Práctica 4: Simulación de Variables Aleatorias Discretas

García Pérez Rodrigo Alan
No. de alumno: 58

Probabilidad aplicada y simulación estocástica
Profesora: Dra. Laura Clementina Eslava Fernández
09 de septiembre del 2021

Resumen

Como parte de esta práctica número cuatro se revisaron las distintas funciones de distribución que existen para variables aleatorias discretas. A mi equipo le toco explicar la función binomial para la cual se realizaron dos simulaciones en lenguaje de programación R para demostrar su funcionamiento y su distribución.

1. Función de Distribución Binomial

La función de distribución binomial especifica el número de veces (x) que puede ocurrir un evento en un número independiente de experimentos n o ensayos de Bernoulli y donde p es la probabilidad de la ocurrencia del evento en una simple tirada. Es una distribución de probabilidad exacta para cualquier número de intentos.

$n =$ número de experimentos
$x =$ número de éxitos
$p =$ probabilidad de éxito
$(1-p) =$ probabilidad de fracaso

$$X \sim Bin(n,p)$$

$$P(k) = P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

2. Calculo Distribución Binomial mediante Bernoulli

Para simular la distribución binomial se usaron dos enfoques, el primero de ellos fue mediante el calculo de Bernoulli en el cual se simularon los intentos de éxito o fracaso al aventar una moneda. Esta función recibe como parámetros a x, y los cuales representan el número de ensayos y la probabilidad de éxitos respectivamente.

```r
a <- function(x){
  x <- x*100 #La probabilidad se multiplica por 100
  if  (sample(1:100,1) <= x){#Se generan números aleatorios
    return (1) #Si el número es menor o igual a la probabilidad se regresa 1 como éxito
  }
  else{
    return (0) #Si no se regresa un cero como un fracaso
  }
}

b <- function(x,y){
  count <- 0 #El conteo de éxitos se inicia en 0
  for (i in 1:x){ #El ciclo se hará según el número de ensayos
    count <- count + a(y) #Se almacena el número de exitos
  }
  return (count)
}
```

Figura 1: Distribución Binomial con ensayos Bernoulli

La función da como resultado el número de éxitos x dentro del número de ensayos n efectuados. A continuación podemos apreciar los éxitos de 100 ensayos con una probabilidad de 0.5

```r
> b(100,0.5)
[1] 49
> b(100,0.5)
[1] 57
> b(100,0.5)
[1] 53
> b(100,0.5)
[1] 46
> 
```

Figura 2: Resultado de la función

Por último podemos graficar por medio de histogramas los resultados obtenidos para diversos valores de probabilidad. Se observa como la gráfica se sesga según el valor de la probabilidad que se le indique. Con un $p = 0{,}5$ se obtiene una gráfica simétrica.

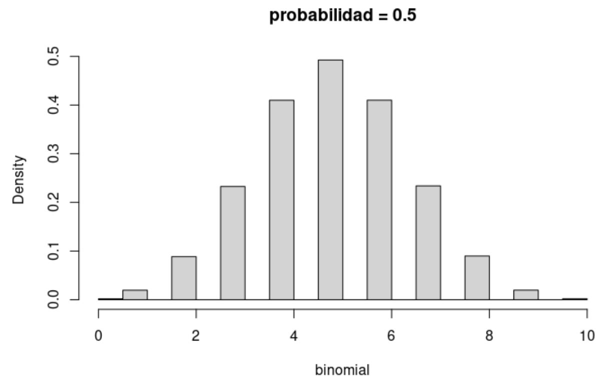

Figura 3: Gráfica con $p = 0{,}5$

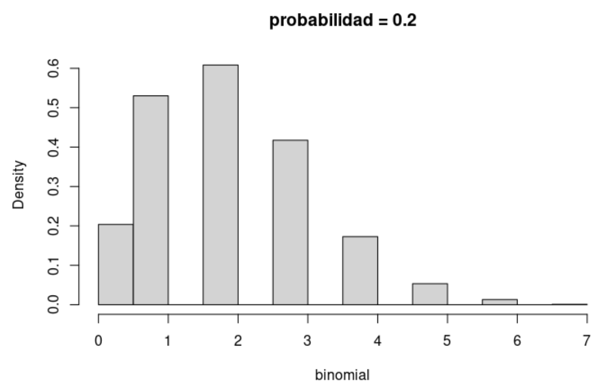

Figura 4: Gráfica con $p = 0{,}2$

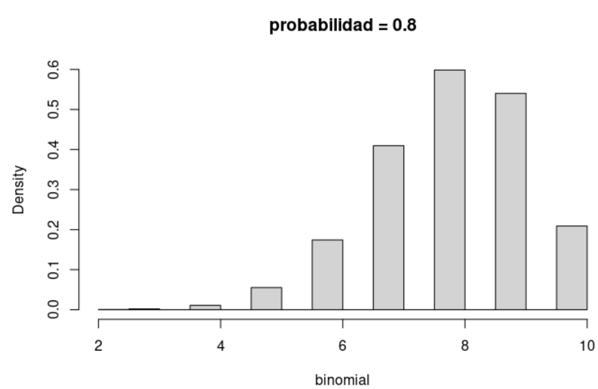

Figura 5: Gráfica con $p = 0{,}8$

3. Calculo Distribución Binomial simulando variable aleatoria

Para esta sección, la función programada recibe como argumentos a n número de ensayos, p probabilidad de éxito y x número de éxitos. Se programo esta siguiendo las formulas de la función de probabilidad mostrada en la primera parte de este documento.

```
f_proba <- function(x,n,p){ #Se programo las operaciones necesarias para obtener binomial
  p_x <- factorial(n)/(factorial(x)*factorial(n-x))*p^x*(1-p)^(n-x)
  #Devuelve la probabilidad de obtener x éxitos
  return(p_x)
}
```

Figura 6: Función de probabilidad

A continuación se programó otra función para calcular la función de probabilidad para diferentes números de éxitos usando un generador de números aleatorios mediante la función runif( ).

```
d= function(n,p){
  start=0
  #Se simulan los ensayos con números generados aleatoriamente
  azar=runif(1)
  for(k in 1:(n+1)){
    end=start+f_proba(k-1,n,p)
    if(azar<=end && azar>start){
      #Devuelve el número de éxitos
      return(k-1)
    }
    start=end
  }
}
```

Figura 7: Calculo de probabilidad para diferentes valores de x

Por último se muestra la gráfica obtenida usando un histograma para diferentes probabilidades y diez ensayos.

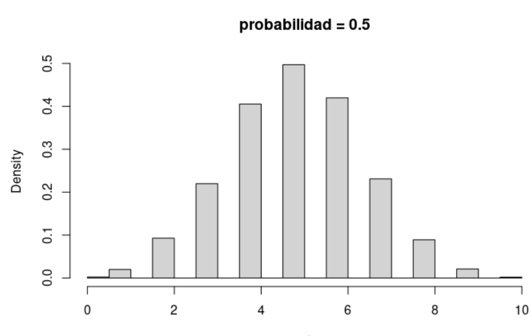

Figura 8: Gráfica con $p = 0{,}5$

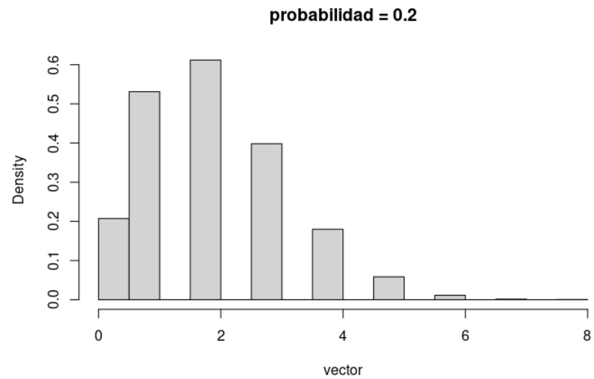

Figura 9: Gráfica con $p = 0{,}2$

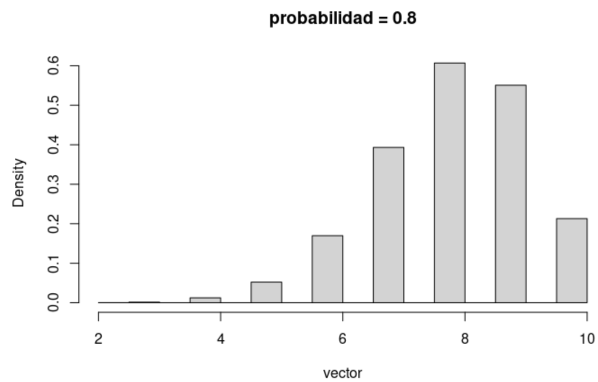

Figura 10: Gráfica con $p = 0{,}8$