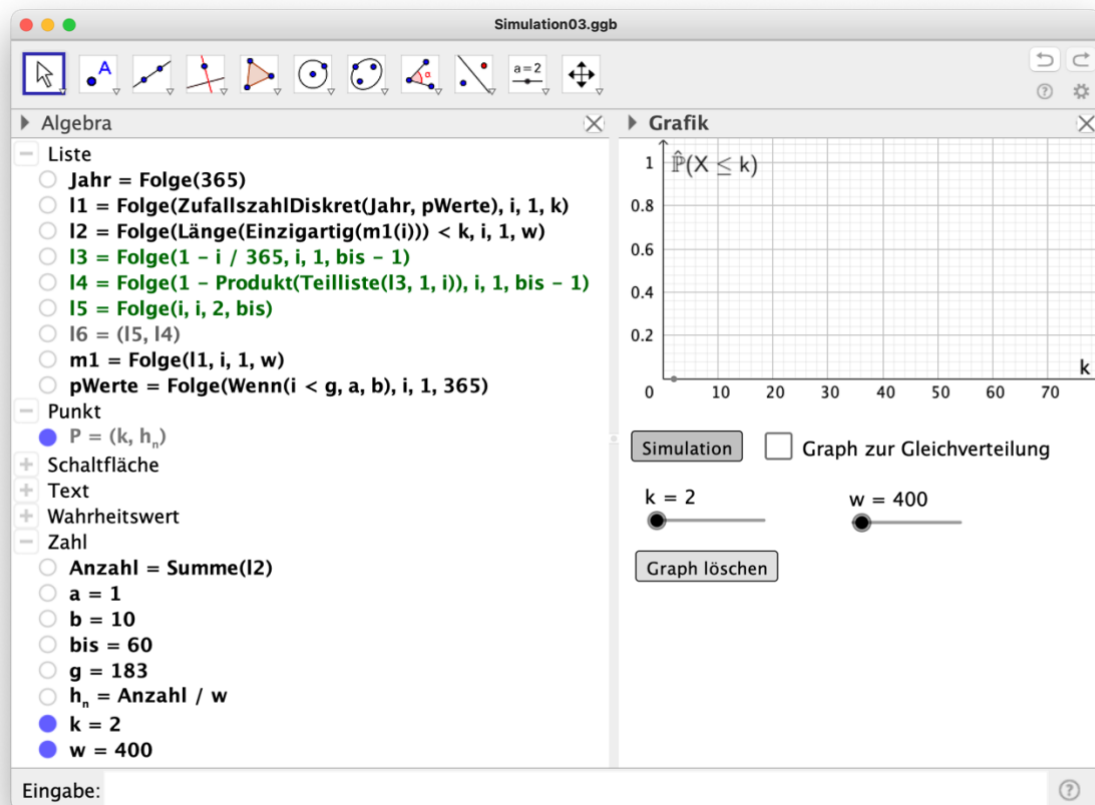


## Umsetzung des Geburtstagsproblems – mit und ohne Gleichverteilung



Mit der GeoGebra-Datei *Simulation03.ggb* kann untersucht werden, wie sich ein Abweichen von der Gleichverteilung auf die zugehörige Wahrscheinlichkeit auswirkt, dass unter  $k$  zufällig ausgesuchten Personen mindestens zwei Personen am gleichen Tag Geburtstag haben. Mithilfe des Schiebereglers  $k$  kann die Anzahl an Personen verändert werden, mit dem Schieberegler  $w$  die Anzahl an Simulationen. Die beiden Variablen  $a$  und  $b$  steuern die Wahrscheinlichkeiten der einzelnen Tage. Der Wert von  $g$  bestimmt die Grenze.

Bsp.:  $a = 1$ ;  $b = 10$ ;  $g = 183$  bedeutet: Alle Tage ab dem 183. Tag haben eine 10-mal so große Wahrscheinlichkeit gezogen zu werden wie die ersten 182 Tage.

Wenn  $k$  schrittweise erhöht wird, entsteht ein Graph, der als Näherung für die Wahrscheinlichkeitsverteilung zu  $P(X \leq k)$  angesehen werden kann. Der Graph zur Gleichverteilung ist exakt. Es kann (experimentell) entdeckt werden, dass alle Graphen oberhalb dieses Graphen liegen, wenn von der Gleichverteilungsannahme abgewichen wird.

Wenn der Wert für  $k$  konstant gehalten wird, können durch Drücken der Schaltfläche *Simulation* mehrere Schätzwerte erzeugt werden. Die Schwankungen können somit verdeutlicht werden, sogar das  $1/\sqrt{n}$  – Gesetz.

## Erläuterungen zur Datei

Befehl	Erläuterungen
Jahr=Folge(365)	Die Liste <i>Jahr</i> besteht aus den ersten 365 Zahlen.
pWerte=Folge(Wenn(i<g,a,b),i,1,365)	In der Liste <i>pWerte</i> werden die Gewichtungen der Wahrscheinlichkeiten erzeugt.
l1=Folge(ZufallszahlDiskret(Jahr,pWerte),i,1,k)	Aus der Liste <i>Jahr</i> wird zufällig ein Element gezogen. Die zugehörigen Gewichtungen der zugehörigen Wahrscheinlichkeiten befinden sich in der Liste <i>pWerte</i> . Mit dem Befehl <i>Folge</i> wird der Zufallsversuch k-mal wiederholt.
Länge(Einzigartig(<Liste>) < k	Der Befehl <i>Einzigartig(&lt;Liste&gt;)</i> entfernt aus einer Liste alle vorhandenen Dopplungen. Mit dem Befehl <i>Länge</i> wird die Anzahl der Elemente einer Liste bestimmt. <i>Länge(Einzigartig(&lt;Liste&gt;)) &lt; k</i> ergibt True (1), falls die Länge der neuen Liste kleiner als k ist, sonst False (0). Hiermit kann also untersucht werden, ob eine Liste mindestens eine Dopplung aufweist.
m1=Folge(l1,i,1,w)	Es wird w-mal eine Folge von k Zufallszahlen erzeugt und in einer Matrix m1 gespeichert. Hiermit werden w Zufallsversuche simuliert.
l2= Folge(Länge(Einzigartig(m1(i)) < k),i,1,w)	Die Liste l2 besteht aus w-Elementen (0 oder 1), wobei die Anzahl an Einsen die Anzahl an mindestens einer Dopplung ist.
Anzahl=Summe(l2)	In der Variablen <i>Anzahl</i> ist die Summe der Liste l2 gespeichert, also die Anzahl an mindestens einer Dopplung bei w-Zufallsversuchen. <i>Anzahl/w</i> liefert dann einen Schätzwert für die gesuchte Wahrscheinlichkeit, bei einer Gruppe von k Personen mindestens zwei Personen zu finden, die am gleichen Tag Geburtstag haben.
Schaltfläche <i>Simulation</i>	Unter der Eigenschaft Skripting (GeoGebra Skript) steht der Befehl <i>AktualisiereKonstruktion[]</i> Damit wird eine Neuberechnung durchgeführt, also auch eine neue Simulation.
Schaltfläche <i>Graph löschen</i>	Unter der Eigenschaft Skripting (GeoGebra Skript) stehen die beiden Befehle <i>ZoomIn[1.1,(0,0)]</i> <i>ZoomIn[1,(0,0)]</i>  Dadurch werden alle Spuren – hier die Punkte des Näherungsgraphen – gelöscht. Es können auch anderer Werte als 1.1 benutzt werden. Hiermit wird erreicht, dass das Grafikfenster sich kurzfristig verändert. Das Löschen von Spurpunkten gelingt auch, wenn das nur Koordinatensystem etwas bewegt wird.

Mit den Listen l3 bis l6 wird für jedes k die Wahrscheinlichkeit

$$P(X \leq k) = \frac{365 \cdot \dots \cdot (365 - k + 1)}{365^k} = 1 - \prod_{i=1}^{k-1} \left(1 - \frac{i}{365}\right)$$

berechnet und anschließend der zugehörige Graph gezeichnet.