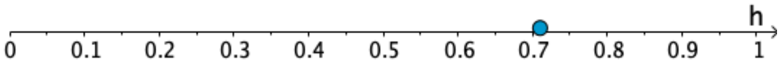
Einstieg 1:
Welche Wahrscheinlichkeit p hat wohl diese Stichprobe ($n = 100$) „erzeugt"?



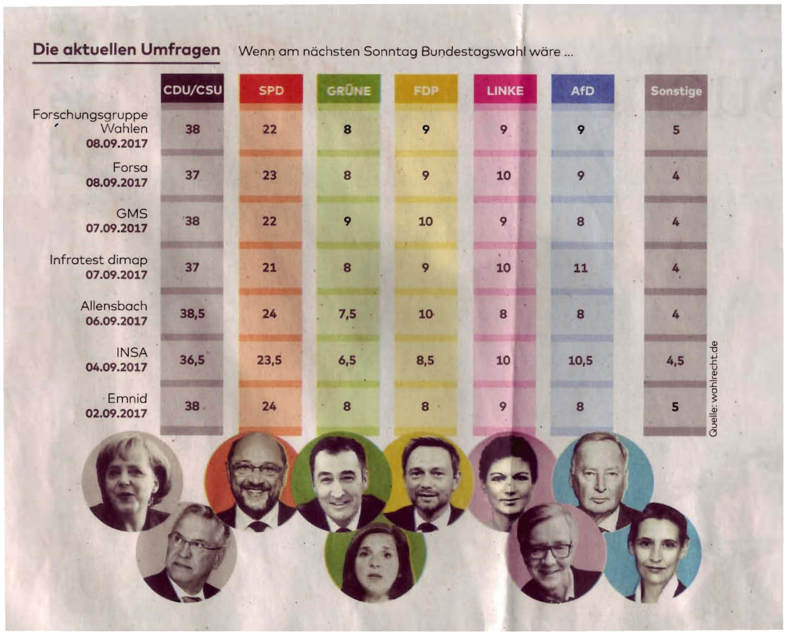
Die SuS sollen zuerst Vermutungen äußern. Sie sollen erfahren, dass es nicht sinnvoll ist, nur einen Wert anzugeben, sondern einen Bereich. Man kann nur mit absoluter Sicherheit $0 < p < 1$ sagen. Jeder andere Bereich ist mit einer Unsicherheit behaftet.
Ziel: Möglichst kleine Bereiche mit einer „Sicherheitswahrscheinlichkeit" bestimmen.

Einstieg 2: Wahlprognose
Die folgenden Bemerkungen habe ich nach einem Einstieg über Wahlprognosen stichpunktartig erstellt. Ich hoffe, dass meine Intensionen für diesen Einstieg einigermaßen deutlich werden.

Vorwissen:
Die SuS kennen die Binomialverteilung, Sigma-Umgebungen und Prognoseintervalle. Simulationen und somit Stichprobenverteilungen sind ihnen auch bekannt. Auch wenn es immer wieder schwerfällt: Die SuS wissen, dass ein Punkt in dieser Abbildung ein Stichprobenergebnis darstellt. Dies kann als Schätzwert für die bekannte Wahrscheinlichkeit p dienen.
Mit GeoGebra wurde simuliert und das $1/\sqrt{n}$-Gesetz bei Prognoseintervallen und das $\sqrt{n}$–Gesetz bei Sigma-Umgebungen erfahren.

Einstieg
Die aktuellen Umfrageergebnisse einiger Meinungsforschungsinstitute aus der *Welt am Sonntag* vom 10.09.2017 wurden gezeigt.
L-Impuls: Welche Fragen ergeben sich (Reduktion auf CDU, kann auch entfallen).
S-Äußerungen:

- Wieso sind die Werte unterschiedlich?
- Wie kann man das berechnen?
- Wie viele Menschen wurden ausgewählt?
- Wie funktioniert die Auswahl der Personen (→ repräsentativ)?


Die aktuellen Umfragen Wenn am nächsten Sonntag Bundestagswahl wäre ...

	CDU/CSU	SPD	GRÜNE	FDP	LINKE	AfD	Sonstige
Forschungsgruppe Wahlen 08.09.2017	38	22	8	9	9	9	5
Forsa 08.09.2017	37	23	8	9	10	9	4
GMS 07.09.2017	38	22	9	10	9	8	4
Infratest dimap 07.09.2017	37	21	8	9	10	11	4
Allensbach 06.09.2017	38,5	24	7,5	10	8	8	4
INSA 04.09.2017	36,5	23,5	6,5	8,5	10	10,5	4,5
Emnid 02.09.2017	38	24	8	8	9	8	5

Quelle: wahlrecht.de

Im Anschluss daran wurde die Methodik der Politbarometer-Untersuchungen den SuS gegeben (s. Datei: Methodik_PB_2017-2.pdf bzw. http://www.forschungsgruppe.de/Umfragen/Politbarometer/Methodik/.

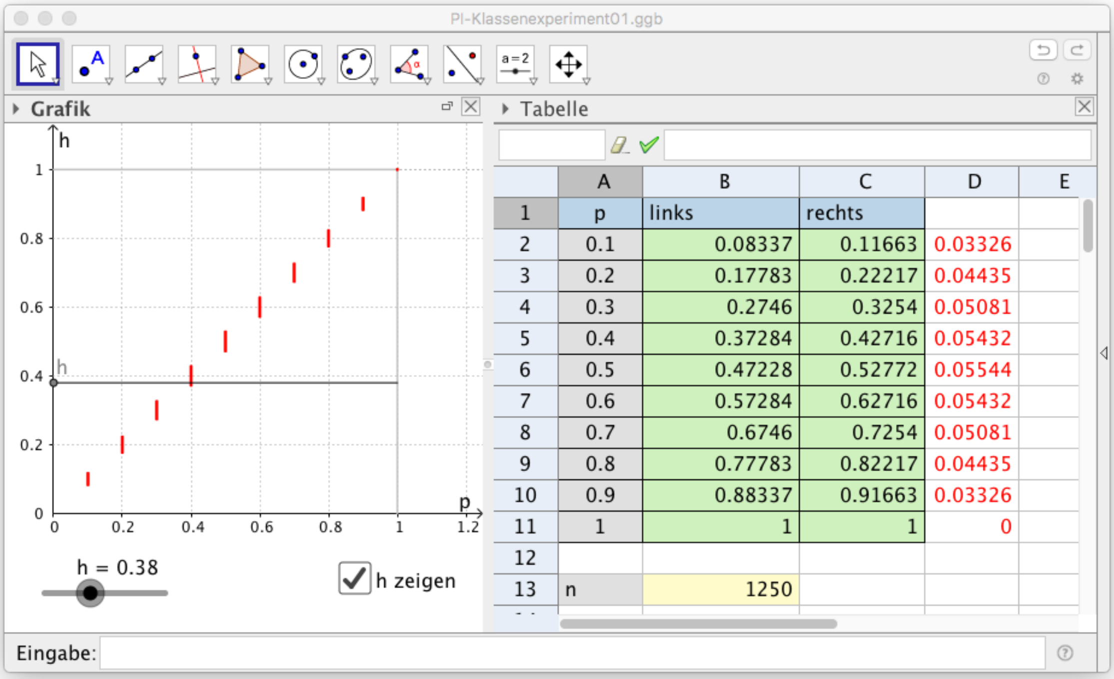
Dieses Material wird noch mehrmals im Unterricht verwendet. Es liefert Informationen zur Stichprobenauswahl, zur Anzahl der Befragten und zur Interpretation der Sicherheitswahrscheinlichkeit (Schön: Auch hier wird die Interpretation der Sicherheitswahrscheinlichkeit falsch dargestellt).
Nach einigen wenigen Informationen zur Ermittlung einer möglichst genauen Zufallsstichprobe wurde der folgende Satz aus der Methodik vorgelesen:

Unter Berücksichtigung des Stichprobendesigns und des Gewichtungsmodells ergeben sich bei einem Stichprobenumfang von n = 1.250 folgende Vertrauensbereiche: Der Fehlerbereich beträgt bei einem Anteilswert von 40 Prozent rund +/- drei Prozentpunkte und bei einem Anteilswert von 10 Prozent rund +/- zwei Prozentpunkte.

Die Sache mit der Angabe der Prozentpunkte ergab die Überleitung zur Berechnung eines Vertrauensintervalls zur Sicherheitswahrscheinlichkeit 0,95.

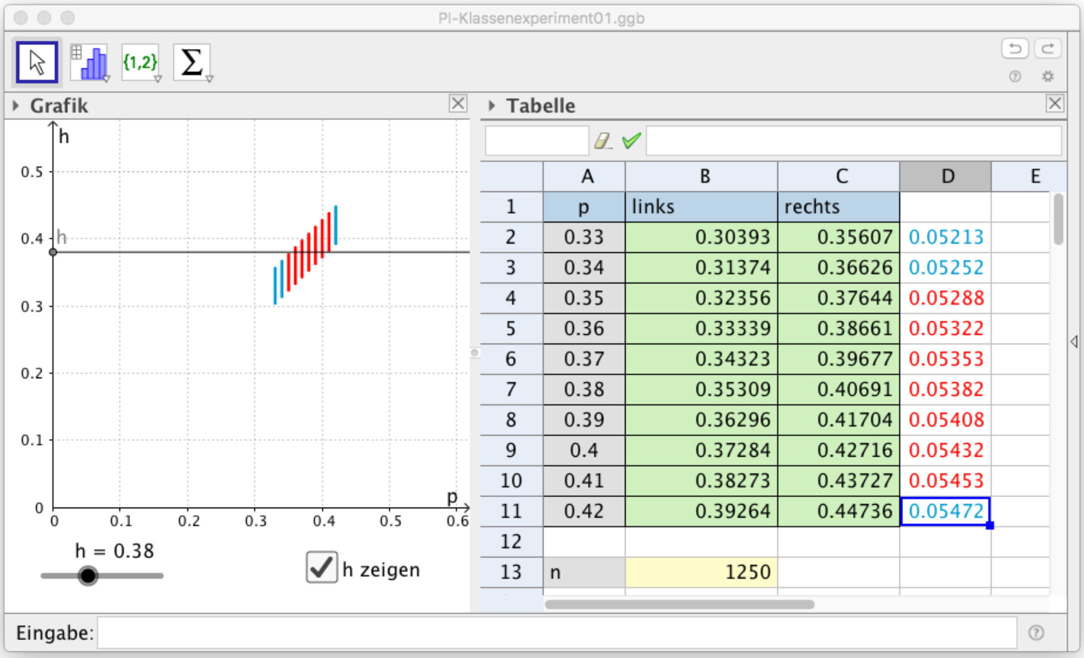
Ziel muss es sein, die folgende Definition mit Leben zu füllen und eine Veranschaulichung zu finden.
Ein 95 %-Vertrauensintervall besteht aus allen p-Werten, die h im jeweiligen 95 %- Prognoseintervall haben.

Dies wird mit einem Rollenspiel versucht: Ein Schüler stellt das (relative) Stichprobenergebnis von $h = 0{,}38$ im Raum dar. Dabei wird die Breite des Raums einfach als 1 (100%) definiert. Nun soll sich ein Schüler (das unbekannte p) so platzieren, dass es das Stichprobenergebnis seiner Meinung nach „erzeugen" könnte. Auf der anderen Seite von h wiederholt dieses Verfahren ein anderer Schüler. Das erscheint alles nicht genau und nicht „mathematisch". Soll es auch nicht!
Nun muss vom L. der Impuls mit der Definition (s. o.) kommen. Darauf können SuS nicht unbedingt kommen. Diese Definition wird nun mit zwei Zollstöcken, die die beiden Schüler (unbekanntes p) erhalten, veranschaulicht. Die beiden Schüler bewegen sich mit ihren Zollstöcken in Richtung des Stichprobenergebnisses (1. Schüler), bis jeweils der Zollstock den Schüler gerade berührt. Dann ergeben die Positionen der beiden Schüler mit den Zollstöcken die Grenzen des Vertrauensintervalls.
Die Diskussion, dass sich bei dieser Veranschaulichung eigentlich die Länge des Zollstocks verändert, wird erst später erfolgen. Diesen Punkt muss der L. ansprechen.
Nach diesem Rollenspiel kam die Frage nach der Berechnung dieser Grenzen. Das Wandern von p, bis der Zollstock h einfängt, erschien den SuS einleuchtend. Wie die Grenzen aber dann berechnet werden, war ihnen unklar.
An dieser Stelle muss der L. lenken: In Gruppen werden 95%-Prognoseintervalle für verschiedene Werte von p berechnet. Sehr anschaulich und entschleunigend können Streifen mit der Länge der berechneten Prognoseintervalle erstellt (z.B. IKEA-Bandmaße) und auf ein großes Plakat (s. Abbildung 4, Skript, Bild weiter hinten) geklebt werden.
Hier wurde GeoGebra benutzt. Die SuS haben für verschiedene Werte von p die zugehörigen Grenzen der Prognoseintervalle in eine GeoGebra-Tabelle eingegeben und der Rechner hat die zugehörigen Prognoseintervalle gezeichnet. Ich hatte mich für $p = 0{,}1; 0{,}2; \ldots; 0{,}9$ entschieden. Das ist bei $n = 1250$ nicht gut. Hier hätte man den Bereich deutlicher eingrenzen müssen.
Nicht so gut: Bereich zu groß



	A	B	C	D
1	p	links	rechts	
2	0.1	0.08337	0.11663	0.03326
3	0.2	0.17783	0.22217	0.04435
4	0.3	0.2746	0.3254	0.05081
5	0.4	0.37284	0.42716	0.05432
6	0.5	0.47228	0.52772	0.05544
7	0.6	0.57284	0.62716	0.05432
8	0.7	0.6746	0.7254	0.05081
9	0.8	0.77783	0.82217	0.04435
10	0.9	0.88337	0.91663	0.03326
11	1	1	1	0
12				
13	n	1250		

Besser: Bereich eingrenzen:



	A	B	C	D
1	p	links	rechts	
2	0.33	0.30393	0.35607	0.05213
3	0.34	0.31374	0.36626	0.05252
4	0.35	0.32356	0.37644	0.05288
5	0.36	0.33339	0.38661	0.05322
6	0.37	0.34323	0.39677	0.05353
7	0.38	0.35309	0.40691	0.05382
8	0.39	0.36296	0.41704	0.05408
9	0.4	0.37284	0.42716	0.05432
10	0.41	0.38273	0.43727	0.05453
11	0.42	0.39264	0.44736	0.05472
12				
13	n	1250		

Das ist das Plakat mit den Streifen (hat eine Kollegin erstellt). Als Hochachse wurde hier k gewählt. Ich hätte hier die relative Größe $h = k/n$ gewählt. An diesem Plakat kann man sehr schön den Unterschied zwischen einen Prognoseintervall und einem Vertrauensintervall herausarbeiten.

Im Anschluss daran wird mit dem Rechner das Verfahren automatisiert, indem nur noch Schnitte mit den Berandungsgraphen ermittelt werden).
Dies ist Methode 1 (WILSON, s. Skript). Im ersten Schritt wird zuerst die Berechnung eines Vertrauensintervalls in den Vordergrund gestellt.
Die Bedeutung der Sicherheitswahrscheinlichkeit (Überdeckung) wird erst im zweiten Schritt durchgeführt (s. Skript). Hier erfolgt dann auch ein Rückgriff auf die Methodik der Forschungsgruppe Wahlen.
Vorher werden einige Aufgaben (s. AB) bearbeitet. Der Rechner liefert mit 1-PropZInt WALD-Vertrauensintervalle (s. Skript und AB). Dies werde ich auch ansprechen. Hierzu sollen die SuS eine Herleitung nachvollziehen (S. AB). Wichtig ist hier die Erkenntnis, dass nicht einfach p durch h ersetzt wird.
Zum Schluss wird noch die Frage nach dem Stichprobenumfang beantwortet.

Zusatz:

Das folgende Bild stammt aus einer denkwürdigen Fortbildung in Mellingen (Thüringen).