

Máxima Verosimilitud en R

Gabriel Escarela

May 8, 2018

El Modelo de Supervivencia

T es el tiempo de ocurrencia.

$$S(t; \mathbf{x}) = \Pr\{T > t; \mathbf{x}\} = [S_0(t)]^{\exp\{\boldsymbol{\beta}^T \mathbf{x}\}},$$

donde $S_0(t)$ es la funcin de supervivencia de base. En esta aplicacin:

$$S_0(t) = \exp\{-(t/\lambda)^\alpha\}, \quad t > 0,$$

donde α es el parámetro de forma y λ es el parmetro de escala.

La función de Verosimilitud

El conjunto de datos consiste en n observations independientes $\{Y_i, c_i, \mathbf{x}_i\}$, where $i = 1, \dots, n$, $Y_i = \min(T_i, C_i)$, T_i es el tiempo de ocurrencia, C_i es el tiempo de censura, $c_i = I(T_i = Y_i)$ es el estatus de censura, y \mathbf{x}_i es el vector de variables explicativas.

La contribución a la función de verosimilitud de la i -ésima observación es:

$$L_i(\boldsymbol{\theta} \mid t_i, c_i, \mathbf{x}_i) = [f(t_i; \mathbf{x}_i)]^{c_i} \times [S(t_i; \mathbf{x}_i)]^{1-c_i},$$

donde $f(t; \mathbf{x}) = -\frac{d}{du}S(u; \mathbf{x})\big|_{u=t}$.

Programación de la función

```
coxph.Weibull <- function(parametros, censura,
    tiempos, matriz.modelo){
  # Nmero de variables en Beta:
  n.var <- dim(matriz.modelo)[2] - 1
  # EL vector de coeficientes corresponde a
  # las primeras n.var entradas del vector parametros
  beta <- parametros[1:n.var]
  # El siguiente parametro es el de forma
  forma <- exp(parametros[n.var+1])
  # El siguiente parmetro es el de escala
  escala <- exp(parametros[n.var+2])
```

```
# La funcion de supervivencia de base:
S0.ti <- 1 - pweibull(tiempos, forma, escala)
# La funcion de densidad de base es:
f0.ti <- dweibull(tiempos, forma, escala)
# La fuerza de mortalidad de base es:
h0.ti <- f0.ti/S0.ti
# La matriz modelo menos la ordenada:
x.mat <- matriz.modelo[, -1]
# El componente lineal es beta por x.mat:
if(n.var==1){
# Cuando solo hay una variable explicativa:
x.beta <- c(x.mat) * beta
}
else if(n.var > 1){
# Cuando hay mas de una variable explicativa:
x.beta <- c(x.mat %*% beta)
}
```

```
# Evalua la funcion de supervivencia del modelo de Cox:
S.ti <- S0.ti^exp(x.beta)
# La funcion de densidad es la fuerza de mortalidad por
# la funcion de supervivencia del modelo de Cox:
f.ti <- (h0.ti*exp(x.beta))*S.ti
# Renombra el vector de censura:
c.i <- censura
# Evalua la funcion log-verosimilitud:
log.L <- sum(c.i*log(f.ti) + (1-c.i)*log(S.ti))
# Deseamos el negativo para minimizarlo:
-1*log.L
}
```

```
# Invocar la biblioteca de supervivencia:
library(survival)
# Modificacion del conjunto de datos:
pbc.data <- pbc
# El estatus (0=censura, 1= muerte):
# La variable de censura:
pbc.data$vital.status <- 1*(pbc$status >1)
# Quita casos con datos faltantes (8 casos):
pbc.data <- pbc.data[-c(359, 368, 313, 317,
                       319, 322, 334, 337),]
```

```
# Los parametros iniciales son:
par.ini <- c(rep(0,3), 0, 6.71)
# Obten los estimadores de maxima verosimilitud:
system.time(
mle <- nlm(coxph.Weibull, par.ini,
censura=pbcc.data$vital.status,
tiempos=pbcc.data$time,
matriz.modelo=model.matrix(~log(bili) + log(protime)+
                           log(albumin), data= pbcc.data),
hessian=T, gradtol = 1e-4, iterlim = 50))
```



```
> mle
$minimum
[1] 1390.015
```

```
$estimate
[1] 0.8308643 2.6012159 -3.3874606 0.3580920 10.0797034
```

```
$gradient
[1] 0.002859451 0.009036064 0.004656935 -0.008529923 -0.005680810
```

```
$hessian
      |,1|      |,2|      |,3|      |,4|      |,5|
[1,] 408.4605  452.3746  217.7276 -756.1696 -267.2624
[2,] 452.3746  910.7477  452.2106 -1355.0975 -538.0878
[3,] 217.7276  452.2106  228.5132 -667.5662 -268.1276
[4,] -756.1696 -1355.0975 -667.5662 2311.5628 804.2490
[5,] -267.2624 -538.0878 -268.1276 804.2490 318.8213
```

```
$code
[1] 1
```

```
$iterations
[1] 40
```

```
> #Los estimadores son:  
> mle$estimate  
[1] 0.8308643 2.6012159 -3.3874606 0.3580920 10.0797034  
> #Los errores estndares son:  
> sqrt(diag(solve(mle$hessian)))  
[1] 0.08094527 0.63118591 0.62312321 0.06592228 1.29499368  
> #Estadstico de Wald:  
> abs(mle$estimate/sqrt(diag(solve(mle$hessian))))  
[1] 10.264520 4.121156 5.436261 5.432033 7.783593  
>
```