

高压油管的压力控制策略

摘要 为求解高压油管内的压力控制问题,以常微分方程为基础,建立优化模型,利用质量守恒原理,采用差分格的方法求解微分方程,从而获得高压油管的压力控制方案。

针对问题一,已知压力、弹性模量及密度的微分关系以及数据,利用差分法求得压力与密度的对应关系.在一段连续的过程中,为使油管内压力稳定在100MPa左右,进油质量和出油质量要尽可能相近,所以必须找到使压力到达稳态时所满足的条件,以此为依据建立优化模型.根据合适的进油口开启时长,用差分法求得微分方程的数值解,满足优化目标的针阀每次开启时长为0.287ms.要将高压油管内的压强分别在2s、5s和10s内从100MPa升到150MPa,类比稳定在100MPa的情况,将优化目标改为在规定时间内油管内的压力尽量接近150MPa,获得升压阶段的进油口开启时长分别为0.884ms、0.745ms和0.742ms,其精度都约在99.8%.当升压阶段结束后,在比照之前的算法,计算出稳定在150MPa所需的开启时长为0.751ms.

针对问题二,改变高压油泵口和喷油嘴的进出燃油模式,进油量由凸轮控制下的高压油泵决定,出油量由喷油口针阀控制,仍然需要找到使压力到达稳态时的条件,以此来建立优化模型.高压油泵内的压力变化由凸轮的匀角速度运动控制,随着凸轮的转动,不同极径对应不同的油泵体积,据此在油管入口处建立高压油泵与油管间的质量守恒微分方程.在喷油口处,计算燃油流通的有效面积当量,根据相应数据,利用差分法,求出一个周期内流出的油量,使高压油泵压入的质量接近喷油口喷出的质量,从而计算得到的符合条件的凸轮角速度为 0.0293 rad/ms .

针对问题三,在高压油管上新增加了一个喷油口,一个减压阀,为使管内的压力保持稳定,使两个喷油口的工作时间间隔尽量长.比照之前的方法,计算得到满足稳定要求的凸轮角速度为 0.0592 rad/ms .在一个周期内,高压油泵内的最大压强为123.5MPa,如果高压油管内的压强大于此值,系统将无法正常工作,此时减压阀开始工作,计算可得减压阀将管内压强降至100MPa所需时间为19.26ms.则减压阀的控制方案为在管内压强达到123.5MPa时开启,开启时长为19.26ms.

关键词 优化模型; 微分方程; 差分法; 喷油系统; 压力控制

一、问题重述

燃油发动机靠燃油的进入和喷出高压油管来工作,在图 1 中可看出某高压燃油系统的工作原理,燃油经高压油管即 A 处再由喷口 B 喷出的间歇性工作过程会导致高压油管内压力变化,喷出的燃油量出现偏差会影响发动机的工作效率.

燃油压力变化量与密度变化量成正比,系数为 $\frac{E}{\rho}$, ρ 为燃油密度,压力为 100MPa 时,燃油密度为 0.850 mg/mm³,弹性模量与压力关系见附件 3. 进出高压管的流量为 $Q = CA\sqrt{\frac{2\Delta P}{\rho}}$, Q 为单位时间流过小孔的燃油量 (mm³/ms), $C = 0.85$ 为流量系数, A 为小孔面积 (mm²), ΔP 为小孔两边的压力差 (MPa), ρ 为高压侧燃油的密度 (mg/mm³).



图 1 高压油管示意图

已知某高压油管的内腔长度和内直径,分别为 500mm, 10mm, 供油 A 处小孔的直径为 1.4mm, 供油时间的长短由单向阀开关控制, 且单向阀每打开一次就要关闭 10ms, 喷油嘴 B 处向外喷油的速率如图 2, 每秒工作 10 次, 每次喷油的时间为 2.4ms. 高压油泵在 A 处的压力值恒定为 160MPa, 油管内的初始压力为 100MPa, 如何设置单向阀每次开启的时间长度来使得油管内的压力大概稳定在 100MPa. 在此基础上将油管内的压力从初始值增加到 150MPa, 分别是经过 2s, 5s 和 10s 的调整后稳定在 150MPa, 该如何确定单向阀开启的时长.

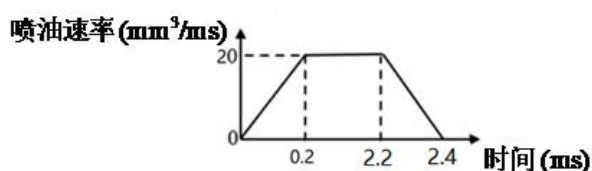


图 2 喷油速率示意图

燃油机在工作时, 高压油泵的柱塞腔的出口向油管 A 处提供燃料, 喷油嘴的针阀控制喷油, 高压油泵柱塞的压油过程如图 3, 凸轮驱动柱塞上下运动时凸轮边缘曲线与角度关系见附件 1. 凸轮转到一定角度使得柱塞向上运动从而压缩柱塞腔内的燃油, 当柱塞腔内和油管内产生一定的压力差, 即油管内压力相对较低时, 柱塞腔与高压油管连接的单向阀开启, 燃油进入到油管内.



图 3 高压油管实际工作示意图

已知柱塞腔内的直径为 5mm，当柱塞在上止点时，柱塞腔的残余容积为 20mm^3 ，在下止点时，充满柱塞腔(包括残余容积)的低燃油压力为 0.5MPa。喷油器的喷嘴结构如图 4，针阀是直径为 25mm、密封座是半角为 9° 的圆锥，最下端喷孔的直径为 1.4mm，针阀升程为 0 时，针阀紧闭，生成大于 0 时，燃油通过针阀开启后的喷孔流出，在一个喷油周期内针阀升程与时间关系见附件 2。根据上文中的喷油次数、油管尺寸和初始压力，求解使得高压管内的压力稳定在 100MPa 左右时凸轮的角速度。

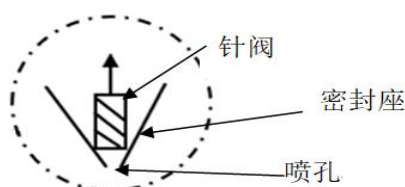


图 4 喷油器喷嘴放大示意图

在增加高压油泵和针阀的基础上，再增加一个喷油嘴，为更有效控制高压油管压力，计划在 D 处安装单项减压阀(见图 5)

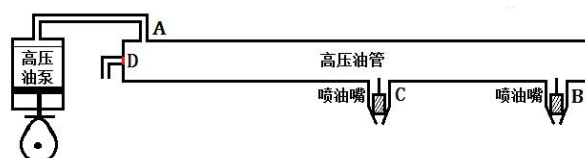


图 5 两个喷油嘴及减压阀同时存在油管示意图

单项减压阀是出口直径为 1.4mm 的圆，高压油管内的燃油在单项减压阀打开的情况下由于压力回流到外部低压油路中，从而降低油管内燃油的压力，若每个喷油嘴规律相同，该如何调整喷油和供油策略。

二、问题分析

燃油机工作系统由高压油泵，高压油管，喷油嘴三个部分组成。高压油泵安置在柴油机燃油系统的前端，从高压油泵进油到喷油嘴向燃烧室喷油，高压油泵喷出的燃油以油-气的形式存在于高压油管中。由喷油系统中给出的各部件的尺寸和高压油管内压力的变化大小得到进出油量，以进出油量差尽可能小为目标进行优化，列出燃油变化的微分方程。在不同的情况之下，喷油嘴和高压油泵进出油的速率不同，对上述分析所得到的方程进行求解，将喷油嘴和高压油泵的进出油速率代入方程之中，可以得到具体时间下的高压油管内压力变化。

高压油泵出口的压强恒定，意味着油泵进油口的进油速率只由油泵和油管的压强差来确定，喷油嘴的喷油速率已知，即可得到两端的进出油速率。在高压油管内的压强稳定在 100 MPa 的情况下，假设在整个过程中高压油管内的压强稳定，高压油管内压力波传导的时间可以看作是快速传导的，与进油和喷油的时间差值很大，忽略传导的时间，仅考虑喷油嘴和油泵进出油的质量守恒，用分析得出的质量守恒方程来求解所需的总时间，将总时间分段，尽可能使得喷油和进油的时间相对应以保证压强的稳定。在高压油管内的压力从 100 MPa 增加到 150 MPa 的情况下，油管内的压力随时间在不断的变化，在变化的过程中压力波自

喷油泵开始传播,建立压强随时间变化的微分方程. 设置时间的步长,采用迭代的方法对油管内的压强和所对应的密度不断的累计,以第一个时刻得到压强值作为第二个时刻压强的初值,累计计算得到总的时间,对时间分段,使得喷油和进油的时间相对应,并且使得压强达到所需的数值之后还能保持稳定.

在柱塞-凸轮驱动式高压油泵和针阀控制喷油嘴进出油的方式下,通过计算针阀内外侧的压力差和实际的流通面积得到出油速率,压力差由高压油管和喷向燃烧室内的压强差来确定,实际流通面积则需要通过针阀锥面有效的流通面积和喷孔有效流通面积来建立起一个喷孔当量^[1]来计算,再通过所给出的流量公式来计算出油率. 喷油泵变成柱塞-凸轮驱动式的结构,通过凸轮的恒角速度转动控制柱塞的升降从而改变泵腔内的压强,当泵腔内的压强超过高压油管内的压强时,油泵就会向油管中充入燃油. 凸轮转动过程中共可以分为两个个阶段分别为:推程段、回程段^[2]. 在回程段时柱塞在弹簧的拉力作用下回拉,在推程段时柱塞上升使得泵腔内的压力增大,而推程段又可以细分为有效推程和预设推程段,在不考虑回油的情况下,整个阶段只有有效推程段供油,将凸轮结构简化. 在有效推程段中,随着凸轮旋转使得柱塞升高的距离对应于油量的体积,从而得到每段距离对应的压强密度,在喷油嘴处同样由于针阀的升高而形成圆环,将圆环的面积相较于喷口的面积,选较小的面积带入流量公式进行求解,在入油量和出油量相等即达到稳定时确定凸轮的角速度.

在凸轮-柱塞驱动式高压油泵和针阀控制喷油嘴进出油的方式基础下,再增加一个喷油嘴和一个单向减压阀,每个喷油嘴喷油规律相同,减压阀可以使油管内燃油流向外部低压油路. 再增加一个喷油嘴,在探究两个喷油嘴的时间分布时,按分析忽略在油管内影响,可以简化为喷油出口数量加倍从而使得出油量加倍;在探求两个喷油嘴空间位置的分布时,建立一维不稳定的流动方程,对方程进行分析,给出定解条件,得到喷油嘴位置的分布.

减压阀处为了防止高压油管内由于某些因素压力过高而设定管内压强稳定于 100MPa,对柱塞腔内的压强进行迭代计算,始终保持注油阶段的连续性,利用求解得出的数据给出方案.

三、模型假设

在模型建立和求解过程中,所建立的模型与实际生活中的柴油机工作机制有偏差,根据所研究的燃油喷射系统进行分析,对所有影响因素进行分析较为复杂,因此对模型进行如下假设:

1. 假设喷油系统中各器件在工作过程中不会发生形变或损坏,不考虑燃油泄漏情况.
2. 假设柱塞和针阀以及单向减压阀间的摩擦阻力可以忽略不计.
3. 假设燃油在出入各腔和在腔内不受其他因素的影响,因此认定燃油在各腔内的状态变化快速达到稳态.
4. 假设在求解单向阀开启时长问题中,高压油管腔内的压强变化可忽略不计,稳定于 100MPa.
5. 假设在整个工作过程中没有回油过程.
6. 假设燃油在高压油管内流动时间很短,可忽略不计.
7. 假设压力变化所引起的温度变化十分微小,不考虑温度随压力和时间的变化.
8. 假设喷油口针阀下的燃油密度一致.

四、符号表示

符号	意义	单位
G	燃油的质量	mg
Q	单位时间流过小孔的燃油量	mm ³ /ms
C	流量系数	--
A	小孔的面积	mm ²
ρ	高压侧燃油密度	mg/mm ³
β	判定是否出油的系数	--
V	高压油管的体积	mm ³
E	弹性模量	--
$u_{A/B}$	A/B 口喷油的速率	mm ³ /ms
P	燃油所在位置的压强	MPa
R	针阀的直径	mm
α	密封坐圆锥半角	° (角度)
f	油管内燃油流动阻力	N
S	针阀处有效流通面积	mm ²

五、模型建立与求解

5.1 燃油机喷油系统优化模型的建立

在泵-管-嘴喷油系统^[4]中, 要使高压油管内的压强稳定到某一固定值, 就必须设置好高压油泵的进油时间和喷油嘴的出油时间. 不考虑燃油在高压油管之中的流动过程, 所以油管内的压力仅仅与油泵和喷油嘴进出燃油的质量差值有关.

建立起喷油系统的优化模型, 选取 100ms 作为每一次喷油和进油过程的周期时段长度. 以喷油泵针阀开启的时长 Δt 作为决策变量, 目标函数由油管中每一周期结束时的压强 P_i 和初始时刻的压强 P_0 的差值来表示:

$$s.t. \begin{cases} \Delta G = CA \sqrt{\frac{2\Delta P}{\rho}} \rho \Delta t - \beta u_{Bt} \Delta t \\ \rho' = \frac{G_0 + \Delta G}{V} \\ \Delta P = \frac{1}{V} \frac{E}{\rho'} \Delta G \end{cases}$$

优化模型的约束条件由油泵中燃油压力随时间变换的微分方程给出, 下面来详细给出燃油压力变化的微分方程.

5.1.1 高压油管内燃油压力变化的微分方程

从高压油泵中压缩燃油产生的压力波以音速传播, 传导的进行会导致高压油管内压强的变化. 高压油管内引起压强变化所需要的燃油量可以通过高压油泵进油和喷油嘴出油之间燃油量的差值来计算.

$$\Delta G = G_A - G_B$$

其中 ΔG 表示高压油管在一个周期内燃油质量的变化, G_A 表示 A 口 (高压油泵口) 进入油管的燃油质量, G_B 表示 B 口 (喷油嘴口) 喷出油管的燃油质量.

以 G 来表示燃油的质量，就可以得到如下的常微分方程：

$$\frac{dG}{dt} = u_{At}\rho_1 - u_{Bt}\rho_2 \quad (1)$$

其中 ρ_1 ， ρ_2 分别表示 A 口进油侧和 B 口喷油侧不同压力下对应的燃油密度. u_A 表示 A 口高压油泵进油的速率， u_B 表示 B 口喷油嘴喷油的速率. A、B 两口的进出油的速度都可以由流量公式来得出，流量公式为：

$$Q = CA\sqrt{\frac{2\Delta P}{\rho}} \quad (2)$$

其中 Q 为单位时间流过小孔的燃油量 (mm^3/ms)， $C=0.85$ 为流量系数， A 为小孔的面积 (mm^2)， ΔP 为小孔两边的压力差 (MPa)， ρ 为高压侧燃油的密度 (mg/mm^3) .

将 (1)，(2) 两式联立，得到

$$\Delta G = CA\sqrt{\frac{2\Delta P}{\rho}}\rho_1\Delta t - u_{Bt}\rho_2\Delta t \quad (3)$$

(3) 式表示的就是高压油管内燃油质量的常微分方程， u_{Bt} 随着不同的喷油情况来发生改变. 对燃油的微分方程进行优化，考虑到在整个进程中喷油嘴 1ms 只会喷油次，将 1ms 分为 10 个时间段，在 100ms 的时间段内，喷油嘴喷油一次的时段是随机的，添加系数 β ：当 $\beta=0$ 时，表示在 100ms 的时段内喷油嘴不出油；当 $\beta=1$ 时，表示此时喷油嘴出油，优化之后的燃油放程变为：

$$\Delta G = CA\sqrt{\frac{2\Delta P}{\rho}}\rho_1\Delta t - \beta u_{Bt}\rho_2\Delta t \quad (4)$$

在整个过程之中高压油管的体积 V 是固定的，可以用计算得到的 G_0 和初始状态下高压油管内燃油的质量 G_0 来计算得到高压油管中燃油量变化之后的密度取值

$$\rho' = \frac{G_0 + \Delta G}{V} \quad (5)$$

燃油压力变化量与密度的变化量成正比，比例系数为 $\frac{E}{\rho}$ ，其中 ρ 为燃油的密度， E 为弹性模量，其与压力的关系见附表 3. 将 (5) 式中计算得到的密度作为下一个周期初始时刻的密度，利用上述提到的燃油压力变化量与密度的变化量的关系来得到高压油管内的压力变化为：

$$\Delta P = \frac{1}{V} \frac{E}{\rho'} \Delta G \quad (6)$$

将 (4)、(5)、(6) 三式联立，就可以建立起高压油管内压力随时间变换的燃油微分方程.

将联立得到的燃油压力微分方程作为优化模型的约束条件，表示为：

$$s.t. \begin{cases} \Delta G = CA \sqrt{\frac{2\Delta P}{\rho}} \rho_1 \Delta t - \beta u_{Bt} \rho_2 \Delta t \\ \rho' = \frac{G_0 + \Delta G}{V} \\ \Delta P = \frac{1}{V} \frac{E}{\rho'} \Delta G \end{cases} \quad (7)$$

约束条件给出了在一个周期时段中压力的变化情况, 油管内压力的变化情况直接影响到目标函数中 P_t 的大小, 所以用此约束条件可以较好的反映整个过程中目标函数的取值.

5.1.2 喷油系统的优化模型

将上述分析得到的目标函数和约束条件联立, 得到泵-管-嘴喷油系统高压油管中周期前后压力差值的优化模型如下:

$$\begin{aligned} \min Z &= |P_t - P_0| \\ s.t. &\begin{cases} \Delta G = CA \sqrt{\frac{2\Delta P}{\rho}} \rho_1 \Delta t - \beta u_{Bt} \rho_2 \Delta t \\ \rho' = \frac{G_0 + \Delta G}{V} \\ \Delta P = \frac{1}{V} \frac{E}{\rho'} \Delta G \end{cases} \\ &0 \leq \Delta t \leq 100ms \end{aligned} \quad (8)$$

高压油泵和喷油嘴处进出油流量的情况不同, 约束条件会发生变换. 高压油管中所需的稳态压力情况不同, 目标函数也会有改变. 下边针对给出的不同情况来进行讨论

5.2 油泵和喷油嘴流量确定下的优化模型求解

油泵和喷油嘴流量确定, 油管内压力分恒定和变化两种情况, 要求解在两种情况下达到稳态时单向阀开启的时长, 以油量差尽可能小的为目标的进行优化, 建立微分方程进行求解.

5.2.1 油管内压力稳定在 100 MPa 时单向阀的开启时长

高压油管稳态时的压力为 100 MPa, 目标函数中的 P_0 确定为 100, 在这种情况下目标函数变为

$$\min Z = |P_t - 100| \quad (9)$$

喷油嘴端口向外喷油的速率如图 2 所示

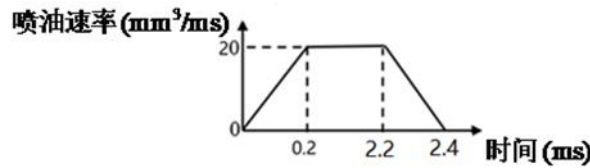


图 2 喷油速率示意图

喷油的整个过程为 2.4ms，以 100ms 作为一个周期，2.4ms 在整个周期中所占的比例较小，因此忽略喷油过程中具体的速率变化过程，将 2.4ms 喷油过程内看成一个整体，根据图像计算得到喷油过程中喷出的总油量为 44 mm³，在燃油变化的微分方程中，喷油嘴 B 口的喷油量就可以代换为：

$$G_B = 44 \times 20 \rho_2 \quad (10)$$

ρ_2 为高压油管内压力为 100MPa 时密度的取值。

高压油泵出进油的燃油量可以由给出的流量公式来推导得出，因为高压油泵在入口 A 处提供的压力恒为 160MPa，高压油管内的压强会随燃油的进入而改变但在实际计算时发现其变化并不大，因此可将管内压强视为恒定在 100 MPa，所以在整个过程之中小孔两边的压力差是恒定的 60 MPa，高压侧燃油的密度为燃油压力在 160MPa 时对应的密度。油泵 A 口的喷油量可以代换为：

$$G_A = CA \sqrt{\frac{2(P_{160\text{Mpa}} - P_{100\text{Mpa}})}{\rho_1}} \rho_1 \Delta t \quad (11)$$

$C = 0.85$ 为流量系数， A 为小孔面积为 0.49mm²， ρ_1 为高压侧对应的燃油密度。将 (8)、(9)、(10)、(11) 这四式联立，得到在给定 A、B 口喷进油速率情况下，使油管内压力稳定在 100 MPa 的优化模型为：

$$\begin{aligned} \min Z &= |P_t - 100| \\ \text{s.t.} &\begin{cases} \Delta G = CA \sqrt{\frac{2(P_{160\text{Mpa}} - P_{100\text{Mpa}})}{\rho_1}} \rho_1 \Delta t - 44 \rho_2 \\ \rho' = \frac{G_0 + \Delta G}{V} \\ \Delta P = \frac{1}{V} \frac{E}{\rho'} \Delta G \end{cases} \\ &0 \leq \Delta t \leq 100\text{ms} \end{aligned} \quad (12)$$

高压油管的内腔长度和内直径，分别为 500mm，10mm，供油 A 处小孔的直径为 1.4mm。应用这些物理量算出高压油管的体积为 $12500\pi \text{ mm}^3$ ， G_0 可以由初始时刻燃油压力对应下的密度和高压油管体积的乘积来算出。

建立好满足给定条件下的优化模型之后，对模型进行求解。

已知的弹性模量和燃油压力关系，又燃油压力变化量与密度的变化量成正比，比例系数为 $\frac{E}{\rho}$ ，给定压力为 100MPa 时燃油的密度为 0.850 mg/mm³，以此为初值用差分法求解微分方程：

$$dP = \frac{E}{\rho} d\rho$$

将其转化为：

$$P(i+1) - P(i) = \frac{E(i)}{\rho(i)} \cdot (\rho(i+1) - \rho(i)), i = 1, 2, \dots, 401$$

在 MATLAB 中对上式进行迭代，可得得到不同压力下对应的燃油密度。源代码见附录 1

利用压力与密度的对应关系，计算得到使高压油管内压力稳定在 100MPa 左右时，单向阀每次的开启时长为 0.278ms。

5.2.2 油管压力由 100MPa 升到 150MPa 的过程

高压油管稳态时的压力在 150MPa 左右，目标函数中的 P_0 确定为 100MPa，在这种情况下目标函数变为：

$$\min Z = |P_t - 150| \quad (13)$$

与前一个问题不同的是，要求经过 2s、5s 和 10s 的调整后仍然稳定在 150MPa，对模型做出改变。

在之前将喷油和进油周期设置为 100ms 的基础上，以总时间内喷油和进油的量来代替一个周期内的喷油和进油量。以 2s 为例，在总时长为 2s 的情况下，B 端喷油嘴处总的出油量为

$$G_B = 44 \times 20 \rho_{2i} \quad (14)$$

20 表示在 2s 的总时间内，B 端口总共喷油 20 次。因为在高压油管内燃油流动的过程中，压力从初始值增加到 150MPa，意味着高压油管内的燃油压力一直在发生连续性的变化，压力的变化影响到燃油密度的变化，所以在整个过程中油管内燃油密度在一直变化，用 ρ_{2i} 来表示。

进入油管内的燃油量仍可以由给出的流量公式来推导得出，入口 A 处提供的压力恒为 160MPa，但是高压油管中的压力在发生递增，所以在整个过程中小孔两边的压力差是不断改变的，将两端的压力差视为时间的函数 $\Delta P = \Delta P(t)$ ，高压侧燃油的密度仍为燃油压力在 160MPa 时对应的密度。则油泵 A 口的进油量可以代换为：

$$G_A = CA \sqrt{\frac{\Delta P(t)}{\rho_1}} \rho_1 \Delta t \quad (15)$$

$C = 0.85$ 为流量系数， A 为小孔面积为 0.49mm^2 ， ρ_1 为入口 A 处压力下对应的燃油密度。

将 (8)、(13)、(14)、(15) 这四式联立，得到在给定 A、B 端口进出油速率的情况下，油管内压力从初始值增加到 150MPa 的优化模型为：

$$\begin{aligned} \min Z &= |P_t - 150| \\ s.t. \left\{ \begin{aligned} \Delta G &= CA \sqrt{\frac{\Delta P(t)}{\rho_1}} \rho_1 \Delta t - 880 \rho_{2i} \\ \rho' &= \frac{G_0 + \Delta G}{V} \\ \Delta P &= \frac{1}{V} \frac{E}{\rho'} \Delta G \end{aligned} \right. \quad (16) \end{aligned}$$

在求解上述模型时，使用搜索法，因为要使油管从稳态上升到 150MPa，以上一题求得的开启时长 0.287ms 为初值，以 0.001ms 为步长，向上搜索，搜索停止的条件设为两秒末高压管内的压强与 150MPa 的差小于 0.5MPa。

高压管内的压强变化仍由差分法求解，以喷油口的工作周期 100ms 为周期进行迭代：

$$G_{i+1} - G_i = CA \sqrt{\frac{2(160 - P_i)}{\rho_{160\text{Mpa}}}} \rho_{160\text{Mpa}} \cdot 100 - 440 \rho_i, i = 1, 2, \dots, 20$$

$$\rho_{i+1} = \frac{G_{i+1}}{V}$$

其中 P_i 为管内压强，其初值为 100MPa， ρ_i 为管内燃油密度

利用之前得出的压强和密度的关系，用 MATLAB 对上式进行迭代。源代码见附录 2、3、4。

计算得到经过 2s，油管内压力从初始值增加到 150MPa 时单向阀开启的时长为 0.884ms。

在 5s 和 10s 情况下，只需要将迭代次数分别改为 50 次和 100 次，就可以到在对应时间下，达到所需燃油压力要求的单向阀的开启时间分别为 0.745ms 和 0.742ms。

当升压过程结束后，依照 5.2.1 的计算方法，可得稳定在 150MPa 所需开启时长为 0.751ms。

5.3 实际情况下的优化模型求解

在现实生活中，柴油机喷油系统的构造更加复杂，高压油泵处为凸轮-柱塞驱动式结构，喷油嘴处也由针阀的运动来控制出油量，在此构造上求解当高压油管内压力稳定于 100MPa 时凸轮的角速度。

5.3.1 柱塞-凸轮驱动式高压油泵的流量和周期

考虑到泵-管-嘴喷油系统的实际工作情况，高压油泵处实际为柱塞-凸轮驱动式的结构，通过凸轮的恒角速度转动控制柱塞的升降从而改变泵腔内的压强，当泵腔内的压强超过高压油管内的压强时，油泵就会向油管中充入燃油^[3]。

油管中的压力要一直保持在 100MPa 左右，将凸轮在转动的整个周期内划分为三个阶段，假设凸轮从下止点开始逆时针转动， $0-t_1$ 阶段作为泵腔内压力的积攒阶段，凸轮转动使柱塞上升，泵腔体积减少，腔内燃油压力增大，等压力增加到 100MPa 时进入下一阶段； t_1-t_2 作为油泵向油管的进油阶段，期间泵腔内的压力不断发生变化，燃油质量不断减少，直至到 t_2 时刻泵腔内压力无法达到 100MPa 时进入下一阶段； t_2-t_3 作为休整阶段，柱塞在弹簧的作用下回拉，外界向泵腔充油，进入下一个循环。

由于高压油管喷油嘴的工作时间较短，因此忽略其影响，在凸轮运转的一个周期内，从高压油泵进入高压油管的油量由差分法计算，以转过 0.01rad 的时间 Δt 为迭代周期，对下式：

$$\Delta G = CA \sqrt{\frac{2(P_i - P_i)}{\rho_i}} \rho_i \Delta t$$

$$G_{i+1} = G_i - \Delta G$$

$$G_{i+1}' = G_i' + \Delta G$$

$$V_{i+1} = S(L - r_{i+1} \cos \theta_{i+1})$$

$$\rho_{i+1} = \frac{G_{i+1}}{V_{i+1}}$$

$$\rho_{i+1}' = \frac{G_{i+1}'}{V'}$$

其中 ΔG 是从高压油泵进入高压油管的燃油质量， G 和 ρ 是高压油泵内的燃油质量和密度， G' 和 ρ' 是高压油管内的燃油质量和密度， S 是高压油泵的底面积， L 是凸轮转到最低点时高压油泵内的高度， r 是凸轮的极径， θ 是凸轮的极角。

将循环中的 ΔG 加起来，即为凸轮转过一个周期内进入油管的燃油质量。源代码见附录 5

5.3.2 针阀控制喷油嘴的流量计算

针阀控制喷油嘴的出油方式下，针阀的上下移动会改变针阀锥面的有效流通面积 S_1 ，这个面积可能会小于喷孔的流体面积 S_2 ，而喷孔的有效流通面积 S_2 是固定的，所以不可以单纯的只考虑在一种情况下的流通面积。有效流通面积则需要通过针阀锥面有效的流通面积 S_1 和喷孔有效流通面积 S_2 来建立起一个喷孔当量来计算。

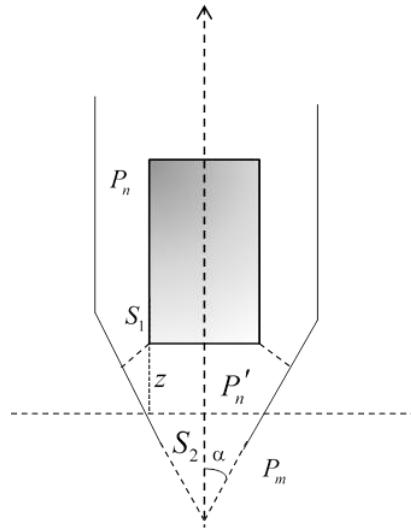


图 7 针阀控制下的喷油嘴

设喷孔当量的有效流通面积为 S_c ，根据进出高压油管的流量公式，忽略掉位置不同时各部分密度的变化，设针阀密封座内各位置的压强都为 ρ 。当针阀向上拉起时，整个密封空间是连通的，所以各个部分处的流量是相同的。有以下等式：

$$Q = CS_1 \sqrt{\frac{2(P_n - P_n')}{\rho}} = CS_2 \sqrt{\frac{2(P_n' - P_m)}{\rho}} \quad (18)$$

以喷孔当量的形式来表示为：

$$Q = CS_c \sqrt{\frac{2(P_n - P_m)}{\rho}} \quad (19)$$

(18)、(19)化简之后得到

$$\begin{aligned} P_n - P_n' &= C/S_1^2 \\ P_n' - P_m &= C/S_2^2 \\ P_n - P_m &= C/S_c^2 \end{aligned} \quad (20)$$

整理得

$$S_c = \frac{S_1 \cdot S_2}{\sqrt{S_1^2 + S_2^2}} \quad (21)$$

(21)式就是综合考虑针阀锥面有效的流通面积 S_1 和喷孔有效流通面积 S_2 之后得到的喷孔当量有效面积。

计算针阀锥面有效的流通面积 S_1 ， S_1 为针阀升起时针阀和密封座所形成的圆环。 S_1 可以由下边的公式给出

$$S_1 = z \cdot \pi \cdot (R + z \cdot \sin \alpha) \cdot \sin \alpha \quad (22)$$

针阀升起的高度为 z ，将 z 看作是时间的函数 $z = z(t)$ ；密封座的半角 $\alpha = 9^\circ$ ； R 表示针阀的直径；喷孔有效流通面积 $S_2 = 0.49 \text{ mm}^2$ 。

联立(21)、(22)并将 S_2 的面积带入，就可以算出喷孔当量的具体数值。最终得到B端针阀控制喷油嘴流量的公式为

$$Q = \int_0^t C S_c \sqrt{\frac{2\Delta P}{\rho}} dt \quad (23)$$

根据方程得到喷油嘴出油速率如下图：

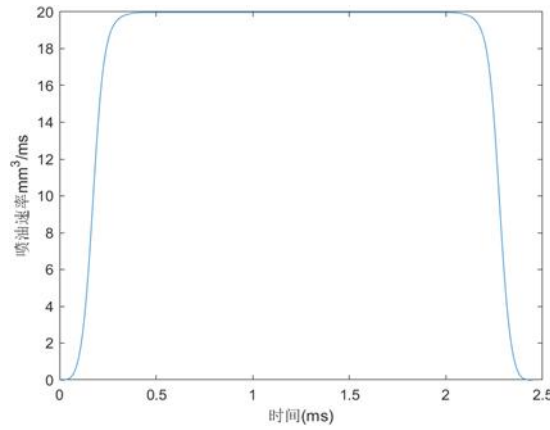


图 7 喷油嘴出油速率图象

用差分法进行求解时，由于油管压强稳定在 100MPa，查资料得知低压池内的压强约为 0.3MPa，可知 ΔP 恒为 99.7MPa，依据针阀升程曲线，对下式进行累加：

$$dG = C S c_i \sqrt{\frac{2 \cdot 99.7}{0.85}} \cdot 0.85 \cdot \Delta t, i = 1, 2, \dots, 246$$

其中 $\Delta t = 0.01 \text{ ms}$

可得一个周期内喷油嘴流出的质量。源代码见附录 5

5.3.3 新加入喷油嘴即减压阀情况下的优化模型

实际情况下 A 端口和 B 端口的进出油过程都是复杂的积分过程，如果仍沿用上面分析得到的优化模型，将 A 口油泵端和 B 口喷油端的流量方程带入到约束条件中去，会使得模型不易求解并且难以得到稳定状态下针阀开启的时长。

对模型进行变形，先计算在给定周期内喷油口喷出燃油的总量，记为 G_B ；在相同的时间长度内，再次计算油泵端进油的总量，记为 G_A 。要求高压油管内

的压力稳定在 100Mpa，忽略燃油在油管中的传导过程，在一个周期中为了让压力保护稳定，就要尽可能使 $|G_A - G_B|$ 的取值最小，将此式作为新的目标函数

$$\min Z = |G_A - G_B| \quad (24)$$

以上述分析得到的 A 口油泵端和 B 口喷油端的流量方程作为模型的约束条件，则约束条件可以表示为：

$$s.t. \begin{cases} dG = CA \sqrt{\frac{2}{\rho_1} (\rho_1 - \rho_0)} \rho_1 dt \\ Q = \int_0^t CS_c \sqrt{\frac{2\Delta P}{\rho}} dt \\ S_c = \frac{S_1 \cdot S_2}{\sqrt{S_1^2 + S_2^2}} \\ S_1 = z(t) \cdot \pi \cdot (R + z(t) \cdot \sin \alpha) \cdot \sin \alpha \end{cases} \quad (25)$$

模型的决策变量为一个周期内进油所用的时间 dt

对所建立的模型数值求解时，用搜索法，寻找合适的凸轮角速度，使高压油泵压入的量接近喷油嘴排出的量。所获得的角速度为 0.0293 rad/ms 。

源代码见附录 5

5.4 高压油管增加喷油嘴后的供油和出油策略

在高压油管上在增加一个同样规格的喷油嘴，若仅仅只考虑燃油质量的变化，则只有喷油端 B 端口的喷油量总量发生变化，A 端口的进油量方程不变。目标函数变化为：

$$\min Z = |G_A - 2G_B| \quad (26)$$

约束条件形式不发生变化

$$s.t. \begin{cases} dG = CA \sqrt{\frac{2}{\rho_1} (\rho_1 - \rho_0)} \rho_1 dt \\ Q = \int_0^t CS_c \sqrt{\frac{2\Delta P}{\rho}} dt \\ S_c = \frac{S_1 \cdot S_2}{\sqrt{S_1^2 + S_2^2}} \\ S_1 = z(t) \cdot \pi \cdot (R + z(t) \cdot \sin \alpha) \cdot \sin \alpha \end{cases} \quad (27)$$

以新的目标函数建立起优化模型，计算角速度的数值解，作为新的开启的时长策略。新的数值解为 0.0592 rad/ms 。源代码见附录 6

5.4.1 增加喷油嘴后的供油和出油的时间策略

但是在实际应用中，高压油管中的压力要保持相对稳定，如果仅仅只考虑进油口和出油口流量的关系，即在质量守恒下的供油方案，算出一整个周期下进油和出油对应的时间，那么在流量过大的情况下，会导致整个传导的过程变得非常迅速，高压油泵中的压力很难维持在一个稳定状态下。针对这种情况，将两个喷油嘴在时间上间隔开来，一个周期内的供出油方案由下图表示

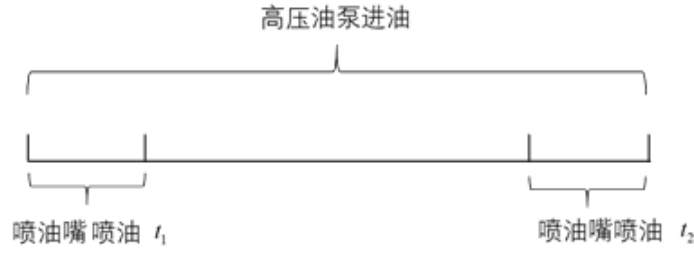


图 9 喷油系统一个周期内供油出油策略

5.4.2 增加喷油嘴后的喷油嘴位置的空间策略

由于新增了一个喷油嘴，所以必须要考虑两个喷油嘴的位置安放，显然在之前建立的常微分方程无法得到在高压油管中任何位置处的压力变化。对问题再次进行分析，考虑到油管内燃油的传导。

从高压油泵进油开始到喷油嘴开始向燃烧室喷油，从高压油泵喷出的燃油以油-气的形式存在于高压油管中。由于燃油的可压缩性，从高压油泵柱塞运动开始压缩燃油产生的压力波在高压油管中以音速传播，燃油在高压油管流动的过程中，在不同时间随着压力波的传递，高压油管内的压力大小会发生变化。不考虑从喷油嘴到油泵的回油过程，压力波的传导就可以简单的看成是一维情况下的不稳定流动方程，得到压力波的波动方程为：

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + u \frac{\partial \rho}{\partial x} + \rho \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (28)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + \left(\frac{1}{\rho}\right) \frac{\partial \rho}{\partial x} = -f \quad (29)$$

(28), (29) 式中 u 表示油管内燃油的流速， ρ 表示燃油的密度， f 表示油管内燃油的流动阻力

流动方程只有在定解条件下才可以解出，而定解条件就由高压油泵端和两个喷油嘴燃油的流量以及初始状态和终止状态下高压油管中的压力给出。

边界条件表示如下：

$$P(0, t) = P_0$$

$$P(L, t) = P_L$$

P_0 表示在喷油口出燃油的压力， P_L 表示在高压油管末端燃油的压力。

喷射开始前油管内燃油的流速为 0，所以方程的一个初始条件为 $u(x, 0) = 0$ 其余的边界条件由高压油泵和喷油嘴处的流动状态确定。

在对燃油流动方程分析之后可以得出：两个喷油嘴分别分布在高压油管的中间位置和最后端，这样的分布状态可以保证进油和出油的流量维持在一个稳态过程，使得整个高压油管中的压力保持稳定。

5.5 单向减压阀的控制方案

由凸轮控制的高压油泵在向上增压的过程中，对有两个喷油嘴的油管内压力进行迭代计算时找出了泵腔内某一时刻的最大压力达到 123.5 MPa。高压油管中燃油的压力一旦超过 123.5 MPa，油泵中的燃油因为压力不足就不能进入到高压油管中，这个时候就需要减压阀来向低压油路排出燃油来降低油管内的压力。

在减压阀排压时，由于进出油口无法正常工作，可将其对燃油质量的影响忽略，查资料得低压油路压强为 0.5Mpa.

利用流量公式、压力与密度的对应关系，将下式累加：

$$\Delta t = \frac{V(P_{i+1} - P_i)}{CA \sqrt{\frac{2(P_i - 0.5)}{\rho_i}} \rho_i}$$

其中 V 是高压油管体积， P_i 为高压油管内的燃油压力， ρ_i 为燃油密度.

可得减压所需的时间. 源代码见附录 7.

六、模型评价与推广

6.1 模型评价

为了求解高压油管压力控制问题，建立优化问题下的常微分模型，在分析过程中，有以下优点与不足.

优点：

1. 建立常微分模型能够将问题简化为始末两个状态的油量差，更便于计算和模型求解；

2. 用 MATLAB 将建模过程中的思路程序化，在计算过程中采用迭代的思想，用前一阶段的解作为下个阶段的初始值，对每一阶段进行细分，得到的结果更加精确；

3. 求解的方法多样化，运用了迭代、累加、差分方法；

4. 对周期内进出油时间进行了判定，考虑了多种情况下的可能性，更加突出模型的完整性；

5. 影响喷射的因素过于繁多，做出合理的假设，使模型的框架和思路更加清晰.

缺点：在实际燃油机工作过程中，影响燃油利用效率的因素过多，没有全部的考虑在内，仅从入油和出油量进行了分析.

6.2 模型推广

根据进出油的油量差建立优化问题下的常微分方程模型，采用迭代、累加和差分的思想方法，可适用于决策变量为离散，约束条件变化的情况，还可适用于对于高压水泵的压力控制问题.

参考文献

- [1] 蔡梨萍. 基于 MATLAB 的柴油机高压喷油过程的模拟计算[D]. 华中科技大学动力机械及工程, 2005.
- [2] 张明刚. 船用柴油机供油凸轮型线设计与校核的研究[D]. 中国舰艇研究院, 2018.
- [3] 王国莹. 基于 MATLAB 柴油机供油凸轮型线设计[J]. 小型内燃机与车辆技术, 2017, 46(2): 60-63.
- [4] 王芳. 基于 VC++ 的泵-管-嘴喷油系统仿真计算及可视化研究[D]. 华中科技大学动力机械及工程, 2004.

附录

附录 1

%利用差分格法计算燃油压强与密度之间的对应关系，作为以后计算的基础

```
clear;
A=xlsread('附件 3-弹性模量与压力');
P=A(1:201,1);
E=A(1:201,2);
rho= [zeros(1,200),0.85];
for i=200:-1:1
    rho(i)=E(i)*rho(i+1)/(P(i+1)-P(i)+E(i));
end
core=[P';rho];
    %以 100Mpa 及其对应密度作为初值计算 100-200Mpa 对应的密度

P=A(201:401,1);
E=A(201:401,2);
rho= [0.85,zeros(1,200)];
for i=2:201
    rho(i)=(rho(i-1)/E(i-1))*(P(i)-P(i-1)+E(i-1));
end
cor=[P';rho];
    %以 100Mpa 及其对应密度作为初值计算 0-100Mpa 对应的密度

rel=[core,cor(:,2:201)];
    %合并
```

附录 2

```
for t=0.287:0.001:0.9
    rho0=0.850;
    for i=1:20
        m=min(abs(cor(2,:)-rho0));
        if m==0
            pre0=cor(1,cor(2,:)==rho0);
        else
            y=find(abs(cor(2,:)-rho0*ones(1,201))==min(abs(cor(2,:)-rho0)));
            pre0=cor(1,y);
        end
    end
end
```



```
dm=0.8711*0.85*0.49*pi*(2*(160-pre0)/0.8711)^0.5*t*(100/(t+10))-44*rho0;
```

```
    rho1=(rho0*39250+dm)/39250;
    rho0=rho1;
    m=min(abs(cor(2,:)-rho1));
    if m==0
        press=cor(1,cor(2,:)==rho1);
    else
```

```
x=find(abs(cor(2,:)-rho0*ones(1,201))==min(abs(cor(2,:)-rho0)));
```

```
        press=cor(1,x);
    end
end
if press>=150
    break
end
end
```

附录 3

```
for t=0.287:0.001:0.8
    rho0=0.850;
    for i=1:50
        m=min(abs(cor(2,:)-rho0));
        if m==0
            pre0=cor(1,cor(2,:)==rho0);
        else
```

```
y=find(abs(cor(2,:)-rho0*ones(1,201))==min(abs(cor(2,:)-rho0)));
    pre0=cor(1,y);
end
```

```
dm=0.8711*0.85*0.49*pi*(2*(160-pre0)/0.8711)^0.5*t*(100/(t+10))-44*rho0;
```

```
    rho1=(rho0*39250+dm)/39250;
    rho0=rho1;
    m=min(abs(cor(2,:)-rho1));
    if m==0
        press=cor(1,cor(2,:)==rho1);
    else
```

```
x=find(abs(cor(2,:)-rho0*ones(1,201))==min(abs(cor(2,:)-rho0)));
```

```

        press=cor(1,x);
    end
end
if press>=150
    break
end
end

```

附录 4

```

    or t=0.287:0.001:0.8
        rho0=0.850;
        for i=1:100
            m=min(abs(cor(2,:)-rho0));
            if m==0
                pre0=cor(1,cor(2,:)==rho0);
            else

y=find(abs(cor(2,:)-rho0*ones(1,201))==min(abs(cor(2,:)-rho0)));
                pre0=cor(1,y);
            end

dm=0.8711*0.85*0.49*pi*(2*(160-pre0)/0.8711)^0.5*t*(100/(t+10))-44*rh
o0;

                rho1=(rho0*39250+dm)/39250;
                rho0=rho1;
                m=min(abs(cor(2,:)-rho1));
                if m==0
                    press=cor(1,cor(2,:)==rho1);
                else

x=find(abs(cor(2,:)-rho0*ones(1,201))==min(abs(cor(2,:)-rho0)));

                    press=cor(1,x);
                end
            end
            if press>=150
                break
            end
        end
    end
end

```

附录 5

```

T=xlsread('附件 1-凸轮边缘曲线');
M=T(1:263,:);
T=[flip(M);M(2:263,:)];
Z=xlsread('附件 2-针阀运动曲线');
S=zeros(246,2);
S(1:45,:)=Z(1:45,1:2);
S(46:201,:)=[(0.45:0.01:2)',2*ones(156,1)];
S(202:246,:)=Z(1:45,4:5);

OUT1=zeros(1,245);
OUT2=zeros(1,245);
out=0;
for i=1:246

    s1=S(i,2)*pi*(2.5+S(i,2)*sin(0.157));
    s2=0.49*pi;
    s=s1*s2/(s1^2+s2^2)^0.5;
    dem=0.85*s*(2*(100-0.3)/0.85)^0.5*0.01*0.85;
    out=out+dem;
    OUT1(i)=dem;
    OUT2(i)=out;

end

plot(0:0.01:2.45,100*OUT1(1:246)/0.85);

te=[];
for t=0.1:0.001:1
    L=in(t,T,rel);
    n=314*2*t;
    te=[te,(100/n)*L(1)];
    if (100/n)*L(1)<=out
        break
    end
end
maxp=L(2);
w=0.01/t;

function ret=in(x,D,F)
z=8.258;

Mo=5.532*pi*2.5*2.5*0.85;

```

```

M=Mo;
iM=39250*0.85;
q1=(5.532*0.85)/(z-D(1,2));
iq1=0.85;

b=min(abs(F(2,:)-q1));
if b==0
    p1=F(1,F(2,:)==q1);
else
    y=find(abs(F(2,:)-q1*ones(1,401))==min(abs(F(2,:)-q1)));
    p1=F(1,y);
end

b=min(abs(F(2,:)-iq1));
if b==0
    ip1=F(1,F(2,:)==iq1);
else
    y=find(abs(F(2,:)-iq1*ones(1,401))==min(abs(F(2,:)-iq1)));
    ip1=F(1,y);
end

d1=0.85*0.49*pi*(2*(p1-ip1)/q1)^0.5*q1*x;
allp=zeros(1,525);
allp(1)=p1;
for i=2:525
    M=M-d1;
    iM=iM+d1;
    q=M/(2.5^2*pi*(z-D(i,2)));
    iq=iM/39250;
    b=min(abs(F(2,:)-q));
    if b==0
        p=F(1,F(2,:)==q);
    else
        y=find(abs(F(2,:)-q*ones(1,401))==min(abs(F(2,:)-q)));
        p=F(1,y);
    end
    b=min(abs(F(2,:)-iq));
    if b==0
        ip=F(1,F(2,:)==iq);
    else
        y=find(abs(F(2,:)-iq*ones(1,401))==min(abs(F(2,:)-iq)));
        ip=F(1,y);
    end
end

```

```

if p>=ip
    d1=0.85*0.49*pi*(2*(p-ip)/q)^0.5*q*x;
    allp(i)=p;
else
    d1=0;
end

end

ret=[Mo-M,max(allp),length(find(allp))];

```

附录 6

```

T=xlsread('附件 1-凸轮边缘曲线');
M=T(1:263,:);
T=[flip(M);M(2:263,:)];
Z=xlsread('附件 2-针阀运动曲线');
S=zeros(246,2);
S(1:45,:)=Z(1:45,1:2);
S(46:201,:)=[(0.45:0.01:2)',2*ones(156,1)];
S(202:246,:)=Z(1:45,4:5);
out=0;
OUT1=zeros(1,246);
OUT2=zeros(1,246);
for i=1:246
    s1=S(i,2)*pi*(2.5+S(i,2)*sin(0.157));
    s2=0.49*pi;
    s=s1*s2/(s1^2+s2^2)^0.5;
    d=0.85*s*0.85*(99.7*2/0.85)^0.5*0.01;
    out=out+d;
    OUT1(i)=d;
    OUT2(i)=out;
end

for t=0.1:0.001:0.4
    L=in(t,T,rel);
    n=314*2*t;
    if (100/n)*L(1)<=2*out
        break
    end
end
maxp=L(2);
w=0.01/t;

```

附录 7

```

de=(rel(2,202:248)-rel(2,201:247))*39250;

```

```
ti=de./(0.85.*0.49.*pi.*rel(2,202:248).*(2*(rel(1,202:248)-0.5)./  
rel(2,202:248)).^0.5);  
a=sum(ti);
```