

第七讲·第一题

用有限体积法求解钝楔绕流问题

(选做题) 作业 7.1 编制有限体积程序, 并计算图示钝楔绕流问题

几何及流动参数: 钝楔的半楔角为 5° 。
来流Mach数6, Reynold数10000 (以头半径及来流参数度量)。来流攻角为0,
壁面温度为来流温度的4.2倍。

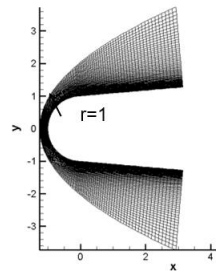
计算中, 粘性系数可用Sutherland公式计算:

$$\frac{\mu}{\mu_a} = \left(\frac{T}{T_a} \right)^{1.5} \frac{1+C}{T/T_a + C}, \quad C=110.4K/T_a$$

本计算中, 来流温度设定为 $T_a = 226.5K$

要求: 编写程序, 给出壁面压力、温度的二维分布云图, 并给出壁面压力及热流。

网格可从课程网站下载 (mesh2d.dat, tecplot格式)



Copyright by Li Xinliang

35

1. 输入网格

将已有的网格数据文件mesh.dat导入matlab中, 并划分存储为节点矩阵, 即矩阵元素为节点坐标。利用节点坐标计算四边形网格的中心, 具体计算方式为求组成四边形的两个三角形的重心坐标的面积加权平均。

通过节点矩阵相减, 计算得到各个边的方向向量, 进而得到各个边的外法向向量。约定外法向向量统一指向i增大和j增大的方向。

约定矩阵下标(i,j)和方位(EWSN)的对应关系如下, “上北下南左西右东”:

i增大 (i+1) 方向——S

i减小 (i-1) 方向——N

j增大 (j+1) 方向——E

j增大 (j-1) 方向——W

generatemesh.m文件用于实现这一步骤。

2. 边界与初值设置

内点初值如下设置, T、u、p均设为1, v设为0。

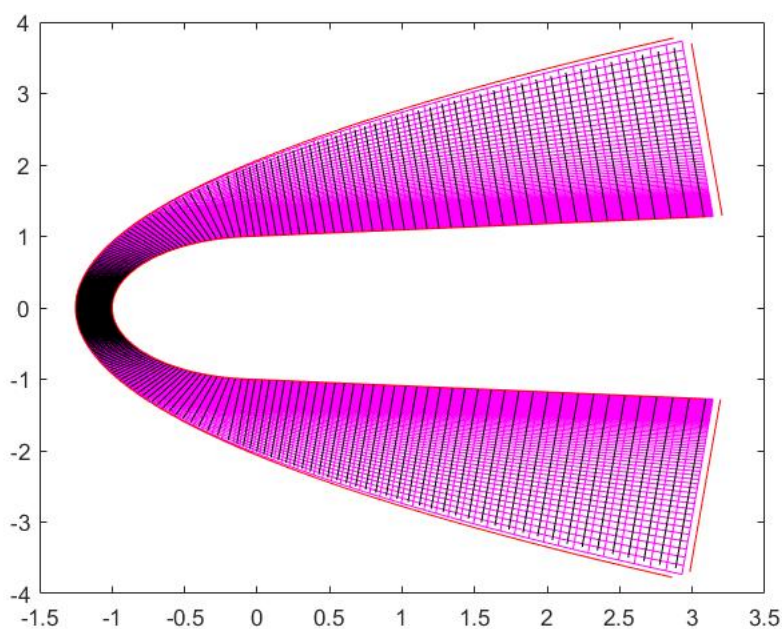
边界采用虚网格, 虚网格内点物理量的确定思路为插值得到的壁面通量符合物理实际。

N侧——钝楔固壁，恒温固壁边界条件，壁面速度 u 、 v 均为0，壁温为来流温度的4.2倍，无量纲化后即壁面 T 为4.2，壁面压强为靠近壁面的内点压强，即插值得到的壁面压力与靠近壁面的内点压力相同。

S侧——超音速来流入口边界条件，边界速度 u 、 v ，边界温度 T 、边界压强 p 均与来流情况相同，采用来流参数进行无量纲化，即插值得到的边界值均为1。

E及W侧——超音速出口边界条件，边界速度、边界温度、边界压强均与靠近出口的格点值相同，即插值得到的边界值与靠近出口的格点值相同。

储存各个物理量的虚网格设置了两层，而存储虚网格坐标的虚网格只设置了一层，这是由无粘通量和粘性通量的计算方法决定的。下图显示了节点（紫红）网格中心（黑）和周围虚网格（红）的相对关系。



IC.m,BC.m文件用于实现这一步骤。

3. 无粘通量的计算

步骤如下

1. 重构得到各个边两侧的值，这里采用守恒变量 U 进行重构，方法为三阶迎风插值。

2.使用局地坐标系，对原先的守恒变量U进行旋转变换，具体公式参见任玉新《计算流体力学基础》P165-P168。

3.基于旋转后的守恒变量，解“扩张一维”黎曼问题，这里选用roe格式求解，使用的特征值矩阵和相似变换矩阵参考Toro《Riemann Solvers and Numerical Methods for Fluid Dynamics》P104。

4.对求解得到的数值通量再做旋转变换，得到原始坐标系下各守恒变量的通量，具体公式参见任玉新《计算流体力学基础》P165-P168。

inviscous.m和inviscous2文件用于实现此步骤，二者的区别主要是inviscous.m文件是完全按照任玉新参考书的附录C编写的，inviscous2则是按自己理解的（虽然俩都没整出来）。ptoc.m用于将物理量转换为守恒量，ctop.m则将守恒量转换为物理量。

4.粘性通量的计算

公式基于李新亮《OpenCFD-EC理论手册》P12-P17,对每一条具体的边，有计算步骤如下：

1.计算物理空间坐标x, y和各物理量u, v, T对计算空间变量 ϵ, η 的导数，得到坐标变换的雅可比矩阵的值。角点的处理采用直接取为0的简化方法。

2.基于1，计算u, v, T对x和y的导数。

3.基于参考资料的公式，计算各守恒变量的粘性通量。

viscous.m用于实现这一步骤，其中用到了很多小函数，都有相关注释。

5.时间推进与收敛判据

基于公式

$$\frac{\partial \bar{U}_{I,J}}{\partial t} + \frac{1}{\Omega_{I,J}} (\mathbf{H}_{I+\frac{1}{2},J} - \mathbf{H}_{I-\frac{1}{2},J} + \mathbf{H}_{I,J+\frac{1}{2}} - \mathbf{H}_{I,J-\frac{1}{2}}) = \frac{1}{\Omega_{I,J}} (\mathbf{H}_{I+\frac{1}{2},J}^v - \mathbf{H}_{I-\frac{1}{2},J}^v + \mathbf{H}_{I,J+\frac{1}{2}}^v - \mathbf{H}_{I,J-\frac{1}{2}}^v)$$

采用三阶RK方式进行推进，时间步长 $dt=0.0001$ 。RK.m整合了推进过程。

当迭代出现负压强或负密度时，退出循环，当残差小于 $1e-6$ 时认为收敛。

6.结果分析

壁面压力：取最靠近壁面一层网格中心点处压强；

热流：由傅里叶定律， $Q = -k\nabla TA$ ，这里用差分代替导数，长度代替面积，得到热流。