

Lista de Exercícios

1- Vamos supor que estamos comparando implementações de ordenação por inserção e ordenação por intercalação na mesma máquina. Para entradas de tamanho n , a ordenação por inserção é executada em $8n^2$ etapas, enquanto a ordenação por intercalação é executada em $64n \lg n$ etapas. Para que valores de n a ordenação por inserção supera a ordenação por intercalação?

2 - Qual é o menor valor de n tal que um algoritmo cujo tempo de execução é $100n^2$ funciona mais rápido que um algoritmo cujo tempo de execução é 2^n na mesma máquina?

3 - Considere o problema de pesquisa:

Entrada: Uma sequência de n números $A = (a_1, a_2, \dots, a_n)$ e um valor v .

Saída: Um índice i tal que $v = A[i]$ ou o valor especial NIL, se v não aparecer em A .

a) Escreva o pseudocódigo para pesquisa linear, que faça a varredura da sequência, procurando por v .

b) Usando um *loop invariante*, prove que seu algoritmo é correto. Certifique-se de que seu *loop invariante* satisfaz às três propriedades necessárias.

c) Quantos elementos da sequência de entrada precisam ser verificados em média, supondo-se que o elemento que está sendo procurado tenha a mesma probabilidade de ser qualquer elemento no arranjo? E no pior caso? Quais são os tempos de execução do caso médio e do pior caso da pesquisa linear em notação Θ ? Justifique suas respostas.

4 - Considere a ordenação de n números armazenados no arranjo A , localizando primeiro o menor elemento de A e permutando esse elemento com o elemento contido em $A[1]$. Em seguida, encontre o segundo menor elemento de A e troque-o pelo elemento $A[2]$. Continue dessa maneira para os primeiros $(n - 1)$ elementos de A .

a) Escreva o pseudocódigo para esse algoritmo, conhecido como ordenação por seleção.

b) Que *loop invariante* esse algoritmo mantém?

c) Por que ele só precisa ser executado para os primeiros $n - 1$ elementos, e não para todos os n elementos?

d) Forneça os tempos de execução do melhor caso e do pior caso da ordenação por seleção em notação Θ .

5 – Observe que, se a sequência A do problema da pesquisa da questão 3 estiver ordenada, poderemos comparar o ponto médio da sequência com v e eliminar metade da sequência de ser considerada posteriormente na busca. A pesquisa binária é um algoritmo que repete esse procedimento, dividindo ao meio o tamanho da porção restante da sequência a cada vez.

- a) Escreva o pseudocódigo, sendo ele iterativo ou recursivo, para pesquisa binária.
b) Demonstre que o tempo de execução do pior caso da pesquisa binária é $\Theta(\lg n)$.

6 – Mostre que, para quaisquer constantes reais a e b , onde $b > 0$, $(n + a)^b = \Theta(n^b)$

7 – Pode-se dizer que $2^{n+1} = O(2^n)$? E pode-se dizer que $2^{2n} = O(2^n)$?

8 – Demonstre que a solução para a recorrência $T(n) = T(n/3) + T(2n/3) + cn$, onde c é uma constante, é $\Omega(n \lg n)$, apelando para uma árvore de recursão.

9- O parque SEERVADA recebe turistas para passeios em suas trilhas, representadas esquematicamente pela Figura 1. Nesta figura, a entrada do parque é representada pelo ponto S; a letra T representa a principal atração do parque, uma vista para uma grande queda d'água; enquanto as outras letras representam os locais dos postos da guarda florestal. Os números no mapa apresentam as distâncias dessas estradas em quilômetros.

a) Na baixa estação, um pequeno número de carros elétricos é usado para transportar os turistas a partir da entrada do parque (S) para a principal atração do parque (T). Para poupar recursos, a administração do parque adota a rota com caminho mínimo entre a entrada do parque e T. Qual é a rota utilizada?

b) Linhas de telefone devem ser instaladas para estabelecer a comunicação telefônica entre todas as estações. Como a instalação é cara e potencialmente prejudicial para o meio ambiente, as linhas serão instaladas apenas nas estradas necessárias para estabelecer a comunicação entre todas as estações. Onde as linhas devem ser instaladas, de modo a minimizar o número total de quilômetros de cabos utilizados?

c) Na alta estação, a administração do parque enfrenta outro problema: o grande número de visitantes que gostaria de visitar a grande queda d'água. Contudo, o grande número de visitantes pode perturbar a fauna da região. Por esse motivo, foi imposto um limite no número de viagens que os carros elétricos podem fazer em cada uma das estradas por dia. Os limites são apresentados pela Figura 2. Portanto, durante a alta temporada, vários caminhos diferentes podem ser seguidos, independentemente da distância da viagem, mas desde que respeitem os limites apresentados na Figura 2. Qual é o número máximo de viagens por dia que podem ser feitas desde a entrada do parque até a grande queda d'água, sem violar os limites impostos em cada uma das estradas individuais?

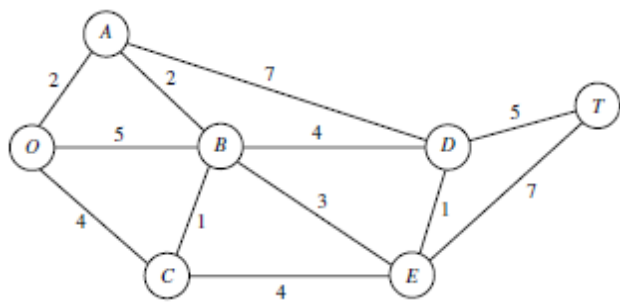


Figura 1

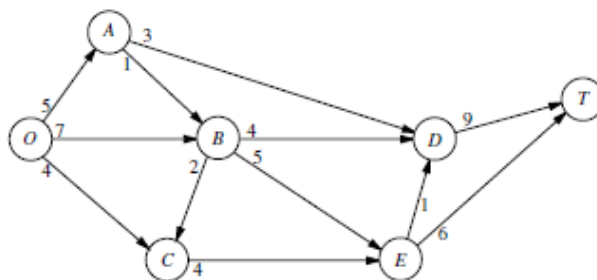


Figura 2

10- Considere a inserção das chaves 10, 22, 31, 4, 15, 28, 17, 88, 59 em uma tabela *hash* de comprimento $m = 11$ usando o endereçamento aberto com a função *hash* primário $h'(k) = k \bmod m$. Ilustre o resultado da inserção dessas chaves empregando sondagem quadrática, com $h(k,i) = (h'(k) + i + 3.i^2) \bmod m$.

11- Forneça limites assintóticos para $T(n)$ em cada uma das recorrências a seguir. Suponha que $T(n)$ seja constante para n suficientemente pequeno. Torne seus limites tão restritos quanto possível e justifique suas respostas.

a) $T(n) = 2.T(n/2) + n$

b) $T(n) = T(2n/3) + T(n/3) + n$

c) $T(n) = 4.T(n/2) + n^2\sqrt{n}$

12 - Use *backtracking* para resolver o problema das N rainhas: dado um tabuleiro de xadrez com dimensões $N \times N$, posicione N rainhas de modo que nenhuma rainha possa atacar nenhuma outra.

13 - Suponha que em seu trabalho de pós-graduação você se depare com um problema de otimização que seja classificado como NP-Completo.

a) Qual seria a melhor estratégia a ser adotada em termos de implementação?

b) Suponha que algum pesquisador conseguiu provar que $P=NP$. Quais seriam as implicações para a sua implementação?