Varbūtība

27.01.2026 | Ievadlekcija | Oksana Pavļenko

Ievads kursā

- Eksāmenā un kontroldarbos atļauts lietot tikai formulu lapu.
- Būs 4 testi par varbūtību. Tie domāti paššagatavošanai,
  bet tie arī veidu atzīmes daļu.
- Kontroldarbu var vienu reizi pārrakstīt. Starrpārbaudījumus – nē.
- Ieteicams neprogrammējamais kalkulators bez interneta piekļuves.
- Eksāmenā ir jādabū vismaz 15 punktus. Ja starppārbaudījumu vidējā atzīme $\left(\frac{S_1 + S_2}{2} \geq 50\%\right)$, tad var iegūt automātu.

Varbūtība

Uzdevumu piemēri

Novērojot kādu ierīču darbu, konstatēts, ka vidēji viena ierīce
nostrādā 20 mēnešus bez atteikumiem. Aprēķināt:
1. ierīces bezatteikuma darba varbūtību 30 mēnešu laikā;
2. cik ilgi ierīce strādās ar garantijas varbūtību 0.99?

Pamatjēdzieni

Notikumi:

- Neiespiējami
- Droši
- Gadījuma

- Savienojami
- Nesavienojami

- Atkarīgi
- Neatkarīgi

Gadījuma lielumi:

- Diskrēti
- Nepārtraukti

Apzīmējumi

$A, B, C, A_1, ...$ – notikumi (kopas)
$A \cup B = A + B$ – notikumu summa (kopu apvienojums, atslēgvārds VISMAZ)
$A \cap B = AB$ – notikumu reizinājums (kopu šķēlums, atslēgvārds UN)
$\overline{A}$ – pretējais notikums (papildkopa)
Ω – elementāro notikumu telpa (universs)
$\langle \Omega, \mathcal{F}, \mathrm{P} \rangle$ – varbūtību telpa

Varbūtības definīcijas

1) Klasiskā varbūtības definīcija
Pieņemsim, ka vienlīdz iespējamo notikumu skaits ir n.
Notikumam A labvēlīgo gadījumu skaits ir m $(m \leq n)$.
Tad notikuma A varbūtību $P(A)$ definē šādi: $P(A) = \dfrac{m}{n}, 0 \leq P(A) \leq 1$

Piemērs:
Grupā ir 25 studenti, no kuriem 10 ie saņēmuši 9 balles matemātikā.
Noteikt varbūtību, ka no šis grupas nejauši izvēlētajam studentam ir 9 matemātikā.
$P(A) = \dfrac{m}{n} = \dfrac{10}{25} = 0,4$

Piemērs:
Laboratorijā ir 16 datori. Uz sešiem no tiem instalēta R programmatūra.
Ja 5 datori ir nejauši izvēlēti pārbaudei, kāda ir varbūtība, ka nevienam no tiem nav
$n = C_{16}^{5} = \dfrac{16!}{5!(16-5)!}$
$m = C_{10}^{5} = \dfrac{10!}{5!(10-5)!}$
$P(A) = \dfrac{m}{n} \approx 0,06$

2) Varbūtības ģeometriskā definīcija
$S_1 \subset S_0 \Rightarrow P(A) = \dfrac{S_1}{S_0}$
Piemērs:
Pieņemsim, ka skaitlis x ir nejauši izvēlēts intervālā $(1, 2)$, bet skaitlis y
ir nejauši izvēlēts intervālā $(0, 2)$. Kāda ir varbūtība, ka $x < y$?
Var izveidot grafiku $y = x$, uz tā uzzīmēt laukumus un mahinēt ar tiem.

Vienkāršākās darbības ar varbūtībām

1) Nesavienojamu notikumu summas varbūtība
Nesavienojamiem notikumiem $P(A + B) = P(A) + P(B) \qquad (A \cap B = \varnothing)$
2) Pilnas nensavienojamo notikumu sistēmas varbūtība
Ja $A_1, A_2, ... A_n$ ir pilna nesavienojamu notikumu sistēma, tad $\sum\limits_{i=1}^{n} P(A_i) = 1$

3) Pretējo notikumu varbūtības
$P(A) + P(\overline{A}) = 1, \quad 1 - P(\overline{A}) = P(A)$
$P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - P(A_2) - P(A_3) - ... - P(A_n)$
4) Neatkarīgu notikumu reizinājumu varbūtība
$P(AB) = P(A)P(B)$

Darbības ar savstarp. atkar. notik. varb.

Nosacītā varbūtība

Definīcija: Ja divi notikumi A un B ir savstarpēji atkarīgi,
tad par nosacīto varbūtību $\boxed{P(B/A) \text{ jeb } P(B|A) \text{ jeb } P_A(B)}$
fuck that bitch she didn't let me write the end
$P(AB) = P(A) \cdot P(B/A)$
Diviem savienojamiem notikumiem A un B
$P(A + B) = P(A) + P(B) - P(AB)$