Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение

высшего образования

«Рязанский государственный радиотехнический университет

имени В.Ф. Уткина»

Кафедра ЭВМ

Отчет о лабораторной работе №3

**«Характеристики простейшей СМО»**

по дисциплине «Моделирование»

**Выполнили:**

ст. гр. 245

бригада №4

Сокол Илья

Лапин Кирилл

**Проверил:**

доц. каф. ЭВМ

Саблина В.А.

Рязань 2025

**Цель работы:** изучение и сравнение характеристик простейшей СМО:

* исследование зависимости основных характеристик СМО от коэффициента загрузки ОА;
* исследование зависимости основных характеристик СМО от степени случайности длительности обслуживания заявок и интервала между приходами заявок.

**Практическая часть**

*1. Ознакомление с моделью простейшей СМО*

Ознакомимся с моделью простейшей СМО M/M/1. Данная модель имеет следующее графическое представление (рисунок 1.1):



Рисунок 1.1 – Графическое представление модели простейшей СМО

В соответствии с вариантом задания среднее значение длительности обслуживания заявок .

*2. Модель простейшей СМО M/M/1*

Разработаем имитационную GPSS-модель простейшей СМО M/M/1. Листинг полученной программы представлен ниже:

|  |
| --- |
| EXPON FUNCTION RN1,C24  0,0/.1,.104/.2,.222/.3,.335/.4,.509/.5,.69/.6,.915/.7,1.2/.75,1.38  .8,1.6/.84,1.85/.88,2.12/.9,2.3/.92,2.52/.94,2.81/.95,2.99/.96,3.2  .97,3.5/.98,3.9/.99,4.6/.995,5.3/.998,6.2/.999,7/.9998,8  MOJ VARIABLE 400 ; Мат. ожидание v\_ср  TOBS VARIABLE FN$EXPON # V$MOJ ; v = v\_ср \* f\_эксп  GENERATE 120,FN$EXPON ; T\_ср = 120, lambda = 1 / T\_ср  QUEUE OCH  SEIZE OAP  DEPART OCH  ADVANCE V$TOBS ; случайное время обслуживания v в ОА  RELEASE OAP  TERMINATE 1  START 10000 |

Регулируя , зададим коэффициент загрузки ОА . Таким образом:

Изменим в модели средний период между поступлениями заявок :

|  |
| --- |
| GENERATE 444,FN$EXPON ; T\_ср = 444, lambda = 1 / T\_ср |

В результате выполнения программы получим отчет, представленный на рисунке 2.1.

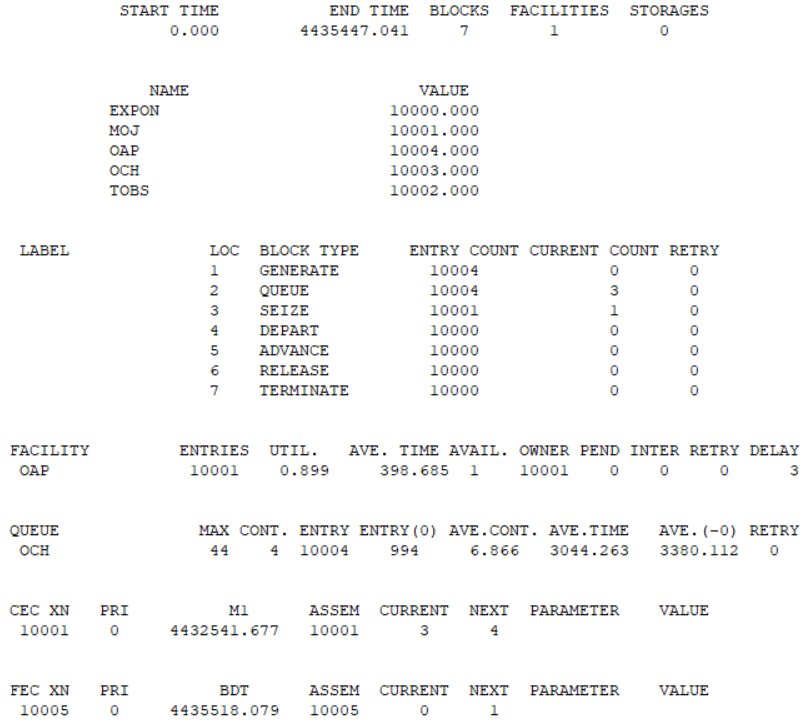


Рисунок 2.1 – Результат выполнения программы модели СМО M/M/1 с

Таким образом, согласно полученному отчету, имеют место следующие параметры СМО M/M/1:

Рассчитаем те же параметры по аналитической модели СМО M/M/1:

Результаты имитационного моделирования СМО M/M/1 показывают закономерное расхождение с аналитическими расчетам. При теоретических значениях и , имитационная модель дала значения и 3442.949 соответственно. Это отклонение объясняется конечным временем моделирования (10000 заявок), влиянием начального переходного процесса и небольшим отклонением фактического среднего времени обслуживания ( вместо ). Несмотря на количественные расхождения, имитационная модель подтверждает ожидаемую высокую нагрузки системы () и общие тенденции поведения СМО.

Изменяя ( в модели), уменьшим на :

Изменим в модели средний период между поступлениями заявок :

|  |
| --- |
| GENERATE 500,FN$EXPON ; T\_ср = 500, lambda = 1 / T\_ср |

В результате выполнения программы получим отчет, представленный на рисунке 2.2.

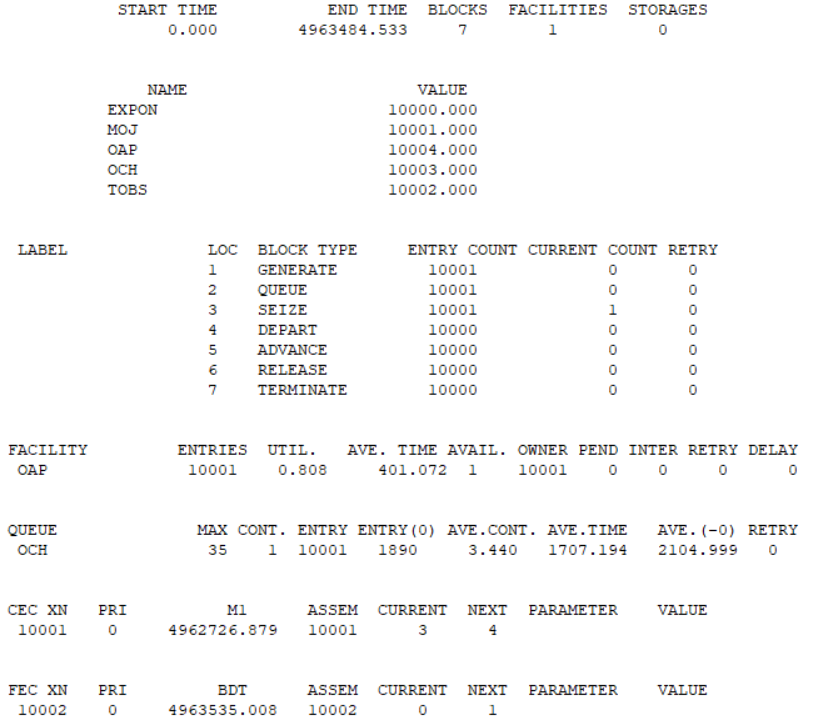


Рисунок 2.2 – Результат выполнения программы модели СМО M/M/1 с

Таким образом, согласно полученном отчету имеют место следующие параметры СМО M/M/1 с уменьшенным на :

Вычислим изменения данных параметров в процентах относительно исходного :

Изменяя ( в модели), добьемся :

Изменим в модели средний период между поступлениями заявок :

|  |
| --- |
| GENERATE 800,FN$EXPON ; T\_ср = 800, lambda = 1 / T\_ср |

В результате выполнения программы получим отчет, представленный на рисунке 2.3.

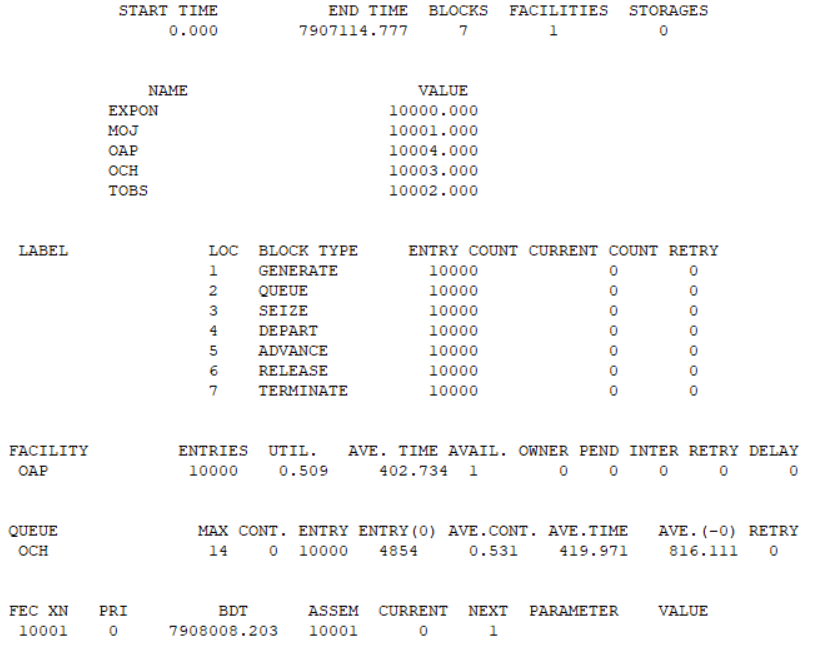


Рисунок 2.3 – Результат выполнения программы модели СМО M/M/1 c

Таким образом, согласно полученном отчету имеют место следующие параметры СМО M/M/1:

Рассчитаем те же параметры по аналитической модели СМО M/M/1:

Изменяя ( в модели), уменьшим на :

Изменим в модели средний период между поступлениями заявок :

|  |
| --- |
| GENERATE 885,FN$EXPON ; T\_ср = 885, lambda = 1 / T\_ср |

В результате выполнения программы получим отчет, представленный на рисунке 2.4.

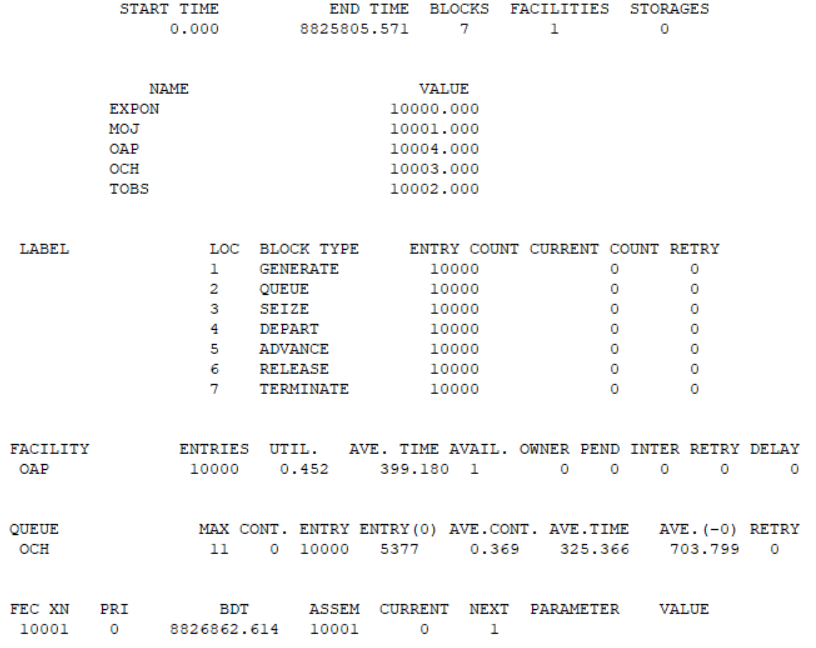


Рисунок 2.4 – Результат выполнения программы модели СМО M/M/1 с

Таким образом, согласно полученному отчету, имеют место следующие параметры СМО M/M/1 с уменьшенным на :

Вычислим изменения данных параметров в процентах относительно исходного :

Снижение коэффициента нагрузки на из разных начальных точек дает принципиально разный эффект. При уменьшении с до параметры системы резко упали. В то же время снижение с до вызвало гораздо меньшее изменение параметров системы.

Это наглядно демонстрирует особенность СМО M/M/1: чувствительность к изменению нагрузки резко возрастает по мере приближения к единице. При высоких нагрузках даже незначительное снижение коэффициента загрузки ОА приводит к существенному улучшению характеристик системы, тогда как при умеренных нагрузках эффект от снижения выражен значительно слабее.

Построим графики зависимостей параметров СМО M/M/1 от коэффициента загрузки по результатам имитационного моделирования, а также по аналитическим моделям (рисунок 2.5).

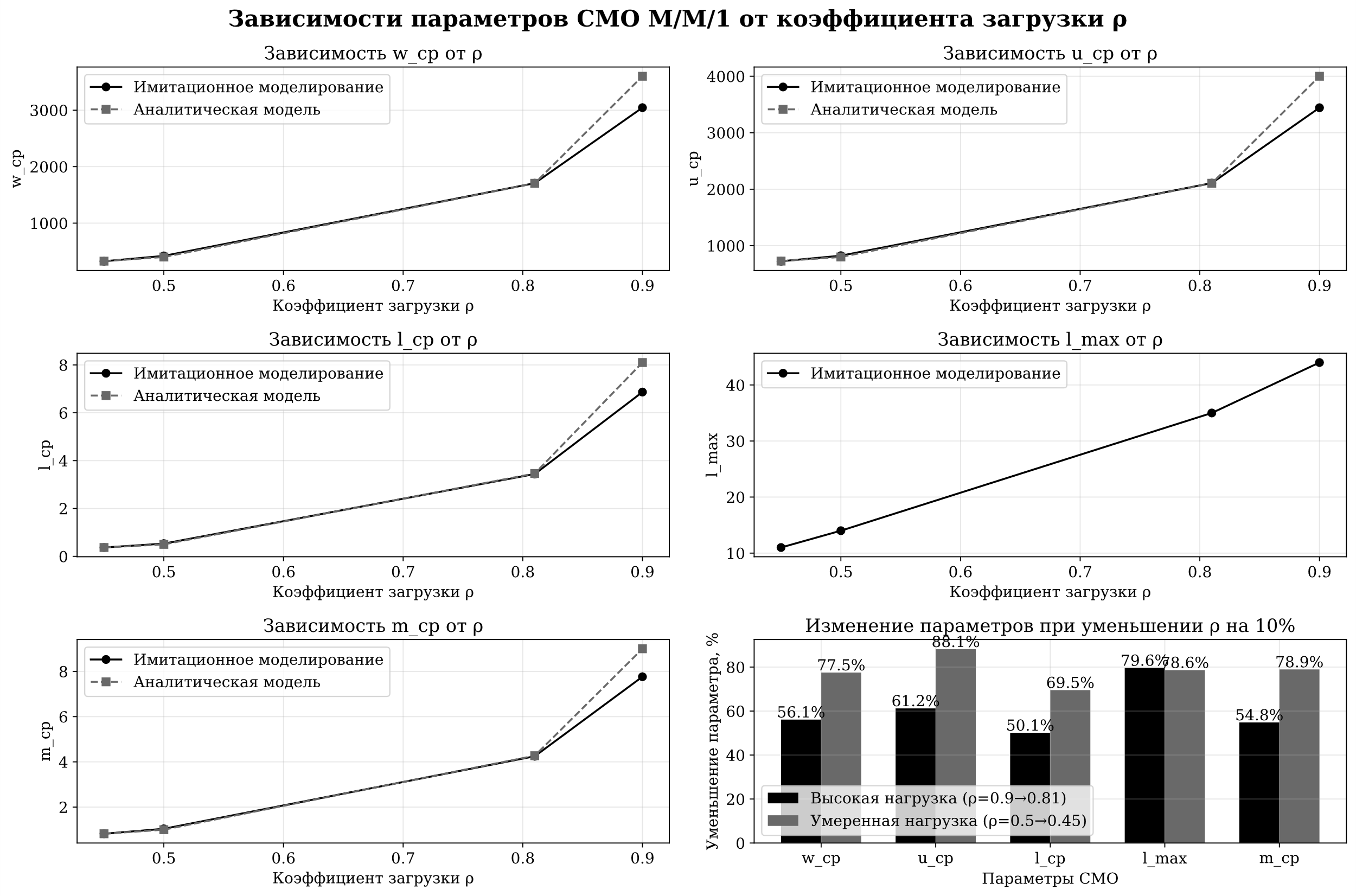


Рисунок 2.5 – График зависимостей параметров СМО M/M/1 от коэффициента загрузки

*3. Модель простейшем СМО M/U/1*

Разработаем имитационную GPSS-модель простейшей СМО M/U/1. Листинг полученной программы представлен ниже:

|  |
| --- |
| EXPON FUNCTION RN1,C24  0,0/.1,.104/.2,.222/.3,.335/.4,.509/.5,.69/.6,.915/.7,1.2/.75,1.38  .8,1.6/.84,1.85/.88,2.12/.9,2.3/.92,2.52/.94,2.81/.95,2.99/.96,3.2  .97,3.5/.98,3.9/.99,4.6/.995,5.3/.998,6.2/.999,7/.9998,8  MOJ VARIABLE 400 ; Мат. ожидание v\_ср  GENERATE 120,FN$EXPON ; T\_ср = 120, lambda = 1 / T\_ср  QUEUE OCH  SEIZE OAP  DEPART OCH  ADVANCE V$MOJ,V$MOJ ; равномерное распределение от 0 до 2 \* v\_ср  RELEASE OAP  TERMINATE 1  START 10000 |

Регулируя , зададим коэффициент загрузки ОА . Таким образом:

Изменим в модели средний период между поступлениями заявок :

|  |
| --- |
| GENERATE 444,FN$EXPON ; T\_ср = 444, lambda = 1 / T\_ср |

В результате выполнения программы получим отчет, представленный на рисунке 3.1.

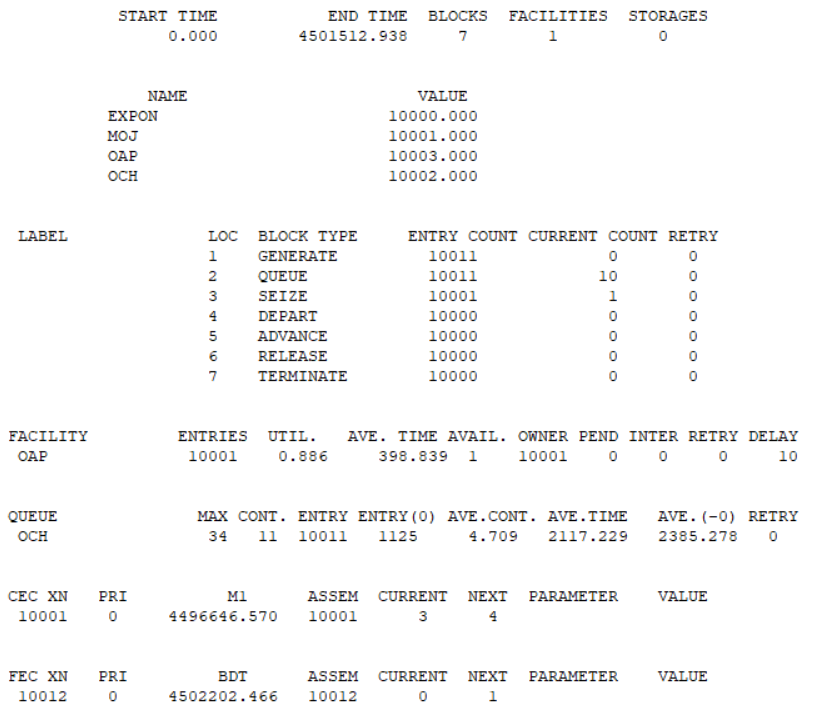


Рисунок 3.1 – Результат выполнения программы модели СМО M/U/1 с

Таким образом, согласно полученном отчету, имеют место следующие параметры СМО M/U/1:

Результаты моделирования показывают, что при одинаковой нагрузке () СМО M/U/1 работает эффективнее СМО M/M/1: среднее время ожидания и средняя длина очереди в ней значительно меньше. Это объясняется тем, что экспоненциальное распределение времени обслуживания имеет высокую дисперсию, что приводит к частым длительным операциям. Равномерное распределение с меньшим разбросом значений делает работу системы более предсказуемой и устойчивой.

*4. Модель простейшей СМО M/Нормальный/1*

Разработаем имитационную GPSS-модель простейшей СМО M/Нормальный/1. Листинг полученной программы представлен ниже:

|  |
| --- |
| EXPON FUNCTION RN1,C24  0,0/.1,.104/.2,.222/.3,.335/.4,.509/.5,.69/.6,.915/.7,1.2/.75,1.38  .8,1.6/.84,1.85/.88,2.12/.9,2.3/.92,2.52/.94,2.81/.95,2.99/.96,3.2  .97,3.5/.98,3.9/.99,4.6/.995,5.3/.998,6.2/.999,7/.9998,8  NORM FUNCTION RN1,C21  0,-3/0.00621,-2.5/.02275,-2  .06681,-1.5/.11507,-1.2/.15866,-1/.21186,-.8/.27425,-.6  .34458,-.4/.42074,-.2/.5,0/.57926,.2/.65542,.4  .72575,.6/.78814,.8/.84134,1/.88493,1.2/.93319,1.5  .97725,2/.99379,2.5/.99865,3  MOJ VARIABLE 400 ; Мат. ожидание v\_ср  SKO VARIABLE V$MOJ/3 ; СКО = v\_ср/3  TOBS VARIABLE V$MOJ + FN$NORM # V$SKO ; v = v\_ср + f\_норм \* СКО  GENERATE 120,FN$EXPON ; T\_ср = 120, lambda = 1 / T\_ср  QUEUE OCH  SEIZE OAP  DEPART OCH  ADVANCE V$TOBS ; случайное время обслуживания v в ОА  RELEASE OAP  TERMINATE 1  START 10000 |

Регулируя , зададим коэффициент загрузки ОА . Таким образом:

Изменим в модели средний период между поступлениями заявок :

|  |
| --- |
| GENERATE 444,FN$EXPON ; T\_ср = 444, lambda = 1 / T\_ср |

В результате выполнения программы получим отчет, представленный на рисунке 4.1.

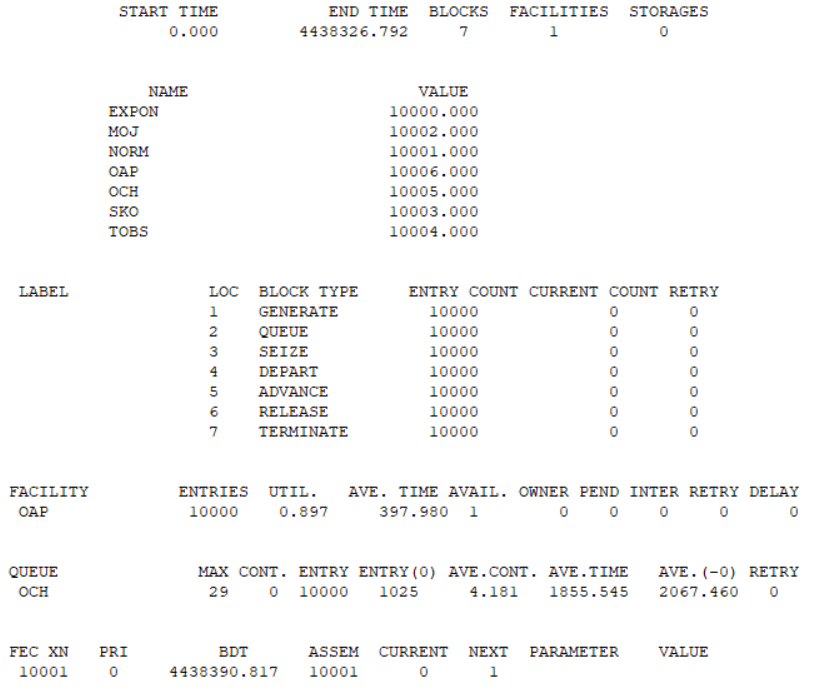


Рисунок 4.1 – Результат выполнения программы модели СМО M/Нормальный/1 с

Таким образом, согласно полученному отчету, имеют место следующие параметры СМО M/Нормальный/1:

Сравнение моделей СМО M/M/1, СМО M/U/1 и СМО M/Нормальный/1 при коэффициенте загрузки показывает прямую зависимость эффективности системы от вариативности времени обслуживания. Наихудшие показатели у СМО M/M/1 с экспоненциальным распределением из-за высокой дисперсии, приводящей к длительным простоям. СМО M/U/1 с равномерным распределением демонстрирует результаты лучше, так как время обслуживания более предсказуемо. Наилучшая эффективность достигается в СМО M/Нормальный/1, где низкая дисперсия и симметричность нормального распределения минимизируют вероятность экстремально трудоемких заявок, делая систему более стабильной.

*5. Модель простейшей СМО M/D/1*

Разработаем имитационную GPSS-модель простейшей СМО M/D/1. Листинг полученной программы представлен ниже:

|  |
| --- |
| EXPON FUNCTION RN1,C24  0,0/.1,.104/.2,.222/.3,.335/.4,.509/.5,.69/.6,.915/.7,1.2/.75,1.38  .8,1.6/.84,1.85/.88,2.12/.9,2.3/.92,2.52/.94,2.81/.95,2.99/.96,3.2  .97,3.5/.98,3.9/.99,4.6/.995,5.3/.998,6.2/.999,7/.9998,8  MOJ VARIABLE 400 ; Мат. ожидание v\_ср  GENERATE 120,FN$EXPON ; T\_ср = 120, lambda = 1 / T\_ср  QUEUE OCH  SEIZE OAP  DEPART OCH  ADVANCE V$MOJ ; детерминированное время обслуживания = v\_ср  RELEASE OAP  TERMINATE 1  START 10000 |

Регулируя , зададим коэффициент загрузки ОА . Таким образом:

Изменим в модели средний период между поступлениями заявок :

|  |
| --- |
| GENERATE 444,FN$EXPON ; T\_ср = 444, lambda = 1 / T\_ср |

В результате выполнения программы получим отчет, представленный на рисунке 5.1.

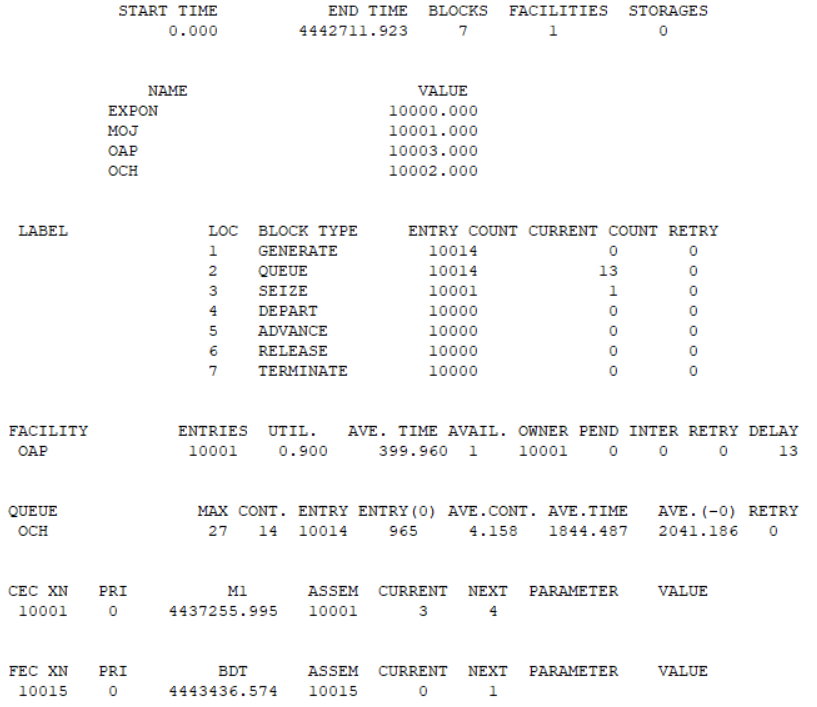


Рисунок 5.1 – Результат выполнения программы модели СМО M/D/1 с

Таким образом, согласно полученному отчету, имеют место следующие параметры СМО M/D/1:

Сравнение моделей СМО M/M/1, СМО M/U/1, СМО M/Нормальный/1 и СМО M/D/1 наглядно демонстрирует ключевое влияние характера распределения времени обслуживания заявки на эффективность системы. Наихудшие показатели у СМО M/M/1 с экспоненциальным распределением из-за его высокой дисперсии, приводящей к длительным обработкам. СМО M/U/1 с равномерным распределением показывает уже лучшие результаты, так как время обслуживания более сконцентрировано вокруг среднего. СМО M/Нормальный/1 с низкой дисперсией оказывается еще эффективнее. Наилучший результат демонстрирует СМО M/D/1 с детерминированным временем обслуживания заявок, где полное отсутствие случайности делает работу системы абсолютно предсказуемой и минимизирует задержки. Таким образом, производительность системы обратно пропорциональная вариативности времени обслуживания.

*6. Построение графиков зависимостей для различных СМО*

По полученным результатам для различных СМО построим графики зависимостей параметров систем как функций от СКО длительности обслуживания заявок в ОА. СКО длительности обслуживания заявок в ОА определяется следующим образом:

* Для СМО M/M/1
* Для СМО M/U/1
* Для СМО M/Нормальный/1
* Для СМО M/D/1

Полученные графики представлены на рисунке 6.1.

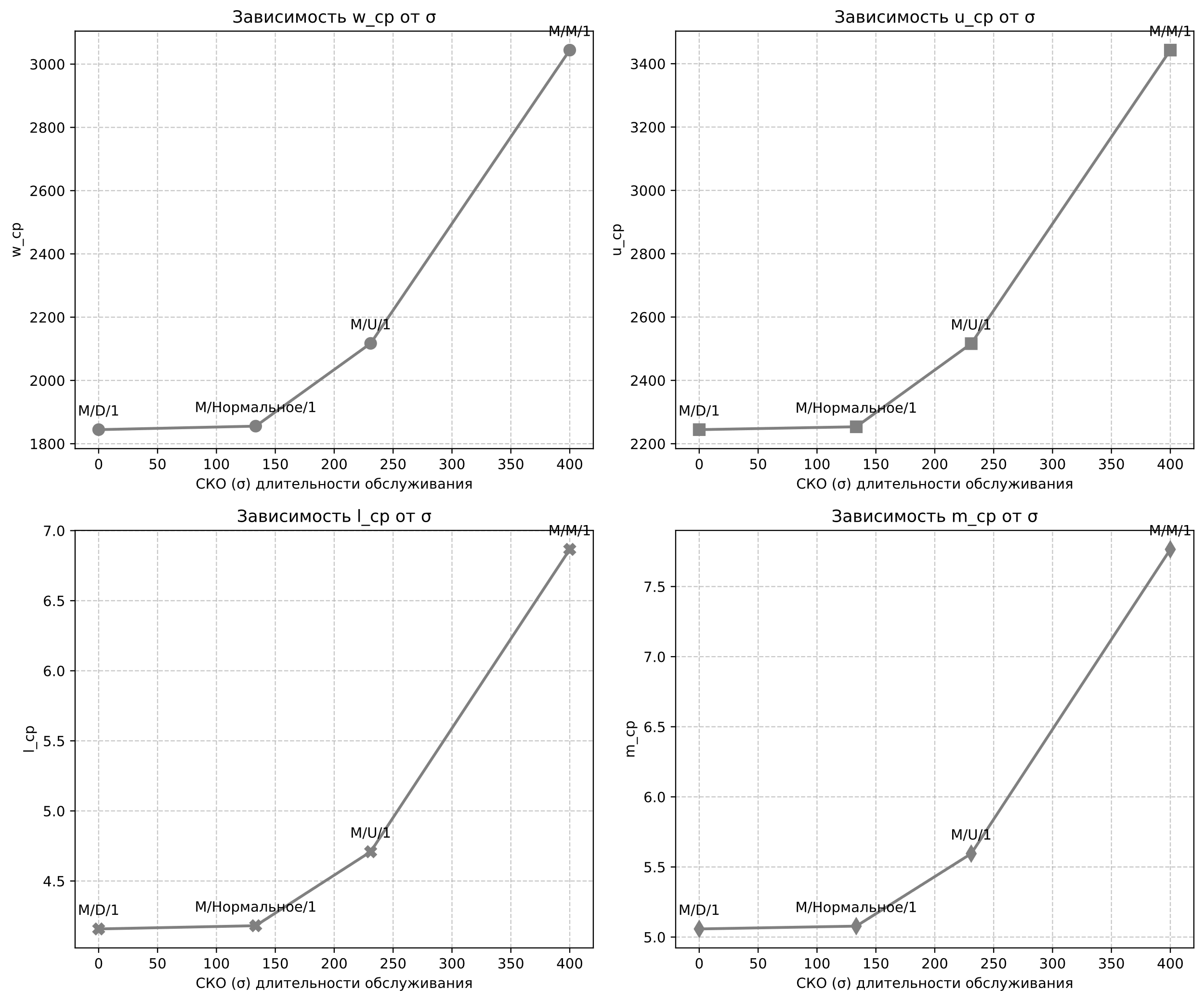


Рисунок 6.1 – Графики зависимостей параметров СМО от

Как известно, для общего случая – СМО M/G/1 аналитический анализ модели СМО позволяет найти время ожидания в очереди в следующем виде (формула Поллачека-Хинчина):

где .

Используем данную формулу для аналитического определения параметров различных СМО. По результатам проведенных расчетов построим графики зависимостей параметров СМО от СКО (рисунок 6.2).

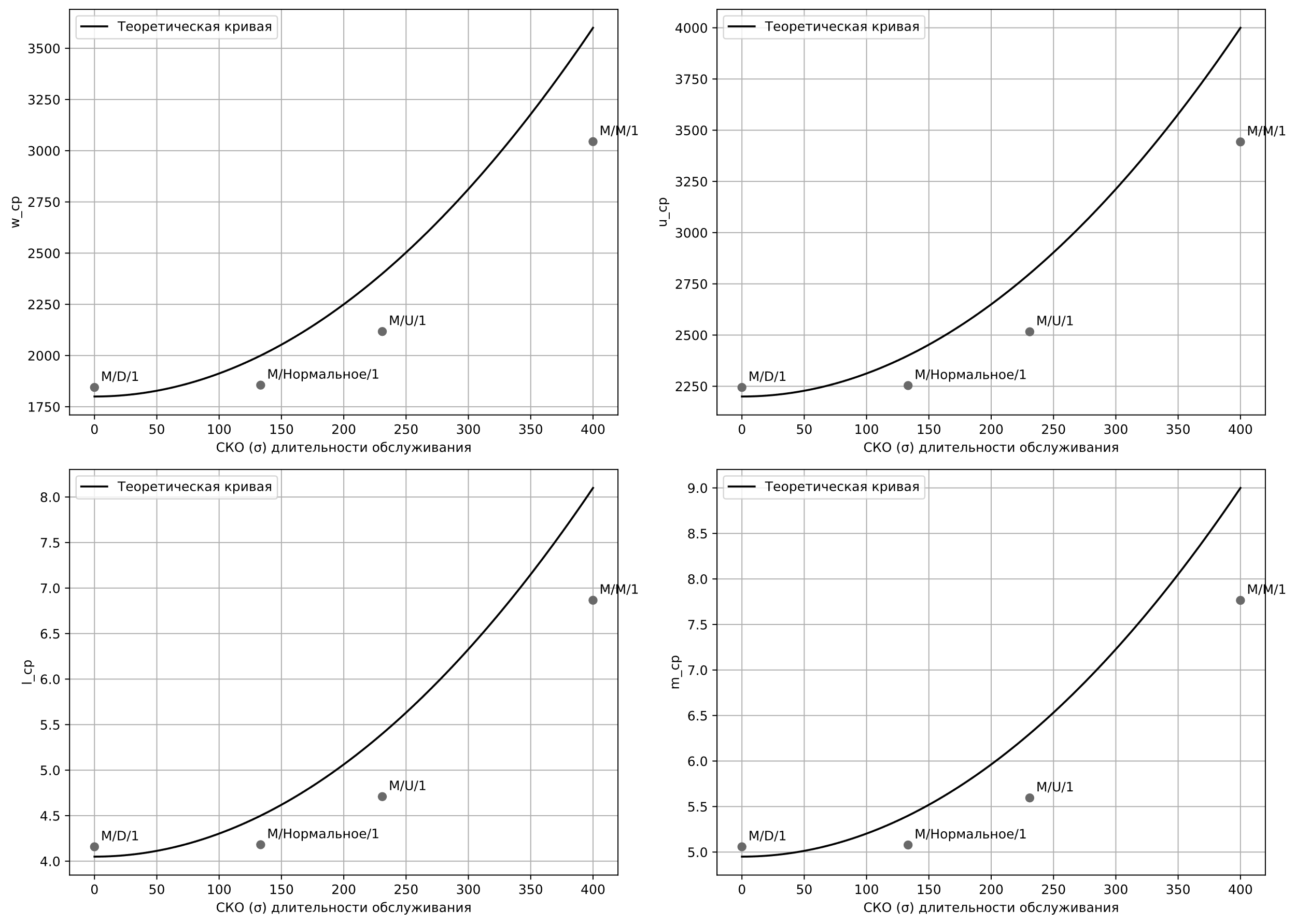


Рисунок 6.2 – Графики зависимостей параметров СМО по формуле Поллачека-Хинчина от

Анализ графиков (рисунки 6.1-6.2), построенных на основе экспериментальных данных и теоретической формулы Поллачека-Хинчина, показывает общую тенденцию: все характеристики СМО монотонно возрастают с увеличением среднеквадратического отклонения времени обслуживания. Экспериментальные точки располагаются достаточно близко к кривым Поллачека-Хинчина, что подтверждает пригодность данной формулы для описания поведения систем M/G/1. Однако наблюдается небольшое отклонение экспериментальных данных от теоретических предсказаний для СМО M/M/1, где формула Поллачека-Хинчина дает завышенные значения по сравнению с экспериментальными данными.

*7. Модель простейшей СМО D/D/1*

Разработаем имитационную GPSS-модель простейшей СМО D/D/1. Листинг полученной программы представлен ниже:

|  |
| --- |
| MOJ VARIABLE 400 ; Мат. ожидание v\_ср  GENERATE 120 ; T\_ср = 120, lambda = 1 / T\_ср  QUEUE OCH  SEIZE OAP  DEPART OCH  ADVANCE V$MOJ ; детерминированное время обслуживания = v\_ср  RELEASE OAP  TERMINATE 1  START 10000 |

Регулируя , зададим коэффициент загрузки ОА . Таким образом:

Изменим в модели средний период между поступлениями заявок :

|  |
| --- |
| GENERATE 444 ; T\_ср = 444, lambda = 1 / T\_ср |

В результате выполнения программы получим отчет, представленный на рисунке 7.1.

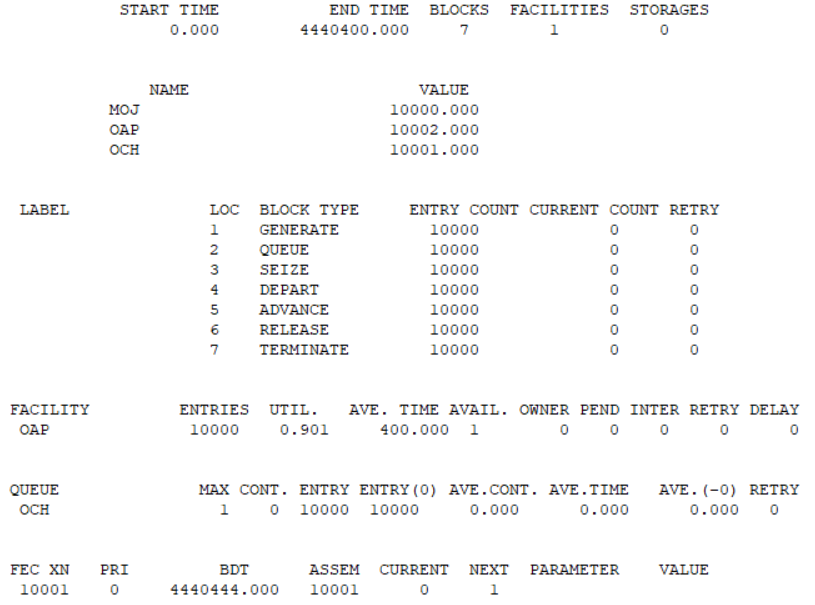


Рисунок 7.1 – Результат выполнения программы модели СМО D/D/1 с

Таким образом, согласно полученному отчету, имеют место следующие параметры СМО D/D/1:

*8. Анализ полученных результатов*

Анализ результатов моделирования различных типов СМО при коэффициенте загрузки демонстрирует фундаментальную зависимость эффективности системы от вариативности времени обслуживания заявок. Наихудшие показатели наблюдаются в СМО M/M/1 с экспоненциальным распределением (), где высокое СКО приводит к значительным задержкам. СМО M/U/1 с равномерным распределением () показывает улучшение характеристик. Еще лучшие результаты у СМО M/Нормальное/1 (). Наивысшая эффективность достигается в СМО M/D/1 с детерминированным обслуживанием (). При этом СМО D/D/1 с детерминированными законами распределения вообще не образует очередь. Теоретические расчеты по формуле Поллачека-Хинчина достаточно хорошо согласуются с экспериментальными данными, подтверждая обратную зависимость производительности системы от вариативности времени обслуживания заявок. Таким образом, снижение вариативности времени обслуживания заявок позволяет значительно улучшить все ключевые показатели эффективности СМО даже при высокой нагрузке системы.

**Вывод**

Были изучены и произведено сравнение характеристик простейшей СМО:

* были исследованы зависимости основных характеристик СМО от коэффициента загрузки ОА;
* были исследованы зависимости основных характеристик СМО от степени случайности длительности обслуживания заявок и интервала между приходами заявок.