Ein kleiner Blick auf Konfidenzintervalle in niedersächsischen Abituraufgaben[1]

1 Einleitung

In Niedersachsen gehört das Testen von Hypothesen im Zentralabitur seit 2011 der Vergangenheit an. Stattdessen werden Aufgaben zu Konfidenzintervallen gestellt. Lehrkräfte und Lernende haben diesen Umstieg überwiegend positiv aufgenommen. Entscheidend für diesen Erfolg waren die umfangreichen und frühzeitig durchgeführten Fortbildungen. Hierbei ging es im Wesentlichen um inhaltliche Fragestellungen wie zentrale Einstiege, Rechnereinsatz, Aufgaben zum Entdecken, Üben, Festigen und Vertiefen (vgl. RIEMER/VEHLING [2020] in diesem Heft) sowie um die Planung konkreter Unterrichtseinheiten.
Im Folgenden geht es nicht darum, die gestellten Abituraufgaben einer kritischen Analyse zu unterziehen. Wir beschränken uns auf einen kommentierenden Überblick über die bisher verwendeten Aufgabentypen.
Die Aufgaben werden nach einer gewissen Zeit den Lehrkräften zur Verfügung gestellt, aber nicht veröffentlicht. Deshalb werden in diesem Artikel auch keine Originalaufgaben verwendet. Wegen der austauschbaren Kontexte muss das aber kein Nachteil sein. Natürlich sind die viel geschmähten „BlaBla“-Aufgaben kein Alleinstellungsmerkmal von Signifikanztests, es gibt sie (nicht nur) im Abitur selbstverständlich auch bei Konfidenzintervallen: Tatsächlich müssen bei Berechnungsaufgaben oft nur die Stellen gesucht werden, an denen die Informationen zum Stichprobenumfang, zum Stichprobenprobenergebnis sowie zur Sicherheitswahrscheinlichkeit stehen. Werden diese drei Werte dann in den Rechner eingegeben, ist man fertig. Aufgaben dieses Formats sind – bei einer gewissen kritischen Distanz – als Routineaufgaben zur Überprüfung von Fertigkeiten durchaus sinnvoll, aber es darf nicht dabei bleiben. Es muss auch Aufgaben geben, die das Verständnis von Zusammenhängen überprüfen. Wie im Folgenden dargelegt, geschah dies in Niedersachen bisher u. a. durch folgende Aufgabentypen

1. Berechnen eines Konfidenzintervalls
   a) ohne Interpretation
   b) mit Interpretation (Entscheidung treffen; Vermutung beurteilen)
2. zwei Stichprobenergebnisse zu einem Konfidenzintervall zusammenführen
3. Umkehraufgaben: linke oder rechte Grenze ermitteln
4. Zuordnungen mit Begründungen vornehmen
   a) mehrere Konfidenzellipsen
   b) verschiedene, je n-mal dargestellte Konfidenzintervalle
   c) verschiedene, je n-mal dargestellte Häufigkeitsverteilungen der linken oder rechten Grenzen von Konfidenzintervallen
5. Unterschiede zwischen Prognose- und Konfidenzintervallen reflektieren und erläutern
6. Vernetzung von Binomialverteilungen mit Konfidenzintervallen.

Aufgaben zur Ermittlung eines erforderlichen Stichprobenumfangs wurden bisher nicht gestellt. Da unterschiedliche Berechnungsmethoden und Darstellungen existieren (vgl. HENZE [2020] in diesem Heft), werfen wir vorab einen Blick auf zentrale unterrichtsrelevante Aspekte. Dabei beschränken wir uns auf die Sicherheitswahrscheinlichkeit 95 %, also auf die 1,96σ-Intervalle. Und

[1] erschienen in MU4-2020: Schickt die statistische Signifikanz in den Ruhestand!

wir gehen ein auf den Unterschied zwischen dem zufälligen Intervall als Bereichsschätzverfahren und deren Realisationen, also konkreten zufallsabhängigen Intervallen. Tatsächlich wird in allen Schulbüchern und auch in den Aufgaben zum Zentralabitur eine Realisation mit dem Begriff Konfidenzintervall gleichgesetzt. In meinem Unterricht wird der Unterschied thematisiert.

2 Ein Blick in meinen Unterricht

Die Berechnung eines Konfidenzintervalls ist einfach, viel schwieriger ist es in der Schule, einen Lernweg so zu gestalten, dass ein Verständnis vom Prinzip des Schätzens aufgebaut wird. Leider ist die Interpretation des per Knopfdruck erstellten Ergebnisses alles andere als einfach. Die Lehrperson sollte den zentralen Unterschied zwischen einem Konfidenzintervall als Bereichs-Schätzverfahren und den konkreten Konfidenzintervallen (Realisierungen) kennen (vgl. HENZE [2020] in diesem Heft). In Niedersachsen hat sich ein Zweischritt etabliert: Zuerst die Berechnung der Intervalle und dann mithilfe von Simulationen die Interpretation der Sicherheitswahrscheinlichkeit. Wenn hier keine klare Trennung vorgenommen wird, können Lernende nicht verstehen, warum die Aussage „*p wird mit 95 %-iger Wahrscheinlichkeit in dem berechneten Intervall liegen*" falsch ist: Nur die Grenzen des zufälligen Intervalls sind Zufallsgrößen, nicht p. Entweder ist der unbekannte Anteil p im Intervall enthalten oder nicht. Von einer Wahrscheinlichkeit zu sprechen, mit der p im Intervall liegt, ergibt somit keinen Sinn. In der Schule wird die Zufälligkeit des konkreten Konfidenzintervalls durch Simulationen erlebbar: Zu einem (in der Realität unbekannten, in der Simulation aber festlegbaren) p werden z. B. 100 Konfidenzintervalle durch eine Simulation erzeugt. Dann wird die Anzahl der Intervalle gezählt, die p überdecken. So führt z. B. die Sprechweise „*ca.* 95 % *aller so konstruierten Intervalle überdecken p*" zu einer sinnvollen Interpretation. Eine weitere wichtige Reduktion stellt der Begriff des Prognoseintervalls dar. Eigentlich handelt es sich um eine hochwahrscheinliche Menge: Hier ist die Approximation der Binomialverteilung durch die Normalverteilung enthalten. Weiterhin bieten Prognoseintervalle die Möglichkeit, handlungsorientiert und anschaulich die Berechnung eines Konfidenzintervalls einzuführen, etwa so: *Alle Werte für p, in deren* 95 %*-Prognoseintervall das Stichprobenergebnis h liegt, bilden das* 95 %*-Konfidenzintervall.* Es handelt sich hierbei um das WILSON-Konfidenzintervall. Um die Grenzen zu erhalten, müssen die beiden Gleichungen

$$h = p - 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \quad \text{und} \quad h = p + 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \tag{1}$$

nach p aufgelöst werden. Diese Berechnungsmethode wurde in den ersten Jahren im Zentralabitur häufig angewendet. Aufgaben im Umfeld der Konfidenzellipse wurden erst später gestellt. Im Kerncurriculum wird diese grafische Veranschaulichung nicht erwähnt. In allen neueren Schulbüchern finden sich an zentraler Stelle Darstellungen wie in **Abb. 1** und **Abb. 2.**

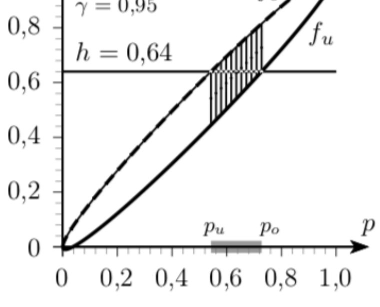


Abb. 1: Konfidenzellipse

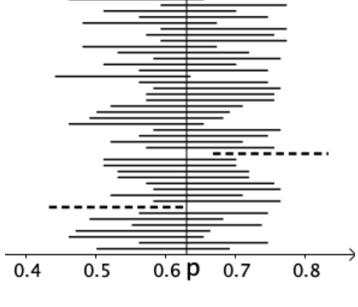


Abb. 2: Simulationen

Die Veranschaulichungen sollten in keinem Unterricht fehlen. **Abb. 1** kann handlungsorientiert entwickelt werden und zeigt beeindruckend das zugrunde liegende Berechnungsverfahren eines Konfidenzintervalls auf. Mehr noch: Diese Darstellung zeigt deutlich den Unterschied zwischen Prognoseintervallen (vertikale Strecken) und einem Konfidenzintervall (horizontale Strecke). **Abb. 2** führt direkt auf die Interpretation der Sicherheitswahrscheinlichkeit. **Abb. 3** wird selten benutzt. Hierzu gehört der Ansatz

$$|h-p| = 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}.$$

Mithilfe der Grafik kann gut erkannt werden, wieso das zugehörige Konfidenzintervall (WILSON) nur für $h = 0{,}5$ symmetrisch zu h ist.

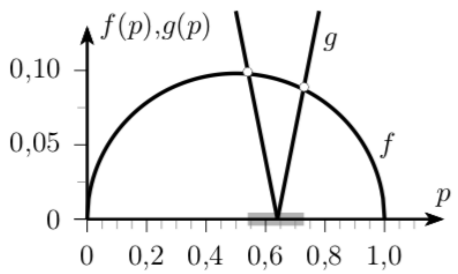


Abb. 3: Betragsfunktion, Ellipse und Konfidenzintervall

Mit der Substitution $a := \frac{1}{1+\frac{1{,}96^2}{n}}$ erhält man als Lösung der beiden Gleichungen (1) die beiden Grenzen p_u und p_o :

$$p_{u,o} = (1-a) \cdot \frac{1}{2} + a \cdot h \mp a \cdot 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{1}{4n} \cdot \frac{1-a}{a} + \frac{h(1-h)}{n}} \tag{2}$$

Interessant: Der Mittelwert des WILSON-Konfidenzintervalls ist das gewichtete Mittel aus dem Stichprobenergebnis h und 0,5. Diese Darstellung zeigt übrigens auch sofort, dass nur für $h = 0{,}5$ eine Symmetrie zu h vorliegt. Schon für $n = 400$ ist $a = 0{,}990\ldots \approx 1$. Damit erhält man ein zweites approximatives Intervall, das sogenannte WALD-Konfidenzintervall:

$$\left[h - 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{h(1-h)}{n}}; h + 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{h(1-h)}{n}}\right]. \tag{3}$$

In vielen Rechnern wird die Berechnung des WALD-Konfidenzintervalls auf Knopfdruck zur Verfügung gestellt (Bsp.: 1—PropZInt). Die Berechnung eines Konfidenzintervalls kann im Zentralabitur auch mit dieser Näherung durchgeführt werden, auch wenn die Überdeckungswahrscheinlichkeit für p-Werte nahe 0 oder 1 deutlich kleiner als die Vorgabe ist. Nach der Einführung eines Konfidenzintervalls nach WILSON sollte m. E. Formel (3) trotz der Probleme am Rand auch eingesetzt werden. Auf die Verwechslungsgefahr mit einem Prognoseintervall muss eingegangen werden. Beide Intervalle haben die gleiche Struktur.

3 Die Abituraufgabentypen

Wie angekündigt werfen wir nur einen kommentierenden Blick auf die bisher in Niedersachsen verwendeten Aufgabenformate:

3.1 Typ 1: Berechnen eines Konfidenzintervalls

3.1.1 ... ohne Interpretation

Aufgabe 1: Im Rahmen einer Studie gaben 242 von 550 Jugendlichen eines Bundeslandes an, dass sie nicht frühstücken, bevor sie in die Schule gehen. Bestimmen Sie auf Basis dieser Studie ein Konfidenzintervall zu einer Sicherheitswahrscheinlichkeit von 95 %.
Lösung: Es gilt $h = \frac{242}{550} = 0{,}44$.
Um die Grenzen des 95 %-WILSON-Konfidenzintervalls zu bestimmen, müssen die Gleichungen

$$0{,}44 = p - 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{p(1-p)}{550}} \text{ und } h = p + 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{p(1-p)}{550}}$$

gelöst werden.
Die Lösungen werden mithilfe des Rechners durch Schnittpunktbestimmung ermittelt. Es ergibt sich das 95 %-WILSON-Konfidenzintervall $[0{,}3990\ldots; 0{,}4817\ldots]$.
Das 95 %-WALD-Konfidenzintervall $[0{,}3985\ldots; 0{,}4814\ldots]$ unterscheidet sich hiervon nur unwesentlich.

Bemerkungen: Die Wahl des unbestimmten Artikels in der Abituraufgabe ist sinnvoll, da es mehrere Berechnungsmöglichkeiten für Konfidenzintervalle gibt. Im Erwartungshorizont wurden bis 2019 keine gerundeten Werte angegeben, sondern eine Darstellung mit Punkten (s. Lösung) gewählt.

3.1.2 ... mit Interpretation

Aufgabe 2: Kandidat A behauptet vor einer Bürgermeisterwahl, mindestens 50 % der Stimmen zu erhalten. Er lässt eine Umfrage unter 750 Wahlberechtigten durchführen. Hierbei geben 345 Personen an, den Kandidaten A wählen zu wollen.
Entscheiden Sie mithilfe eines Konfidenzintervalls, ob man bei einer Sicherheitswahrscheinlichkeit von 95 davon ausgehen kann, dass Kandidat A mindestens 50 % der Stimmen erhält.

Lösung: Mit dem Stichprobenumfang $n = 750$ und der relativen Häufigkeit $h = 0{,}46$ erhält man das 95 %-WILSON-Konfidenzintervall $[0{,}4246\ldots; 0{,}4957\ldots]$. Da die rechte Intervallgrenze kleiner als 0,5 ist, überdeckt dieses (konkrete) Konfidenzintervall nicht 0,5. Die Behauptung des Kandidaten, mindestens 50 % der Stimmen zu erhalten, ist mit dem Ergebnis dieser Umfrage nicht verträglich. Für die rechte Intervallgrenze des 95 %-WALD-Konfidenzintervalls ergibt sich der Wert $0{,}4956\ldots$, der auch kleiner als 0,5 ist.

3.2 Typ 2: Zwei Stichprobenergebnisse zu einem Konfidenzintervall zusammenführen

Aufgabe 3: Bei einer Umfrage wurden 1000 Personen befragt, welches Betriebssystem (A oder B) sie benutzen. Von diesen gaben 354 das Betriebssystem A und 264 das System B an, 382 gaben ein anderes Betriebssystem an.
Bestimmen Sie jeweils ein Konfidenzintervall ($\gamma = 95\,\%$) für den Anteil der Personen, die Betriebssystem A benutzen, Betriebssystem B benutzen, entweder A oder B benutzen.
Vergleichen Sie das zuletzt bestimmte Konfidenzintervall mit dem Intervall, das sich durch Addition der jeweiligen Intervallgrenzen aus den beiden zuvor bestimmten einzelnen Konfidenzintervallen ergibt.

Lösung: Beispielhaft werden hier WALD-Konfidenzintervalle benutzt. Für A ergibt sich damit das Konfidenzintervall $[0{,}3243\ldots; 0{,}3836\ldots]$, für B ergibt sich $[0{,}2366\ldots; 0{,}2913\ldots]$. Durch Addition der jeweiligen Intervallgrenzen resultiert das Intervall $[0{,}5620\ldots; 0{,}6759\ldots]$. Beide zusammen: 618 von 1000 Befragten (A oder B) liefert $[0{,}5878\ldots; 0{,}648\ldots]$. Offensichtlich ergibt sich dieses nicht aus der Addition der Intervallgrenzen der Einzelintervalle.

Bemerkung: Es wurde nach keiner Begründung gefragt. Das ist auch für eine Abituraufgabe sehr sinnvoll. Im Unterricht kann man hieraus einen Forschungsauftrag machen: Führt die Addition der Intervallgrenzen immer zu einem „zu großen" Konfidenzintervall? Das hat nichts mehr mit Stochastik zu tun, sondern „nur noch" mit Algebra.

3.3 Typ 3: Umkehraufgabe: Grenze gesucht

Aufgabe 4: Eine Umfrage unter 1000 Wahlberechtigten liefert für Partei A das 95 %-Konfidenzintervall $[0{,}4026; b]$. Hierbei ist der Wert für die linke Intervallgrenze auf vier Nachkommastellen gerundet. Bestimmen Sie den Wert von b.
Lösung (Endergebnis auf 4 Nachkommastellen gerundet):
Mithilfe des 95 %-WALD-Konfidenzintervalls liefert $0{,}4026 = h - 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{h\cdot(1-h)}{1000}}$ die Lösung $h = 0{,}4369\ldots$ Der Wert für b ergibt sich zu $b = h + 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{h\cdot(1-h)}{1000}}$; $b = 0{,}4677$.
Ermittlung des Wertes für b mit WILSON-Konfidenzintervallen:
Für den Stichprobenanteil h gilt: $h = 0{,}4026 + 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{0{,}4026\cdot(1-0{,}4026)}{1000}}$; $h = 0{,}43299\ldots$
Mit $h = b - 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{b\cdot(1-b)}{1000}}$ folgt auf 4 Nachkommastellen gerundet $b = 0{,}4633$.
Bemerkungen:
Dieser Aufgabentyp wurde schon oft von mir im Unterricht eingesetzt. Vor der Einführung von WALD-Konfidenzintervallen fiel den Lernenden diese Problemstellung schwer. Das Zeigen der Abbildung einer Konfidenzellipse führte dann aber schnell zu einer Lösungsidee. Das Vorgehen zeigt zwei wichtige Punkte auf: Mit dieser Umkehraufgabe kann zum einen diagnostiziert werden, ob ein bekanntes Verfahren in einer neuen Situation angewendet werden kann. Zum anderen zeigt diese Problemstellung, wie hilfreich ein Darstellungswechsel zur Problemlösung sein kann. Eine Reflexion des Vorgehens ist (nicht nur) an dieser Stelle sinnvoll.
In einer Abituraufgabe nach Vorgabe der linken Grenze, der Stichprobenanzahl n sowie dem Stichprobenergebnis k wurde nach der rechten Intervallgrenze gefragt. Zur Lösung muss zuerst der Faktor z zur Sicherheitswahrscheinlichkeit ermittelt werden. Für die beiden Näherungsintervalle ergeben sich aber unterschiedliche Sicherheitswahrscheinlichkeiten. Es sollte deshalb in der Aufgabenstellung die zu benutzende Methode vorgegeben werden.

3.4 Typ 4: Zuordnungen mit Begründungen vornehmen

Aufgabe 5: Mit den beiden folgenden Abbildungen können Konfidenzintervalle zur Sicherheitswahrscheinlichkeit $\gamma = 0{,}95$ für $n = 75$ bzw. für $n = 150$ grafisch ermittelt werden.
Entscheiden Sie, welche der Darstellungen zu $n = 75$ bzw. zu $n = 150$ gehört.

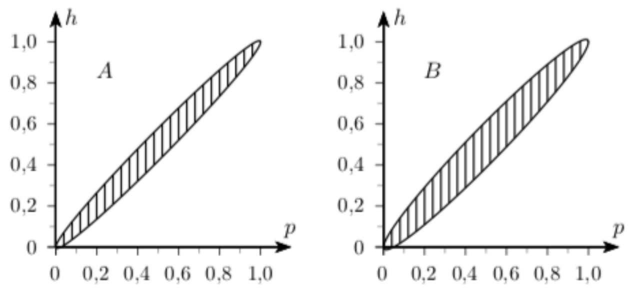
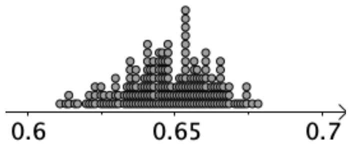


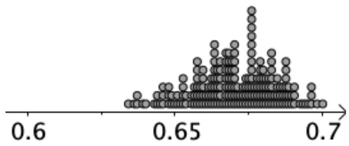
Abb. 4: Zuordnung gesucht

Lösung: In den Abbildungen werden für verschiedene Werte von p die zugehörigen 95 %- Prognoseintervalle dargestellt. Hiermit können Konfidenzintervalle grafisch ermittelt werden, da

alle Werte für p, in deren 95 %-Prognoseintervall das Stichprobenergebnis h liegt, das 95 %-Konfidenzintervall bilden.
Diese Intervalle haben jeweils die Länge $2 \cdot 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{p\cdot(1-p)}{n}}$. Die Länge ist also proportional zu $\frac{1}{\sqrt{n}}$.
Die Intervalle zu $n = 75$ sind damit um den Faktor $\sqrt{2}$ größer als die entsprechenden Intervalle zu $n = 150$. Somit gehört Abbildung A zu $n = 150$ und Abbildung B zu $n = 75$.

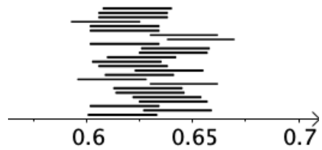
Aufgabe 6: Es werden 200 Stichproben mit $n = 100$ simuliert. Für diese werden jeweils die zugehörigen Konfidenzintervalle für die beiden Sicherheitswahrscheinlichkeiten 70 % und 99 % berechnet. Die folgenden Abbildungen zeigen als Punktdiagramm jeweils die rechten Intervallgrenzen der zugehörigen Konfidenzintervalle.
Entscheiden Sie, welche der beiden Abbildungen zur Sicherheitswahrscheinlichkeit 70 % und welche zur Sicherheitswahrscheinlichkeit 99 % gehört.

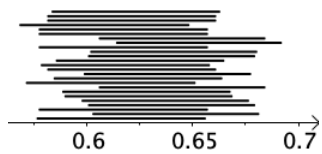




Lösung: Je kleiner die Sicherheitswahrscheinlichkeit ist, desto kleiner sind die zugehörigen Konfidenzintervalle. Deshalb gehört die obere Häufigkeitsverteilung der rechten Intervallgrenzen zu $\gamma = 70\,\%$, da sie weiter links in Richtung des unbekannten Parameters p liegt.

Aufgabe 7: Es werden 25 Stichproben mit $n = 100$ simuliert. Für diese werden jeweils die zugehörigen Konfidenzintervalle für die beiden Sicherheitswahrscheinlichkeiten 70 % und 99 % berechnet. Die nebenstehenden Abbildungen zeigen jeweils 25 berechnete Konfidenzintervalle als Strecken übereinander.
Entscheiden Sie, welche der beiden Abbildungen zur Sicherheitswahrscheinlichkeit 70 % und welche zur Sicherheitswahrscheinlichkeit 99 % gehört.





Lösung: Je kleiner die Sicherheitswahrscheinlichkeit ist, desto kleiner sind die zugehörigen Konfidenzintervalle. Deshalb gehört die obere Abbildung zu 70 %, da $0{,}7 < 0{,}99$ gilt.

3.5 Typ 5: Unterschiede zwischen einem Prognose- und einem Konfidenzintervall

Aufgabe 8: Erläutern Sie die unterschiedlichen Bedeutungen eines 95 %-Prognoseintervalls und eines Konfidenzintervalls zur Sicherheitswahrscheinlichkeit 95 %.

Lösung: Bei der Bestimmung eines Prognoseintervalls ist die Wahrscheinlichkeit p bekannt. Die relative Häufigkeit ist vom Zufall abhängig und liegt mit einer Wahrscheinlichkeit von etwa 95 % in dem Prognoseintervall. Wahrscheinlichkeiten werden als Prognose für relative Häufigkeiten interpretiert. Man schließt von der Grundgesamtheit auf die Stichprobe, von der Wahrscheinlichkeit auf die relative Häufigkeit, vom Modell auf die Realität. Ein Konfidenzintervall zur Sicherheitswahrscheinlichkeit 95 % dagegen wird mithilfe der relativen Häufigkeit einer Stichprobe bestimmt. Hierbei ist p fest, aber unbekannt. Die Grenzen des Konfidenzintervalls hängen vom Zufall ab, genauer: Die Grenzen sind Realisationen des zugehörigen Schätzverfahrens. Das (konkrete) Konfidenzintervall enthält alle Wahrscheinlichkeiten, in deren 95 %-Prognoseintervall das Stichprobenergebnis liegt. Man schließt von der Stichprobe auf die Grundgesamtheit, von der relativen Häufigkeit auf die Wahrscheinlichkeit, von der Realität auf das Modell.

3.6 Typ 6: Vernetzung von Binomialverteilung und Konfidenzintervall

Aufgabe 9: Es werden 25 Stichproben vom Umfang $n = 20$ mit einer vorgegebenen (eigentlich unbekannten) Wahrscheinlichkeit p simuliert. Für jede Stichprobe soll ein Konfidenzintervall

zur Sicherheitswahrscheinlichkeit $\gamma = 90\,\%$ für die (unbekannte) Wahrscheinlichkeit p berechnet werden.
Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass alle 25 Konfidenzintervalle die (unbekannte) Wahrscheinlichkeit p überdecken.

Lösung: Die Zufallsgröße X, die die Anzahl der Konfidenzintervalle angibt, die p überdecken, kann als binomialverteilte Zufallsgröße modelliert werden mit $n = 25$ und $p = 0{,}90$. Daraus folgt für die gesuchte Wahrscheinlichkeit: $P(X = 25) = 0{,}9^{25} \approx 0{,}07$.

4 Beispiel einer mündlichen Prüfung zum Thema Konfidenzintervalle

Das Schätzen kann natürlich auch in einer mündlichen Abiturprüfung zur Sprache kommen. Die folgende Problemstellung habe ich in einer mündlichen Abiturprüfung benutzt:

1. Jemand wirft 100-mal eine Münze und erhält 42-mal Kopf.
   Äußern Sie sich zu der Behauptung: *Die Münze muss gezinkt sein.*

2. Es wird auf einer Folie eine Grafik (**s. Abb. 5**) präsentiert ($n = 100$; $\alpha = 0{,}95$). Daran soll aufgezeigt werden, wie man damit für die Problemstellung in (1) zu einem Konfidenzintervall gelangt

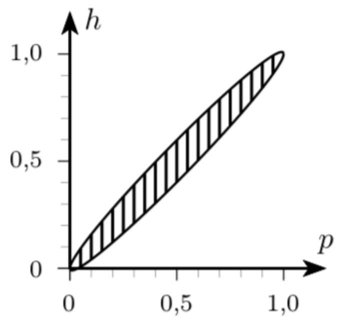


Abb. 5: Konfidenzellipse

Mögliche Vertiefungen:

- Welche Auswirkungen ergeben sich, wenn die Stichprobenanzahl n verkleinert/vergrößert wird (γ verkleinert/vergrößert wird)?
- Eingehen auf das $\frac{1}{\sqrt{n}}$-Gesetz
- Unterschiede zwischen einem Prognose- und einem Konfidenzintervall.

5 Fazit

Wie sich in Niedersachsen gezeigt hat, lassen sich bei Abiturprüfungen zu Konfidenzintervallen vielfältige Problemstellungen auch jenseits der „BlaBla-Aufgaben“ finden. Ich würde es begrüßen, wenn die beiden Methoden (WILSON, WALD) verbindlich vorgegeben werden. WALD-Konfidenzintervalle können (wie in Österreich) als symmetrische Konfidenzintervalle bezeichnet werden. Dann könnten die Aufgaben noch klarer gestellt werden. Weiterhin ergeben sich gerade bei der Betrachtung symmetrischer Konfidenzintervalle durch die einfachere Struktur mehr Möglichkeiten, Verständnisfragen zu stellen. Die Tatsache, dass diese Intervalle schnell mit

Prognoseintervallen verwechselt werden können, hat etwas Gutes: Ein Eingehen auf die Unterschiede zwischen diesen beiden Intervallen wird im Unterricht zwingend erforderlich. WALD-Konfidenzintervalle führen ohne Rechnereinsatz schnell zu einer ersten Abschätzung über die Größe des Konfidenzintervalls. Ein besonders wichtiger Aspekt sei noch ergänzt: In der Realität gibt es keine repräsentativen „Zufalls“-Stichproben. Dieses Problem haben alle Meinungsforschungsinstitute. Nach meinen Informationen werden WALD-Intervalle benutzt. Vor dem Faktor 1,96 wird aber noch ein „Design-Faktor“ größer als 1 eingebaut. Damit werden die Intervalle größer, um die Überdeckungswahrscheinlichkeit möglichst einzuhalten. Darauf sollte im Unterricht auch eingegangen werden. Die Berechnungen kann gerne ein Rechner übernehmen.

Literatur

[1] HENZE, N. [2020]: Konfidenzbereiche für das p der Binomialverteilung – MU 4/2020.

[2] RIEMER, W., VEHLING, R. [2020]: Prognose- und Konfidenzintervalle: Beurteilende Statistik mit Sinn und Verstand. MU 4/2020.