

如何理解神经网络——信息量、压缩与智能

目录

1 从函数拟合开始	1
1.1 最简单的规律——简单线性回归	1

1 从函数拟合开始

1.1 最简单的规律——简单线性回归

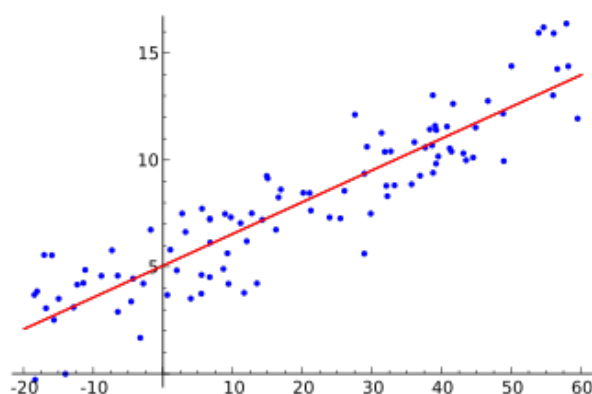


图 1 简单线性回归

图源: [Wikipedia](#)

虽然 Linear Regression 线性回归 的名字叫做 Regression 回归，但是事实上我更喜欢叫做 Linear Fitting 线性拟合。它的目的是找到一条直线尽可能“贴近”数据点。在这一基础上，我们可以发现数据之间的规律，从而做出一些预测。不过这里有几个问题：

- 为什么要用直线？为什么不用曲线？
- 为什么要用直线拟合数据点？这有什么用？
- “贴近”数据点的标准是什么？为什么要选择这个标准？

我认为用直线的原因无非两点：一是直线 $y = kx + b$ 简单且意义明确，又能处理不少的问题。几何上直线作为基本对象，尺子就能画出；代数上只需要加减乘除，一次函数我们也很早就学过了。而它的思想一路贯穿到了微积分的导数并延伸到了线性代数。二是许多曲线的回归可以转为线性回归（见后文）。

例如指数型的 $y = ke^{\alpha x}$ 取对数变为 $z = \alpha x + \ln k$ ，又如分式型的 $y = (\alpha x + \beta)^{-1}$ 取倒数转化为 $z = \alpha x + \beta$ ，从而归结为线性拟合。因此带着线性拟合经验再去考虑曲线会更轻松。

至于其意义：一是找到数据的规律，二是做出预测。拟合的系数可以用于测算数据之间的关系，斜率 k 表明输出对输入的敏感程度。一个经典例子是广告投放的 ^{Marginal Benefit} 边际效益¹，在一定范围内拟合收益与投入的关系，可以估算当前的边际效益，从而决定是否继续投放。而物理上，比值定义法定义的各种物理量，如电阻、电容等，最常用的测算方式都是线性拟合。例如测量电源输出的若干组电压和电流数据，并拟合出直线，斜率的绝对值是电源的内阻，同时截距顺带给出了电源的电动势，这样测得的数据就可以用于预测电源的输出情况。对我们所处的世界有定量的认识是科学的基础。可测量的数据和数学模型来描述、解释和预测自然现象是科学的基本方法，也是拟合的根本目的。

推荐阅读

如果你想

¹边际效益：经济学概念，每增加单位投入，产出会增加多少单位