95% - Prognoseintervalle

Von der Grundgesamtheit zur Stichprobe

p gegeben ; h: Ergebnis (Realisation) einer Zufallsvariablen

$$95\%\text{-PI}: \left[p - 1{,}96\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \,;\, p + 1{,}96\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \right]$$

Interpretation:

1. Das Stichprobenergebnis h liegt mit 95%-iger Wahrscheinlichkeit im 95%-PI.
2. Werden viele Stichproben (n immer gleich) durchgeführt, so erwartet man in ca. 95% aller Fälle, dass h im PI liegt. Nur ca. 5% aller Werte für h liegen dann außerhalb.

Bsp:

Bei der Landtagswahl 2017 in NDS hat die SPD 36,9% aller Stimmen erhalten. Es soll nach der Wahl eine (Zufalls)-Stichprobe ($n = 400$) unter den Personen durchgeführt werden, die gewählt haben. Ermitteln Sie das zugehörige 95%-PI.

Lösung: 95%-PI: [0,3001... ; 0,41735...]

mögliche Interpretation:

Die W'keit, dass das Stichprobenergebnis im 95%-PI liegt, beträgt 95%.

95% - Vertrauensintervalle

Von der Stichprobe zur Grundgesamtheit

p unbekannt - aber nicht das Ergebnis einer „fest" Zufallsvariablen

Die Grenzen des 95%-VI sind die Ergebnisse einer Zufallsvariablen.

Kurz: Die Intervallgrenzen sind zufällig, p ist „nur" unbekannt, aber nicht zufällig.

Beachten Sie: Ein PI hat „feste" Intervallgrenzen.

Definition eines 95%-VI:

Alle p-Werte gehören zum 95%-VI, die das Stichprobenergebnis h im 95%-PI haben.

Interpretation:

1. Der unbekannte Wert für p wird mit 95%-W'keit vom 95%-VI „überdeckt".
2. Würde man viele 95%-VI ermitteln, dann würde man in ca. 95% aller Fälle erwarten, dass p vom 95%-VI „überdeckt" wird.

Bsp:

Vor der Landtagswahl 2017 in NDS wird eine (Zufalls)-Stichprobe ($n = 400$) erhoben. Hierbei geben 139 Personen an, die SPD zu wählen. Ermitteln Sie das zugehörige 95%-VI.

Lösung: 95%-VI (WILSON): [0,3024... ; 0,39541...]

mögl. Interpretation: Der unbekannte Anteil p wird mit 95%-W'keit vom VI überdeckt. Mehr kann man nicht sagen!