绝密★启用前

2022 年普通高等学校招生全国统一考试

文科数学

注意事项：

1．答卷前，考生务必用黑色碳素笔将自己的姓名、准考证号、考场号、座位号填写在答题卡上，并认真核准条形码上的准考证号、姓名、考场号、座位号及科目，在规定的位置贴好条形码.

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号.回答非选择题时，将答案写在答题卡上、写在本试卷上无效.

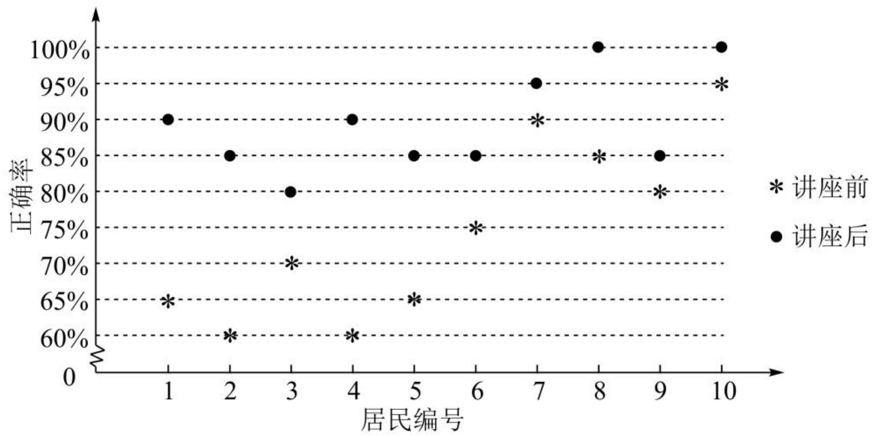
3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回.

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 设集合 $A=\{-2,-1,0,1,2\}, B=\left\{x \middle| 0\le x<\frac{5}{2}\right\}$，则 $A\cap B=$（　　）

A. $\{0,1,2\}$　　B. $\{-2,-1,0\}$　　C. $\{0,1\}$　　D. $\{1,2\}$

2. 某社区通过公益讲座以普及社区居民的垃圾分类知识．为了解讲座效果，随机抽取 10 位社区居民，让他们在讲座前和讲座后各回答一份垃圾分类知识问卷，这 10 位社区居民在讲座前和讲座后问卷答题的正确率如下图：



则（　　）

A. 讲座前问卷答题的正确率的中位数小于 70%

B. 讲座后问卷答题的正确率的平均数大于 85%

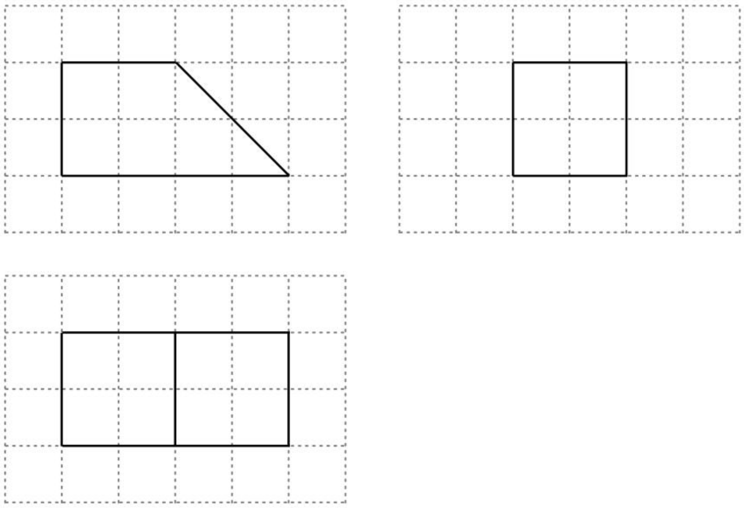
C. 讲座前问卷答题的正确率的标准差小于讲座后正确率的标准差

D. 讲座后问卷答题的正确率的极差大于讲座前正确率的极差

3. 若 $z=1+\mathrm{i}$．则 $|\mathrm{i}z+3\overline{z}|=$（　　）

A. $4\sqrt{5}$　　B. $4\sqrt{2}$　　C. $2\sqrt{5}$　　D. $2\sqrt{2}$

4. 如图，网格纸上绘制的是一个多面体的三视图，网格小正方形的边长为 1，则该多面体的体积为（　　）



A. 8　　B. 12　　C. 16　　D. 20

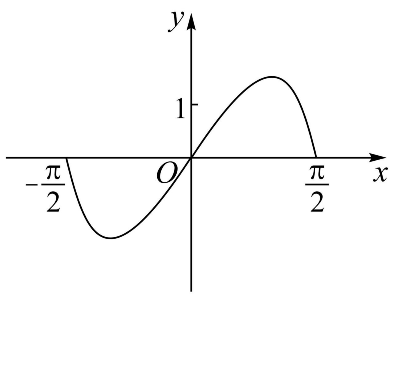
5. 将函数 $f(x)=\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{3}\right)(\omega>0)$ 的图像向左平移 $\frac{\pi}{2}$ 个单位长度后得到曲线 C，若 C 关于 y 轴对称，则 ω 的最小值是（　　）

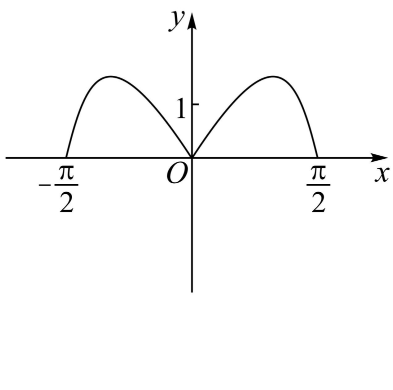
A. $\frac{1}{6}$　　B. $\frac{1}{4}$　　C. $\frac{1}{3}$　　D. $\frac{1}{2}$

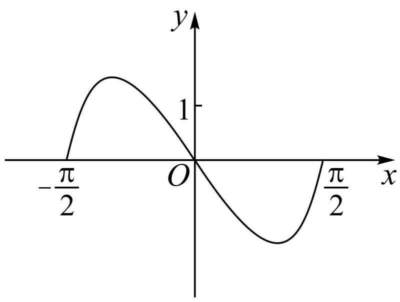
6. 从分别写有 1，2，3，4，5，6 的 6 张卡片中无放回随机抽取 2 张，则抽到的 2 张卡片上的数字之积是 4 的倍数的概率为（　　）

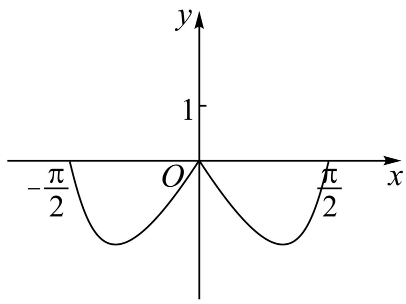
A. $\frac{1}{5}$　　B. $\frac{1}{3}$　　C. $\frac{2}{5}$　　D. $\frac{2}{3}$

7. 函数 $y=\left(3^{x}-3^{-x}\right)\cos x$ 在区间 $\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$ 的图象大致为（　　）

A.


B.


C. 

D. 

8. 当 $x=1$ 时，函数 $f(x)=a\ln x+\frac{b}{x}$ 取得最大值 -2，则 $f'(2)=$（　　）

A. -1　　B. $-\frac{1}{2}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. 1

9. 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，已知 B_1D 与平面 $ABCD$ 和平面 AA_1B_1B 所成的角均为 30°，则（　　）

A. $AB=2AD$

B. AB 与平面 AB_1C_1D 所成的角为 30°

C. $AC=CB_1$

D. B_1D 与平面 BB_1C_1C 所成的角为 45°

10. 甲、乙两个圆锥的母线长相等，侧面展开图的圆心角之和为 2π，侧面积分别为 $S_{甲}$ 和 $S_{乙}$，体积分别为 $V_{甲}$ 和 $V_{乙}$．若 $\frac{S_{甲}}{S_{乙}}=2$，则 $\frac{V_{甲}}{V_{乙}}=$（　　）

A. $\sqrt{5}$　　B. $2\sqrt{2}$　　C. $\sqrt{10}$　　D. $\frac{5\sqrt{10}}{4}$

11. 已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的离心率为 $\frac{1}{3}$，A_1,A_2 分别为 C 的左、右顶点，B 为 C 的上顶点．若 $\overrightarrow{BA_1}\cdot\overrightarrow{BA_2}=-1$，则 C 的方程为（　　）

A. $\frac{x^2}{18}+\frac{y^2}{16}=1$　　B. $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{8}=1$　　C. $\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{2}=1$　　D. $\frac{x^2}{2}+y^2=1$

12. 已知 $9^m=10,a=10^m-11,b=8^m-9$，则（　　）

A. $a>0>b$　　B. $a>b>0$　　C. $b>a>0$　　D. $b>0>a$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 已知向量 $\vec{a}=(m,3),\vec{b}=(1,m+1)$．若 $\vec{a}\perp\vec{b}$，则 $m=$____________.

14. 设点 M 在直线 $2x+y-1=0$ 上，点 $(3,0)$ 和 $(0,1)$ 均在 $\odot M$ 上，则 $\odot M$ 的方程为____________.

15. 记双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的离心率为 e，写出满足条件“直线 $y=2x$ 与 C 无公共点”的 e 的一个值____________.

16. 已知$\triangle ABC$中，点 D 在边 BC 上，$\angle ADB=120^{\circ}, AD=2, CD=2BD$．当$\dfrac{AC}{AB}$取得最小值时，$BD=$________.

三、解答题：共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答.第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答.

（一）必考题：共 60 分

17. 甲、乙两城之间的长途客车均由 A 和 B 两家公司运营，为了解这两家公司长途客车的运行情况，随机调查了甲、乙两城之间的 500 个班次，得到下面列联表：

	准点班次数	未准点班次数
A	240	20
B	210	30

（1）根据上表，分别估计这两家公司甲、乙两城之间的长途客车准点的概率；

（2）能否有 90%的把握认为甲、乙两城之间的长途客车是否准点与客车所属公司有关？

附：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，

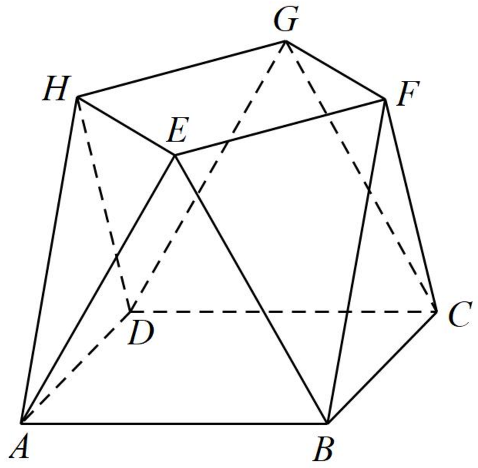
$P\left(K^2 \geq k\right)$	0.100	0.050	0.010
k	2.706	3.841	6.635

18. 记S_n为数列$\left\{a_n\right\}$的前 n 项和．已知$\dfrac{2S_n}{n}+n=2a_n+1$．

（1）证明：$\left\{a_n\right\}$是等差数列；

（2）若a_4, a_7, a_9成等比数列，求S_n的最小值.

19. 小明同学参加综合实践活动，设计了一个封闭的包装盒，包装盒如图所示：底面$ABCD$是边长为 8（单位：cm）的正方形，$\triangle EAB, \triangle FBC, \triangle GCD, \triangle HDA$均为正三角形，且它们所在的平面都与平面$ABCD$垂直.



（1）证明：$EF//$平面$ABCD$；

（2）求该包装盒的容积（不计包装盒材料的厚度）.

20. 已知函数$f(x)=x^3-x, g(x)=x^2+a$，曲线$y=f(x)$在点$\left(x_1, f\left(x_1\right)\right)$处的切线也是曲线$y=g(x)$的切线.

（1）若$x_1=-1$，求 a;

（2）求 a 的取值范围.

21. 设抛物线$C: y^2=2px(p>0)$的焦点为 F，点$D(p,0)$，过 F 的直线交 C 于 M，N 两点．当直线 MD 垂直于 x 轴时，$|MF|=3$.

（1）求 C 的方程;

（2）设直线MD,ND与 C 的另一个交点分别为 A，B，记直线MN,AB的倾斜角分别为α,β．当$\alpha-\beta$取得最大值时，求直线 AB 的方程.

（二）选考题：共 10 分.请考生在第 22、23 题中任选一题作答.如果多做，则按所做的第一题计分.

[选修 4-4：坐标系与参数方程]

22. 在直角坐标系xOy中，曲线C_1的参数方程为$\begin{cases}x=\dfrac{2+t}{6}\\ y=\sqrt{t}\end{cases}$（$t$ 为参数），曲线C_2的参数方程为$\begin{cases}x=-\dfrac{2+s}{6}\\ y=-\sqrt{s}\end{cases}$（$s$ 为参数）.

（1）写出C_1的普通方程;

（2）以坐标原点为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，曲线C_3的极坐标方程为$2\cos\theta-\sin\theta=0$，求

C_3与C_1交点的直角坐标，及C_3与C_2交点的直角坐标．

[选修 4-5：不等式选讲]

23．已知 a，b，c 均为正数，且$a^2+b^2+4c^2=3$，证明：

（1）$a+b+2c\leq 3$；

（2）若$b=2c$，则$\frac{1}{a}+\frac{1}{c}\geq 3$．