

1. Calcule a projeção L^2 da função $u = \sin(\pi x)\sin(\pi x)$ no espaço V_h adotando o intervalo $[-2, 2]$. Neste contexto:

- a) Apresente a formulação do problema.
- b) Usando bases lineares de Lagrange, apresente uma comparação entre a solução exata e a projeção L^2 para diferentes refinamentos de malha.
- c) Repita o item (b) adotando bases de Lagrange de ordens $k = 2, 3, 4$.
- d) Faça um estudo de convergência para todas as bases de Lagrange adotadas nos itens (b) e (c), apresentando a taxa de decaimento do erro (a ordem de convergência obtida pela inclinação da curva $\log - \log$ do erro em relação ao parâmetro de malha h).
- e) Compare os resultados obtidos no item (d) com a estimativa de erro *a priori*:

$$\|u_h - u\|_0 \leq Ch^{k+1} \|u\|_{k+1},$$

e comente.

2. Para o mesmo problema, implemente uma abordagem utilizando base lagrangeana descontínua por partes, ou seja, cada elemento é resolvido separadamente como se a projeção fosse feita elemento a elemento. Após o cálculo de todos os elementos, separadamente, monte a solução da projeção L^2 combinando todas as soluções dos elementos. Neste contexto:

- a) Repita os itens (b), (c), (d) e (e) da Questão 1.
- b) Faça uma comparação visual entre os resultados obtidos com a abordagem adotada na Questão 1 com a adotada na Questão 2 e comente.

O trabalho deve ser escrito em \LaTeX e enviado por e-mail dentro do prazo determinado.