Tarefa Básica (Área de Quadriláteros e Triângulos)

Ruan Soares – GE1M1

01. (VUNESP) Para ladrilhar uma sala são necessárias exatamente 400 peças iguais de cerâmica na forma de um quadrado. Sabendo-se que a área da sala é 36 m^2, determine:

a) A área de cada peça, em metros quadrados.

$Dado\ que\ a\ área\ da\ sala\ é\ 36m^2, e\ ao\ mesmo\ tempo, sabendo\ que\ sua\ superfície$

$é\ ladrilhada\ por\ 400\ peças\ quadradas, temos\ que:$

$36m^2 = 400u^2$

$Para\ descobrir\ a\ área\ de\ cada\ peça\ de\ cerâmica, em\ m^2, efetuamos\ a\ divisão:$

$\frac{36}{400} = 0{,}09 \ \therefore \ \boldsymbol{Cada\ \ peça\ de\ cerâmica\ tem\ área\ de\ 0{,}09m^2}$

$\boldsymbol{R: 0{,}09m^2}$

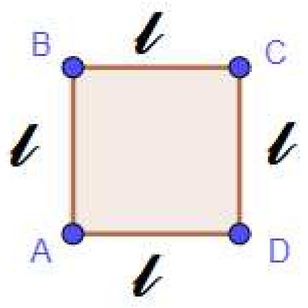
b) O perímetro de cada peça, em metros.

$Em\ metros, se\ cada\ peça\ é\ um\ quadrado\ de\ lado\ \ell, temos\ que:$

$\ell^2 = 0{,}09 \quad \rightarrow \quad \ell = \sqrt{0{,}09} \quad \longrightarrow \quad \ell = 0{,}3$

$Ao\ descobrir\ que\ cada\ lado\ do\ quadrado\ é\ igual\ a\ 0{,}3m, basta\ somar\ cada$

$um\ de\ seus\ lados:$



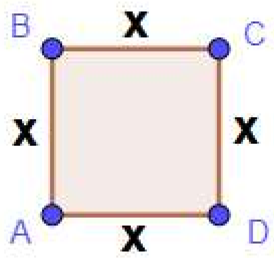
$2p = 0{,}3m + 0{,}3m + 0{,}3m + 0{,}3m$

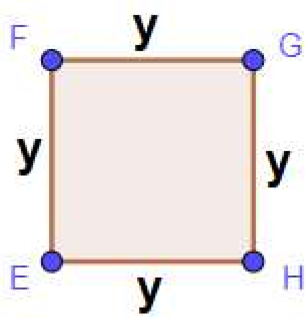
$2p = 1{,}2m$

$\boldsymbol{R: 1{,}2m}$

02. (FGV) Tem-se um quadrado cujo lado tem medida x. Se aumentarmos suas dimensões até que a área do novo quadrado seja o dobro da área do original, obteremos um lado de medida y. Podemos afirmar que:

$\boldsymbol{a})\ y = 2x$ $\quad$ $\boldsymbol{b})\ y = \frac{\sqrt{3}}{2}x$ $\quad$ $\boldsymbol{c})\ y = 1{,}5x$ $\quad$ $\boldsymbol{d})y = \sqrt{2}\ x$ $\quad$ $\boldsymbol{e})\ y = 1{,}33x$





$A_{I} = x^2$ $\qquad$ $A_{II} = 2x^2$

$Sabendo\ que\ a\ área\ do\ quadrado\ de\ lado\ y\ é\ o\ dobro\ da\ área\ do\ quadrado\ de\ lado\ x,$

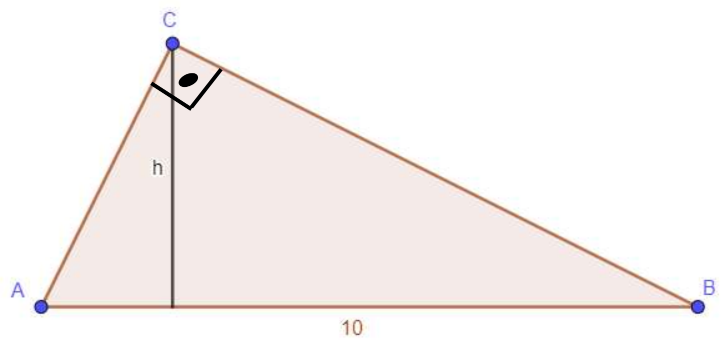
$podemos\ definir\ que\ a\ área\ do\ quadrado\ de\ lado\ y\ é\ igual\ a\ 2x^2.\ Portanto:$

$$y \cdot y = 2x^2 \quad \rightarrow \quad y^2 = 2x^2 \quad \rightarrow \quad y = \sqrt{2x^2} \quad \rightarrow \quad y = \sqrt{2} \cdot x$$

$\boldsymbol{R: d)y = \sqrt{2}\ x}$

03. (MACK) Num triângulo retângulo de área 15 e hipotenusa 10, a altura relativa à hipotenusa mede:

$\boldsymbol{a})\ 4$ $\quad$ $\boldsymbol{b})\ 3{,}5$ $\quad$ $\boldsymbol{c})\ 2$ $\quad$ $\boldsymbol{d})\ 3$ $\quad$ $\boldsymbol{e})\ 4{,}5$



$$A\ área\ do\ triângulo \triangle ACB\ pode\ ser\ calculada\ por\ A = \frac{b \cdot h}{2}.$$

$$Sendo\ a\ \acute{a}\boldsymbol{rea}\ deste\ tri\hat{a}ngulo\ igual\ a\ 15, e\ a\ base\ \boldsymbol{b}\ sendo\ a\ hipotenusa,$$

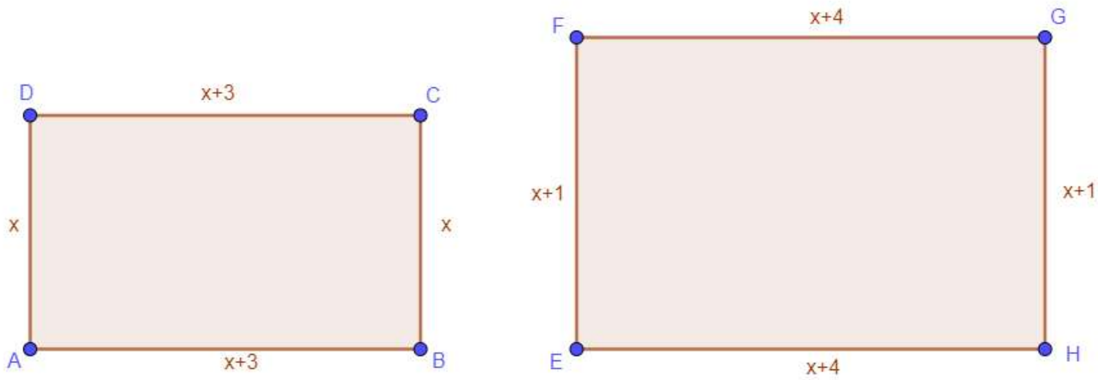
$$podemos\ encontrar\ a\ medida\ da\ altura\ \boldsymbol{h}. Se\ a\ hipotenusa\ mede\ 10, temos:$$

$$\frac{b \cdot h}{2} = A \quad \rightarrow \quad \frac{10h}{2} = 15 \quad \rightarrow \quad 10h = 2 \cdot 15 \quad \rightarrow \quad 10h = 30 \quad \rightarrow \quad h = \frac{30}{10} = 3$$

$$\boldsymbol{h = 3}$$

$$\boldsymbol{R: d)\ 3}$$

04. (UFU) Um jardim com formato retangular possui lados cujos comprimentos diferem em 3 metros. Suponha que tenha sido executada uma ampliação do jardim, com o aumento de 1 metro no comprimento de cada um de seus lados. Sabendo-se que essa ampliação fez com que a área do jardim aumentasse em 16 m^2, determine a área total do jardim ampliado.



$$De\ acordo\ com\ as\ informa\c{c}\tilde{o}es\ do\ enunciado, o\ jardim\ menor\ possui\ lados$$

$$cujos\ comprimentos\ medem\ x\ e\ x+3, em\ metros. Al\acute{e}m\ disso, o\ jardim$$

$$maior\ recebe\ um\ acr\acute{e}scimo\ de\ 1\ metro\ em\ cada\ lado, portanto:$$

$$\overline{FG}\ e\ \overline{EH} = x + 3 + 1 \qquad \overline{FG}\ e\ \overline{EH} = x + 4$$

$$\overline{FE}\ e\ \overline{GH} = x + 1$$

$$Sabendo\ que\ a\ \acute{a}rea\ A_2\ do\ jardim\ ampliado\ \acute{e}\ igual\ a\ \acute{a}rea\ A_1\ do\ jardim\ menor, com$$

$$um\ acr\acute{e}scimo\ de\ 16m^2, podemos\ concluir\ que:$$

$$A_2 = A_1 + 16m^2$$

$$\textit{Com a propriedade de cálculo de área de um retângulo, e utilizando as medidas da base}$$

$$\textit{e altura de cada jardim, é possível encontrar o valor de } x, \textit{ em metros}:$$

$$A_2 = A_1 + 16$$

$$(x+1) \cdot (x+4) = x \cdot (x+3) + 16$$

$$x^2 + 4x + x + 4 = x^2 + 3x + 16$$

$$\textit{Isolando o } x:$$

$$x^2 - x^2 + 5x - 3x = 16 - 4$$

$$2x = 12$$

$$x = \frac{12}{2}$$

$$\boldsymbol{x = 6}$$

$$\textit{Com o valor de } x, \textit{ podemos cálcular a área do jardim ampliado}:$$

$$A_2 = (x+1) \cdot (x+4)$$

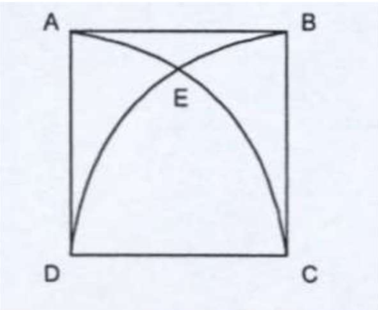
$$A_2 = (6+1) \cdot (6+4)$$

$$A_2 = 7 \cdot 10$$

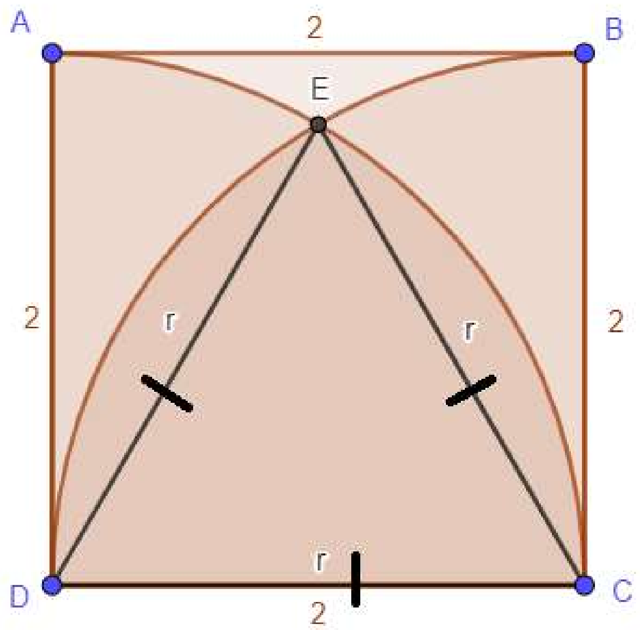
$$A_2 = 70m^2$$

$$\boldsymbol{R: A \text{ á}rea\ total\ do\ jardim\ ampliado \text{ é } 70m^2}$$

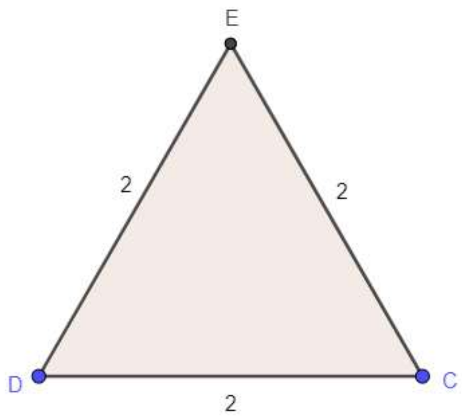
05. (MACK) Na figura, ABCD é um quadrado de lado 2 e as curvas são arcos de circunferências com centros em D e em C. A área do triângulo DCE é:



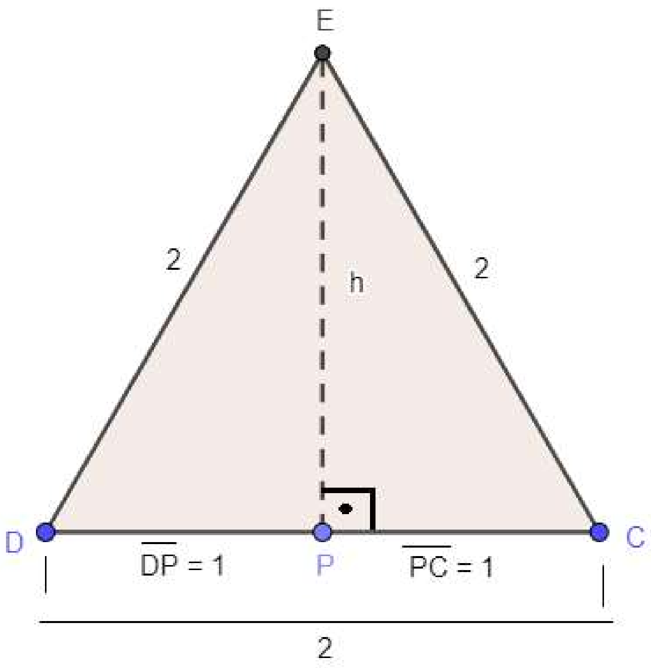
$$\boldsymbol{a})\ \frac{\sqrt{3}}{2} \qquad \boldsymbol{b})\ \sqrt{3} \qquad \boldsymbol{c})\ 2\sqrt{3} \qquad \boldsymbol{d})\ \frac{\sqrt{3}}{4} \qquad \boldsymbol{e})\ 4\sqrt{3}$$



Considerando que $\boldsymbol{D}$ *e* $\boldsymbol{C}$ *são centros das circunferências, todos os segmentos traçados desses pontos, até a extremidade dos arcos, são iguais ao raio* $\boldsymbol{r}$ *dessas circunferências. Sabendo que os raios são congruentes e valem 2, por serem também congruentes com os lados do quadrado, podemos destacar o triângulo* ΔDCE *e suas medidas:*



A partir de então, para calcular a área do triângulo ΔDCE*, que é equilátero, precisamos encontrar o valor de sua altura:*



$Ao\ dividir\ o\ triângulo\ \Delta DCE\ em\ dois\ triângulos\ retângulos, podemos\ encontrar\ a$

$altura\ \boldsymbol{h}, com\ o\ teroma\ de\ pitágoras:$

$$h^2 + 1^2 = 2^2$$

$$h^2 + 1 = 4$$

$$h^2 = 4 - 1$$

$$h = \sqrt{3}$$

$Após\ encontrar\ a\ altura\ \boldsymbol{h}, podemos\ calcular\ a\ área\ do\ triãngulo\ \Delta DCE,$

$com\ a\ propriedade\ de\ cálculo\ de\ área\ do\ triângulo:$

$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$

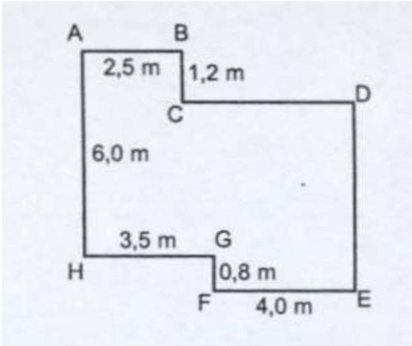
$$A = \frac{2 \cdot \sqrt{3}}{2}$$

$$A = \frac{\cancel{2} \cdot \sqrt{3}}{\cancel{2}}$$

$$\boldsymbol{A = \sqrt{3}}$$

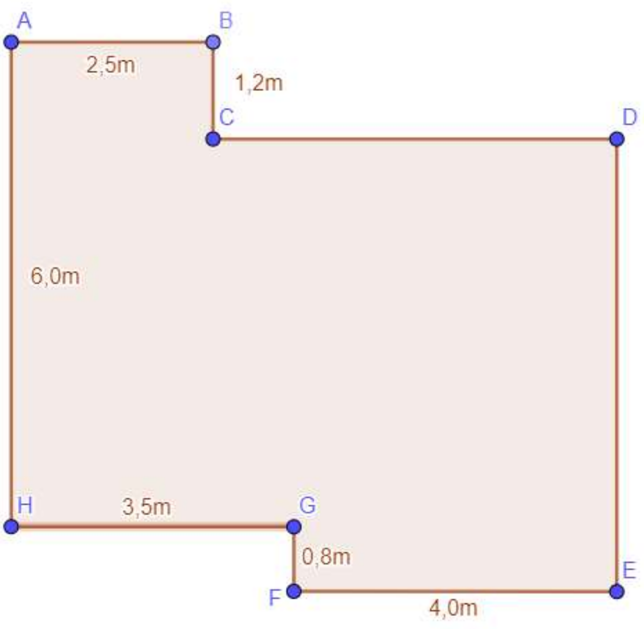
$$\boldsymbol{R: b)\ \sqrt{3}}$$

06. (VUNESP) A figura mostra a planta baixa da sala de estar de um apartamento. Sabe-se que duas paredes contíguas quaisquer incidem uma na outra perpendicularmente e que $\overline{AB}$ = 2,5m, $\overline{BC}$ = 1,2m, $\overline{EF}$ = 4,0m, $\overline{FG}$ = 0,8m, $\overline{HG}$ = 3,5m e $\overline{AH}$ = 6,0m.

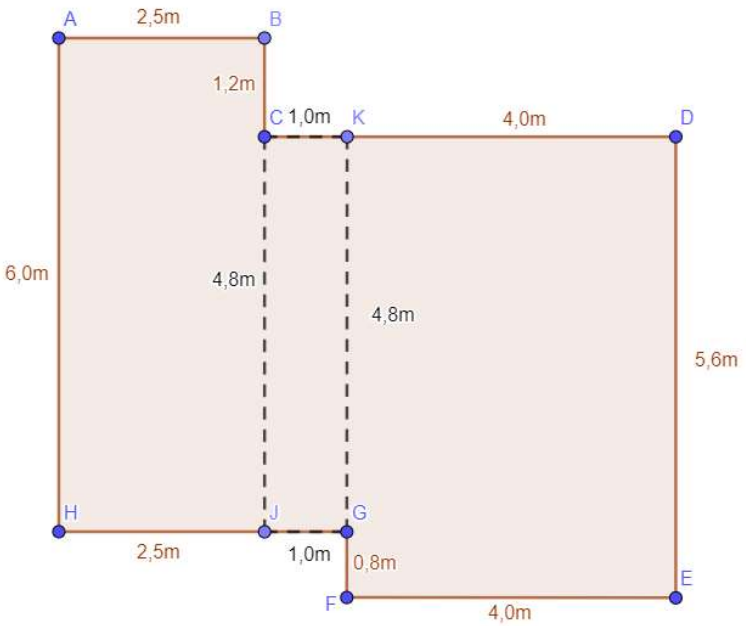


Qual a área dessa sala em metros quadrados?

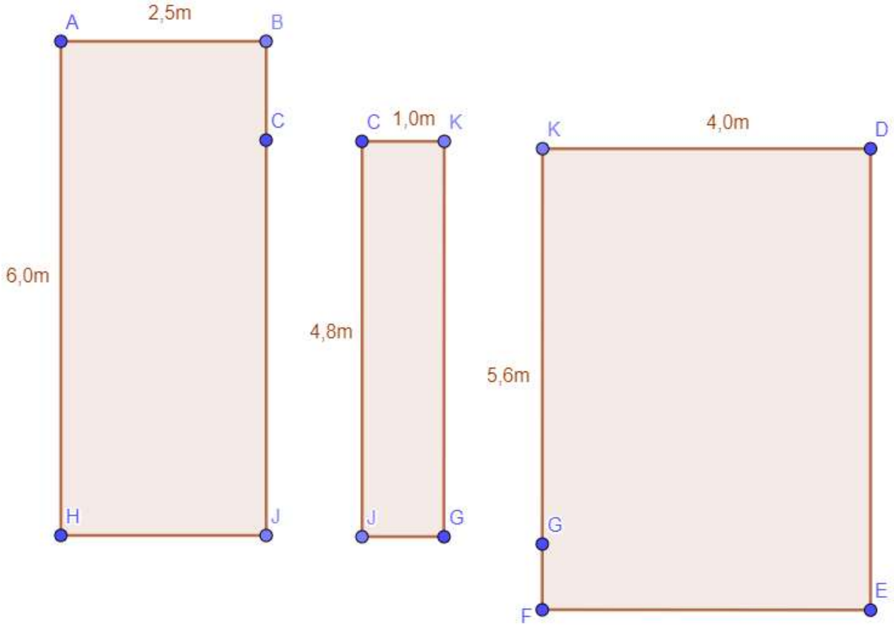
$\boldsymbol{a})\ 37{,}2 \quad \boldsymbol{b})\ 38{,}2 \quad \boldsymbol{c})40{,}2 \quad \boldsymbol{d})\ 41{,}2 \quad \boldsymbol{e})42{,}2$



$Conforme\ o\ enunciado, temos\ a\ planta\ representada\ acima.\ \ Para\ calcular\ a\ área\ desta\ sala, podemos\ dividir\ a\ figura\ em\ três\ quadriláteros, com\ medidas\ atribuídas\ da\ seguinte\ forma:$



Ao encontrar as medidas de cada segmento, calculadas com base na figura original, podemos calcular a área de cada um dos três retângulos formados, com a propriedade de cálculo de área de um retângulo. Somando os valores, encontramos a área da sala:



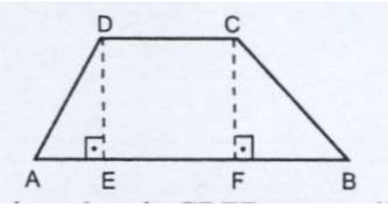
$A_1 = 2{,}5m \cdot 6{,}0m$ $\quad$ $A_2 = 4{,}8m \cdot 1{,}0m$ $\quad$ $A_3 = 5{,}6m \cdot 4{,}0m$

$A_1 = 15m^2$ $\quad$ $A_2 = 4{,}8m^2$ $\quad$ $A_3 = 22{,}4m^2$

$$\textbf{\textit{Área total da sala}} = 15m^2 + 4{,}8m^2 + 22{,}4m^2 = \mathbf{42{,}2m^2}$$

$$\mathbf{R: e)\ 42{,}2m^2}$$

07. (UEL) - Na figura abaixo, tem-se o trapézio ABCD, de área $36cm^2$, tal que AB = 2 · CD.



A área do retângulo CDEF, em centímetros quadrados, é:

$\boldsymbol{a})\ 14 \quad \boldsymbol{b})\ 16 \quad \boldsymbol{c})\ 18 \quad \boldsymbol{d})\ 20 \quad \boldsymbol{e})\ 24$

Para obter a resposta, basta usarmos a fórmula de cálculo de área do retângulo:

$$A_r = b \cdot h \quad \text{no nosso caso:} \quad A_r = CD \cdot h$$

Como não temos as medidas necessárias, vamos usar, como ferramenta, a fórmula de cálculo da área do trapézio:

$$A_t = \frac{(B + b) \cdot h}{2}$$

$$A_t = \frac{(\overline{AB} + \overline{CD}) \cdot h}{2}$$

Dada a área do trapézio igual a $36cm^2$*, e que a base maior* $\overline{\boldsymbol{AB}}$ *mede o dobro de* $\overline{\boldsymbol{CD}}$*, podemos achar a medida da área do retângulo CDEF, em centímetros quadrados:*

$$A_t = \frac{(\overline{AB} + \overline{CD}) \cdot h}{2}$$

$$36 = \frac{(2\overline{CD} + \overline{CD}) \cdot h}{2}$$

$$3\overline{CD} \cdot h = 2 \cdot 36$$

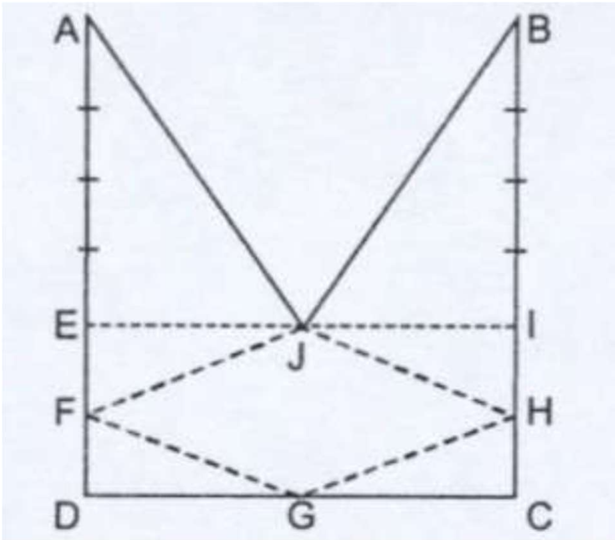
$$3\overline{CD} \cdot h = 72$$

$$\overline{CD} \cdot h = \frac{72}{3}$$

$$\overline{CD} \cdot h = 24cm^2$$

$$\boldsymbol{R: e)\ 24}$$

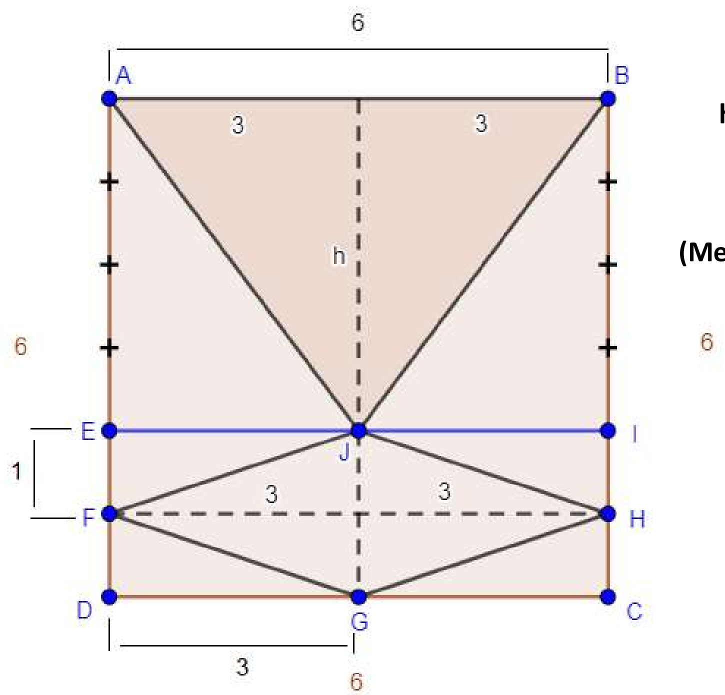
08. (FATEC) Na figura abaixo, os lados do quadrado ABCD medem 6cm e os lados AD e BC estão divididos em 6 partes iguais.



Se os pontos G e J são, respectivamente, os pontos médios dos segmentos CD e EI, então a razão entre as áreas do losango FGHJ e do triângulo ABJ, nessa ordem, é:

$$\boldsymbol{a})\ \frac{1}{6} \qquad \boldsymbol{b})\ \frac{1}{5} \qquad \boldsymbol{c})\ \frac{1}{4} \qquad \boldsymbol{d})\ \frac{1}{2} \qquad \boldsymbol{e})\frac{2}{5}$$

$$Com\ base\ nas\ informações\ do\ enunciado, vamos\ traçar\ a\ seguinte\ figura:$$



h = 4

(Medidas em cm)

$Se\ os\ lados\ do\ quadrado\ mdem\ 6cm\ cada, e\ estão\ divididos\ em\ 6\ partes\ iguais,$

$cada\ parte\ será\ igual\ a\ 1cm, conforme\ ilustrado\ acima.$

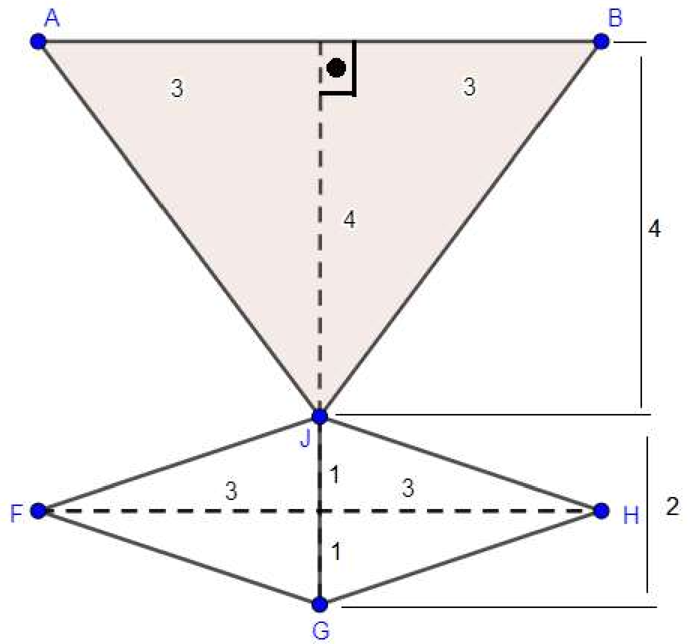
$Além\ disso, sendo\ os\ pontos\ G\ e\ J\ os\ pontos\ médios\ dos\ segmentos\ \overline{CD}\ e\ \overline{EI},$

$concluímos\ que\ a\ reta\ traçada\ por\ esses\ pontos, a\ partir\ do\ ponto\ G, até\ o\ lado$

$oposto, irá\ dividir\ os\ segmentos\ \overline{CD}, \overline{HF}, \overline{EI}\ \ e\ \overline{AB}\ em\ duas\ partes\ de\ 3cm\ cada.$

$A\ partir\ de\ então, vamos\ destacar\ duas\ figuras, o\ Losango\ FGHJ$

$e\ o\ triângulo\ \Delta ABJ:$



$Usando\ as\ propriedades, para\ calcular\ a\ área\ \boldsymbol{A_1}\ do\ Losango\ e\ \boldsymbol{A_2}\ do\ triângulo, temos:$

$\boldsymbol{Losango}: \quad D = \overline{FH} \qquad d = \overline{GJ} \qquad\qquad \boldsymbol{Triângulo}: \quad b = \overline{AB} \qquad h = 4$

$$A_1 = \frac{D \cdot d}{2} \quad \rightarrow \quad A_1 = \frac{(3+3)\cdot(1+1)}{2} \quad \rightarrow \quad A_1 = \frac{6 \cdot \cancel{2}}{\cancel{2}} \quad \rightarrow \boldsymbol{A_1} = \boldsymbol{6}$$

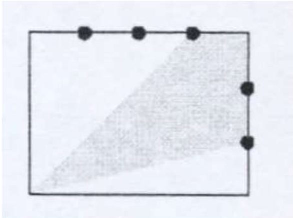
$$A_2 = \frac{b \cdot h}{2} \quad \rightarrow \quad A_2 = \frac{6 \cdot 4}{2} \quad \rightarrow \quad A_2 = \frac{24}{2} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{A_2} = \boldsymbol{12}$$

$A\ razão\ entre\ as\ áreas\ será\ dada\ por:$

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{6}{12} = \boldsymbol{\frac{1}{2}}$$

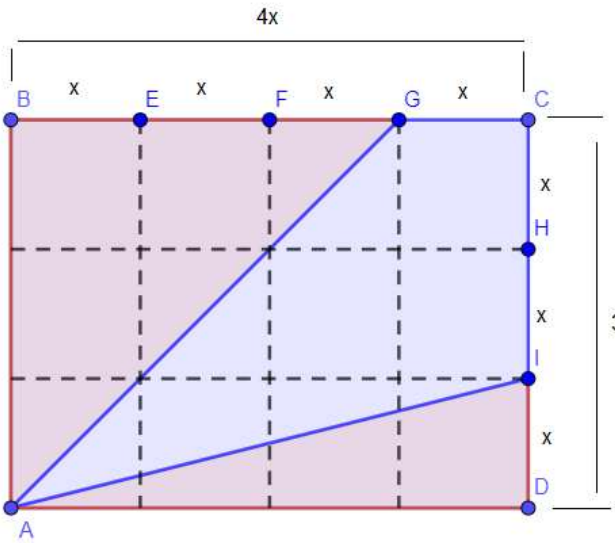
$$\boldsymbol{R: d)\ \frac{1}{2}}$$

09. (MACK) Os lados do retângulo da figura, de área 48, foram divididos em partes iguais pelos pontos assinalados.



A área do quadrilátero destacado é:

$\boldsymbol{a})\ 32 \quad \boldsymbol{b})\ 24 \quad \boldsymbol{c})\ 20 \quad \boldsymbol{d})16 \quad \boldsymbol{e})\ 22$



$A\ figura\ acima$ é $dada\ pelo\ enunciado. De\ acordo\ com\ os\ pontos, ela$ é $dividida\ em$

$em\ uma$ área $quadriculada\ com\ cada\ unidade\ quadrada\ de\ lado\ x.$

$Primeiramente, devemos\ calcular\ quanto\ vale\ cada\ lado\ x. Dado\ que\ a$ área $total$ é 48:

$$A_r = b \cdot h$$

$$48 = 4x \cdot 3x$$

$$48 = 12x^2$$

$$x^2 = \frac{48}{12}$$

$$x^2 = 4$$

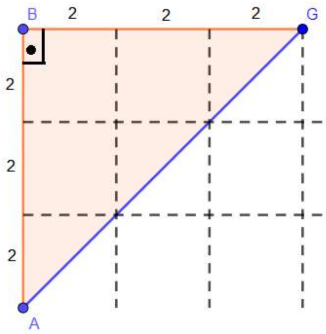
$$x = \sqrt{4}$$

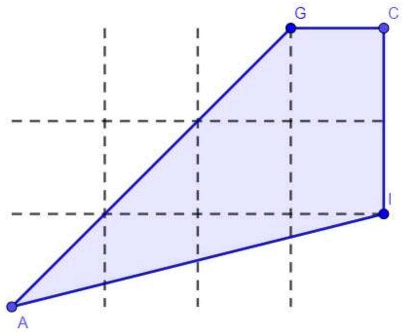
$$\boldsymbol{x = 2}$$

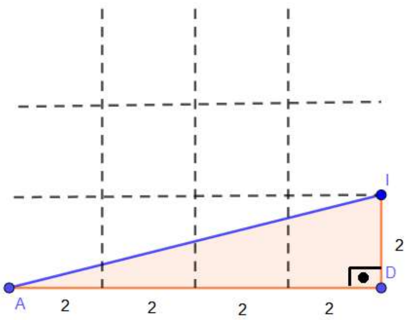
$Temos\ que\ cada\ lado\ da\ unidade\ quadrada\ vale\ 2, sendo\ assim, vamos\ separar\ o$

$quadrilátero\ destacado, da\ área\ restante:$

$\boldsymbol{A_{T1}} = \dfrac{\boldsymbol{b \cdot h}}{\boldsymbol{2}}$ $\boldsymbol{A_Q} = ?$ $\boldsymbol{A_{T2}} = \dfrac{\boldsymbol{b \cdot h}}{\boldsymbol{2}}$







$Para\ descobrir\ a\ área\ A_Q\ do\ quadrilátero\ AICG\ destacado, devemos\ encontrar\ a$

$área\ dos\ triângulos\ \Delta ADI\ e\ \Delta AGB:$

$$\boldsymbol{A_{T1}} = \frac{\boldsymbol{b \cdot h}}{\boldsymbol{2}}$$

$$A_{T1} = \frac{(2+2+2)\cdot(2+2+2)}{2}$$

$$A_{T1} = \frac{6 \cdot 6}{2}$$

$$\boldsymbol{A_{T1} = 18}$$

$$\boldsymbol{A_{T2}} = \frac{\boldsymbol{b \cdot h}}{\boldsymbol{2}}$$

$$A_{T2} = \frac{(2+2+2+2)\cdot \cancel{2}}{\cancel{2}}$$

$$\boldsymbol{A_{T2} = 8}$$

$Ao\ descobrir\ a\ área\ dos\ dois\ triângulos, basta\ subtrair\ sua\ soma\ em\ relação\ a\ área\ total$

$do\ retângulo, para\ encontrar\ a\ área\ do\ quadrilátero\ AICG\ destacado:$

$$\boldsymbol{A_r = A_{T1} + A_{T2} + A_Q}$$

$$48 = 18 + 8 + \boldsymbol{A_Q}$$

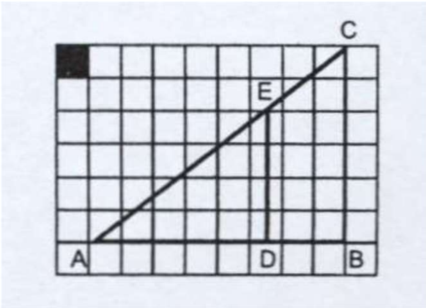
$$48 = 26 + \boldsymbol{A_Q}$$

$$\boldsymbol{A_Q} = 48 - 26$$

$$\boldsymbol{A_Q = 22}$$

$$\boldsymbol{R: e)\ 22}$$

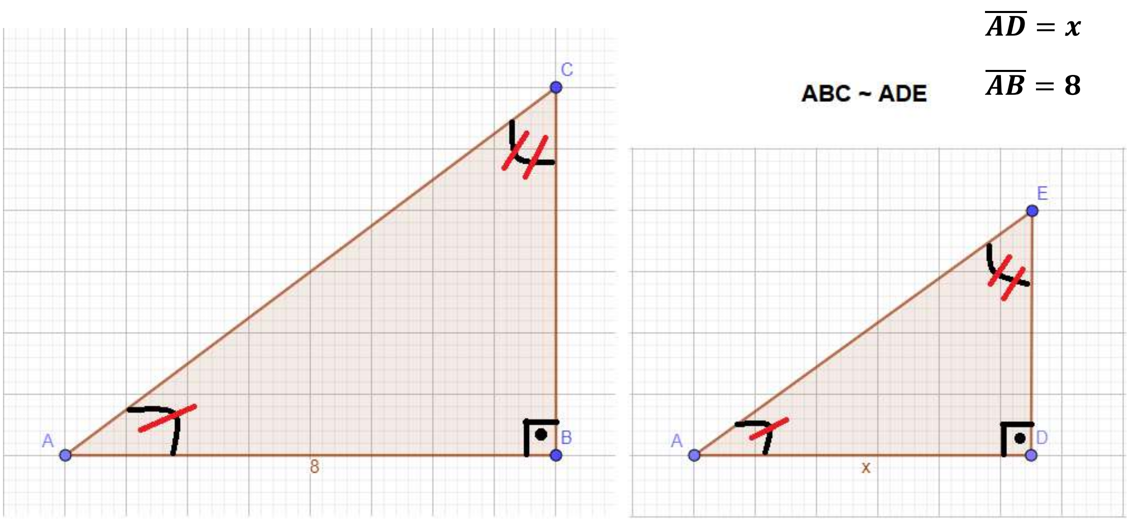
10. (FUVEST) No papel quadriculado da figura abaixo, adota-se como unidade de comprimento o lado do quadrado hachurado. $\overline{DE}$ é paralelo à $\overline{BC}$.



Para que a área do triângulo ΔADE seja a metade da área do triângulo ΔABC, a medida de $\overline{AD}$, na unidade adotada, é:

$$\boldsymbol{a})\ 4\sqrt{2} \qquad \boldsymbol{b})\ 4 \qquad \boldsymbol{c})\ 3 \qquad \boldsymbol{d})\ \frac{8\sqrt{3}}{3} \qquad \boldsymbol{e})\ \frac{7\sqrt{3}}{2}$$

$Ao\ destacar\ os\ triângulos\ \ \Delta ABC\ e\ \Delta ADE, podemos\ notar\ que\ ambos\ dividem\ o$ ângulo $\widehat{\mathrm{A}}, e\ também\ que\ os\ segmentos\ \overline{ED}\ e\ \overline{BC}\ são\ paralelos. Com\ isso, vamos\ ter\ uma\ congruência\ entre\ os\ seus\ ângulos, e\ consequentemente, notar\ que\ são\ triângulos\ semelhantes\ pelo\ critério\ \sim AA, conforme\ mostrado\ abaixo$:



$Com\ a\ semelhança\ de\ triângulos, e\ dado\ que\ a\ área\ \ do\ triângulo\ \Delta ABC$ é $o\ dobro\ da\ área\ A_1\ do\ triângulo\ \Delta ADE, estabelecemos\ as\ seguintes\ proporções\ entre\ eles$:

$$\frac{AD}{AB} = k \quad e \quad \frac{A_1}{2A_1} = k^2 \quad \therefore \quad \frac{A_1}{2A_1} = (\frac{AD}{AB})^2$$

$$Com\ essa\ proporção\ dada\ pela\ semelhança\ de\ triângulos, podemos\ encontrar$$

$$a\ medida\ \boldsymbol{x}\ do\ segmento\ \overline{AD}\ de\ acordo\ com\ as\ relações\ estabelecidas:$$

$$\frac{A_1}{2A_1} = (\frac{AD}{AB})^2$$

$$\frac{A_1}{2A_1} = (\frac{x}{8})^2$$

$$\frac{A_1}{2A_1} = \frac{x^2}{64}$$

$$\frac{\cancel{A_1}}{2\cancel{A_1}} = \frac{x^2}{64}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{x^2}{64}$$

$$64 \cdot \frac{1}{2} = x^2$$

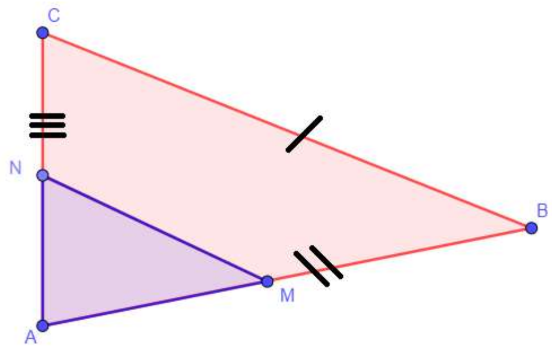
$$32 = x^2$$

$$\sqrt{32} = x$$

$$\boldsymbol{x = 4\sqrt{2} \quad logo, \quad \overline{AD} = 4\sqrt{2}}$$

$$\boldsymbol{R: a)\ 4\sqrt{2}}$$

11. (UNICAMP) Um triângulo escaleno ΔABC tem área igual a 96m^2. Sejam M e N os pontos médios dos lados $\overline{AB}$ e $\overline{AC}$, respectivamente, faça uma figura e calcule a área do quadrilátero BMNC.



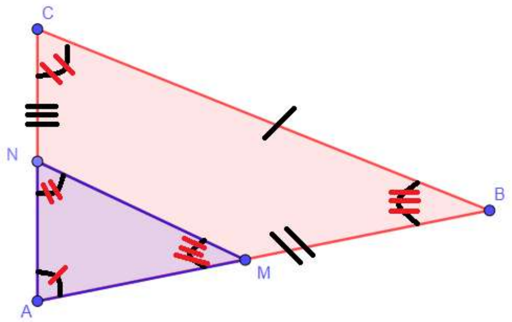
$$Conforme\ as\ informações\ do\ enunciado, temos\ a\ figura\ acima. Com\ ela,$$

$$podemos\ visualizar\ os\ triângulos\ \Delta ABC\ e\ \Delta AMN, além\ do\ quadrilátero\ BMNC.$$

$Nota - se\ que\ os\ triângulos\ \Delta ABC\ e\ \Delta AMN\ possuem\ o\ mesmo\ ângulo\ \hat{A}, e$

$segmentos\ \overline{MN}\ e\ \overline{CB}\ paralelos, que\ irão\ determinar\ que\ seus\ ângulos\ são\ congruentes$

$conforme\ ilustrado\ abaixo. Logo, teremos\ que\ \Delta \boldsymbol{ABC} \sim \Delta \boldsymbol{AMN}.$



$Com\ isso, podemos\ estabelecer\ uma\ relação\ de\ proprção\ entre\ seus\ segmentos\ onde:$

$\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN} = \frac{2}{1}$ $\quad Pois\ os\ pontos\ médios\ M\ e\ N\ dividem\ AB\ e\ AC\ pela\ metade.$

$$\boldsymbol{Logo, nossa\ constante\ k} = \frac{\mathbf{2}}{\mathbf{1}} = 2.$$

$Se\ a\ constante\ k\ é\ igual\ a\ 2, podemos\ estabelecer\ uma\ relação\ entre\ as\ áreas$

$dos\ dois\ triângulos, encontrando\ por\ fim\ a\ àrea\ do\ quadrilátero\ BMNC:$

$$\frac{Área\ do\ \Delta ABC}{Área\ do\ \Delta AMN} = k^2 \qquad \rightarrow \qquad \frac{96m^2}{x} = 2^{\,2}$$

$$\frac{96m^2}{x} = 4$$

$$96m^2 = 4x$$

$$x = \frac{96m^2}{4}$$

$$\boldsymbol{x = 24m^2} \qquad \boldsymbol{ou\ Área\ do\ \Delta AMN = 24m^2}$$

$Com\ a\ área\ do\ triângulo\ \Delta AMN, podemos\ encontrar\ a\ área\ do\ quadrilátero\ BMNC:$

$$Área\ do\ \Delta ABC = Área\ do\ quadrilátero\ BMNC + Área\ do\ \Delta AMN$$

$$96m^2 = A_Q + 24m^2$$

$$A_Q = 96m^2 - 24m^2$$

$$A_Q = 72m^2 \qquad ou \qquad Área\ de\ BMNC = 72m^2$$

$$\boldsymbol{R: 72m^2}$$