暨 南 大 学 考 试 试 卷

教师填写	20_14_ - 20 15_ 学年度第 __2___ 学期	课程类别 必修 [√] 选修 [ ]
	课程名称： 概率论与数理统计（内招生）	考试方式 开卷 [ ] 闭卷 [√]
	授课教师姓名：伍超标 , 黄颖强 , 陈见生 , 黄健沨 , 吕荐瑞 , 邱青 考试时间：2015 年 7 月 ___ 日	试卷类别 (A、B) [A] 共 6 页
考生填写	________________ 学院 (校) ________________ 专业________ 班(级) 姓名 _______________ 学号 ____________________ 内招 [√] 外招 [ ]	

题 号	一	二	三	四	总 分
得 分					

得分	评阅人

一、 选择题（共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分，请将答案写在答题框内）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案										

1. 以 A 表示事件“ 甲种产品畅销，乙种产品滞销 ”，则其对立事件 $\bar{A}$ 为（ D ）。

（A). “ 甲种产品滞销，乙种产品畅销 ”；

（B). “ 甲、乙两种产品均畅销 ”

（C). “ 甲种产品滞销 ”；

（D). “ 甲种产品滞销或乙种产品畅销 ”。

2. 设 A, B 为两个事件， 且 $P(A)>0$, $P(B)>0$, 下面四个结论中， 错误的是：（ C ）。

(A). A,B 相互独立则必不互斥 (B). A,B 互斥则必不相互独立

(C). A,B 可以既相互独立又互斥 (D). A,B 对立则互斥

3. 设 $F_1(x)$ 和 $F_2(x)$ 分别是 X_1 与 X_2 的分布函数，为了使 $F(x) = aF_1(x) - bF_2(x)$ 是某一随机变量的分布函数，则在下列给定的各组数值中应取（　　A　　）。

（A). $a = \frac{1}{2}$， $b = -\frac{1}{2}$　　　　（B). $a = \frac{1}{2}$， $b = \frac{1}{2}$

（C). $a = \frac{2}{5}$， $b = -\frac{2}{5}$　　　　（D). $a = \frac{1}{2}$， $b = \frac{3}{2}$

4. 已知二维随机变量 (X, Y) 的概率分布律为

X　Y	–1	2	3
1	0.1	0.1	0.3
3	0.2	0.1	0.2

，则 $F(2, 2.5) =$

（　　B　　）。

(A).0.5　　(B). 0.2　　(C). 0.3　　(D).0.8

5. 设 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$，那么当 σ 增大时， $P\{|X - \mu| < \sigma\} =$ （　C　　）。

(A). 增大　　(B). 减少　　(C). 不变　　(D). 增减不定。

6. 从总体 X 中抽取一样本 (X_1, X_2), $E(X) = \mu$, $Var(X) = \sigma^2$，则 μ 的无偏估计量为

（　　C　　）。

(A). $\frac{1}{3}X_1 + \frac{1}{2}X_2$　　　　(B). $\frac{1}{4}X_1 + \frac{1}{2}X_2$

(C). $\frac{1}{4}X_1 + \frac{3}{4}X_2$　　　　(D). $\frac{3}{4}X_1 + \frac{1}{2}X_2$

7. 设 $x_1, x_2, \cdots x_{16}$ 是来自总体 $N(\mu, 0.8^2)$ 的样本值，且样本均值 $\bar{x} = 9.5$，则 μ 的置信度为 0.95 的置信区间为（　　A　　）。（已知 $Z_{0.025} = 1.96$）

（A). (9.108, 9.892)　　　　（B). (9.308, 9.792)

（C). (9.208, 9.792)　　　　（D). (9.408, 9.692)

8. 在假设检验中，记 H_0 为原假设，则犯第二类错误指的是（　　D　　）。

(A). H_0 正确，接受 H_0；　　(B). H_0 不正确，拒绝 H_0；

(C). H_0 正确，拒绝 H_0；　　(D). H_0 不正确，接受 H_0

9. 设 X， Y 为随机变量， 若 $E(XY) = E(X)E(Y)$，则下列结论中正确的是 （　D　）。

（A). X， Y 相互独立　　　　（B). X， Y 不独立

（C). X， Y 线性相关　　　　（D). X， Y 不相关

10. 大数定律的核心内容是：（ B ）。

(A). 随机变量之和标准化后的分布收敛于标准正态分布

(B). 大量随机现象的平均结果几乎不再是随机了。

(C). 设样本 $(X_1, X_2, \cdots, X_n)$ 取自总体 $N(\mu, \sigma^2)$, 则 $\bar{X} \sim N(\mu, \frac{\sigma^2}{n})$.

(D). 以上都不对 .

得分	评阅人

二、 填空题（共 10 小题，每空 2 分，共 20 分，请将答案写在答题框内）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案										

1. 设 A 、 B 、 C 为三个事件，则事件“ A 、 B 、 C 中至少有两个发生 ”可表为

（$AB \cup BC \cup AC$） 。

2. 设随机变量 X 的概率密度函数 $f(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)}$，则 $Y = 3X$ 的概率密度函数为

（ $\frac{3}{\pi(9+y^2)}$ ）。

3. 箱中共有 10 个杯子，其中 3 只次品， 7 只为正品，作不放回抽取，每次取一只，则第三次才取到正品的概率为（ ）。0.05833

4. 设 $\eta_1, \eta_2, \cdots, \eta_n, \cdots$ 是相互独立且具有相同分布的随机变量序列 ，若 $E(\eta_n) = 1$, 方差存在, $(n = 1, 2, \cdots)$, 则 $\lim\limits_{n\to\infty} P\left(\left|\sum\limits_{i=1}^{n} \eta_i - n\right| < \frac{n}{10}\right) = (\ 1\ )$ 。

5. 一个骰子连掷 6 次，恰好有两次 3 点向上的概率为 ( ) 。 0.4167

6. 若 $P(A \cup B) = 0.8$， $P(B) = 0.4$， 则 $P(A/\bar{B}) = (\quad)$ 。 $\frac{2}{3}$

7. 若 $Var(X) = 25$, $Var(Y) = 4$, $\rho_{X,Y} = \frac{1}{2}$， 则 $Var(X - Y) = (\quad)$ 。19

8. 设 $X \sim U[2,4]$ ， 则 $E(3X^2 + 2) = (\quad)$ 。30

9. 已知二维随机变量 (X, Y) 的概率分布律为

X Y	0	1
0	0.4	0.1
1	0.2	0.3

， $P\{X = 1 | Y = 0\} = (\ 1/3\ )$ 。

10. 样本 $(X_1, X_2, \cdots, X_n)$ 取自标准正态分布总体 则 $\sum\limits_{i=1}^{n} X_i^2 \sim$ ________________. $\chi^2(n)$

得分	评阅人

三、计算题 （共 6 小题，每小题 9 分，共 54 分）

1. 一等小麦种子中混有 6%的二等种子和 4%的三等种子，已知一，二，三等种子将来长出的穗有 50 颗以上的麦粒的概率分别为 40%，25%和 10%，假设一、二、三等种子的发芽率相同，求用上述的小麦种子播种后，这批种子所结的穗有 50 颗以上麦粒的概率。

解：设 A_i 表示第 i 等种子，$i=1,2,3$，B 表示长成的穗有 50 颗以上，

由题意：$P(A_1)=0.9, P(A_2)=0.06, P(A_3)=0.04,$

$P(B|A_1)=0.40, P(B|A_2)=0.25, P(B|A_3)=0.10,$

$$P(B)\underline{\underline{\text{全概率公式}}}\sum_{i=1}^{3}P(A_i)P(B|A_i)=0.9\times0.4+0.06\times0.25+0.04\times0.1=0.379.$$

2. 某种电池的寿命 X（单位：小时）的概率密度函数为 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{2000}{x^2} & x\geq 2000\\ 0 & x<2000\end{cases}$

求 6 个电池在使用 2500 小时后，恰有 2 个电池失效的概率。

解：一个电池在使用 2500 小时后失效表示寿命 X<2500

$$P(X<2500)=\int_{2000}^{2500}\frac{2000}{x^2}dx=-\frac{2000}{x}\Big|_{2000}^{2500}=1-\frac{2000}{2500}=0.2.$$

设 Y 表示 6 个这样的电池使用 2500 小时后失效的个数

则 $Y\sim B(6,0.2)$; $P(Y=2)=C_6^2 0.2^2 0.8^4=0.24576$。

3. 设店主在每日开门营业时，放在柜台上的货物量为 Y，当日销售量为 X，假定一天中不再往柜台上补充货物，于是 X≤Y。根据历史资料，(X, Y) 的概率密度为

$$f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{1}{50}, & 0\leq x\leq y,\ 0\leq y\leq 10,\\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$$

求 (1). 给定 Y=y 条件下，X 的条件概率密度；

(2). 给定 Y=10 条件下，X≤ 5的概率。

解：$f_Y(y)=\int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)dx=\begin{cases}\int_0^y \frac{1}{50}dx, & 0\le y\le 10,\\ 0, & \text{其他}\end{cases}=\begin{cases} y/50, & 0\le y\le 10,\\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$

$f_{X|Y}(x|y)=\dfrac{f(x,y)}{f_Y(y)}=\begin{cases}\frac{1}{y}, & x\in[0,y],\\ 0, & x\notin[0,y].\end{cases}$ $y\in(0,10]$ 时，$f_Y(y)>0$，

这表明：当 $y\in(0,10]$ 时，X 的条件分布是 $[0,y]$ 上的均匀分布。

当 Y=10 时，$f_{X|Y}(x|10)=\begin{cases}0.1, & x\in[0,10],\\ 0, & x\notin[0,10].\end{cases}$

$P\{X\le 5|Y=10\}=\int_{-\infty}^{5} f_{X|Y}(x|10)\,dx=\int_0^5 0.1dx=0.5.$

4. 某菜市场零售某种蔬菜，进货后第一天售出的概率为 0.7，每 500g 售价为 10 元；进货后第二天售出的概率为 0.2，每 500g 售价为 8 元；进货后第三天售出的概率为 0.1，每 500g 售价为 4 元，求任取 500g 蔬菜售价 X的数学期望 E（X）与方差 Var（X）。

解：E（X）$=0.7\times10+0.2\times8+0.1\times4=9$

Var（X）$=0.7\times10^2+0.2\times8^2+0.1\times4^2-9^2=3.4$

5. 某公司有 400 名员工参加一种资格证书考试。按往年经验，考试通过率为 0.9。试计算这 400 名员工至少有 348 人考试通过的概率。（参考数据：

$\Phi(1)\approx0.8413,\ \Phi(1.5)\approx0.9331,\ \Phi(2)\approx0.9772.$)

解：设 $X_i=\begin{cases}1, & \text{第}i\text{个员工考试通过},\\ 0, & \text{第}i\text{个员工考试未通过}.\end{cases}$ $i=1,2,\cdots,400$.设 X 为 400 名员工中的考试通过数，则 $X=X_1+X_2+\cdots+X_{400}$，由题意知 $X\sim B(400,0.9)$. 由棣莫弗 - 拉普拉斯定理，

当n很大时，$\dfrac{X-np}{\sqrt{npq}}\overset{近似}{\sim}N(0,1)$ $X\sim B(n,p)$, $n=400,\ p=0.9,\ np=400\times0.9=360.$

$\sqrt{npq}=\sqrt{400\times0.9\times0.1}=6,\ \dfrac{X-np}{\sqrt{npq}}=\dfrac{X-360}{6}\overset{近似}{\sim}N(0,1),$

$P(X\ge348)=P\left(\dfrac{X-360}{6}\ge\dfrac{348-360}{6}\right)=1-\Phi(-2)=\Phi(2)\approx0.9772.$

6. 假设香烟中尼古丁含量服从正态分布，现从某牌香烟中随机抽取 25 支，其尼古丁含量的平均值 $\bar{X}=18.6$毫克，样本标准差 S=2.4 毫克，取显著性水平 $\alpha=0.01$，我们能否接受

“该种香烟的尼古丁含量的均值 μ=18毫克”的断言？

(参考数据：$z_{0.005}=2.58, z_{0.01}=2.33, t_{24}(0.005)=2.797, t_{25}(0.005)=2.787,,$

$t_{24}(0.01)=2.492, t_{25}(0.01)=2.485)$

解：待检假设为： $H_0:\mu=18, \leftrightarrow H_1:\mu\neq 18$

此处， $\bar{X}=18.6, S=2.4, n=25, \alpha=0.01$，则 $t_{n-1}(\frac{\alpha}{2})=t_{24}(0.005)=2.797$,

于是， $\left|\frac{\bar{X}-18}{S/\sqrt{n}}\right|=\left|\frac{18.6-18}{2.4/5}\right|=1.25<2.797=t_{24}(0.005)$

所以接受 H_0，故接受“该种香烟的尼古丁含量的均值 μ=18毫克”的断言。

得分	评阅人

四、证明题 （共 1 题，共 6 分）

已知(X, Y) 的联合概率密度为： $f(x,y)=\begin{cases} xe^{-x-y}, & x>0, y>0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ 证明 X，Y 相互独立。

证明：

当 $x>0$ 时， X 的边缘概率密度为： $f_X(x)=\int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)dy=\int_0^{+\infty} xe^{-x-y}dy=xe^{-x}$

当 $x\leq 0$ 时， X 的边缘概率密度为： $f_X(x)=\int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)dy=0$

当 $y>0$ 时， $f_Y(y)=\int_0^{+\infty} f(x,y)dx=\int_0^{+\infty} xe^{-x-y}dx=-e^{-y}\int_0^{\infty} xde^{-x}=$

$-e^{-y}[xe^{-x}\Big|_0^{\infty}-\int_0^{\infty} e^{-x}dx]=-e^{-y}[xe^{-x}\Big|_0^{\infty}+\int_0^{\infty} e^{-x}d(-x)]=-e^{-y}(xe^{-x}+e^{-x})\Big|_0^{\infty}=e^{-y}$

当 $y\leq 0$ 时， Y 的边缘概率密度为： $f_Y(y)=\int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)dx=0$

显然， $f(x,y)=f_X(x)f_Y(y)$， 即 $f(x,y)=f_X(x)f_Y(y)$