

Министерство образования и науки РФ  
Иркутский национальный исследовательский технический университет

## **Надежность информационных систем**

Методические указания по выполнению лабораторных работ

Издательство  
Иркутского национального исследовательского технического университета  
2015

Рекомендовано к изданию редакционно-издательским советом ИРНИТУ

**Надежность информационных систем** : метод. указания по выполнению лабораторных работ / сост. : Ю.П. Хрусталеv, Е.А. Барахтенко. – Иркутск : Изд-во ИРНИТУ, 2015. – 34 с.

Методические указания соответствуют требованиям ФГОС-3 направления подготовки 09.03.02 «Информационные системы и технологии» профиля подготовки «Информационные системы и технологии на предприятиях/в машиностроении».

Рассмотрены методы анализа надежности информационных систем с учетом выхода из строя отдельных их элементов. Анализ основан на использовании результатов теории случайных процессов. Широко используется понятие «состояние системы». На основе графа состояний составляются системы дифференциальных уравнений – уравнения Колмогорова. Решения этих уравнений дают представление о динамике надежности систем и позволяют получить количественные оценки надежности. Рассмотрены различные методы исследования надежности информационных систем: аналитические методы, основанные на применении преобразования Лапласа; метод численного решения систем ОДУ: метод Рунге – Кутты; методы имитационного моделирования. На конкретных примерах показано, что все эти методы дают решения задач надежности, совпадающие с очень высокой точностью.

Предназначено для студентов третьего курса машиностроительного факультета, изучающих дисциплину «Надежность информационных систем» в рамках подготовки бакалавров.

#### **Рецензент**

д-р техн. наук, профессор кафедры оборудования и автоматизации машиностроения ИРНИТУ ***В.П. Кольцов***

## Лабораторная работа №1. Решение задач на ЭВМ при наличии сбоев.

Потоки сбоев описываются потоками Пальма (потоками Эрланга порядка  $k$ ). Если точка  $\tau$  случайно попадает на интервал  $T^*$  между событиями потока, то закон распределения интервала  $T^*$  изменяется. При этом он по-прежнему подчиняется закону Эрланга, но порядок становится равным  $k+1$  [1].

Рассмотрим более подробно интервал  $T^*$ :

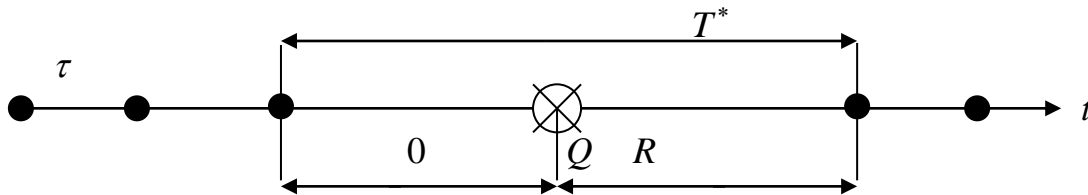


Рис.1 Схема попадания случайной точки  $\tau$  на интервал  $T^*$

$Q$  – участок точки  $\tau$  от предыдущего события.  $T^* = Q + R$

$R$  – интервал времени от точки до  $\tau$  последующего события (сбоя).

Если решение задачи начинается в случайный момент времени  $\tau$ , то задача будет решена, если время ее решения будет меньше, чем время, оставшееся до очередного сбоя (т.е. меньше интервала  $R$ ). Чтобы найти вероятность такого события –  $P(A)$ , необходимо знать плотность распределения случайной величины  $R$ .

В [1] показано, что

$$f_R(t) = \frac{1 - F(t)}{m_t}; \quad (1)$$

где  $f_R(t)$  – плотность распределения случайной величины  $R$ ;

$F(t) = 1 - \sum_{n=0}^{k-1} \frac{(\lambda t)^n}{n!} e^{-\lambda t}$  – функция распределения случайной величины  $t$ ;

$K$  – порядок процесса Эрланга;

$m_t = 1/\lambda$  – математическое ожидание интервалов времени между событиями потока;

$\lambda$  – интенсивность потока.

Таким образом, вероятность того, что задача, решение которой начато в момент  $t_0$ , будет решена с первого раза, равна интегралу от плотности вероятности  $f_R(t)$ , вычисленному в пределах от  $t_0$  до бесконечности.

$$P(A) = \int_{\tau}^{\infty} \frac{\lambda}{m} \sum_{n=0}^{k-1} \frac{(\lambda t)^n}{n!} e^{-\lambda t} dt \quad (2)$$

$$\text{Введём функцию } R(m, a) = \sum_{n=0}^m \frac{a^n * e^{-a}}{n!}; \quad (3)$$

$$\text{Т.к. } \int_a^{\infty} \frac{x^n}{n!} e^{-x} dx = R(n, a) \quad [1],$$

то вероятность  $P(A)$  можно достаточно просто вычислить с помощью функции  $R(m, a)$ .

Эту задачу можно решить с помощью методов имитационного моделирования [2]. Программа, написанная в системе GPSS, состоит из двух сегментов. Первый сегмент имитирует процесс решения задачи. Транзакт вводится в систему в случайный момент времени (случайная величина выбирается из равномерного распределения: пусть для определенности в интервале, равном восьми часам). Затем задача – транзакт – занимает компьютер, где и задерживается на время решения. После чего компьютер освобождается и задача покидает систему через оператор TERMINATE 1 с меткой GOOD (задача решена успешно).

Во втором сегменте имитируется поток сбоев. Генерация потоков Эрланга производится выбором из простейшего потока (интервалы между сбоями подчиняются экспоненциальному распределению) каждого  $k$ -го события. Данная процедура может быть реализована с помощью такой группы операторов:

```
num  fvariable N$GO@3
      GENERATE 120, FN$EXP
GO    ADVANCE 1
      TEST E V$num, 0, TER
      ....
TER  TERMINATE
```

В данном фрагменте программы предполагается, что в исходном потоке сбои следуют в среднем через 120 интервалов времени. Интервалы между сбоями подчиняются экспоненциальному распределению (оператор GENERATE 120, FN\$EXP). Оператор TEST пропускает далее только каждый третий транзакт (переменная num равна частному от деления по модулю на 3 числа транзактов, прошедших через метку GO). Транзакты, не кратные трем, покидают систему через оператор TERMINATE с меткой TER.

Таким образом формируется поток Эрланга 3-го порядка. Оператор ADVANCE необходим только для того, чтобы вставить метку GO (оператор GENERATE не может быть помеченным).

Транзакты, прошедшие блок TEST, захватывают компьютер, отсылая транзакт-задачу (если она в этот момент решалась на компьютере) на оператор с меткой AWAY:

## AWAY TERMINATE 1

Многократно запустив программу с помощью оператора START (например, START 10000), необходимо подсчитать число транзактов, покинувших систему через метку GOOD, т. е. число успешных «прогонов» задачи, чтобы найти вероятность решения задачи с одного раза.

### Пример решения задачи

Интервал  $T$  между последовательными сбоями ЭВМ, устраняемыми практически мгновенно с помощью программных средств, имеет распределение Эрланга 3-го порядка с параметром  $\lambda = 0.5$  (1/час). Для решения задачи требуется работа ЭВМ без сбоев в течение 2-х часов. Задачи начинают решаться в произвольный момент  $\tau$ , никак не связанный с потоком сбоев.

Найти вероятность события:

$A = \{\text{задача будет решена с первого раза}\}.$

Решение:

Событие  $A$  состоит в том, что с.в.  $R$  - время, оставшееся до очередного сбоя, принимает значение больше 2-х часов.

$$P(A) = P\{R < 2\} = \int_2^{\infty} f_R^{(k)}(t) dt;$$

при  $k = 3$  получаем:

$$f_R^{(3)}(t) = \frac{\lambda}{k} * R(k-1, \lambda * t) = \frac{0.5}{3} * \sum_{n=0}^2 \frac{(0.5 * t)^n}{n!} e^{-0.5 * t}; \quad (4)$$

$$(\text{т.к. } R(k-1, \lambda * t) = R(2, 0.5 * t) = \sum_{n=0}^2 \frac{(\lambda * t)^n * e^{-\lambda * t}}{n!}) \quad m = 2 \quad a = 0.5 * t;$$

$$P(A) = \int_2^{\infty} \frac{0.5}{3} \sum_{n=0}^2 \frac{(0.5 * t)^n}{n!} e^{-0.5 * t} dt;$$

$$\text{т.к. } \int x^n * e^{\alpha * x} dx = \frac{1}{\alpha} x^n * e^{\alpha * x} - \frac{n}{\alpha} \int x^{n-1} * e^{\alpha * x} dx;$$

$$\int_a^{\infty} \frac{x^n}{n!} e^{-x} dx = R(n, a);$$

т.е. сделав замену переменных:  $0.5 * t = x$ , получим:

$$P(A) = \frac{1}{3} \sum_{n=0}^2 \int_1^{\infty} \frac{x^n}{n!} e^{-x} dx = \frac{1}{3} [R(0,1) + R(1,1) + R(2,1)];$$

нижний предел в интеграле заменили:  $x|_{t=2} = 1$ ;

$$\text{Но } R(0,1) = \int_1^{\infty} \frac{x^0}{0!} e^{-x} dx = \int_1^{\infty} 1 * e^{-x} dx = -e^{-x} \Big|_1^{\infty} = 0 + e^{-1};$$

Или можно  $R(0,1)$  получить

$$R(m, a) = \sum_{n=0}^m \frac{a^n * e^{-a}}{n!} = \frac{a^0 * e^{-a}}{n!} = \frac{1^0 * e^{-1}}{1} = e^{-1}$$

и т.д.

$$R(0,1) = e^{-1}; \quad R(1,1) = e^{-1} + e^{-1} = 2e^{-1}; \quad R(2,1) = \frac{5 * e^{-1}}{2};$$

$$R(A) = \frac{1}{3} \left[ e^{-1} + 2e^{-1} + \frac{5 * e^{-1}}{2} \right] = \frac{11}{6} e^{-1} \approx 0.675;$$

Интеграл

$$P(A) = \int_2^{\infty} \frac{0.5}{3} \sum_0^2 \frac{(0.5 * t)^n}{n!} e^{-0.5 * t} dt;$$

можно вычислить непосредственно, т.е. без использования функций  $R(m, a)$ , используя возможности системы MathCAD.

Метод имитационного моделирования при достаточно большом числе прогонов (10000 и более) дает решение, совпадающее с аналитическим с точностью до одной тысячной.

### Индивидуальные задания на работу №1

Решить задачу, рассмотренную в приведенном выше примере, со следующими исходными данными:

N – номер варианта;

$\lambda$  – интенсивность сбоев [единиц/час];

k – порядок распределения Эрланга;

t – время решения задачи.

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$\lambda$	0.5	0.5	1	1	0.5	0.2	0.2	1	0.5	0.5	1	2	2	1	0.5
k	2	2	3	2	3	2	2	2	3	3	4	4	4	3	4
t	1	2	1	3	3	6	4	2	1	4	2	3	4	5	6

### Требования к оформлению отчета

Отчет должен соответствовать стандарту СТО ИрГТУ. 005-2014  
Оформление текстовых и графических материалов студентами.

### Контрольные вопросы

1. Какие потоки событий являются потоками Пальма?
2. Каким образом формируются потоки Эрланга?
3. Относятся ли простейшие потоки к классу потоков Пальма?

4. Можно ли использовать полученные выше результаты к анализу работы вычислительных сетей при наличии сбоев в канале передачи данных?

### Лабораторная работа №2. Анализ надежности работы систем с холодным резервированием.

Резервирование является мощным средством повышения надежности информационных систем. Существуют различные способы включения резервной аппаратуры [3]:

- постоянное резервирование;
- резервирование замещением.

При резервировании замещением резервные единицы замещают основные только после их отказа. Различают три режима работы при резервировании замещением:

- 1) нагруженный или *горячий резерв*;
- 2) облегченный или *теплый резерв*;
- 3) ненагруженный или *холодный резерв*.

Холодный резерв имеет следующие преимущества:

- сохранение постоянных электрических режимов схемы;
- обеспечение максимального использования резервных единиц.

Будем считать, что надежности переключающих устройств равны. Резервные элементы находятся в тех же внешних условиях, что и основной элемент, который является рабочим. Всего в состав группы входит  $S$  элементов: 1 рабочий и  $S-1$  – резервные. Интенсивность отказов –  $\lambda$ . Тогда граф переходов системы будет иметь следующий вид

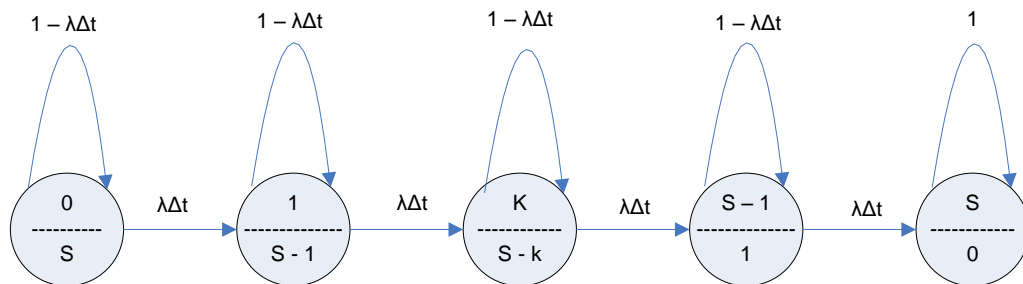


Рис. 2. Граф переходов для системы с холодным резервированием

Уравнения Колмогорова для подобных систем в общем виде выглядят таким образом:

$$\frac{dp_i(t)}{dt} = \sum_{j=1}^n p_j(t) \lambda_{ji} - p_i(t) \sum_{j=1}^n \lambda_{ij}, \quad i = 1, \dots, n.$$

Здесь учтено, что для состояний, не имеющих непосредственных переходов, можно считать  $\lambda_{ij} = \lambda_{ji} = 0$ .

Для системы, граф которой изображен на рисунке 1, получаем следующую систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned}
 P'_0(t) &= -\lambda P_0(t) \\
 P'_1(t) &= -\lambda P_1(t) + \lambda P_0(t) \\
 &\dots\dots\dots \\
 P'_n(t) &= -\lambda P_n(t) + \lambda P_{n-1}(t) \\
 &\dots\dots\dots \\
 P'_s(t) &= \lambda P_{s-1}(t)
 \end{aligned} \tag{5}$$

1. Решим данную систему уравнений, используя преобразования Лапласа. При этом будем использовать следующие соотношения:

$$\begin{aligned}
 p(t) &\div P(\omega) \\
 \lambda p(t) &\div \lambda P(\omega) \\
 p'(t) &\div \omega P(\omega) + p(0)
 \end{aligned}$$

Получаем систему алгебраических уравнений относительно комплексной переменной

$$\begin{aligned}
 (\lambda + \omega) P_0(\omega) &= 1 \\
 &\dots\dots\dots \\
 (\lambda + \omega) P_n(\omega) &= \lambda P_{n-1}(\omega) \\
 &\dots\dots\dots \\
 \omega P_s(\omega) &= \lambda P_{s-1}(\omega)
 \end{aligned} \tag{6}$$

Последовательно перемножая эти уравнения, находим вероятность отказа системы

$$P_s(\omega) = \frac{\lambda^s}{(\lambda + \omega)^{s+1}}$$

Используя соотношение

$$\frac{A}{(\omega - \alpha)^k} \div \frac{At^{k-1}}{k-1} e^{\alpha t}$$

переходим в область оригиналов

$$P_s(t) = \frac{(\lambda t)^s}{s!} e^{\lambda t} \tag{7}$$

Вероятность безотказной работы резервированной системы найдется как

$$P_{рез} = 1 - P_S = 1 - \frac{(\lambda t)^s}{s!} e^{\lambda t} \tag{8}$$

С учетом соотношения



$$\sum_{k=0}^m P_k(t) = \sum_{k=0}^m \frac{(\lambda t)^k}{k!} e^{-\lambda t} = 1 \quad (9)$$

получаем формулу для оценки вероятности безотказной работы резервированной системы

$$P_{рез} = e^{-\lambda t} \sum_{k=0}^{s-1} \frac{(\lambda t)^k}{k!} \quad (10)$$

Как видно из выражения (10), вероятность исправной работы не подчиняется экспоненциальному закону, поэтому нельзя среднее время исправной работы определять из выражения  $T = 1/\lambda = 1/\sum \lambda_i N_i$ . В этом случае среднее время безотказной работы можно найти как

$$T = \int_0^{\infty} P(t) dt \quad (11)$$

2. Систему дифференциальных уравнений (5) можно решить численными методами. В среде MathCAD [4] имеется возможность решения обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) и систем ОДУ. Для этой цели можно использовать метод Рунге-Кутты с постоянным шагом (процедура *rkfixed* [3]). В данной процедуре задается количество шагов  $N$  (число узлов сетки), отрезок, на котором ищется решение  $[a, b]$ , вектор (или скаляр) начальных условий  $y$  и вектор правых частей системы дифференциальных уравнений  $f(x, y)$ . Вектор  $f(x, y)$  задан системой уравнений Колмогорова (5), начальные условия определяются из условий задачи (обычно вероятность нахождения системы в начальном состоянии равна единице, т.к. система в начале работы исправна, а остальные вероятности равны нулю). Отрезок  $[a, b]$  соответствует времени, при котором необходимо оценить работоспособность (вероятность исправной работы) системы. Количество шагов  $N$  выбирает исследователь, исходя из требований точности решения задачи и наглядности представления результатов.

Таким образом, обращение к заданной процедуре может иметь следующий вид:

$$P := rkfixed(P, 0, 10, 50, f)$$

Более подробно анализ надежности систем с помощью численного метода рассмотрен в примере, приведенном ниже.

3. Анализ надежности системы с холодным резервированием методами имитационного моделирования [5].

При холодном резервировании система состоит из одного основного элемента и нескольких резервных. Работу такой системы можно представить как последовательное прохождение транзакта через несколько последовательных каналов обслуживания. Транзакт в этом случае представляет собой указатель работающего в данный момент времени элемента. В начале работы транзакт помещается в первый канал и задерживается там на время исправной работы первого элемента. После выхода из строя основного элемента транзакт поступает в первый резервный элемент и т.д. При возникновении

неисправности в последнем резервном элементе транзакт покидает модель системы через блок TERMINATE 1 с меткой BAD.

Начинается работа моделирующей программы вводом в систему одного транзакта в момент времени  $t_0$ , в который необходимо оценить работоспособность системы. Транзакт, войдя в систему, последовательно захватывает и освобождает все каналы системы, отправляя транзакт из одного из каналов (если он находится хотя бы в одном из них) на блок TERMINATE 1 с меткой GOOD.

Повторяя эту процедуру достаточно большое число раз, можно рассчитать вероятность исправной работы системы в момент  $t_0$ . Действительно, очередной транзакт, войдя в систему, отправляет предыдущий на метку GOOD, если тот находился в одном из каналов, т.е. система была в рабочем состоянии. Отношение числа транзактов, прошедших через метку GOOD, к общему числу транзактов дает вероятность исправной работы системы через время  $t_0$  с момента ее запуска. При проходе первого транзакта возникает погрешность за счет того, что он всегда будет идентифицировать состояние системы как неисправное. Однако при большом числе запусков программы с помощью оператора START (например 10000), эта погрешность исчезающее мала.

Захват системы (например системы с именем sys2) и ее освобождение реализуется парой операторов [3]

```
preempt sys2,,go,,re  
return sys2
```

(операнд *re* означает, что данный транзакт больше не будет обрабатываться системой).

Второй способ имитационного моделирования систем с холодным резервированием основывается на использовании трех сегментов GPSS – программы.

Первый сегмент имитирует работу системы. Блок GENERATE вводит в начальный момент общее количество транзактов - элементов резервируемой системы (работающий и резервные). Следующий оператор – SPLIT – создает копию этих транзактов, чтобы через какое-то время, достаточное для того, чтобы все введенные оператором GENERATE транзакты заведомо покинули систему, повторить процесс. Первый транзакт, прошедший оператор SPLIT, занимает канал обслуживания, задерживается в нем на время исправной работы и покидает систему через оператор TERMINATE без операнда, т.е. не уменьшая счетчик числа завершений. Т.о. первый сегмент программы может иметь следующий вид:

```
Описание экспоненциальной функции с именем EXP  
GENERATE ,,3 система содержит 1 рабочий и 2 резервных элемента  
L1 SPLIT 1,L2  
SEIZE COMP  
ADVANCE 20,FN$EXP среднее время работы – 20 единиц времени
```

*RELEASE COMP*  
*TERMINATE*  
*L2     ADVANCE 500*     задержка на время, достаточное для ухода трех  
                                  транзактов из системы  
*TRANSFER ,L1*

Во втором сегменте производится проверка работоспособности системы через время  $t_0$  после запуска системы в работу. Проверка проводится оператором TEST, который может иметь такой вид:

Test E F\$comp,1,L4

Транзакт проходит через блок TEST на следующий оператор, только в том случае, если прибор с именем *comp* занят. В противном случае транзакт отправляется на метку L4.

Для подсчета числа успешных проверок можно пропустить транзакт, прошедший через оператор TEST, через фиктивный прибор, который используется в качестве счетчика.

Второй сегмент программы может выглядеть таким образом

*GENERATE ,,1*  
*L3     ADVANCE 60* проверка производится через 60 единиц  
*TEST E F\$comp,1,L4* системного времени после начала работы  
*SEIZE NUMBER* системы  
*RELEASE NUMBER*  
*L4     ADVANCE 440* временная задержка для синхронизации  
*TRANSFER , L3* транзактов первого и второго сегментов

Третий транзакт управляет временем моделирования.

Для подсчета доли успешного числа проверок можно поставить метку у оператора TEST. В этом случае вероятность исправной работы найдется из отношения транзактов, прошедших через прибор NUMBER к общему числу транзактов, прошедших через указанную метку.

## Пример выполнения лабораторной работы №2

Дана вычислительная система с холодным резервированием. Резервирование двукратное: 1 ЭВМ - рабочая, две – резервные ( $s = 3$ ). Среднее время наработки одной ЭВМ на отказ – 20 часов (интенсивность отказов  $\lambda = 1/t = 0.05$  1\час). Определить вероятность того, что система является работоспособной через 60 часов после включения (в начале работы все ЭВМ исправны).

*Решение задачи.*

1. Вероятность безотказной работы системы с холодным резервированием определяется выражением (10)

$$P_{pez}(t) = e^{-\lambda t} \sum_{k=0}^{s-1} \frac{(\lambda t)^k}{k!}$$

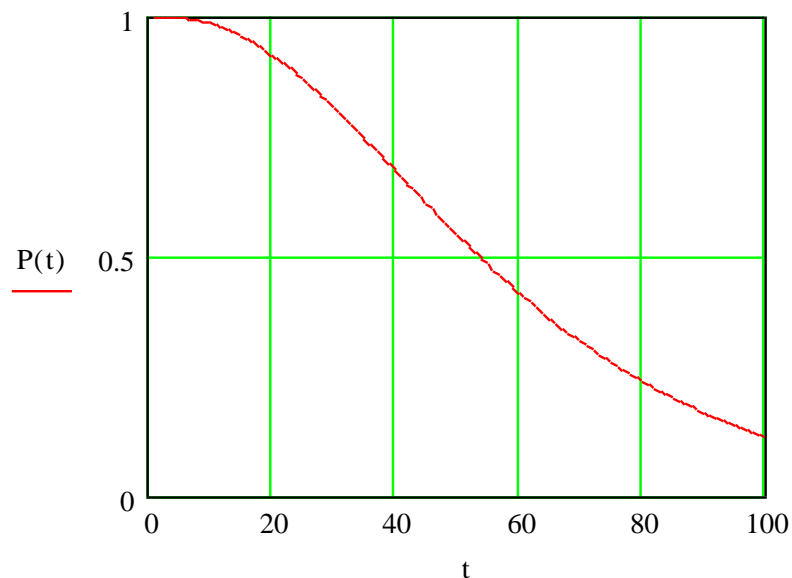
Вычисляем  $P(60)$  в среде MathCAD:

ORIGIN := 1      t := 1..100      λ := 0.05      s := 3

$$P(t) := e^{-\lambda \cdot t} \cdot \sum_{k=0}^{s-1} \frac{(\lambda \cdot t)^k}{k!}$$

$$P(60) = 0.423$$

Зависимость вероятности безотказной работы системы от времени представлена на рис. 3.



**Рис. 3. Зависимость вероятности безотказной работы системы от времени**

2. Находим решение задачи численным методом.

Используем возможности среды MathCAD для нахождения решения системы ДУ (5)

$$P'_0(t) = -\lambda P_0(t)$$

$$P'_1(t) = -\lambda P_1(t) + \lambda P_0(t)$$

.....

$$P'_n(t) = -\lambda P_n(t) + \lambda P_{n-1}(t)$$

.....

$$P'_s(t) = \lambda P_{s-1}(t)$$

Ниже приведен фрагмент MathCAD – программы:

ORIGIN=1

$$L := 0.05 \quad P := \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad f(t, P) := \begin{pmatrix} -L \cdot P_1 \\ L \cdot P_1 - L \cdot P_2 \\ L \cdot P_2 - L \cdot P_3 \\ L \cdot P_3 \end{pmatrix}$$

$P := \text{rkfixed}(P, 0, 100, 100, f)$

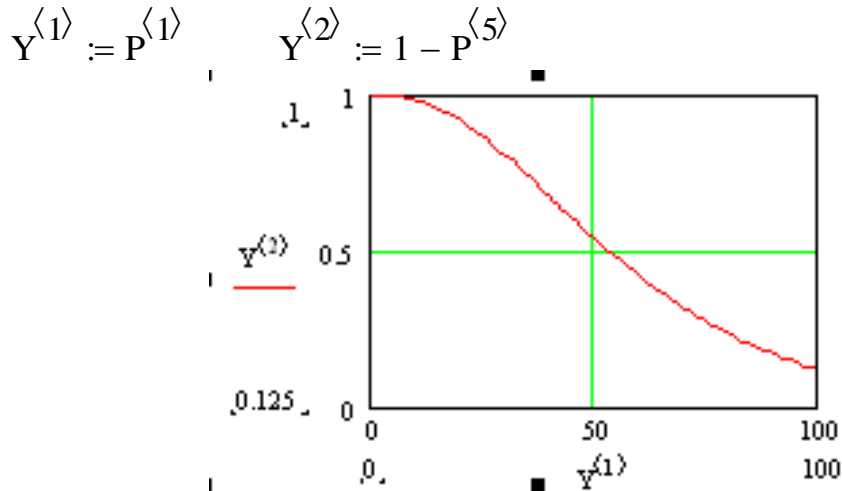
Решение задачи дается в виде матрицы  $P$ , в первом столбце которой приведены значения времени (на приведенном фрагменте показано решение задачи для моментов времени от 30 до 60 часов). Пятый столбец содержит значения вероятностей нахождения системы в состоянии  $P_s$ , в котором система неисправна (все ЭВМ вышли из строя).

$P_s(60)$  равна 0.577. Стало быть, вероятность исправной работы системы в момент времени  $t = 60$  равна  $1 - 0,577 = 0,423$ , что полностью совпадает с полученным в пункте 1 результатом.

	1	2	3	4	5
16	30	0.223	0.335	0.251	0.191
17	32	0.202	0.323	0.258	0.217
18	34	0.183	0.311	0.264	0.243
19	36	0.165	0.298	0.268	0.269
20	38	0.15	0.284	0.27	0.296
21	40	0.135	0.271	0.271	0.323
22	42	0.122	0.257	0.27	0.35
23	44	0.111	0.244	0.268	0.377
24	46	0.1	0.231	0.265	0.404
25	48	0.091	0.218	0.261	0.43
26	50	0.082	0.205	0.257	0.456
27	52	0.074	0.193	0.251	0.482
28	54	0.067	0.181	0.245	0.506
29	56	0.061	0.17	0.238	0.531
30	58	0.055	0.16	0.231	0.554
31	60	0.05	0.149	0.224	0.577

Для получения зависимости исправной работы системы от времени необходимо выполнить приведенные ниже действия.

$i := 1..100$



**Рис.4** Зависимость вероятности безотказной работы системы от времени, полученная численным решением системы уравнений Колмогорова.

Полное совпадение рисунков 3 и 4 очевидно!

### 3. Решение задачи методом имитационного моделирования.

Разработка GPSS – программы, реализующей метод последовательного продвижения транзакта через основную и резервные системы (первый способ, описанный выше), не нуждается в дальнейших комментариях. Студенты, знакомые с системой GPSS, могут без затруднений написать и отладить такую программу. Ниже приведена программа, реализующая второй способ (хотя она также крайне проста).

```

RMULT 221
EXPON1 FUNCTION RN1,C24 EXPONENTIAL DISTRIBUTION
0,0/.100,.104/.200,.222/.300,.355/.400,.509/.500,.690/.600,.915/.700,1.200/.
750,1.380/.800,1.600/.840,1.830/.880,2.120/.900,2.300/.920,2.520/.940,2.810/.950
,2.990/.960,3.200/.970,3.500/.980,3.900/
.990,4.600/.995,5.300/.998,6.200/.999,7/1,8
GENERATE,,,3
L1 SPLIT 1,L2
SEIZE COMP
ADVANCE 20,FN$EXPON1
RELEASE COMP
TERMINATE
L2 ADVANCE 500
TRANSFER ,L1

GENERATE,,,1
L3 ADVANCE 60

```

	TEST E F\$COMP,1,L4	
	SEIZE NUMBER	
	RELEASE	NUMBER
L4	ADVANCE	440
	TRANSFER	,L3
	GENERATE	50000000
	TERMINATE	1
	START 1	

Ниже приведена распечатка результатов работы программы.

START TIME	END TIME	BLOCKS	FACILITIES	STORAGES
0.000	50000000.000	17	2	0

NAME	VALUE
COMP	10007.000
EXPON1	10006.000
L1	2.000
L2	7.000
L3	10.000
L4	14.000
NUMBER	10008.000

	LABEL	LOC	BLOCK	TYPE	ENTRY	COUNT	CURRENT	COUNT	RE-TRY
	1		GENERATE	3	0	0			
	L1	2	SPLIT	300003	2	0			
	3		SEIZE	300001	0	0			
	4		ADVANCE	300001	1	0			
	5		RELEASE	300000	0	0			
	6		TERMINATE	300000	0	0			
	L2	7	ADVANCE	300000	0	0			
	8		TRANSFER	300000	0	0			
	9		GENERATE	1	0	0			
	L3	10	ADVANCE	100001	1	0			
	11		TEST	100000	0	0			
	12		SEIZE	42428	0	0			
	13		RELEASE	42428	0	0			
	L4	14	ADVANCE	100000	0	0			
	15		TRANSFER	100000	0	0			
	16		GENERATE	1	0	0			
	17		TERMINATE	1	0	0			

FACILITY ENTRIES UTIL. AVE. TIME AVAIL. OWNER PEND INTER  
RETRY DELAY

COMP 300001 0.120 20.044 1 300004 0 0 0 2

NUMBER 42428 0.000 0.000 1 0 0 0 0 0

CEC XN PRI M1 ASSEM CURRENT NEXT PARAMETER VALUE

300006 0 0.000 1 0 7

300007 0 0.000 4 0 7

300008 0 0.000 6 0 7

FEC XN PRI BDT ASSEM CURRENT NEXT PARAMETER VALUE

300004 0 50000000.375 1 4 5

2 0 50000060.000 2 10 11

300009 0 100000000.000 300009 0 16

Из результатов видно, что через блок TEST прошло 100000 транзактов, т.е. было проведено соответствующее число проверок состояния системы в момент  $T = 60$ .

Из них 42428 закончились успешно (система была работоспособна). Следовательно, вероятность нахождения системы в исправном состоянии в момент  $T=60$  равна 0. 424. Расхождение с теоретическими результатами составляет 0,1 процента.

## Индивидуальные задания на работу №2

Исследовать надежность системы с холодным резервированием всеми перечисленными выше способами со следующими исходными данными:

$n$  – номер варианта;

$\lambda$  – интенсивность отказов [единиц/час];

$s$  – количество устройств в системе (рабочее и резервные)

$t$  – время, при котором определяется вероятность безотказной работы системы.

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\lambda$	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.08	0.08	0.1	0.1	0.1
s	2	3	3	3	4	4	4	3	4	4
t	50	50	40	30	50	40	30	50	50	30

## Требования к оформлению отчета



Отчет должен соответствовать стандарту СТО ИрГТУ. 005-2014  
Оформление текстовых и графических материалов студентами.

### Контрольные вопросы.

1. Что такое «холодное» резервирование системы?
2. Как выглядит граф системы с холодным резервированием?
3. Имеют ли место обратные переходы в графе?
4. Как составляются уравнения Колмогорова для систем с холодным резервированием?
5. Какими методами можно решать уравнения Колмогорова?
6. Почему решение уравнений Колмогорова для установившегося режима для системы с холодным резервированием не имеет смысла?

### Лабораторная работа №3. Анализ надежности работы систем с горячим резервированием.

При горячем резервировании, в отличие от холодного, все элементы системы находятся в рабочем состоянии с момента включения системы в работу. Выход из строя какого-либо элемента не требует дополнительных переключений для ввода резервных, т.к. они подключены с самого начала. Стало быть, не требуются переключающие устройства. В этом состоит преимущество метода. Однако интенсивность выхода из строя элементов при горячем резервировании выше данного показателя для систем с холодным резервированием. Например, в системах с двукратным резервированием интенсивность отказов для систем с горячим резервированием в начальный момент в три раза выше, чем для систем с холодным резервированием. Следовательно, надежность таких систем уменьшается. В дальнейшем, по мере выхода из строя элементов, интенсивность отказов падает и становится равной  $\lambda$ , когда в работе остается один элемент. Данный факт отражен в графе для систем с горячим резервированием.

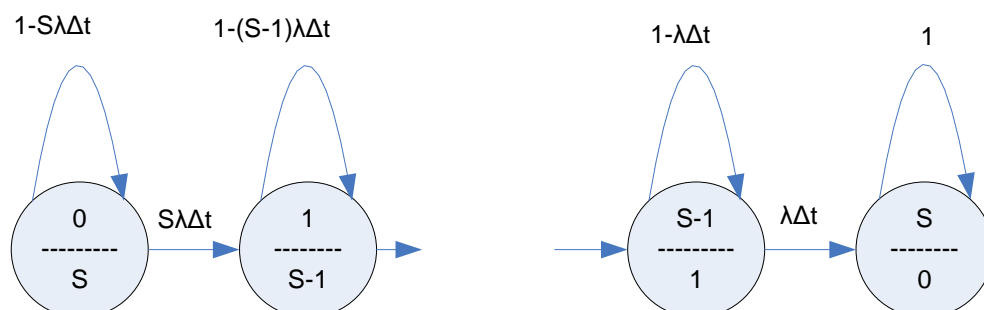


Рис. 5. Граф системы с горячим резервированием.

Для подобной системы Уравнения Колмогорова принимают следующий вид

$$\begin{aligned}
P'_0(t) &= -S\lambda P_0(t) \\
P'_1(t) &= -(S-1)\lambda P_1(t) + S\lambda P_0(t) \\
&\dots\dots\dots \\
P'_n(t) &= -\lambda(S-n)P_n(t) + \lambda[S-(n-1)]P_{n-1}(t) \\
&\dots\dots\dots \\
P'_s(t) &= \lambda P_{s-1}(t)
\end{aligned} \tag{10}$$

Начальные условия определяются таким образом:

$$P_0(0) = 1 ; P_k(0) = 0 \quad k = 1, 2, \dots, S.$$

1. Аналитическое решение для состояния  $P_s(t)$  можно получить с помощью преобразования Лапласа точно так же, как в предыдущей работе.

$$P_s(t) = (1 - e^{-\lambda t})^S. \tag{13}$$

Так как  $P_s(t)$  – вероятность отказов системы, то вероятность безотказной работы найдется как

$$P(t) = 1 - P_s(t) = 1 - (1 - e^{-\lambda t})^S \tag{14}$$

2. Систему дифференциальных уравнений (12) можно решить численными

методами. Решение задачи методом Рунге – Кутты в среде MathCAD описано в предыдущем разделе и не требует специальных пояснений для конкретной задачи.

3. Анализ надежности системы с горячим резервированием методом имитационного моделирования аналогичен рассмотренному в предыдущей работе способу моделирования систем с холодным резервированием. Метод основывается на использовании трех сегментов GPSS – программы. Различие заключается только в том, что при холодном резервировании транзакты последовательно занимали канал обслуживания – *прибор* и покидали его после задержки, равной времени исправной работы. При горячем резервировании транзакты одновременно занимают *многоканальное устройство*. Соответственно изменяется и второй сегмент GPSS – программы: оператором TEST проверяется занятость многоканального устройства. Система считается неисправной, если во время проверки устройство пусто, т.е. все транзакты покинули его.

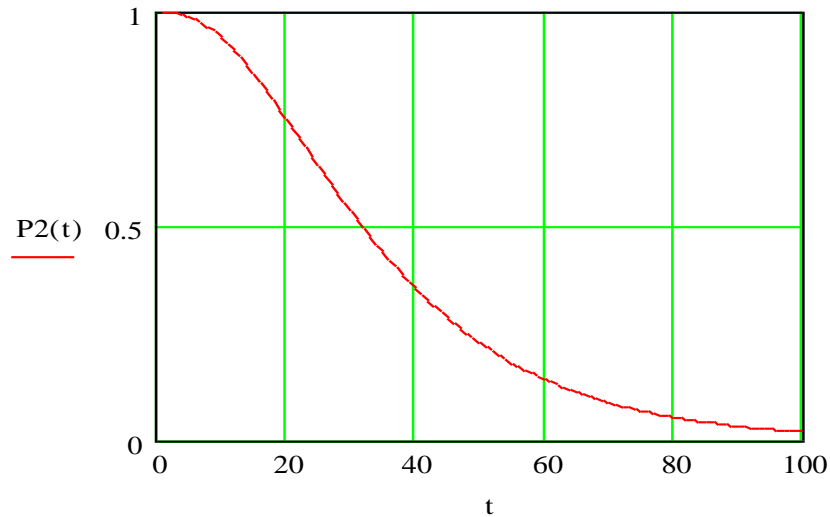
### Пример выполнения лабораторной работы №3

Дана вычислительная система с горячим резервированием. Резервирование двукратное: 1 ЭВМ - рабочая, две – резервные ( $s = 3$ ). Среднее время наработки одной ЭВМ на отказ – 20 часов (интенсивность отказов  $\lambda = 1/t = 0.05$  1\час). Определить вероятность того, что система является работоспо-

собной через 60 часов после включения (в начале работы все ЭВМ исправны).

### 1. Решение задачи в среде MathCAD

График вероятности безотказной работы при горячем резервировании, рассчитанной по формуле (14), представлен на рис. 6.



$$P2(60) = \blacksquare$$

Рис.6 Вероятность безотказной работы системы с горячим резервированием

### 2. Решение задачи численным методом

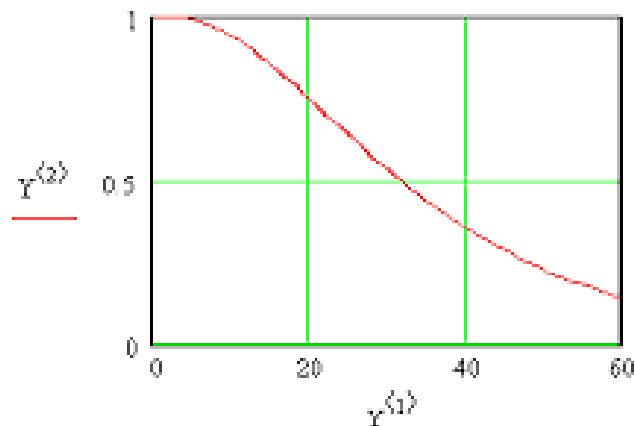
$$1 := 0.05$$

$$P := \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$f(t, P) := \begin{pmatrix} -3 \cdot 1 \cdot P_1 \\ -2 \cdot 1 \cdot P_2 + 3 \cdot 1 \cdot P_1 \\ -1 \cdot P_3 + 2 \cdot 1 \cdot P_2 \\ 1 \cdot P_3 \end{pmatrix}$$

$$P := \text{rkfixed}(P, 0, 60, 60, f)$$

$$Y^{(1)} := P^{(1)} \quad Y^{(2)} := 1 - P^{(5)}$$



**Рис. 7. Вероятность безотказной работы системы с горячим резервированием, рассчитанная методом Рунге – Кутты.**

Совпадение результатов полное (см. рис.6 и 7).

Фрагмент результирующей таблицы (таблицы вероятностей состояний системы) приведен ниже.

	1	2	3	4	5
46	45	$1.171 \cdot 10^{-3}$	0.03	0.253	0.716
47	46	$1.008 \cdot 10^{-3}$	0.027	0.243	0.728
48	47	$8.674 \cdot 10^{-4}$	0.025	0.234	0.74
49	48	$7.466 \cdot 10^{-4}$	0.022	0.225	0.752
50	49	$6.426 \cdot 10^{-4}$	0.02	0.216	0.763
51	50	$5.531 \cdot 10^{-4}$	0.019	0.207	0.773
52	51	$4.761 \cdot 10^{-4}$	0.017	0.199	0.784
53	52	$4.098 \cdot 10^{-4}$	0.015	0.191	0.793
54	53	$3.527 \cdot 10^{-4}$	0.014	0.183	0.803
55	54	$3.036 \cdot 10^{-4}$	0.013	0.175	0.812
56	55	$2.613 \cdot 10^{-4}$	0.011	0.168	0.82
57	56	$2.249 \cdot 10^{-4}$	0.01	0.161	0.828
58	57	$1.936 \cdot 10^{-4}$	$9.457 \cdot 10^{-3}$	0.154	0.836
59	58	$1.666 \cdot 10^{-4}$	$8.583 \cdot 10^{-3}$	0.147	0.844
60	59	$1.434 \cdot 10^{-4}$	$7.788 \cdot 10^{-3}$	0.141	0.851
61	60	$1.234 \cdot 10^{-4}$	$7.066 \cdot 10^{-3}$	0.135	0.858

Расчет по формулам (13) дает значение  $P(60) = 0.142$

Такой же результат получен численным методом:  $P_5$  – вероятность отказа = 0,858

$$1 - P_5 = 0,142$$

### 3. Решение задачи методом имитационного моделирования.

Ниже приведен фрагмент программы, написанной в системе GPSS. Жирным шрифтом выделены операторы, которые изменены по сравнению с программой, рассмотренной в предыдущем задании.

```

RMULT 227
EXPON1 FUNCTION RN1,C24 EXPONENTIAL DISTRIBUTION
0,0/.100,.104/.200,.222/.300,.355/.400,.509/.500,.690/.600,.915/.700,1.200/.750,1.380/.80
0,1.600/
.840,1.830/.880,2.120/.900,2.300/.920,2.520/.940,2.810/.950,2.990/.960,3.200/.970,3.500
/.980,3.900/
.990,4.600/.995,5.300/.998,6.200/.999,7/1,8
COMP STORAGE 3
GENERATE,,,3
L1 SPLIT 1,L2

```

```

ENTER COMP
  ADVANCE 20,FN$EXPON1
  LEAVE    COMP
  TERMINATE
L2  ADVANCE 500
    TRANSFER          ,L1

    GENERATE ,,,1
L3  ADVANCE 60
    TEST E SE$COMP,0,L4
    SEIZE NUMBER
    RELEASE NUMBER
L4  ADVANCE 440
    TRANSFER          ,L3

    GENERATE          50000000
    TERMINATE         1

START    1

```

Результаты моделирования даются в следующем документе

```

START TIME END TIME BLOCKS FACILITIES STORAGES
0.000 500000000.009 17 1 1

```

```

NAME VALUE
COMP 10007.000
EXPON1 10006.000
L1 2.000
L2 7.000
L3 10.000
L4 14.000
NUMBER 10008.000

```

```

LABEL LOC BLOCK TYPE ENTRY COUNT CURRENT COUNT RETRY
1 GENERATE 3 0 0
L1 2 SPLIT 300000 0 0
3 ENTER 300000 0 0
4 ADVANCE 300000 0 0
5 LEAVE 300000 0 0
6 TERMINATE 300000 0 0
L2 7 ADVANCE 300000 3 0
8 TRANSFER 299997 0 0
9 GENERATE 1 0 0
L3 10 ADVANCE 100000 0 0
11 TEST 100000 0 0
12 SEIZE 14205 0 0
13 RELEASE 14205 0 0
L4 14 ADVANCE 100000 1 0
15 TRANSFER 99999 0 0
16 GENERATE 1 0 0

```

17 TERMINATE 1 0 0

FACILITY ENTRIES UTIL. AVE. TIME AVAIL. OWNER PEND INTER RETRY  
DELAY  
NUMBER 14205 0.000 0.000 1 0 0 0 0

STORAGE CAP. REM. MIN. MAX. ENTRIES AVL. AVE.C. UTIL. RETRY DELAY  
COMP 3 3 0 3 300000 1 0.120 0.040 0 0

CEC XN PRI M1 ASSEM CURRENT NEXT PARAMETER VALUE  
2 0 0.000 2 14 15  
300003 0 0.000 4 7 8  
300005 0 0.000 1 7 8  
300004 0 0.000 6 7 8

FEC XN PRI BDT ASSEM CURRENT NEXT PARAMETER VALUE  
300006 0 100000000.009 300006 0 16

Проверка состояния многоканального устройства производилась 100000 раз (транзакты, прошедшие через блок TEST). В рабочем состоянии система оказалась в 14205 случаев (транзакты, прошедшие через фиктивный прибор NUMBER). Таким образом, вероятность исправной работы системы равна 0.142. Погрешность моделирования равна  $5 \cdot 10^{-5}$ .

### Индивидуальные задания на работу №3

Исследовать надежность системы с горячим резервированием всеми перечисленными выше способами со следующими исходными данными:

n – номер варианта;

$\lambda$  – интенсивность отказов [единиц/час];

s – количество устройств в системе (рабочее и резервные)

t – время, при котором определяется вероятность безотказной работы системы.

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\lambda$	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.08	0.08	0.1	0.1	0.1
s	2	3	3	3	4	4	4	3	4	4
t	50	50	40	30	50	40	30	50	50	30

### Требования к оформлению отчета

Отчет должен соответствовать стандарту СТО ИрГТУ. 005-2014  
Оформление текстовых и графических материалов студентами.

### Контрольные вопросы

1. В чем заключаются недостатки метода «горячего» резервирования?
2. Есть ли достоинства у данного метода?
3. Чем отличаются программы имитационного моделирования систем с холодным и горячим резервированием?
4. Каким образом имитируется одновременное включение всех элементов в систему?
5. В чем различие графов систем с холодным и горячим резервированием?
6. Почему при анализе подобных систем не рассматриваются предельные их состояния?

#### Лабораторная работа №4. Анализ надежности работы систем с восстановлением при горячем и холодном резервировании.

В системах с восстановлением вышедшие из строя элементы после ремонта вновь включаются в работу. При этом вводится понятие «интенсивность восстановления -  $\mu$ ». Интенсивность восстановления может быть постоянной величиной (мы будем рассматривать именно такую ситуацию), а может зависеть от того, сколько имеется в наличии вышедших из строя элементов. Отказ системы происходит, если все элементы системы вышли из строя, т.е. находятся в ремонте, хотя в конкретный момент времени ремонтируется только один из них.

1. Рассмотрим, так называемый, «теплый» режим работы. В этом режиме рабочий элемент выходит из строя с интенсивностью  $\lambda$ . Остальные элементы также включены, но работают в «облегченном» режиме, при котором вероятность выхода из строя равна  $\lambda_0$ .

Естественно, что  $\lambda_0 \ll \lambda$ . Целесообразность рассмотрения «теплого» режима связана с тем, что результаты, полученные для этого случая, автоматически обобщаются для двух других, рассмотренных ранее. Достаточно положить  $\lambda_0$  равной нулю, и сразу же получаем формулы для холодного резервирования. При  $\lambda_0 = \lambda$  имеет место горячее резервирование.

Граф подобной системы представлен на рис. 8.

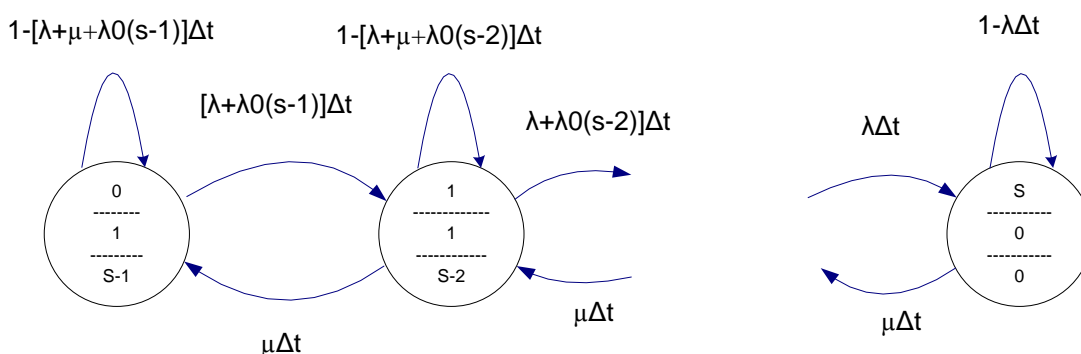


Рис.8 Граф переходов системы с восстановлением при работе в «теплом режиме».

Уравнения Колмогорова для подобной системы записываются таким образом:

$$\begin{aligned}
P'_0(t) &= -[\lambda + \lambda_0(s-1)]P_0(t) + \mu P_1(t) \\
&\dots\dots\dots \\
P'_k(t) &= -[\lambda + \mu + \lambda_0(s-k-1)]P_k(t) + \mu P_{k+1}(t) + [\lambda + \lambda_0(s-k)]P_{k-1}(t) \\
&\dots\dots\dots \\
P'_s(t) &= -\mu P_s(t) + \lambda P_{s-1}(t)
\end{aligned}
\tag{15}$$

Для систем с восстановлением имеет смысл рассмотреть предельные, т.е. установившиеся вероятности состояний системы. В таких состояниях вероятности становятся постоянными величинами, а производные от них равны нулю. Система дифференциальных уравнений (15) переходит в систему алгебраических уравнений

$$\begin{aligned} P_k &= P_0 \prod_{i=1}^k \left[ \frac{\lambda}{\mu} + \frac{\lambda_0}{\mu} (s-1) \right] & 1 \leq k \leq s \\ P_s &= P_0 \prod_{i=1}^s [\rho + (s-1)\rho_0] \end{aligned} \quad (16)$$

где  $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$  и  $\rho_0 = \frac{\lambda_0}{\mu}$ .

С учетом условия нормировки  $\sum_{k=0}^s P_k = 1$  (условие нормировки заменяет одно из уравнений системы (16), т.к. эта система линейно зависимых уравнений) получаем окончательные формулы для анализа надежности систем с восстановлением, работающих в облегченном режиме [2]:

$$P_0 = 1 / \left\{ 1 + \sum_{k=1}^s \prod_{i=1}^k [\rho + (s-1)\rho_0] \right\}. \quad (17)$$

$$P_s = \prod_{i=1}^s [\rho + (s-i)\rho_0] / \left\{ 1 + \sum_{k=1}^s \prod_{i=1}^k [\rho + (s-i)\rho_0] \right\}. \quad (18)$$

Коэффициент готовности, равный вероятности безотказной работы, для систем с *облегченным режимом* равен

$$k_{zom} = 1 - P_s = 1 - \prod[\rho + (s-1)\rho_0] / \left\{ 1 + \sum_{k=1}^s \prod_{i=1}^k \rho + (s-1)\rho_0 \right\}. \quad (19)$$

Для систем с холодным резервированием  $\lambda_0 = 0$  и. стало быть  $\rho_0 = 0$  ,  
получаем

$$k_{zom} = (1 - \rho^s) / (1 - \rho^{s+1}) \quad (20)$$



Для систем с горячим резервированием  $\lambda_0 = \lambda$  получаем

$$k_{\text{com}} = 1 - \frac{\prod_{i=1}^s (s-i+1)r}{\sum_{k=1}^s \prod_{i=1}^k (s-i+1)r} \quad (21)$$

Формулы (20) и (21) являются расчетными для анализа установившихся режимов в системах с восстановлением.

2. Анализ надежности системы с горячим и холодным резервированием методом имитационного моделирования во многом аналогичен методам, рассмотренным в предыдущей работе. Разница состоит в том, что в нашем случае транзакт, выйдя из канала обслуживания (из многоканального устройства), не покидает систему, а направляется в ремонт. Если прибор, имитирующий механика по ремонту, занят, транзакт становится в очередь. Задержавшись в этом приборе на время ремонта, транзакт блоком TRANSFER вновь возвращается в работу. Второй сегмент GPSS – программы полностью идентичен такому же в ранее рассмотренной программе. Различие состоит только в том, что для получения результатов моделирования необходимо проверку состояния прибора (многоканального устройства) производить через весьма большой интервал времени, когда режим работы системы можно считать установившимся.

#### Пример выполнения лабораторной работы №4

1. Дана вычислительная система с горячим резервированием. Резервирование двукратное: 1 ЭВМ - рабочая, две – резервные ( $s = 3$ ). Среднее время наработки одной ЭВМ на отказ – 20 часов (интенсивность отказов  $\lambda = 1/t = 0.05$  1/час). Интенсивность восстановления  $\mu$  равно 0.1 1/час.

Определить вероятность того, что система является работоспособной (в начале работы все ЭВМ исправны). Решение получить в установившемся режиме (расчет с помощью аналитического решения и методом имитационного моделирования) и в переходном режиме, решая численным методом систему дифференциальных уравнений.

##### 1.1 Решение задачи в среде MathCAD

Коэффициент готовности системы с горячим резервированием и с восстановлением вышедших из строя элементов вычисляем по формулам (22). Ниже приведен фрагмент

MATHCAD – программы:

$$r := \frac{1}{m}$$

$$k := 1 - \frac{\prod_{i=1}^s (s - i + 1) \cdot r}{1 + \sum_{k=1}^s \prod_{i=1}^k (s - i + 1) \cdot r}$$

$$k = \blacksquare$$

Таким образом, вероятность безотказной работы системы (коэффициент готовности) в установившемся режиме равна 0,842.

Решение системы уравнений Колмогорова (15) методом Рунге – Кутты дается в следующем фрагменте:

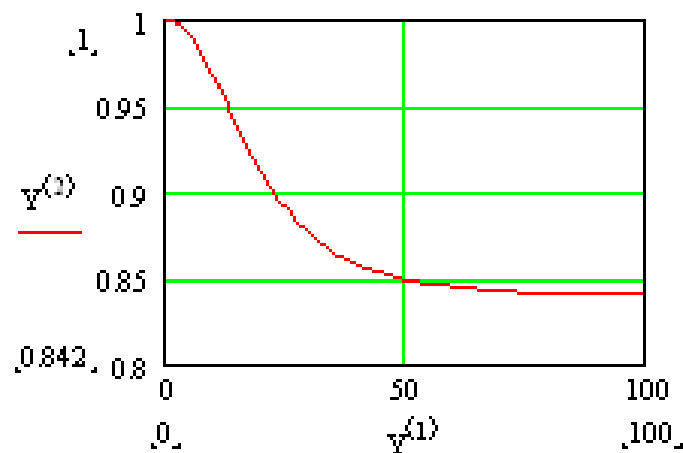
$$m := 0.1 \quad l := 0.05$$

$$P := \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad f(t, P) := \begin{pmatrix} -3 \cdot l \cdot P_1 + m \cdot P_2 \\ -2 \cdot l \cdot P_2 + 3 \cdot l \cdot P_1 + m \cdot P_3 - m \cdot P_2 \\ -l \cdot P_3 + 2 \cdot l \cdot P_2 + m \cdot P_4 - m \cdot P_3 \\ -m \cdot P_4 + l \cdot P_3 \end{pmatrix}$$

$$P := \text{rkfixed}(P, 0, 100, 50, f)$$

P –		1	2	3	4	5	$Y^{(2)}$ –		1
	36	70	0.212	0.317	0.315	0.156		36	0.844
	37	72	0.212	0.317	0.315	0.156		37	0.844
	38	74	0.212	0.317	0.315	0.157		38	0.843
	39	76	0.211	0.316	0.315	0.157		39	0.843
	40	78	0.211	0.316	0.315	0.157		40	0.843
	41	80	0.211	0.316	0.315	0.157		41	0.843
	42	82	0.211	0.316	0.315	0.157		42	0.843
	43	84	0.211	0.316	0.315	0.157		43	0.843
	44	86	0.211	0.316	0.316	0.157		44	0.843
	45	88	0.211	0.316	0.316	0.157		45	0.843
	46	90	0.211	0.316	0.316	0.158		46	0.842
	47	92	0.211	0.316	0.316	0.158		47	0.842
	48	94	0.211	0.316	0.316	0.158		48	0.842
	49	96	0.211	0.316	0.316	0.158		49	0.842
	50	98	0.211	0.316	0.316	0.158		50	0.842
	51	100	0.211	0.316	0.316	0.158		51	0.842

$$Y^{(1)} := P^{(1)} \quad Y^{(2)} := 1 - P^{(2)}$$



**Рис. 9. Вероятность исправной работы системы с горячим резервированием (и с восстановлением вышедших из строя элементов) как функция времени.**

Результаты этих решений полностью совпадают.

## 1.2. Решение задачи методом имитационного моделирования.

Ниже приведены текст GPSS – программы и результаты ее работы.

RMULT 223

EXPON1 FUNCTION RN1,C24 EXPONENTIAL DISTRIBUTION

0,0/.100, .104/.200, .222/.300, .355/.400, .509/.500, .690/.600, .915/.700, 1.200/.750, 1.380/.80  
0,1.600/

.840,1.830/.880,2.120/.900,2.300/.920,2.520/.940,2.810/.950,2.990/.960,3.200/.970,3.500  
 /.980,3.900/  
 .990,4.600/.995,5.300/.998,6.200/.999,7/1,8

```

      COMP      STORAGE      3
      GENERATE ,,,3
L1 ENTER COMP
      ADVANCE 20,FN$EXPON1
      LEAVE     COMP
      QUEUE     LINE
      SEIZE     remont
      DEPART    LINE
      ADVANCE 10,FN$EXPON1
      RELEASE   remont
      TRANSFER                      ,L1

      GENERATE 100
      TEST E SE$COMP,0,L2
      SEIZE NUMBER
      RELEASE NUMBER
L2  TERMINATE                      1

      START      1000

```

START TIME END TIME BLOCKS FACILITIES STORAGES  
 0.000 100000.000 15 2 1

NAME VALUE  
 COMP 10007.000  
 EXPON1 10006.000  
 L1 2.000  
 L2 15.000  
 LINE 10008.000  
 NUMBER 10010.000  
 REMONT 10009.000

LABEL LOC BLOCK TYPE ENTRY COUNT CURRENT COUNT RETRY  
 1 GENERATE 3 0 0  
 L1 2 ENTER 7852 0 0  
 3 ADVANCE 7852 2 0  
 4 LEAVE 7850 0 0  
 5 QUEUE 7850 0 0  
 6 SEIZE 7850 0 0  
 7 DEPART 7850 0 0  
 8 ADVANCE 7850 1 0  
 9 RELEASE 7849 0 0  
 10 TRANSFER 7849 0 0  
 11 GENERATE 1000 0 0  
 12 TEST 1000 0 0  
 13 SEIZE 846 0 0  
 14 RELEASE 846 0 0  
 L2 15 TERMINATE 1000 0 0

FACILITY ENTRIES UTIL. AVE. TIME AVAIL. OWNER PEND INTER RETRY  
DELAY

REMONT 7850 0.788 10.043 1 4 0 0 0  
NUMBER 846 0.000 0.000 1 0 0 0 0

QUEUE MAX CONT. ENTRY ENTRY(0) AVE.CONT. AVE.TIME AVE.(-0) RETRY  
LINE 2 0 7850 3109 0.636 8.104 13.419 0

STORAGE CAP. REM. MIN. MAX. ENTRIES AVL. AVE.C. UTIL. RETRY DELAY  
COMP 3 1 0 3 7852 1 1.575 0.525 0 0

FEC XN PRI BDT ASSEM CURRENT NEXT PARAMETER VALUE

4 0 100006.349 4 8 9  
1 0 100040.889 1 3 4  
1004 0 100100.000 1004 0 11  
3 0 100109.907 3 3 4

Из 1000 проверок (транзакты, прошедшие через блок TEST) 846 закончили успешно. Вероятность исправной работы - 0.846. Расхождение результатов с аналитическим решением равно 0.4 процента! Очень высокая точность, которую можно еще повысить, увеличивая время моделирования.

2 Дана та же самая система, что и в пункте 1.1, только резервирование – холодное.

2.1 Решение задачи в среде MathCAD

Фрагмент MATHCAD – программы:

$$l := 0.05 \quad s := 3 \quad r := \frac{1}{m} \quad m := 0.1$$

$$khol := \frac{(1 - r^s)}{1 - r^{s+1}}$$

$$khol = 0.933$$

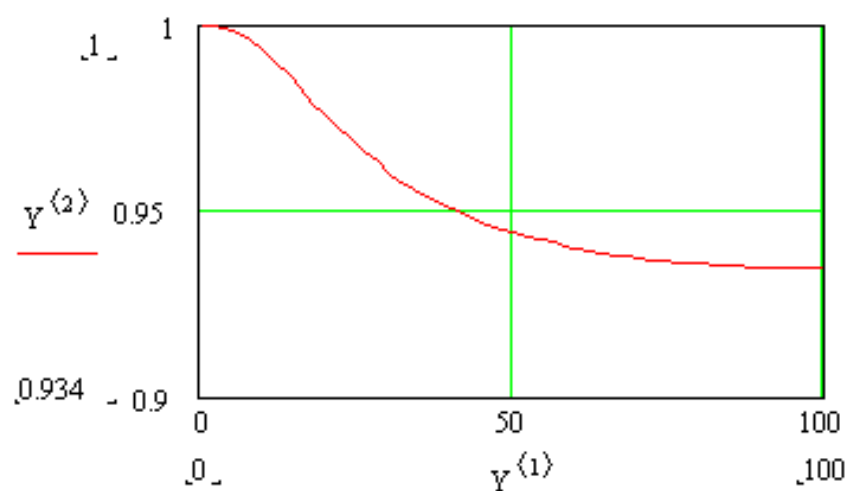
$$m := 0.1 \quad l := 0.05$$

$$P := \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad f(t, P) := \begin{pmatrix} -l \cdot P_1 + m \cdot P_2 \\ -l \cdot P_2 + l \cdot P_1 + m \cdot P_3 - m \cdot P_2 \\ -l \cdot P_3 + l \cdot P_2 + m \cdot P_4 - m \cdot P_3 \\ -m \cdot P_4 + l \cdot P_3 \end{pmatrix}$$

$P := \text{rkfixed}(P, 0, 100, 50, f)$

	1	2	3	4	5		1
36	70	0.541	0.267	0.13	0.063	$y^{(2)}$	0.937
37	72	0.54	0.267	0.13	0.063		0.937
38	74	0.54	0.267	0.13	0.064		0.936
39	76	0.539	0.267	0.131	0.064		0.936
40	78	0.538	0.267	0.131	0.064		0.936
41	80	0.538	0.267	0.131	0.064		0.936
42	82	0.537	0.267	0.131	0.065		0.935
43	84	0.537	0.267	0.131	0.065		0.935
44	86	0.537	0.267	0.132	0.065		0.935
45	88	0.536	0.267	0.132	0.065		0.935
46	90	0.536	0.267	0.132	0.065		0.935
47	92	0.536	0.267	0.132	0.065		0.935
48	94	0.536	0.267	0.132	0.066		0.934
49	96	0.535	0.267	0.132	0.066		0.934
50	98	0.535	0.267	0.132	0.066		0.934
51	100	0.535	0.267	0.132	0.066		0.934

$y^{(1)} := P^{(1)} \quad y^{(2)} := 1 - P^{(5)}$



**Рис. 10. Вероятность исправной работы системы с холодным резервированием (и с восстановлением вышедших из строя элементов) как функция времени.**

2.2 Решение задачи методом имитационного моделирования.  
(текст GPSS – программы и результаты ее работы)

RMULT 223

EXPON1 FUNCTION RN1,C24 EXPONENTIAL DISTRIBUTION  
 0,0/.100,.104/.200,.222/.300,.355/.400,.509/.500,.690/.600,.915/.700,1.200/.750,1.380/.80  
 0,1.600/  
 .840,1.830/.880,2.120/.900,2.300/.920,2.520/.940,2.810/.950,2.990/.960,3.200/.970,3.500  
 /.980,3.900/  
 .990,4.600/.995,5.300/.998,6.200/.999,7/1,8

GENERATE,,,3  
 L1 SEIZE COMP  
 ADVANCE 20,FN\$EXPON1  
 RELEASE COMP  
 QUEUE LINE  
 SEIZE remont  
 DEPART LINE  
 ADVANCE 10,FN\$EXPON1  
 RELEASE remont  
 TRANSFER ,L1

GENERATE 100  
 TEST E F\$COMP,1,L2  
 SEIZE NUMBER  
 RELEASE NUMBER  
 L2 TERMINATE 1

START 1000

START TIME END TIME BLOCKS FACILITIES STORAGES  
 0.000 100000.000 15 3 0

NAME VALUE  
 COMP 10007.000  
 EXPON1 10006.000  
 L1 2.000  
 L2 15.000  
 LINE 10008.000  
 NUMBER 10010.000  
 REMONT 10009.000

LABEL LOC BLOCK TYPE ENTRY COUNT CURRENT COUNT RETRY  
 1 GENERATE 3 0 0  
 L1 2 SEIZE 4590 0 0  
 3 ADVANCE 4590 1 0  
 4 RELEASE 4589 0 0  
 5 QUEUE 4589 1 0  
 6 SEIZE 4588 0 0  
 7 DEPART 4588 0 0  
 8 ADVANCE 4588 1 0  
 9 RELEASE 4587 0 0  
 10 TRANSFER 4587 0 0  
 11 GENERATE 1000 0 0  
 12 TEST **1000** 0 0  
 13 SEIZE 931 0 0

14 RELEASE 931 0 0  
L2 15 TERMINATE 1000 0 0

FACILITY ENTRIES UTIL. AVE. TIME AVAIL. OWNER PEND INTER RETRY  
DELAY

COMP 4590 0.938 20.427 1 4 0 0 0  
REMONT 4588 0.461 10.041 1 1 0 0 0  
NUMBER **931** 0.000 0.000 1 0 0 0 0

QUEUE MAX CONT. ENTRY ENTRY(0) AVE.CONT. AVE.TIME AVE.(-0) RETRY  
LINE 2 1 4589 2695 0.252 5.489 13.299 0

FEC XN PRI BDT ASSEM CURRENT NEXT PARAMETER VALUE

4 0 100010.314 4 3 4  
1 0 100030.170 1 8 9  
1004 0 100100.000 1004 0 11

Вероятность исправной работы системы (коэффициент готовности)  
равна 0.931!

### Индивидуальные задания на работу №4

Исследовать надежность системы с восстановлением с горячим и холодным резервированием всеми перечисленными выше способами со следующими исходными данными:

$n$  – номер варианта;

$\lambda$  – интенсивность отказов [единиц/час];

$s$  – количество устройств в системе (рабочее и резервные)

$\mu$  – интенсивность восстановления [единиц/час].

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\lambda$	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.08	0.08	0.1	0.1	0.1
$s$	2	3	3	3	4	4	4	3	4	4
$\mu$	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.05	0.06	0.07	0.08

### Требования к оформлению отчета

Отчет должен соответствовать стандарту СТО ИрГТУ. 005-2014  
Оформление текстовых и графических материалов студентами.

### Контрольные вопросы

1. В чем заключается сущность метода восстановления?
2. Есть ли достоинства у данного метода?



3. Чем отличаются программы имитационного моделирования систем с восстановлением от систем без восстановления?
4. Можно ли для анализа систем с восстановлением использовать уравнения Колмогорова?
5. Чему будет равна вероятность исправной работы системы в установившемся режиме, если интенсивность выхода элементов из строя  $\lambda$  будет превышать интенсивность восстановления  $\mu$ ?

### Библиографический список

1. Вентцель Е.С. Теория случайных процессов и ее инженерные приложения / Е.С. Вентцель, А.А. Овчаров. – М. : Высш. Шк., 2007. – 480 с.
2. Шрайбер Т.Дж. Моделирование на GPSS / Т.Дж. Шрайбер. – М. : Машиностроение, 1980. – 592 с.
3. Хетагуров Я.А. Надежность автоматизированных систем управления / Я.А. Хетагурова. – М. : Высшая школа, 1979. – 287 с.
4. Плис А.И. Mathcad 2000: математический практикум / А.И. Плис, Н.А. Сливина. – М. : Финансы и статистика, 2000. – 656 с.
5. Хрусталеv Ю.П. Моделирование систем массового обслуживания : учеб. пособие для специальностей "Информ. системы в машиностроении" ... / Ю. П.Хрусталеv. - Иркутск : Изд-во ИрГТУ, 2007. - 116 с.
6. СТО ИрГТУ. 005-2014. Оформление текстового и графического материала студентами.

Учебное издание

# **Применение дискретного моделирования для изучения процесса формирования поводок мало жестких деталей**

Методические указания

Составители:  
Хрусталеv Юрий Петрович,  
Барахтенко Евгений Алексеевич