



UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA



# **Trabalho 2- Mecânica dos Fluidos Computacional - Parte 1**

Programa de Pós Graduação em Modelagem Computacional

Autor: Rodrigo Perobeli Silva Costa  
Professor: Iury Higor Aguiar da Igreja

Juiz de Fora, 27 de Agosto de 2020

# Conteúdo

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Exercício 1</b>	<b>2</b>
2.1	Equação difusiva . . . . .	2
2.2	Convergência para a Equação difusiva . . . . .	3
<b>3</b>	<b>Exercício 2</b>	<b>5</b>
3.1	Equação difusivo-convectiva . . . . .	5
3.2	Convergência para a Equação difusivo-convectiva . . . . .	6

# 1 Introdução

O presente relatório é um método de avaliação para a disciplina Mecânica dos Fluidos Computacional, do Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional (PPGMC) da UFJF. O trabalho consiste em 4 etapas:

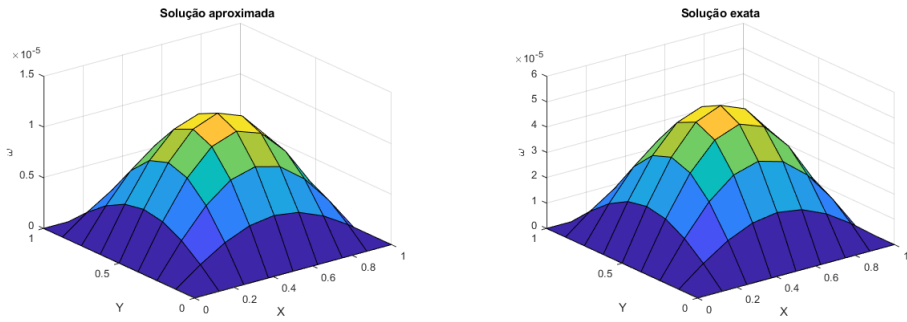
- Validar o método ADI usando a solução exata para uma equação difusiva;
- Fazer o teste de convergência de malha para a equação anterior;
- Validar o método ADI usando a solução exata para uma equação difusivo-convectiva;
- Fazer o teste de convergência de malha para a equação anterior;

## 2 Exercício 1

### 2.1 Equação difusiva

A equação difusiva proposta foi a equação de vorticidade derivada das equações de Navier-Stokes com  $\mathbf{u} = 0$   $Re = 1$  para um domínio  $[0, 1] \times [0, 1]$  com tempo variando de 0 a 0.5 s.

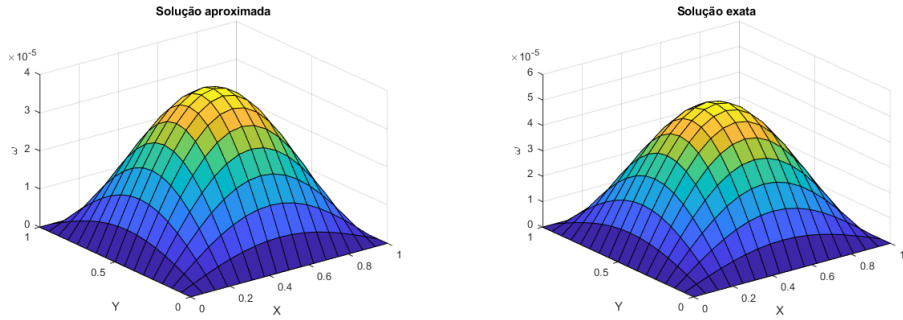
Para a validação utilizaram-se as malhas 4x4, 8x8, 16x16 e 32x32. nas figuras estão representados os resultados:



(a) Solução Aproximada malha 8x8.

(b) Solução exata malha 8x8.

Figura 1: Soluções para malha 8x8.



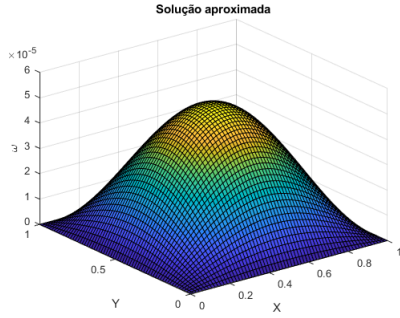
(a) Solução Aproximada malha 16x16.

(b) Solução exata malha 16x16.

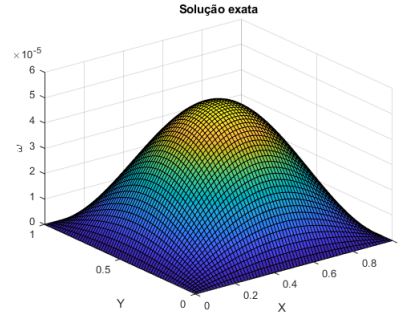
Figura 2: Soluções para malha 16x16.

As Respostas dada pelo método ADI foram bem satisfatórias, nas figuras 3a e 3b não se pode notar diferença visível entre as soluções aproximada e real, devido ao refinamento da malha e a convergência do método.

O caso 8x8 é um caso interessante pois mesmo com uma malha mais refinada que a 4x4, obteve um erro maior, e essa diferença está visível nas figuras 1a e 1b.



(a) Solução Aproximada malha 64x64.

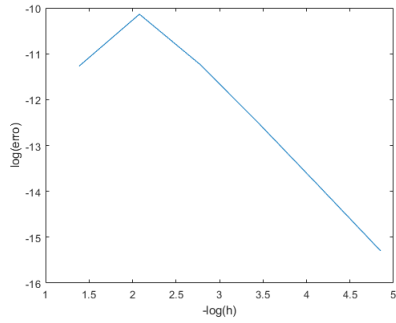


(b) Solução exata malha 64x64.

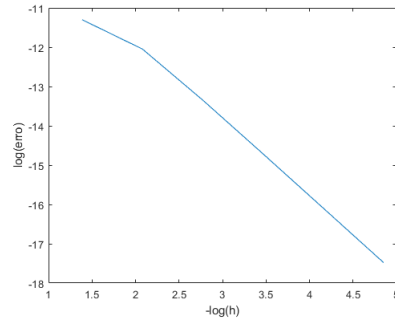
Figura 3: Soluções para malha 64x64.

## 2.2 Convergência para a Equação difusiva

Como pode ser visto nos gráficos da subseção 2.1, para a malha menos refinada o erro foi maior. O teste de convergência nos mostra isso através de outro gráfico e ainda revela com qual velocidade o erro cai com o refinamento da malha. Os testes de convergência para a equação difusiva foram realizados para 6 malhas diferentes, com número de elementos indo de 4 a 64, e para passo de tempo da ordem de  $h$  e de  $h^2$ .



(a) Convergência para  $\delta t = h$ .



(b) Convergência para  $\delta t = h^2$ .

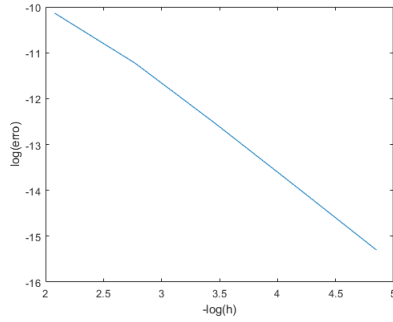
Figura 4: Testes de convergência considerando todas as malhas.

Nestes testes pode-se observar que na segunda malha (8x8) houve um erro maior do que na primeira malha, isso se deve ao fato de ter muito mais pontos no contorno (16 pontos) do que na malha a qual se deva achar o resultado (9 pontos) e isso pode causar uma anomalia de um erro menor. No entanto, essa anomalia diminui com o refinamento de  $\delta t$  como pode ser observado nas figuras 4a e 4b.

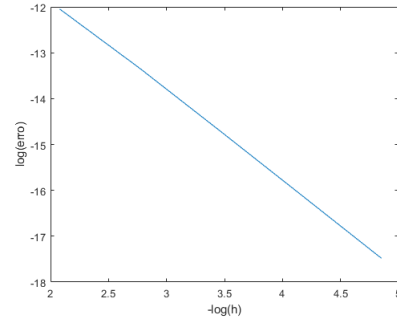
Nessas figuras observa-se que o ponto da malha 4x4 altera muito o valor da convergência, que é 1.3519 quando  $\delta t = h$  e 1.8304 quando  $\delta t = h^2$ . que estão razoavelmente longe da convergência esperada pelo método, que é de 2.

Como esse ponto da malha 4x4 foi o único caso problemático, ao considerá-lo uma anomalia e descartá-lo, observa-se as convergências apresentadas pelas figuras 5a e 5b onde os valores de convergência foram muito mais próximos da convergência esperada, com valores de 1.8768 quando  $\delta t = h$  e 1.9641 quando  $\delta t = h^2$ .

Com mais refinamento de  $\delta t$  os valores de convergência aproximar-se-ão cada vez mais do valor esperado.



(a) Convergência para  $\delta t = h$ .



(b) Convergência para  $\delta t = h^2$ .

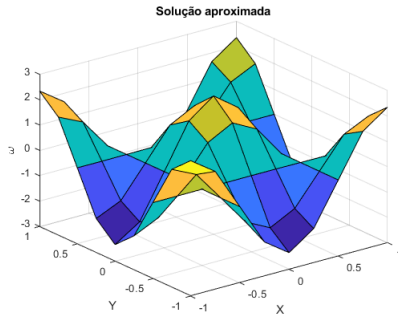
Figura 5: Testes de convergência considerando a malha 4x4 uma anomalia.

## 3 Exercício 2

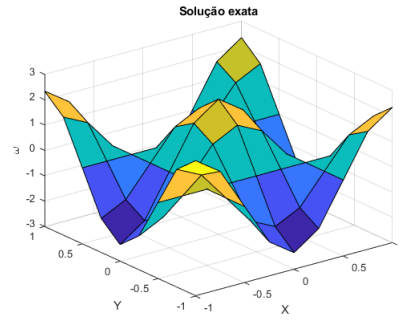
### 3.1 Equação difusivo-convectiva

A equação difusivo-convectiva proposta foi a equação de vorticidade derivada das equações de Navier-Stokes com  $Re = 20$  para um domínio  $[-1, 1] \times [-1, 1]$  com tempo variando de 0 a 1 s.

Algumas soluções estão apresentadas para malhas 8x8, 32x32 e 128x128.

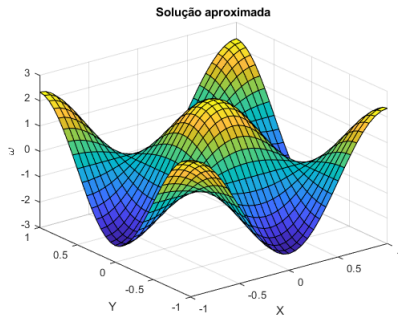


(a) Solução Aproximada malha 8x8.

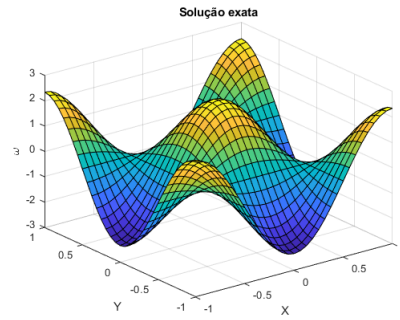


(b) Solução exata malha 8x8.

Figura 6: Soluções para malha 8x8.



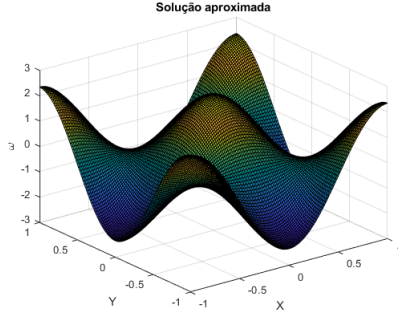
(a) Solução Aproximada malha 32x32.



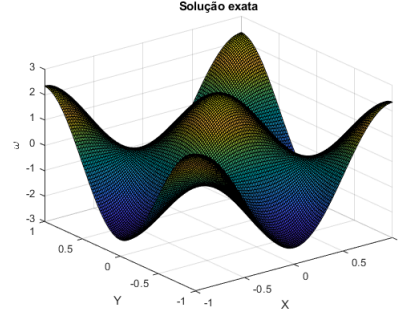
(b) Solução exata malha 32x32.

Figura 7: Soluções para malha 32x32.

Observando as figuras da subseção 3.1, já é notório que o erro está visivelmente menor, diferentemente do exercício anterior, não houve uma anomalia na malha 4x4, e com isso o método convergiu de forma muito satisfatória.



(a) Solução Aproximada malha 128x128.



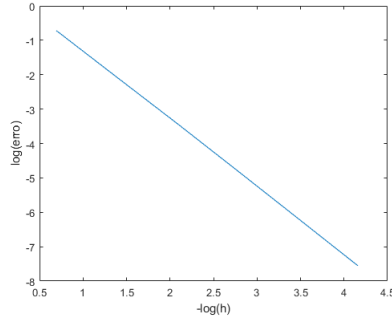
(b) Solução exata malha 128x128.

Figura 8: Soluções para malha 128x128.

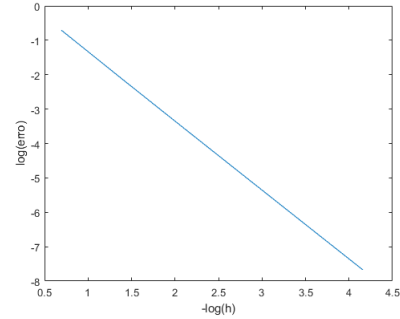
### 3.2 Convergência para a Equação difusivo-convectiva

O teste de convergência foi feito usando malhas de 4x4 até 128x128 com  $\delta t = h$  e  $\delta t = h^2$

O teste de convergência para a equação difusivo-convectiva está apresentado pela figura:



(a) Convergência para  $\delta t = h$ .



(b) Convergência para  $\delta t = h^2$ .

Figura 9: Testes de convergência para equação difusivo-convectiva.

Os testes mostram, que a ausência da anomalia provoca uma taxa de convergência muito mais próxima da esperada. No teste com  $\delta t = h$  obteve-se uma convergência de 1,972 e para  $\delta t = h^2$  obteve-se uma convergência de 2.009. Nota-se que, novamente ao aumentar a resolução de  $\delta t$  há uma melhoria na convergência, inclusive com um caso que converge ligeiramente mais rápido que o esperado (2), no entanto, essa melhoria não é tão significativa a ponto de demandar resoluções mais precisas que  $h^2$  para o tempo, pois o ganho de convergência não compensaria o custo computacional empregado.