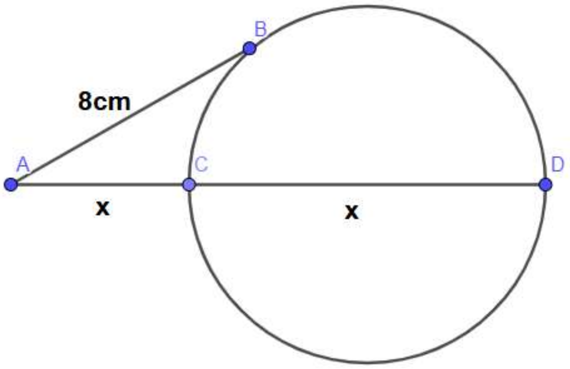
(1)

Temos a figura inicial e precisamos descobrir o valor de $\boldsymbol{x}$ em cm:



Pela Teoria de Potência de Ponto, temos que:

$$\overline{\boldsymbol{AC}} \cdot \overline{\boldsymbol{AD}} = \overline{\boldsymbol{AB}} \cdot \overline{\boldsymbol{AB}}$$

Ou seja:

$$x \cdot 2x = 8 \cdot 8$$

$$2x^2 = 64$$

$$x^2 = \frac{64}{2}$$

$$x^2 = 32$$

$$\boldsymbol{x = \sqrt{32}}$$

Por fatoração, temos que:

$32|2$ $\quad 2^2$

$16|2$

$8|2$ $\quad 2^2$

$4|2$

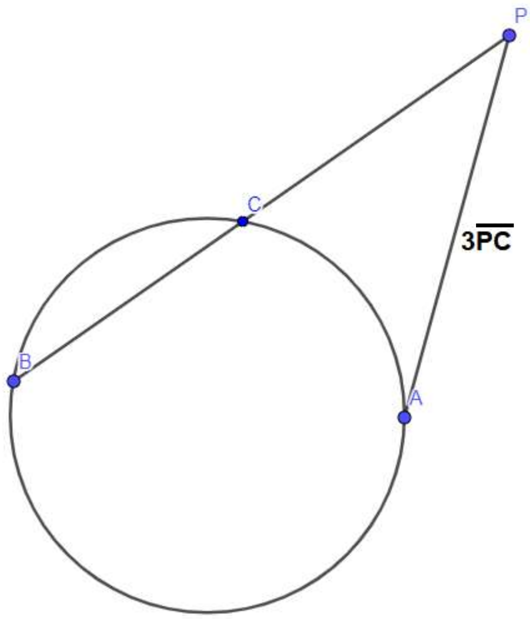
$2|2$

$1|$ $\quad \sqrt{32} = \sqrt{2^2 \cdot 2^2 \cdot 2} = 2 \cdot 2\sqrt{2} = \boldsymbol{4\sqrt{2}}$

Resposta: (E) $\boldsymbol{4\sqrt{2}}$

(2)

De acordo com o enunciado, temos que $\boldsymbol{\overline{PA} = 3\overline{PC}}$:



Pela Teoria de Potência de Ponto, temos:

$$\boldsymbol{\overline{PC} \cdot \overline{PB} = \overline{PA} \cdot \overline{PA}}$$

$$\overline{PC} \cdot \overline{PB} = 3\overline{PC} \cdot 3\overline{PC}$$

$$\overline{PC} \cdot \overline{PB} = (3\overline{PC})^2$$

Basta então seguir com a equação:

$$\overline{PC} \cdot \overline{PB} = (3\overline{PC})^2$$

$$\overline{PC} \cdot \overline{PB} = 9\overline{PC} \cdot \overline{PC}$$

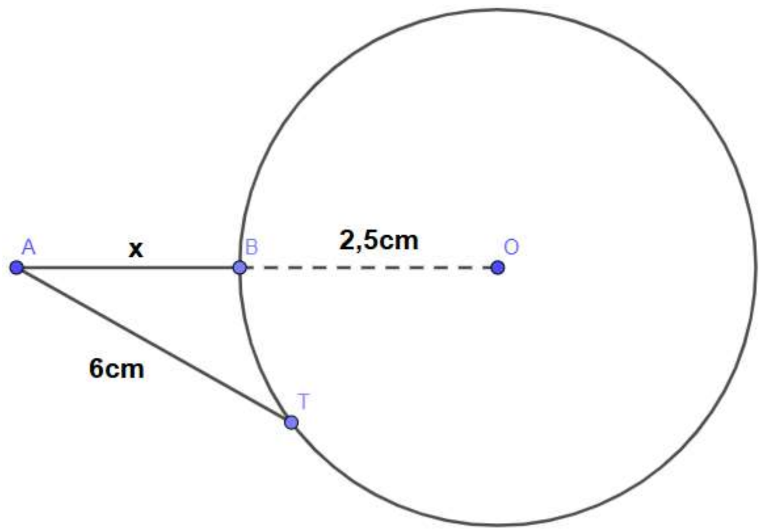
$$\cancel{\overline{PC}} \cdot \overline{PB} = 9\overline{PC} \cdot \cancel{\overline{PC}}$$

$$\boldsymbol{\overline{PB} = 9\overline{PC}}$$

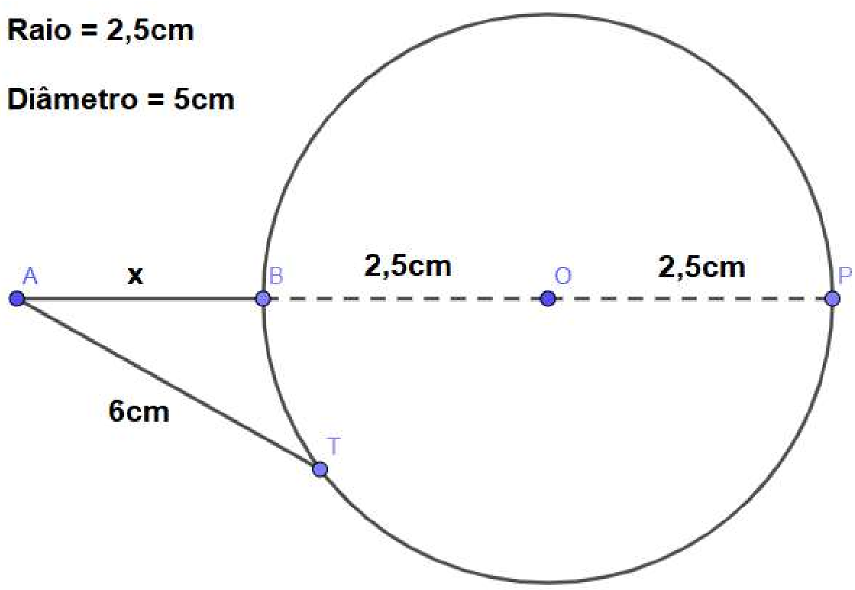
Resposta: **(B)** $\boldsymbol{\overline{PB} = 9\overline{PC}}$

(3)

De acordo com o enunciado, temos a seguinte figura:



Para aplicar a Teoria de Potência de Ponto, vamos estender o segmento que parte do ponto A, até o extremo da circunferência, formando uma secante:



Pela Teoria de Potência de Ponto, temos que:

$$\overline{AB} \cdot \overline{AP} = \overline{AT} \cdot \overline{AT}$$

$$x \cdot (5 + x) = 6 \cdot 6$$

$$5x + x^2 = 36$$

$$\boldsymbol{x^2 + 5x - 36 = 0}$$

Para descobrir o valor de x vamos utilizar o método de **Soma e Produto**:

a = 1

b = 5

c = - 36

$$\_ + \_ = -\frac{b}{a}$$

$$\_ \times \_ = \frac{c}{a}$$

$$\underline{-9} + \underline{4} = -5$$

$$\underline{-9} \times \underline{4} = -36$$

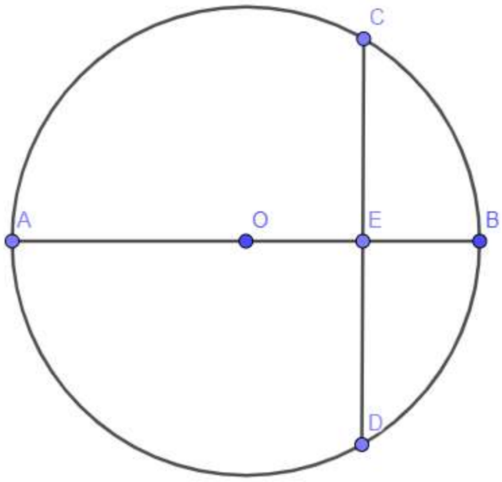
Dado que uma medida não pode ser negativa, o valor $\mathbf{-9}$ não convém para a nossa resolução, portanto:

$$\boldsymbol{x = 4}$$

Resposta: **(E)** $\mathbf{4}$

(4)

O enunciado nos dá a seguinte figura:



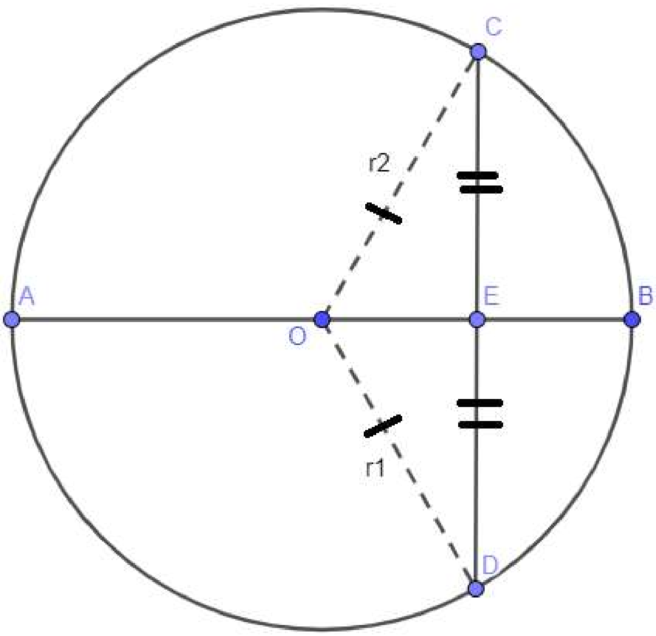
Pela Teoria da Potência de Pontos, temos:

$$\overline{\boldsymbol{CE}} \cdot \overline{\boldsymbol{ED}} = \overline{\boldsymbol{AE}} \cdot \overline{\boldsymbol{EB}}$$

Sabemos que $\overline{AE} \cdot \overline{EB} = 3$, logo:

$$\overline{\boldsymbol{CE}} \cdot \overline{\boldsymbol{ED}} = \boldsymbol{3}$$

Para encontrarmos a medida de $\overline{CD}$, vamos perceber uma relação entre as seguintes figuras:



$Sabendo\ que\ os\ segmentos\ \overline{OD}\ e\ \overline{OC}\ são\ o\ raio\ da\ circunferência, e\ portanto,$

$são\ congruentes, podemos\ concluir\ que\ o\ ponto\ E\ é\ o\ ponto\ médio\ do$

$segmento\ \overline{CD}, dividindo\ ele\ em\ dois\ segmentos\ congruentes\ \overline{CE} = \overline{ED}:$

$$\boldsymbol{\overline{CE} = \overline{ED} = x}$$

Com essas informações, temos:

$$\overline{CE}\ \cdot \overline{ED} = 3$$

$$x \cdot x = 3$$

$$x^2 = 3$$

$$x = \sqrt{3}$$

Para a corda $\overline{CD}$:

$$\overline{CD} = \boldsymbol{\overline{CE}} + \boldsymbol{\overline{ED}}$$

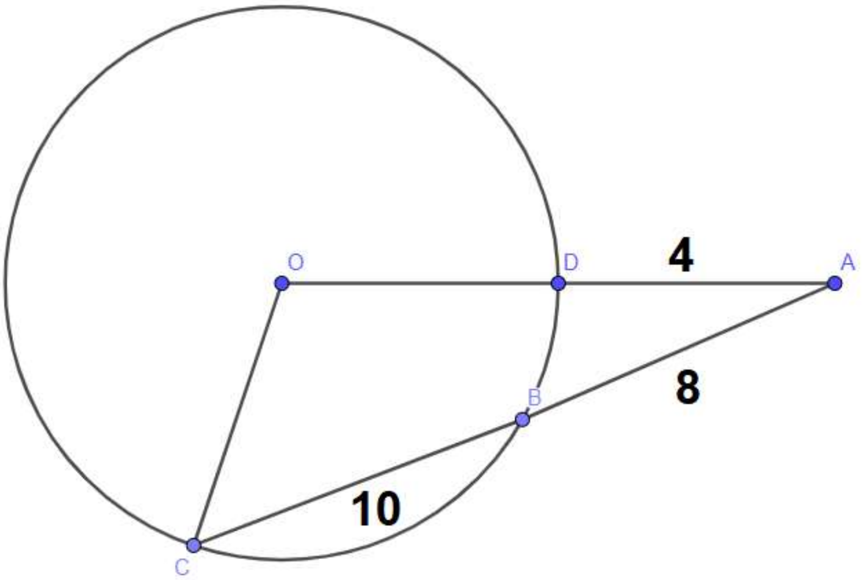
$$\overline{CD} = \sqrt{3} + \sqrt{3}$$

$$\boldsymbol{\overline{CD} = 2\sqrt{3}}$$

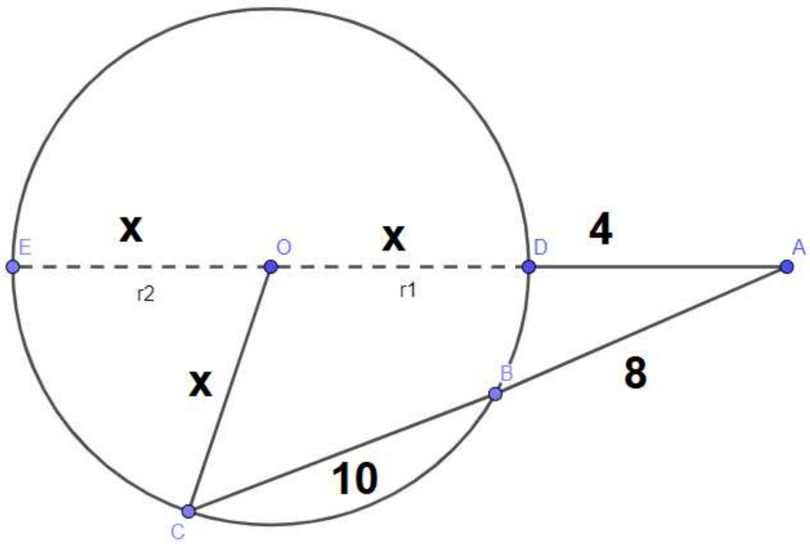
Resposta: (B) $\boldsymbol{2\sqrt{3}}$

(5)

De acordo com o enunciado, temos a seguinte figura:



Para aplicar a Teoria de Potência de Ponto, vamos estender o segmento que parte do ponto A, até o extremo da circunferência, formando uma secante:



Os segmentos $\overline{DO}$, $\overline{OE}$ e $\overline{OC}$, são o raio da circunferência, pois partem do centro dela. Logo, possuem medidas iguais, que vamos chamar de x.

Podemos, então, aplicar a Teoria de Potência de Ponto, onde:

$$\boldsymbol{AD \cdot AE = AB \cdot AC}$$

$$4 \cdot (4 + 2x) = 8 \cdot (8 + 10)$$

$$16 + 8x = 8 \cdot 18$$

$$16 + 8x = 144$$

$$8x = 144 - 16$$

$$8x = 128$$

$$x = \frac{128}{8}$$

$$\boldsymbol{x = 16}$$

Com o valor de x, podemos calcular o perímetro do triângulo $\triangle \boldsymbol{AOC}$, em cm:

$$Perímetro = \overline{AC} + \overline{AO} + \overline{OC}$$

$$Perímetro = (10 + 8) + (16 + 4) + 16$$

$$Perímetro = 18 + 20 + 16 = \mathbf{54}$$

$$\boldsymbol{Perímetro = 54cm}$$

Resposta: (E) 54