0%]

-Um portfólio médio entre RP e MV