Resolução Área do Círculo – Ruan Soares

01. (UEFS) Um piloto de corrida percorre várias vezes uma pista circular de 1,5km de raio até parar por falta de combustível. Se, no início da corrida, o carro usado pelo piloto continha 120 litros de combustível no tanque, e consome 1 litro de combustível para cada 6 quilômetros rodados, então o número de voltas completas percorridas pelo piloto foi igual a:

$\boldsymbol{a)}\ \mathbf{54} \qquad \boldsymbol{b)}\mathbf{63} \qquad \boldsymbol{c)}\mathbf{76} \qquad \boldsymbol{d)}\mathbf{82} \qquad \boldsymbol{e)}\mathbf{91}$

Primeiramente, devemos encontrar a medida do comprimento da pista circular:

$$C_o = 2\pi r$$

$$C_o \cong 2 \cdot 3{,}14 \cdot 1{,}5km$$

$$2 \cdot 3{,}14 \cdot 1{,}5km = \boldsymbol{9{,}42km}$$

Sabendo que o carro do piloto tem $120L$, *e que* $6km$ *são rodados por litro, temos:*

$$120 \cdot 6 = 720 \therefore O\ carro\ consegue\ percorrer\ 720km.$$

Para encontrar o número de voltas completas, basta efetuar a divisão:

$$\frac{720km}{9{,}42km} = Número\ de\ voltas$$

$$\frac{720km}{9{,}42km} \cong \boldsymbol{76{,}4\ voltas}$$

Considerando apenas as voltas completas, teremos 76 *voltas.*

$$\boldsymbol{R: c)\ 76}$$

02. (UNEB) Se um carrinho de controle remoto deu 10 voltas em uma pista circular de 4 cm de diâmetro, então ele percorreu, em cm:

$$\boldsymbol{a)\ 10\pi \qquad b)20\pi \qquad c)40\pi \qquad d)50\pi \qquad e)80\pi}$$

$$Se\ o\ diâmetro\ é\ 4cm, o\ raio\ será\ a\ metade, portanto, 2cm:$$

$$r = \frac{d}{2} \qquad \therefore \qquad r = \frac{4cm}{2} = 2cm$$

$$Para\ saber\ o\ comprimento\ da\ pista\ circular, vamos\ utilizar\ a\ fórmula:$$

$$C_o = 2\pi r$$

$$C_o = 2\pi \cdot 2$$

$$C_o = 4\pi$$

$$Dado\ que\ ele\ deu\ 10\ voltas\ nessa\ pista, basta\ multiplicar:$$

$$10 \cdot 4\pi = \boldsymbol{40\pi}$$

$$\boldsymbol{R: c)\ 40\pi}$$

03. (FUVEST) Numa circunferência de raio 1 está inscrito um quadrado. A área da região interna à circunferência e externa ao quadrado é:

$$\boldsymbol{a)\ maior\ que\ 2 \qquad b)\ igual\ à\ área\ do\ quadrado \qquad c)\ igual\ a\ \pi^2 - 2}$$

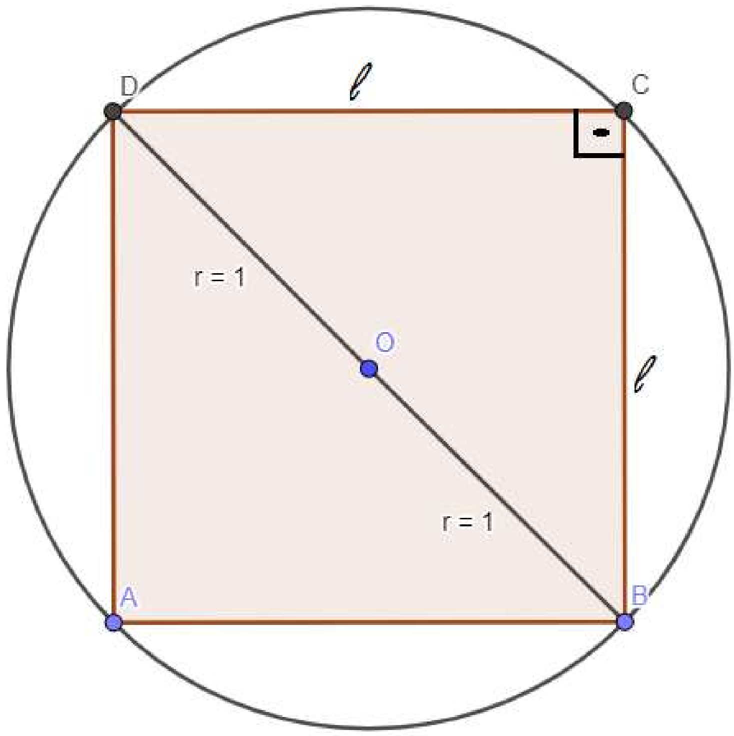
$$\boldsymbol{d)\ igual\ a\ \pi - 2 \qquad e)\ igual\ a\ \frac{\pi}{4}}$$

$$A\ área\ da\ região\ interna\ à\ cirunferância\ e\ externa\ ao\ quadrado, é\ dada\ por:$$

$$A = área\ da\ circunferência - área\ do\ quadrado$$

$$A = A_c - A_Q$$

$O\ enunciado\ nos\ dá\ a\ seguinte\ figura:$



$Vemos\ que\ a\ digonal\ do\ quadrado\ é\ igual\ ao\ diâmetro\ da\ \ circunferência, logo:$

$$d = 2r \quad \rightarrow \quad d = 2 \cdot 1 \quad \therefore \quad \boldsymbol{d = 2}$$

$Podemos\ achar\ a\ área\ do\ quadrado\ com\ a\ ajuda\ do\ teorema\ de\ Pitágoras:$

$$No\ triângulo\ retângulo\ \Delta CDB \quad \rightarrow \quad l^2 + l^2 = d^2$$

$$l^2 + l^2 = 2^2$$

$$2l^2 = 2^2$$

$$2l^2 = 4$$

$$l^2 = \frac{4}{2}$$

$$\boldsymbol{l^2} = 2$$

$Se\ \boldsymbol{l}\ é\ o\ lado\ do\ quadrado, teremos\ que\ sua\ área\ é\ igual\ a\ \boldsymbol{l^2}, portanto:$

$$\boldsymbol{A_Q} = \boldsymbol{2}$$

$$Resta\ definir\ qual\ a\ área\ da\ circunferência:$$

$$A_c = \pi r^2$$

$$A_c = \pi \cdot 1^2$$

$$A_c = \pi \cdot 1$$

$$\boldsymbol{A_c = \pi}$$

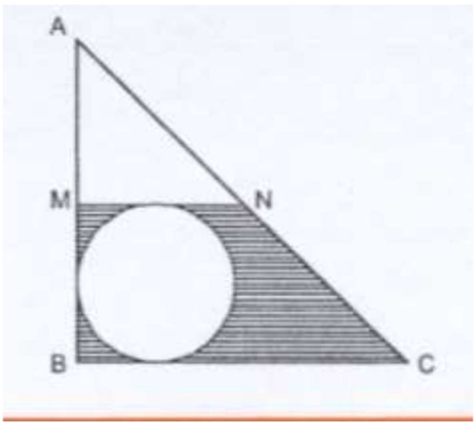
$$Voltando\ à\ fórmula\ inicial:$$

$$A = A_c - A_Q$$

$$A = \pi - 2$$

$$\boldsymbol{R: d)\ Igual\ a\ \pi - 2}$$

04. (FATEC) Na figura abaixo, os catetos do triângulo retângulo ABC medem 8cm, sendo N e M pontos médios dos lados $\overline{AC}$ e $\overline{AB}$, respectivamente. A circunferência tangencia os segmentos $\overline{MB}$, $\overline{BC}$ e $\overline{NM}$.



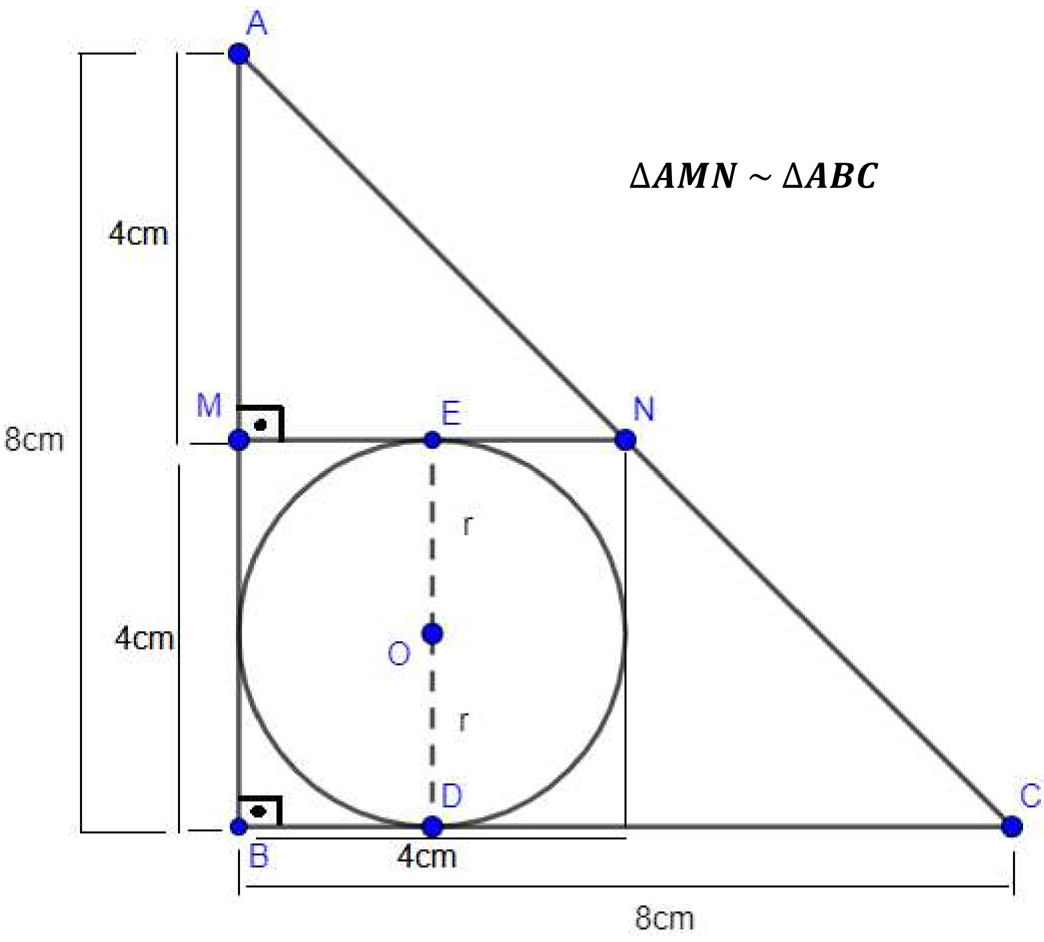
Considerando $\pi = 3{,}1$, tem-se que a área da região hachurada, em centímetros quadrados, é igual a:

$\boldsymbol{a)11{,}6}$ $\boldsymbol{b)11{,}8}$ $\boldsymbol{c)12{,}4}$ $\boldsymbol{d)24{,}2}$ $\boldsymbol{e)37{,}6}$

De acordo com o enunciado, os pontos M e N são pontos médios dos segmentos $\overline{AB}$ e $\overline{AC}$, respectivamente, e portanto, dividem esses segmentos pela metade.

Nota − se que os triângulos ΔAMN e ΔABC são semelhantes, logo, podemos estabelecer uma proporção entre todos os seus segmentos na razão $\frac{2}{1}$.

O resultado é a figura abaixo:



Para encontrar a área da região hachurada, devemos encontrar a área do triângulo ABC, e subtrair pelas áreas das figuras indesejadas:

$$A_{hachurada} = S_{ABC} - S_{AMN} - S_o$$

$$Vamos\ encontrar, primeiramente, a\ \text{área}\ do\ \text{triângulo}\ \Delta ABC:$$

$$S_{ABC} = \frac{b \cdot h}{2}$$

$$S_{ABC} = \frac{8 \cdot 8}{2} = \frac{64}{2}$$

$$\boldsymbol{S_{ABC} = 32cm^2}$$

$$Agora, a\ \text{área}\ do\ \text{triângulo}\ \Delta AMN:$$

$$S_{AMN} = \frac{b \cdot h}{2}$$

$$S_{AMN} = \frac{4 \cdot 4}{2} = \frac{16}{2}$$

$$\boldsymbol{S_{AMN} = 8cm^2}$$

$$Por\ fim, a\ \text{área}\ do\ \text{círculo}\ de\ centro\ O, cujo\ \text{diâmetro}, \text{é}\ igual\ a\ medida\ do\ segmento\ \overline{MB}:$$

$$S_o = \pi r^2 \quad onde \quad r = \frac{4cm}{2} = 2cm$$

$$S_o = 3{,}1 \cdot 2^2$$

$$S_o = 3{,}1 \cdot 4$$

$$\boldsymbol{S_o = 12{,}4cm^2}$$

$$Podemos, com\ essas\ medidas, ecnontrar\ a\ \text{área}\ hachurada:$$

$$A_{hachurada} = S_{ABC} - S_{AMN} - S_o$$

$$A_{hachurada} = 32cm^2 - 8cm^2 - 12{,}4cm^2$$

$$A_{hachurada} = 32cm^2 - 8cm^2 - 12{,}4cm^2$$

$$A_{hachurada} = 11{,}6cm^2$$

$$\boldsymbol{R: a)\ 11{,}6}$$

05. (FATEC) Se duas circunferências C_1 e C_2 têm raios $R_1 = 10cm$ e $R_2 = 5cm$, respectivamente, então a razão entre a área da região limitada pela C_1 e o perímetro da C_2 é:

$$\boldsymbol{a)\ 2cm \quad b)8cm \quad c)10cm \quad d)\frac{10}{\pi} \quad e)10\pi}$$

$$O\ eneunciado\ nos\ pede\ a\ razão\ entre\ a\ área\ da\ C_1\ e\ o\ perímetro\ da\ C_2:$$

$$\frac{AC_1}{2pC_2} = ?$$

$$Primeiramente, vamos\ calcular\ a\ área\ da\ C_1:$$

$$AC_1 = \pi r^2$$

$$AC_1 = \pi \cdot 10^2$$

$$\boldsymbol{AC_1 = 100\pi}$$

$$O\ próximo\ passo\ é\ calcular\ o\ perímetro\ da\ C_2:$$

$$2pC_2 = 2\pi r$$

$$2pC_2 = 2\pi \cdot 5$$

$$\boldsymbol{2pC_2 = 10\pi}$$

$$Agora, basta\ calcular\ a\ razão:$$

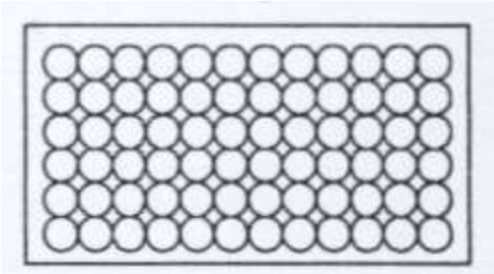
$$\frac{AC_1}{2pC_2} = ?$$

$$\frac{100\pi}{10\pi} = ?$$

$$\frac{100\cancel{\pi}}{10\cancel{\pi}} = 10 \quad \therefore 10cm$$

$$\boldsymbol{R: c)10cm}$$

06. (FATEC) Um certo tipo de vírus tem diâmetro de $0{,}02 \cdot 10^{-3}mm$. Admita que uma colônia desses vírus pudesse ocupar totalmente uma superfície plana de $1cm^2$ de área, numa única camada, com a disposição mostrada na figura abaixo.



O número máximo de indivíduos dessa colônia é:

$\boldsymbol{a)}\ \mathbf{4 \cdot 10^6}$ $\boldsymbol{b)}\mathbf{25 \cdot 10^6}$ $\boldsymbol{c)}\mathbf{25 \cdot 10^{10}}$ $\boldsymbol{d)}\mathbf{25 \cdot 10^{12}}$ $\boldsymbol{e)}\mathbf{50 \cdot 10^2}$

Para facilitar os cálculos envolvendo notação científica, podemos utilizar

a seguinte tabela de conversão:

$10^0 = 1$	
$10^1 = 10$	$10^{-1} = 0{,}1$
$10^2 = 100$	$10^{-2} = 0{,}01$
$10^3 = 1000$	$10^{-3} = 0{,}001$
$10^4 = 10000$	$10^{-4} = 0{,}0001$
$10^5 = 100000$	$10^{-5} = 0{,}00001$
$10^6 = 1000000$	$10^{-6} = 0{,}000001$
$10^7 = 10000000$	$10^{-7} = 0{,}0000001$
$10^8 = 100000000$	$10^{-8} = 0{,}00000001$
$10^9 = 1000000000$	$10^{-9} = 0{,}000000001$
$10^{10} = 10000000000$	$10^{-10} = 0{,}0000000001$

Sabemos que:

$$1cm^2 = 100mm^2$$

$$0{,}02 \cdot 10^{-3}mm = 0{,}00002mm$$

A superfície plana de $100mm^2$ *de área pode ser remontada em um quadrado*

Onde cada lado irá medir:

$$l = \sqrt{100mm^2}$$

$$\boldsymbol{l = 10mm}$$

$$Considerando\ o\ diâmetro, cada\ lado\ terá\ uma\ certa\ quantidade\ de\ vírus\ dispostos:$$

$$\frac{10mm}{0{,}00002mm} = 500.000\ vírus\ dispostos\ em\ cada\ lado\ do\ quadrado$$

$$Como\ se\ trata\ de\ uma\ superfície\ quadrada\ de\ 10mm \text{ x } 10mm, temos\ no\ total:$$

$$500.000 \cdot 500.000 = um\ total\ de\ 250000000000\ vírus$$

$$Isso\ pode\ ser\ representado, em\ notação\ científica, por:$$

$$25 \cdot 10^{10}$$

$$\boldsymbol{R: c)25 \cdot 10^{10}}$$

07. (FATEC) Comprei um terreno de forma retangular que tem 15 m de frente por 40 m de profundidade. Nesse terreno, construí uma casa que tem a forma de um losango, com diagonais medindo respectivamente 12 m e 24 m, uma piscina de forma circular com 4 m de raio e um vestiário, com a forma de um quadrado, com 3,5 m de lado. Todo o restante do terreno será gramado.

Se o metro quadrado da grama custa R$ 2,40, a quantia gasta para comprar a grama será, aproximadamente:

$\boldsymbol{a)\ R\$645,10}$ $\boldsymbol{b)R\$795,60}$ $\boldsymbol{c)R\$944,40}$ $\boldsymbol{d)R\$1005,50}$ $\boldsymbol{e)R\$1376,20}$

$$Primeiramente, devemos\ calcular\ a\ àrea\ total\ do\ terreno\ retangular:$$

$$S_T = b \cdot h$$

$$S_T = 15m \cdot 40m$$

$$\boldsymbol{S_T = 600m^2}$$

$$Feito\ isso, devemos\ encontrar\ a\ área\ ocupada\ por\ cada\ uma\ das\ figuras$$

$$descritas\ pelo\ enunciado.$$

$$Encontrando\ a\ área\ do\ losango:$$

$$S_L = \frac{D \cdot d}{2}$$

$$S_L = \frac{24m \cdot 12m}{2}$$

$$S_L = \frac{288m^2}{2}$$

$$\boldsymbol{S_L = 144m^2}$$

$$Encontrando\ a\ área\ do\ Quadrado:$$

$$S_Q = l^2$$

$$S_Q = (3{,}5m)^2$$

$$\boldsymbol{S_Q = 12,25m^2}$$

$$Encontrando\ a\ área\ do\ Círculo:$$

$$S_C = \pi r^2$$

$$S_C \cong 3{,}1 \cdot (4m)^2$$

$$S_C \cong 3{,}14 \cdot (4m)^2$$

$$\boldsymbol{S_C \cong 50,24m^2}$$

$$Agora, para\ encontrar\ a\ área\ restante\ que\ será\ gramada, temos:$$

$$A_{RESTANTE} = S_T - S_L - S_Q - S_C$$

$$A_{RESTANTE} \cong 600m^2 - 144m^2 - 12{,}25m^2 - 50{,}24m^2$$

$$A_{RESTANTE} \cong 393{,}51m^2$$

$$Sabendo\ que\ cada\ metro\ quadrado\ de\ grama\ custa\ R\$2{,}40, basta\ multiplicar$$

$$pela\ área\ restante, que\ será\ gramada:$$

$$Custo\ total \cong 393{,}51 \cdot 2{,}40$$

$$Custo\ total \cong 944{,}40$$

$$\boldsymbol{R: c)\ R\$944,40}$$