2011年全国统一高考数学试卷（文科）（大纲版）

一、选择题（共12小题，每小题5分，满分60分）

1. （5分）设集合U={1，2，3，4}，M={1，2，3}，N={2，3，4}，则$\complement_U$（M∩N）=（　　）

A．{1，2}　　B．{2，3}　　C．{2，4}　　D．{1，4}

2. （5分）函数y=$2\sqrt{x}$（x≥0）的反函数为（　　）

A．y=$\frac{x^2}{4}$（x∈R）　　B．y=$\frac{x^2}{4}$（x≥0）　　C．y=4x^2（x∈R）　　D．y=4x^2（x≥0）

3. （5分）设向量$\vec{a}$、$\vec{b}$满足$|\vec{a}|=|\vec{b}|=1$，$\vec{a}\bullet\vec{b}=-\frac{1}{2}$，$|\vec{a}+2\vec{b}|$=（　　）

A．.$\sqrt{2}$　　B．$\sqrt{3}$　　C．、$\sqrt{5}$　　D．.$\sqrt{7}$

4. （5分）若变量x、y满足约束条件$\begin{cases}x+y\leqslant 6\\x-3y\leqslant -2\\x\geqslant 1\end{cases}$，则z=2x+3y的最小值为（　　）

A．17　　B．14　　C．5　　D．3

5. （5分）下面四个条件中，使a＞b成立的充分而不必要的条件是（　　）

A．a＞b+1　　B．a＞b﹣1　　C．a^2＞b^2　　D．a^3＞b^3

6. （5分）设S_n为等差数列{a_n}的前n项和，若a_1=1，公差d=2，$S_{k+2}-S_k$=24，则k=（　　）

A．8　　B．7　　C．6　　D．5

7. （5分）设函数f（x）=cosωx（ω＞0），将y=f（x）的图象向右平移$\frac{\pi}{3}$个单位长度后，所得的图象与原图象重合，则ω的最小值等于（　　）

A．$\frac{1}{3}$　　B．3　　C．6　　D．9

8. （5分）已知直二面角α﹣l﹣β，点A∈α，AC⊥l，C为垂足，点B∈β，BD⊥l，D为垂足，若AB=2，AC=BD=1，则CD=（　　）

A．2　　B．$\sqrt{3}$　　C．$\sqrt{2}$　　D．1

9. （5分）4位同学每人从甲、乙、丙3门课程中选修1门，则恰有2人选修课程甲的不同选法共有（　　）

A．12种　　B．24种　　C．30种　　D．36种

10．（5 分）设 f（x）是周期为 2 的奇函数，当 $0\leqslant x\leqslant 1$ 时，f（x）=2x（1﹣ x），则 $f(-\frac{5}{2})$=（　　）

A．$-\frac{1}{2}$　　　B．$-\frac{1}{4}$　　　C．$\frac{1}{4}$　　　D．$\frac{1}{2}$

11．（5 分）设两圆 C_1、C_2 都和两坐标轴相切，且都过点（4，1），则两圆心的距离$|C_1C_2|$=（　　）

A．4　　　B．$4\sqrt{2}$　　　C．8　　　D．$8\sqrt{2}$

12．（5 分）已知平面 α 截一球面得圆 M，过圆心 M 且与 α 成 60°二面角的平面 β 截该球面得圆 N，若该球的半径为 4，圆 M 的面积为 4π，则圆 N 的面积为（　　）

A．7π　　　B．9π　　　C．11π　　　D．13π

二、填空题（共 4 小题，每小题 5 分，满分 20 分）

13．（5 分）（1﹣ x）^{10}的二项展开式中，x 的系数与 x^9 的系数之差为：________.

14．（5 分）已知 a∈（π，$\frac{3\pi}{2}$），tanα=2，则 cosα=________.

15．（5 分）已知正方体 ABCD﹣ $A_1B_1C_1D_1$ 中，E 为 C_1D_1 的中点，则异面直线 AE 与 BC 所成的角的余弦值为________.

16．（5 分）已知 F_1、F_2 分别为双曲线 C：$\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{27}=1$的左、右焦点，点 A∈C，点 M 的坐标为（2，0），AM 为∠F_1AF_2 的平分线，则$|AF_2|$=________.

三、解答题（共 6 小题，满分 70 分）

17．（10 分）设等比数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，已知 $a_2=6$，$6a_1+a_3=30$，求 a_n 和 S_n.

18．（12 分）△ABC 的内角 A、B、C 的对边分别为 a、b、c．已知 $a\sin A+c\sin C-\sqrt{2}a\sin C=b\sin B$，

（Ⅰ）求 B；

（Ⅱ）若 $A=75°$，$b=2$，求 a，c．

19．（12 分）根据以往统计资料，某地车主购买甲种保险的概率为 0.5，购买乙种保险但不购买甲种保险的概率为 0.3，设各车主购买保险相互独立．

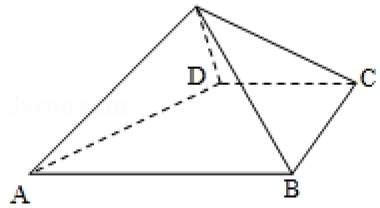
（Ⅰ）求该地 1 位车主至少购买甲、乙两种保险中的 1 种的概率；

（Ⅱ）求该地的 3 位车主中恰有 1 位车主甲、乙两种保险都不购买的概率．

20．（12 分）如图，四棱锥 S－ ABCD 中，AB∥CD，BC⊥CD，侧面 SAB 为等边三角形，AB=BC=2，CD=SD=1．

（Ⅰ）证明：SD⊥平面 SAB；

（Ⅱ）求 AB 与平面 SBC 所成的角的大小．



21．（12 分）已知函数 $f(x)=x^3+3ax^2+(3-6a)x+12a-4$（$a\in R$）

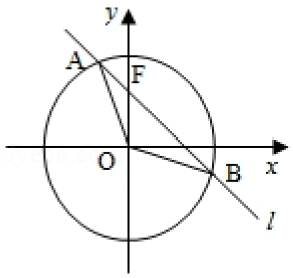
（Ⅰ）证明：曲线 $y=f(x)$ 在 $x=0$ 处的切线过点（2，2）；

（Ⅱ）若 $f(x)$ 在 $x=x_0$ 处取得极小值，$x_0\in(1,3)$，求 a 的取值范围．

22．（12 分）已知 O 为坐标原点，F 为椭圆 C：$x^2+\frac{y^2}{2}=1$在 y 轴正半轴上的焦点，过 F 且斜率为$-\sqrt{2}$的直线 l 与 C 交于 A、B 两点，点 P 满足$\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OP}=\overrightarrow{0}$．

（Ⅰ）证明：点 P 在 C 上；

（Ⅱ）设点 P 关于点 O 的对称点为 Q，证明：A、P、B、Q 四点在同一圆上．



2011年全国统一高考数学试卷（文科）（大纲版）

参考答案与试题解析

一、选择题（共12小题，每小题5分，满分60分）

1．（5分）设集合U={1，2，3，4}，M={1，2，3}，N={2，3，4}，则C_U（M∩N）=（　　）

A．{1，2}　　B．{2，3}　　C．{2，4}　　D．{1，4}

【考点】1H：交、并、补集的混合运算．

【专题】11：计算题．

【分析】先根据交集的定义求出M∩N，再依据补集的定义求出C_U（M∩N）．

【解答】解：∵M={1，2，3}，N={2，3，4}，∴M∩N={2，3}，则C_U（M∩N）={1，4}，

故选：D．

【点评】本题考查两个集合的交集、补集的定义，以及求两个集合的交集、补集的方法．

2．（5分）函数$y=2\sqrt{x}$（x≥0）的反函数为（　　）

A．$y=\frac{x^2}{4}$（x∈R）　B．$y=\frac{x^2}{4}$（x≥0）　C．$y=4x^2$（x∈R）　D．$y=4x^2$（x≥0）

【考点】4R：反函数．

【专题】11：计算题．

【分析】由原函数的解析式解出自变量x的解析式，再把x和y交换位置，注明反函数的定义域（即原函数的值域）．

【解答】解：∵$y=2\sqrt{x}$（x≥0），

∴$x=\frac{y^2}{4}$，y≥0，

故反函数为 $y=\frac{x^2}{4}$（x≥0）.

故选：B.

【点评】本题考查函数与反函数的定义，求反函数的方法和步骤，注意反函数的定义域是原函数的值域.

3．（5 分）设向量 $\vec{a}$、$\vec{b}$满足 $|\vec{a}|=|\vec{b}|=1$，$\vec{a}\bullet\vec{b}=-\frac{1}{2}$，$|\vec{a}+2\vec{b}|=$（　　）

A．$\sqrt{2}$　　B．$\sqrt{3}$　　C．$\sqrt{5}$　　D．$\sqrt{7}$

【考点】91：向量的概念与向量的模；9O：平面向量数量积的性质及其运算.

【专题】11：计算题.

【分析】由 $|\vec{a}+2\vec{b}|=\sqrt{(\vec{a}+2\vec{b})^2}=\sqrt{\vec{a}^2+4\vec{a}\cdot\vec{b}+4\vec{b}^2}$，代入已知可求

【解答】解：∵ $|\vec{a}|=|\vec{b}|=1$，$\vec{a}\bullet\vec{b}=-\frac{1}{2}$，

$|\vec{a}+2\vec{b}|=\sqrt{(\vec{a}+2\vec{b})^2}=\sqrt{\vec{a}^2+4\vec{a}\cdot\vec{b}+4\vec{b}^2}=\sqrt{1-2+4}=\sqrt{3}$

故选：B.

【点评】本题主要考查了向量的数量积　性质的基本应用，属于基础试题

4．（5 分）若变量 x、y 满足约束条件 $\begin{cases}x+y\leqslant 6\\ x-3y\leqslant -2\\ x\geqslant 1\end{cases}$，则 z=2x+3y 的最小值为（　　）

A．17　　B．14　　C．5　　D．3

【考点】7C：简单线性规划.

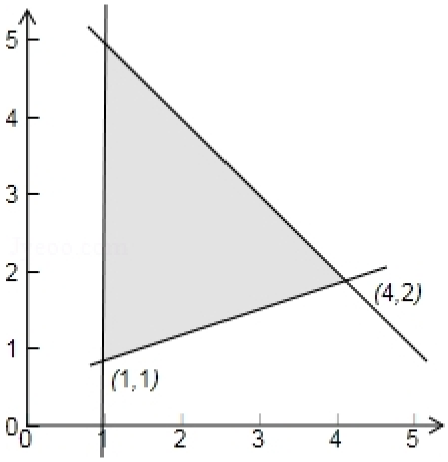
【专题】31：数形结合.

【分析】我们先画出满足约束条件 $\begin{cases}x+y\leqslant 6\\ x-3y\leqslant -2\\ x\geqslant 1\end{cases}$ 的平面区域，然后求出平面区域内各个顶点的坐标，再将各个顶点的坐标代入目标函数，比较后即可得到目标函数的最值.

【解答】解：约束条件$\begin{cases}x+y\leqslant 6\\x-3y\leqslant -2\\x\geqslant 1\end{cases}$的平面区域如图所示：

由图可知，当 x=1，y=1 时，目标函数 z=2x+3y 有最小值为 5

故选：C．



【点评】本题考查的知识点是线性规划，其中画出满足约束条件的平面区域是解答本题的关键．

5．（5 分）下面四个条件中，使 a＞b 成立的充分而不必要的条件是（　　）

A．a＞b+1　　B．a＞b﹣ 1　　C．$a^2＞b^2$　　D．$a^3＞b^3$

【考点】29：充分条件、必要条件、充要条件．

【专题】5L：简易逻辑．

【分析】利用不等式的性质得到 a＞b+1⇒a＞b；反之，通过举反例判断出 a＞b 推不出 a＞b+1；利用条件的定义判断出选项．

【解答】解：a＞b+1⇒a＞b；

反之，例如 a=2，b=1 满足 a＞b，但 a=b+1 即 a＞b 推不出 a＞b+1，

故 a＞b+1 是 a＞b 成立的充分而不必要的条件．

故选：A．

【点评】本题考查不等式的性质、考查通过举反例说明某命题不成立是常用方法．

6．（5 分）设 S_n 为等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和，若 $a_1=1$，公差 $d=2$，$S_{k+2}-S_k=24$，则 $k=$（　　）

A．8　　B．7　　C．6　　D．5

【考点】85：等差数列的前 n 项和．

【专题】11：计算题．

【分析】先由等差数列前 n 项和公式求得 S_{k+2}，S_k，将 $S_{k+2}-S_k=24$ 转化为关于 k 的方程求解．

【解答】解：根据题意：

$S_{k+2}=(k+2)^2$，$S_k=k^2$

$\therefore S_{k+2}-S_k=24$ 转化为：

$(k+2)^2-k^2=24$

$\therefore k=5$

故选：D．

【点评】本题主要考查等差数列的前 n 项和公式及其应用，同时还考查了方程思想，属中档题．

7．（5 分）设函数 $f(x)=\cos\omega x$（$\omega>0$），将 $y=f(x)$ 的图象向右平移$\frac{\pi}{3}$个单位长度后，所得的图象与原图象重合，则 ω 的最小值等于（　　）

A．$\frac{1}{3}$　　B．3　　C．6　　D．9

【考点】HK：由 $y=A\sin(\omega x+\phi)$ 的部分图象确定其解析式．

【专题】56：三角函数的求值．

【分析】函数图象平移$\frac{\pi}{3}$个单位长度后，所得的图象与原图象重合，说明函数平移整数个周期，容易得到结果．

【解答】解：f（x）的周期 $T=\frac{2\pi}{\omega}$，函数图象平移$\frac{\pi}{3}$个单位长度后，所得的图象

与原图象重合，说明函数平移整数个周期，所以$\frac{\pi}{3}=k\cdot\frac{2\pi}{\omega}$，k∈Z．令 k=1，可得 ω=6．

故选：C．

【点评】本题是基础题，考查三角函数的图象的平移，三角函数的周期定义的理解，考查技术能力，常考题型．

8．（5 分）已知直二面角 α﹣ l﹣ β，点 A∈α，AC⊥l，C 为垂足，点 B∈β，BD⊥l，D 为垂足，若 AB=2，AC=BD=1，则 CD=（　　）

A．2　　B．$\sqrt{3}$　　C．$\sqrt{2}$　　D．1

【考点】MK：点、线、面间的距离计算．

【专题】11：计算题．

【分析】根据线面垂直的判定与性质，可得 AC⊥CB，△ACB 为直角三角形，利用勾股定理可得 BC 的值；进而在 Rt△BCD 中，由勾股定理可得 CD 的值，即可得答案．

【解答】解：根据题意，直二面角 α﹣ l﹣ β，点 A∈α，AC⊥l，可得 AC⊥面 β，

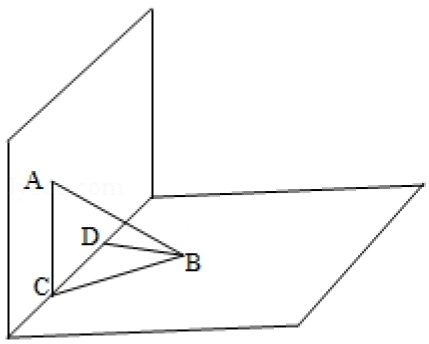
则 AC⊥CB，△ACB 为 Rt△，且 AB=2，AC=1，

由勾股定理可得，BC=$\sqrt{3}$；

在 Rt△BCD 中，BC=$\sqrt{3}$，BD=1，

由勾股定理可得，CD=$\sqrt{2}$；

故选：C．



【点评】本题考查两点间距离的计算，计算时，一般要把空间图形转化为平面图

形，进而构造直角三角形，在直角三角形中，利用勾股定理计算求解．

9．（5 分）4 位同学每人从甲、乙、丙 3 门课程中选修 1 门，则恰有 2 人选修课程甲的不同选法共有（　　）

A．12 种　　B．24 种　　C．30 种　　D．36 种

【考点】D3：计数原理的应用．

【专题】11：计算题．

【分析】本题是一个分步计数问题，恰有 2 人选修课程甲，共有 C_4^2 种结果，余下的两个人各有两种选法，共有 2×2 种结果，根据分步计数原理得到结果．

【解答】解：由题意知本题是一个分步计数问题，

∵恰有 2 人选修课程甲，共有 $C_4^2=6$ 种结果，

∴余下的两个人各有两种选法，共有 2×2=4 种结果，

根据分步计数原理知共有 6×4=24 种结果

故选：B．

【点评】本题考查分步计数问题，解题时注意本题需要分步来解，观察做完这件事一共有几步，每一步包括几种方法，这样看清楚把结果数相乘得到结果．

10．（5 分）设 f（x）是周期为 2 的奇函数，当 0≤x≤1 时，f（x）=2x（1﹣x），则 $f(-\frac{5}{2})=$（　　）

A．$-\frac{1}{2}$　　B．$-\frac{1}{4}$　　C．$\frac{1}{4}$　　D．$\frac{1}{2}$

【考点】3I：奇函数、偶函数；3Q：函数的周期性．

【专题】11：计算题．

【分析】由题意得 $f(-\frac{5}{2})=f(-\frac{1}{2})=-f(\frac{1}{2})$，代入已知条件进行运算．

【解答】解：∵f（x）是周期为 2 的奇函数，当 0≤x≤1 时，f（x）=2x（1﹣x），

$\therefore f(-\frac{5}{2})=f(-\frac{1}{2})=-f(\frac{1}{2})=-2\times\frac{1}{2}(1-\frac{1}{2})=-\frac{1}{2}$,

故选：A.

【点评】本题考查函数的周期性和奇偶性的应用，以及求函数的值.

11．（5 分）设两圆 C_1、C_2 都和两坐标轴相切，且都过点（4，1），则两圆心的距离 $|C_1C_2|=$（　　）

A．4　　　B．$4\sqrt{2}$　　　C．8　　　D．$8\sqrt{2}$

【考点】J1：圆的标准方程.

【专题】5B：直线与圆.

【分析】圆在第一象限内，设圆心的坐标为（a，a），（b，b），利用条件可得 a 和 b 分别为 $x^2-10x+17=0$ 的两个实数根，再利用韦达定理求得两圆心的距离 $|C_1C_2|=\sqrt{2}\cdot\sqrt{(a-b)^2}$的值.

【解答】解：∵两圆 C_1、C_2 都和两坐标轴相切，且都过点（4，1），故圆在第一象限内，

设两个圆的圆心的坐标分别为（a，a），（b，b），由于两圆都过点（4，1），

则有$\sqrt{(a-4)^2+(a-1)^2}=|a|$，$|\sqrt{(b-4)^2+(b-1)^2}=|b|$，

故 a 和 b 分别为 $(x-4)^2+(x-1)^2=x^2$ 的两个实数根，

即 a 和 b 分别为 $x^2-10x+17=0$ 的两个实数根，∴$a+b=10$，$ab=17$，

∴$(a-b)^2=(a+b)^2-4ab=32$，∴两圆心的距离$|C_1C_2|=\sqrt{2}\cdot\sqrt{(a-b)^2}=8$，

故选：C.

【点评】本题考查直线和圆相切的性质，两点间的距离公式、韦达定理的应用，属于基础题.

12．（5 分）已知平面 α 截一球面得圆 M，过圆心 M 且与 α 成 60°二面角的平面 β 截该球面得圆 N，若该球的半径为 4，圆 M 的面积为 4π，则圆 N 的面积为（　　）

A．7π　　B．9π　　C．11π　　D．13π

【考点】MJ：二面角的平面角及求法．

【专题】11：计算题；16：压轴题．

【分析】先求出圆 M 的半径，然后根据勾股定理求出求出 OM 的长，找出二面角的平面角，从而求出 ON 的长，最后利用垂径定理即可求出圆 N 的半径，从而求出面积．

【解答】解：∵圆 M 的面积为 4π

∴圆 M 的半径为 2

根据勾股定理可知 $OM=2\sqrt{3}$

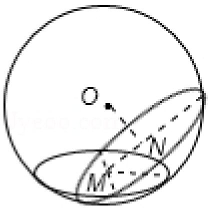
∵过圆心 M 且与 α 成 60°二面角的平面 β 截该球面得圆 N

∴$\angle OMN=30°$，在直角三角形 OMN 中，$ON=\sqrt{3}$

∴圆 N 的半径为$\sqrt{13}$

则圆的面积为 13π

故选：D．



【点评】本题主要考查了二面角的平面角，以及解三角形知识，同时考查空间想象能力，分析问题解决问题的能力，属于基础题．

二、填空题（共 4 小题，每小题 5 分，满分 20 分）

13．（5 分）$(1-x)^{10}$的二项展开式中，x 的系数与 x^9 的系数之差为：__0__．

【考点】DA：二项式定理．

【专题】11：计算题．

【分析】利用二项展开式的通项公式求出展开式的通项，令 x 的指数分别取 1；9 求出展开式的 x 的系数与 x^9 的系数；求出两个系数的差．

【解答】解：展开式的通项为 $T_{r+1}=(-1)^rC_{10}^rx^r$

所以展开式的 x 的系数﹣10

x^9 的系数﹣10

x 的系数与 x^9 的系数之差为（﹣10）﹣（﹣10）=0

故答案为：0

【点评】本题考查利用二项展开式的通项公式解决二项展开式的特定项问题．

14．（5 分）已知 a∈（π，$\frac{3\pi}{2}$），tanα=2，则 cosα=__$-\frac{\sqrt{5}}{5}$__．

【考点】GG：同角三角函数间的基本关系．

【专题】11：计算题．

【分析】先利用 α 的范围确定 cosα 的范围，进而利用同脚三角函数的基本关系，求得 cosα 的值．

【解答】解：∵a∈（π，$\frac{3\pi}{2}$），

∴cosα＜0

∴$\cos\alpha=-\frac{1}{\sqrt{1+\tan^2\alpha}}=-\frac{\sqrt{5}}{5}$

故答案为：$-\frac{\sqrt{5}}{5}$

【点评】本题主要考查了同角三角函数基本关系的应用．解题的关键是利用那个角的范围确定三角函数符号．

15．（5 分）已知正方体 ABCD﹣$A_1B_1C_1D_1$ 中，E 为 C_1D_1 的中点，则异面直线 AE 与 BC 所成的角的余弦值为__$\frac{2}{3}$__．

【考点】LM：异面直线及其所成的角．

【专题】11：计算题；16：压轴题；31：数形结合；35：转化思想．

【分析】根据题意知 AD∥BC，∴∠DAE 就是异面直线 AE 与 BC 所成角，解三角形即可求得结果．

【解答】解：连接 DE，设 AD=2

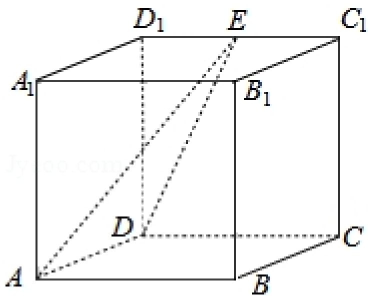
易知 AD∥BC，

∴∠DAE 就是异面直线 AE 与 BC 所成角，

在△RtADE 中，由于 DE=$\sqrt{5}$，AD=2，可得 AE=3

∴cos∠DAE=$\frac{AD}{AE}=\frac{2}{3}$，

故答案为：$\frac{2}{3}$.



【点评】此题是个基础题．考查异面直线所成角问题，求解方法一般是平移法，转化为平面角问题来解决，体现了数形结合和转化的思想．

16．（5 分）已知 F_1、F_2 分别为双曲线 C：$\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{27}=1$的左、右焦点，点 A∈C，点 M 的坐标为（2，0），AM 为∠F_1AF_2的平分线，则|AF_2|=__6__.

【考点】KC：双曲线的性质．

【专题】16：压轴题．

【分析】利用双曲线的方程求出双曲线的参数值；利用内角平分线定理得到两条焦半径的关系，再利用双曲线的定义得到两条焦半径的另一条关系，联立求出焦半径．

【解答】解：

不妨设 A 在双曲线的右支上

∵AM 为∠F_1AF_2的平分线

∴$\frac{|AF_1|}{|AF_2|}=\frac{|F_1M|}{|MF_2|}=\frac{8}{4}=2$

又∵|AF_1|﹣|AF_2|=2a=6

解得$|AF_2|=6$

故答案为6

【点评】本题考查内角平分线定理；考查双曲线的定义：解有关焦半径问题常用双曲线的定义.

三、解答题（共6小题，满分70分）

17. （10分）设等比数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，已知$a_2=6$，$6a_1+a_3=30$，求a_n和S_n.

【考点】88：等比数列的通项公式；89：等比数列的前n项和.

【专题】54：等差数列与等比数列.

【分析】设出等比数列的公比为q，然后根据等比数列的通项公式化简已知得两等式，得到关于首项与公比的二元一次方程组，求出方程组的解即可得到首项和公比的值，根据首项和公比写出相应的通项公式及前n项和的公式即可.

【解答】解：设$\{a_n\}$的公比为q，由题意得：

$$\begin{cases} a_1q=6 \\ 6a_1+a_1q^2=30 \end{cases},$$

解得：$\begin{cases} a_1=3 \\ q=2 \end{cases}$或$\begin{cases} a_1=2 \\ q=3 \end{cases}$，

当$a_1=3$，$q=2$时：$a_n=3\times 2^{n-1}$，$S_n=3\times(2^n-1)$；

当$a_1=2$，$q=3$时：$a_n=2\times 3^{n-1}$，$S_n=3^n-1$.

【点评】此题考查学生灵活运用等比数列的通项公式及前n项和的公式化简求值，是一道基础题.

18. （12分）△ABC的内角A、B、C的对边分别为a、b、c．已知$a\sin A+c\sin C-\sqrt{2}a\sin C=b\sin B$，

（Ⅰ）求B；

（Ⅱ）若$A=75°$，$b=2$，求a，c.

【考点】HU：解三角形．

【专题】11：计算题．

【分析】（Ⅰ）利用正弦定理把题设等式中的角的正弦转换成边的关系，代入余弦定理中求得 cosB 的值，进而求得 B．

（Ⅱ）利用两角和公式先求得 sinA 的值，进而利用正弦定理分别求得 a 和 c．

【解答】解：（Ⅰ）由正弦定理得 $a^2+c^2-\sqrt{2}ac=b^2$，

由余弦定理可得 $b^2=a^2+c^2-2ac\cos B$，

故 $\cos B=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$B=45°$

（Ⅱ）$\sin A=\sin(30°+45°)=\sin30°\cos45°+\cos30°\sin45°=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$

故 $a=b\times\frac{\sin A}{\sin B}=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{\sqrt{2}}=1+\sqrt{3}$

$\therefore c=b\times\frac{\sin C}{\sin B}=2\times\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}}=\sqrt{6}$

【点评】本题主要考查了解三角形问题．考查了对正弦定理和余弦定理的灵活运用．

19．（12 分）根据以往统计资料，某地车主购买甲种保险的概率为 0.5，购买乙种保险但不购买甲种保险的概率为 0.3，设各车主购买保险相互独立．

（Ⅰ）求该地 1 位车主至少购买甲、乙两种保险中的 1 种的概率；

（Ⅱ）求该地的 3 位车主中恰有 1 位车主甲、乙两种保险都不购买的概率．

【考点】C5：互斥事件的概率加法公式；CN：二项分布与 n 次独立重复试验的模型．

【专题】5I：概率与统计．

【分析】（I）设该车主购买乙种保险的概率为 P，由相互独立事件概率公式可得 P（1﹣0.5）=0.3，解可得 p，先求出该车主甲、乙两种保险都不购买的概率，由对立事件的概率性质计算可得答案．

（II）该地的 3 位车主中恰有 1 位车主甲、乙两种保险都不购买，是一个 n 次独

立重复试验恰好发生 k 次的概率，根据上一问的结果得到该地的一位车主甲、乙两种保险都不购买的概率，代入公式得到结果．

【解答】解：（I）设该车主购买乙种保险的概率为 p，

根据题意可得 p×（1﹣0.5）=0.3，解可得 p=0.6，

该车主甲、乙两种保险都不购买的概率为（1﹣0.5）（1﹣0.6）=0.2，

由对立事件的概率该车主至少购买甲、乙两种保险中的 1 种的概率 1﹣0.2=0.8

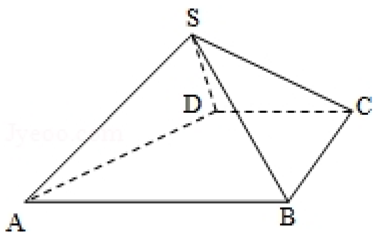
（II）每位车主甲、乙两种保险都不购买的概率为 0.2，则该地的 3 位车主中恰有 1 位车主甲、乙两种保险都不购买的概率 $P=C_3^1\times0.2\times0.8^2=0.384$．

【点评】本题考查互斥事件的概率公式加法公式，考查 n 次独立重复试验恰好发生 k 次的概率，考查对立事件的概率公式，是一个综合题目．

20．（12 分）如图，四棱锥 S﹣ABCD 中，AB∥CD，BC⊥CD，侧面 SAB 为等边三角形，AB=BC=2，CD=SD=1．

（Ⅰ）证明：SD⊥平面 SAB；

（Ⅱ）求 AB 与平面 SBC 所成的角的大小．



【考点】LW：直线与平面垂直；MI：直线与平面所成的角．

【专题】11：计算题；14：证明题．

【分析】（1）利用线面垂直的判定定理，即证明 SD 垂直于面 SAB 中两条相交的直线 SA，SB；在证明 SD 与 SA，SB 的过程中运用勾股定理即可

（Ⅱ）求 AB 与平面 SBC 所成的角的大小即利用平面 SBC 的法向量 $\vec{n}$与$\overrightarrow{AB}$间的夹角关系即可，当$\vec{n}$与$\overrightarrow{AB}$间的夹角为锐角时，所求的角即为它的余角；当$\vec{n}$与$\overrightarrow{AB}$间的夹角为钝角时，所求的角为$<\vec{n},\overrightarrow{AB}>-\frac{\pi}{2}$

【解答】（Ⅰ）证明：在直角梯形 ABCD 中，

∵AB∥CD，BC⊥CD，AB=BC=2，CD=1

∴$AD=\sqrt{(AB-CD)^2+BC^2}=\sqrt{5}$

∵侧面 SAB 为等边三角形，AB=2

∴SA=2

∵SD=1

∴$AD^2=SA^2+SD^2$

∴SD⊥SA

同理：SD⊥SB

∵SA∩SB=S，SA，SB⊂面 SAB

∴SD⊥平面 SAB

（Ⅱ）建立如图所示的空间坐标系

则 A（2，﹣1，0），B（2，1，0），C（0，1，0），

作出 S 在底面上的投影 M，则由四棱锥 S﹣ABCD 中，AB∥CD，BC⊥CD，侧面 SAB 为等边三角形知，M 点一定在 x 轴上，又 AB=BC=2，CD=SD=1．可解得 $MD=\frac{1}{2}$，从而解得 $SM=\frac{\sqrt{3}}{2}$，故可得 S（$\frac{1}{2}$，0，$\frac{\sqrt{3}}{2}$）

则 $\overrightarrow{SB}=(\frac{3}{2},1,-\frac{\sqrt{3}}{2})$，$\overrightarrow{SC}=(-\frac{1}{2},1,-\frac{\sqrt{3}}{2})$

设平面 SBC 的一个法向量为 $\overrightarrow{n}=(x,y,z)$

则 $\overrightarrow{SB}\cdot\overrightarrow{n}=0$，$\overrightarrow{SC}\cdot\overrightarrow{n}=0$

即 $\begin{cases}\frac{3}{2}x+y-\frac{\sqrt{3}}{2}z=0\\-\frac{1}{2}x+y-\frac{\sqrt{3}}{2}z=0\end{cases}$

取 x=0，$y=\frac{\sqrt{3}}{2}$，z=1

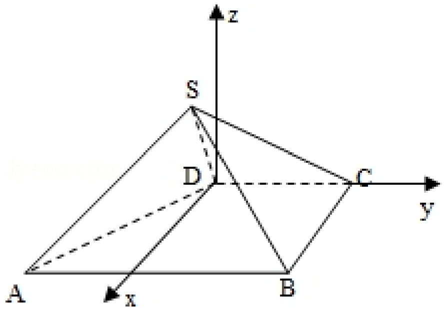
即平面 SBC 的一个法向量为 $\overrightarrow{n}=(x,y,z)=(0,\frac{\sqrt{3}}{2},1)$

又 $\overrightarrow{AB}=(0,2,0)$

$\cos<\overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{n}>=\frac{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{n}}{|\overrightarrow{AB}|\cdot|\overrightarrow{n}|}=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}=\frac{\sqrt{21}}{7}$

$\therefore<\overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{n}>=\arccos\frac{\sqrt{21}}{7}$

即 AB 与平面 SBC 所成的角的大小为 $\arcsin\frac{\sqrt{21}}{7}$



【点评】本题考查了直线与平面垂直的判定，直线与平面所成的角以及空间向量的基本知识，属于中档题.

21．（12 分）已知函数 $f(x)=x^3+3ax^2+(3-6a)x+12a-4$（a∈R）

（Ⅰ）证明：曲线 y=f（x）在 x=0 处的切线过点（2，2）；

（Ⅱ）若 f（x）在 $x=x_0$ 处取得极小值，$x_0\in(1,3)$，求 a 的取值范围.

【考点】6E：利用导数研究函数的最值；6H：利用导数研究曲线上某点切线方程.

【专题】11：计算题；16：压轴题.

【分析】（Ⅰ）求出函数 f（x）在 x=0 处的导数和 f（0）的值，结合直线方程的点斜式方程，可求切线方程；

（Ⅱ）f（x）在 $x=x_0$ 处取得最小值必是函数的极小值，可以先通过讨论导数的零点存在性，得出函数有极小值的 a 的大致取值范围，然后通过极小值对应的 $x_0\in(1,3)$，解关于 a 的不等式，从而得出取值范围

【解答】解：（Ⅰ）$f'(x)=3x^2+6ax+3-6a$

由 $f(0)=12a-4$，$f'(0)=3-6a$，

可得曲线 y=f（x）在 x=0 处的切线方程为 $y=(3-6a)x+12a-4$，

当 x=2 时，y=2（3﹣6a）+12a﹣4=2，可得点（2，2）在切线上

∴曲线 y=f（x）在 x=0 的切线过点（2，2）

（Ⅱ）由 f′（x）=0 得

$x^2+2ax+1-2a=0$…（1）

方程（1）的根的判别式

$\triangle=4a^2-4(1-2a)=4(a+1+\sqrt{2})(a+1-\sqrt{2})$

①当 $-\sqrt{2}-1\leqslant a\leqslant\sqrt{2}-1$时，函数 f（x）没有极小值

②当 $a<-\sqrt{2}-1$或 $a>\sqrt{2}-1$时，

由 f′（x）=0 得 $x_1=-a-\sqrt{a^2+2a-1}$，$x_2=-a+\sqrt{a^2+2a-1}$

故 $x_0=x_2$，由题设可知$1<-a+\sqrt{a^2+2a-1}<3$

（i）当 $a>\sqrt{2}-1$时，不等式$1<-a+\sqrt{a^2+2a-1}<3$没有实数解；

（ii）当 $a<-\sqrt{2}-1$时，不等式$1<-a+\sqrt{a^2+2a-1}<3$

化为 $a+1<\sqrt{a^2+2a-1}<a+3$，

解得 $-\frac{5}{2}<a<-\sqrt{2}-1$

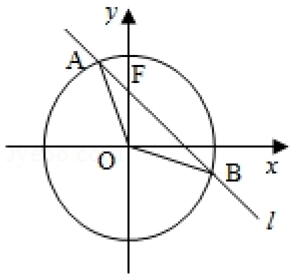
综合①②，得 a 的取值范围是 $(-\frac{5}{2},-\sqrt{2}-1)$

【点评】将字母 a 看成常数，讨论关于 x 的三次多项式函数的极值点，是解决本题的难点，本题中处理关于 a 的无理不等式，计算也比较繁，因此本题对能力的要求比较高．

22．（12 分）已知 O 为坐标原点，F 为椭圆 C：$x^2+\frac{y^2}{2}=1$在 y 轴正半轴上的焦点，过 F 且斜率为$-\sqrt{2}$的直线 l 与 C 交于 A、B 两点，点 P 满足$\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OP}=\overrightarrow{0}$．

（Ⅰ）证明：点 P 在 C 上；

（Ⅱ）设点 P 关于点 O 的对称点为 Q，证明：A、P、B、Q 四点在同一圆上．



【考点】9S：数量积表示两个向量的夹角；KH：直线与圆锥曲线的综合.

【专题】15：综合题；16：压轴题；35：转化思想.

【分析】（1）要证明点 P 在 C 上，即证明 P 点的坐标满足椭圆 C 的方程 $x^2+\frac{y^2}{2}=1$，根据已知中过 F 且斜率为$-\sqrt{2}$的直线 l 与 C 交于 A、B 两点，点 P 满足$\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OP}=\vec{0}$，我们求出点 P 的坐标，代入验证即可.

（2）若 A、P、B、Q 四点在同一圆上，则我们可以先求出任意三点确定的圆的方程，然后将第四点坐标代入验证即可.

【解答】证明：（Ⅰ）设 A（x_1，y_1），B（x_2，y_2）

椭圆 C：$x^2+\frac{y^2}{2}=1$①，则直线 AB 的方程为：$y=-\sqrt{2}x+1$　②

联立方程可得 $4x^2-2\sqrt{2}x-1=0$，

则 $x_1+x_2=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$x_1\times x_2=-\frac{1}{4}$

则 $y_1+y_2=-\sqrt{2}(x_1+x_2)+2=1$

设 P（p_1，p_2），

则有：$\overrightarrow{OA}=(x_1,y_1)$，$\overrightarrow{OB}=(x_2,y_2)$，$\overrightarrow{OP}=(p_1,p_2)$；

∴$\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}=(x_1+x_2,y_1+y_2)=(\frac{\sqrt{2}}{2},1)$；$\overrightarrow{OP}=(p_1,p_2)=-(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB})=(-\frac{\sqrt{2}}{2},-1)$

∴p 的坐标为$(-\frac{\sqrt{2}}{2},-1)$代入①方程成立，所以点 P 在 C 上.

（Ⅱ）设点 P 关于点 O 的对称点为 Q，证明：A、P、B、Q 四点在同一圆上.

设线段 AB 的中点坐标为（$\frac{x_1+x_2}{2}$，$\frac{y_1+\ y_2}{2}$），即（$\frac{\sqrt{2}}{4}$，$\frac{1}{2}$），

则过线段 AB 的中点且垂直于 AB 的直线方程为：$y-\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{2}}{2}$（$x-\frac{\sqrt{2}}{4}$），即

$y=\frac{\sqrt{2}}{2}x+\frac{1}{4}$；③

∵P 关于点 O 的对称点为 Q，故 0（0.0）为线段 PQ 的中点，

则过线段 PQ 的中点且垂直于 PQ 的直线方程为：$y=-\frac{\sqrt{2}}{2}x$④；

③④联立方程组，解之得：$x=-\frac{\sqrt{2}}{8}$，$y=\frac{1}{8}$

③④的交点就是圆心 O_1（$-\frac{\sqrt{2}}{8}$，$\frac{1}{8}$），

$r^2=|O_1P|^2=\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}-\left(-\frac{\sqrt{2}}{8}\right)\right)^2+\left(-1-\frac{1}{8}\right)^2=\frac{99}{64}$

故过 P Q 两点圆的方程为：$\left(x+\frac{\sqrt{2}}{8}\right)^2+\left(y-\frac{1}{8}\right)^2=\frac{99}{64}$…⑤，

把 $y=-\sqrt{2}x+1$ …②代入⑤，

有 $x_1+x_2=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$y_1+y_2=1$

∴A，B 也是在圆⑤上的.

∴A、P、B、Q 四点在同一圆上.

【点评】本题考查的知识点是直线与圆锥曲线的关系，向量在几何中的应用，其中判断点与曲线关系时，所使用的坐标代入验证法是解答本题的关键.