2018 年全国统一高考数学试卷（文科）（新课标Ⅲ）

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

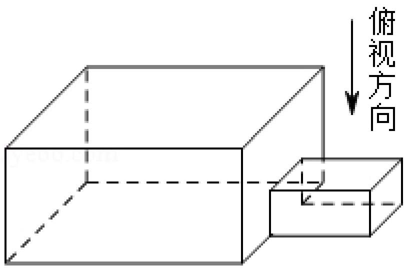
1．（5 分）已知集合 A={x|x﹣ 1≥0}，B={0，1，2}，则 A∩B=（　　）

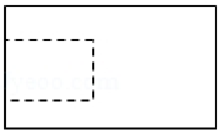
A．{0}　　B．{1}　　C．{1，2}　　D．{0，1，2}

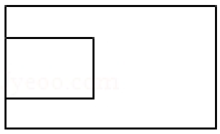
2．（5 分）（1+i）（2﹣ i）=（　　）

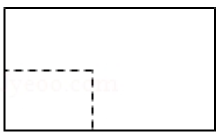
A．﹣ 3﹣ i　　B．﹣ 3+i　　C．3﹣ i　　D．3+i

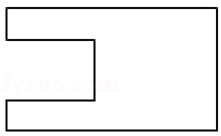
3．（5 分）中国古建筑借助榫卯将木构件连接起来．构件的凸出部分叫榫头，凹进部分叫卯眼，图中木构件右边的小长方体是榫头．若如图摆放的木构件与某一带卯眼的木构件咬合成长方体，则咬合时带卯眼的木构件的俯视图可以是（　　）



A．

B．

C．

D．

4．（5 分）若 sinα=$\frac{1}{3}$，则 cos2α=（　　）

A．$\frac{8}{9}$　　B．$\frac{7}{9}$　　C．$-\frac{7}{9}$　　D．$-\frac{8}{9}$

5．（5 分）若某群体中的成员只用现金支付的概率为 0.45，既用现金支付也用非现金支付的概率为 0.15，则不用现金支付的概率为（　　）

A．0.3　　B．0.4　　C．0.6　　D．0.7

6．（5 分）函数 f（x）=$\frac{\tan x}{1+\tan^2 x}$的最小正周期为（　　）

A．$\frac{\pi}{4}$　　B．$\frac{\pi}{2}$　　C．π　　D．2π

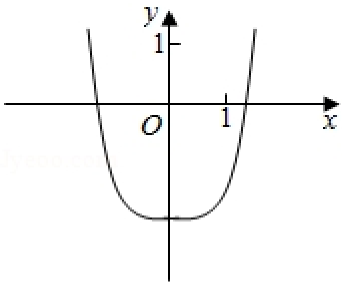
7．（5 分）下列函数中，其图象与函数 y=lnx 的图象关于直线 x=1 对称的是（　　）

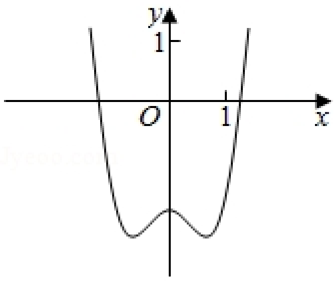
A．y=ln（1﹣x）　B．y=ln（2﹣x）　C．y=ln（1+x）　D．y=ln（2+x）

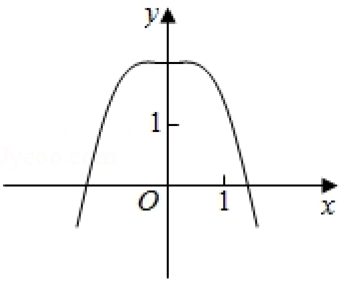
8．（5 分）直线 x+y+2=0 分别与 x 轴，y 轴交于 A，B 两点，点 P 在圆（x﹣2）^{2}+y^2=2 上，则△ABP 面积的取值范围是（　　）

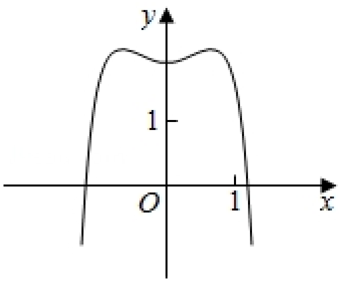
A．［2，6］　B．［4，8］　C．［$\sqrt{2}$，3$\sqrt{2}$］　D．［2$\sqrt{2}$，3$\sqrt{2}$］

9．（5 分）函数 y=﹣x^4+x^2+2 的图象大致为（　　）

A．

B．

C．

D．

10．（5 分）已知双曲线 C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（a＞0，b＞0）的离心率为$\sqrt{2}$，则点（4，0）到 C 的渐近线的距离为（　　）

A．$\sqrt{2}$　B．2　C．$\frac{3\sqrt{2}}{2}$　D．2$\sqrt{2}$

11．（5 分）△ABC 的内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c．若△ABC 的面积为$\frac{a^2+b^2-c^2}{4}$，则 C=（　　）

A．$\frac{\pi}{2}$　B．$\frac{\pi}{3}$　C．$\frac{\pi}{4}$　D．$\frac{\pi}{6}$

12．（5 分）设 A，B，C，D 是同一个半径为 4 的球的球面上四点，△ABC 为等边三角形且面积为 9$\sqrt{3}$，则三棱锥 D﹣ABC 体积的最大值为（　　）

A．$12\sqrt{3}$　　B．$18\sqrt{3}$　　C．$24\sqrt{3}$　　D．$54\sqrt{3}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．（5 分）已知向量$\vec{a}$=（1，2），$\vec{b}$=（2，﹣2），$\vec{c}$=（1，λ）．若$\vec{c}$∥（2$\vec{a}$+$\vec{b}$），则 λ=_______．

14．（5 分）某公司有大量客户，且不同年龄段客户对其服务的评价有较大差异．为了解客户的评价，该公司准备进行抽样调查，可供选择的抽样方法有简单随机抽样、分层抽样和系统抽样，则最合适的抽样方法是_______．

15．（5 分）若变量 x，y 满足约束条件$\begin{cases}2x+y+3\geqslant 0\\ x-2y+4\geqslant 0\\ x-2\leqslant 0\end{cases}$，则 $z=x+\frac{1}{3}y$ 的最大值是_______．

16．（5 分）已知函数 f（x）=ln（$\sqrt{1+x^2}$﹣ x）+1，f（a）=4，则 f（﹣ a）=_______．

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。（一）必考题：共 60 分。

17．（12 分）等比数列$\{a_n\}$中，$a_1=1$，$a_5=4a_3$．

（1）求$\{a_n\}$的通项公式；

（2）记 S_n 为$\{a_n\}$的前 n 项和．若 $S_m=63$，求 m．

18．（12 分）某工厂为提高生产效率，开展技术创新活动，提出了完成某项生产任务的两种新的生产方式．为比较两种生产方式的效率，选取 40 名工人，将他们随机分成两组，每组 20 人．第一组工人用第一种生产方式，第二组工人用第二种生产方式．根据工人完成生产任务的工作时间（单位：min）绘制了如下茎叶图：

第一种生产方式		第二种生产方式
8	6	5 5 6 8 9
9 7 6 2	7	0 1 2 2 3 4 5 6 6 8
9 8 7 7 6 5 4 3 3 2	8	1 4 4 5
2 1 1 0 0	9	0

（1）根据茎叶图判断哪种生产方式的效率更高？并说明理由；

（2）求 40 名工人完成生产任务所需时间的中位数 m，并将完成生产任务所需时间超过 m 和不超过 m 的工人数填入下面的列联表：

	超过 m	不超过 m
第一种生产方式		
第二种生产方式		

（3）根据（2）中的列联表，能否有 99%的把握认为两种生产方式的效率有差异？

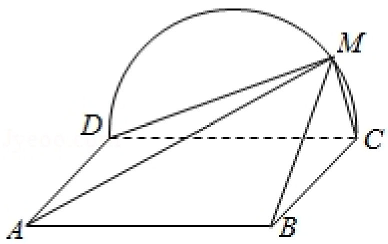
附：$K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，

P（$K^2 \geqslant k$）	0.050	0.010	0.001
k	3.841	6.635	10.828

19．（12 分）如图，矩形 ABCD 所在平面与半圆弧$\overset{\frown}{CD}$所在平面垂直，M 是$\overset{\frown}{CD}$上异于 C，D 的点．

（1）证明：平面 AMD⊥平面 BMC；

（2）在线段 AM 上是否存在点 P，使得 MC∥平面 PBD？说明理由．



20．（12 分）已知斜率为 k 的直线 l 与椭圆 C：$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$交于 A，B 两点，线段 AB 的中点为 M（1，m）（m＞0）．

（1）证明：k＜﹣$\frac{1}{2}$；

（2）设 F 为 C 的右焦点，P 为 C 上一点，且$\overrightarrow{FP}+\overrightarrow{FA}+\overrightarrow{FB}=\overrightarrow{0}$，证明：$2|\overrightarrow{FP}|=|\overrightarrow{FA}|+|\overrightarrow{FB}|$．

21．（12 分）已知函数 f（x）$=\frac{ax^2+x-1}{e^x}$．

（1）求曲线 y=f（x）在点（0，﹣1）处的切线方程；

（2）证明：当 a≥1 时，f（x）+e≥0．

（二）选考题：共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题计分。[选修 4-4：坐标系与参数方程]（10 分）

22．（10 分）在平面直角坐标系 xOy 中，⊙O 的参数方程为$\begin{cases}x=\cos\theta\\y=\sin\theta\end{cases}$，（θ 为参数），过点（0，－$\sqrt{2}$）且倾斜角为 α 的直线 l 与⊙O 交于 A，B 两点．

（1）求 α 的取值范围；

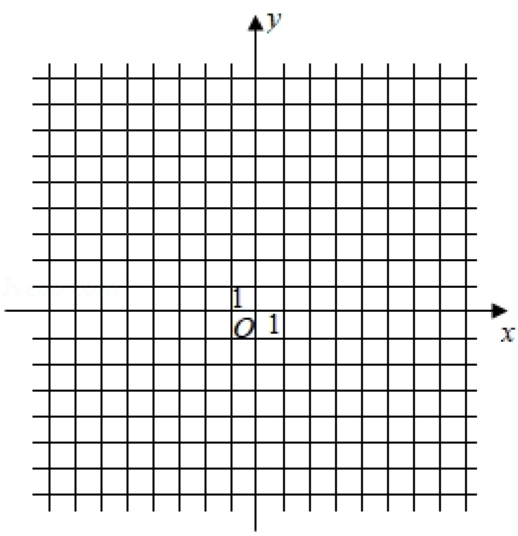
（2）求 AB 中点 P 的轨迹的参数方程．

[选修 4-5：不等式选讲]（10 分）

23．设函数 f（x）=|2x+1|+|x﹣1|．

（1）画出 y=f（x）的图象；

（2）当 x∈[0，+∞）时，f（x）≤ax+b，求 a+b 的最小值．



2018年全国统一高考数学试卷（文科）（新课标Ⅲ）

参考答案与试题解析

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．（5分）已知集合$A=\{x|x-1\geqslant 0\}$，$B=\{0，1，2\}$，则$A\cap B=$（　　）

A．$\{0\}$　　B．$\{1\}$　　C．$\{1，2\}$　　D．$\{0，1，2\}$

【考点】1E：交集及其运算．

【专题】37：集合思想；4A：数学模型法；5J：集合．

【分析】求解不等式化简集合A，再由交集的运算性质得答案．

【解答】解：∵$A=\{x|x-1\geqslant 0\}=\{x|x\geqslant 1\}$，$B=\{0，1，2\}$，

∴$A\cap B=\{x|x\geqslant 1\}\cap\{0，1，2\}=\{1，2\}$．

故选：C．

【点评】本题考查了交集及其运算，是基础题．

2．（5分）$(1+i)(2-i)=$（　　）

A．$-3-i$　　B．$-3+i$　　C．$3-i$　　D．$3+i$

【考点】A5：复数的运算．

【专题】38：对应思想；4A：数学模型法；5N：数系的扩充和复数．

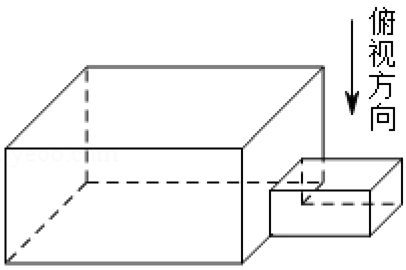
【分析】直接利用复数代数形式的乘除运算化简得答案．

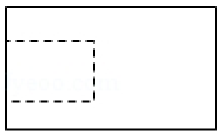
【解答】解：$(1+i)(2-i)=3+i$．

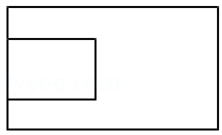
故选：D．

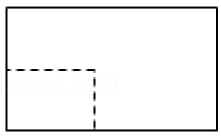
【点评】本题考查了复数代数形式的乘除运算，是基础题．

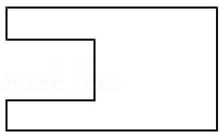
3．（5 分）中国古建筑借助榫卯将木构件连接起来．构件的凸出部分叫榫头，凹进部分叫卯眼，图中木构件右边的小长方体是榫头．若如图摆放的木构件与某一带卯眼的木构件咬合成长方体，则咬合时带卯眼的木构件的俯视图可以是（　　）



A. 

B. 

C. 

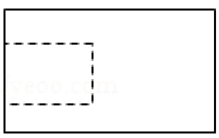
D. 

【考点】L7：简单空间图形的三视图．

【专题】11：计算题；35：转化思想；49：综合法；5F：空间位置关系与距离．

【分析】直接利用空间几何体的三视图的画法，判断选项的正误即可．

【解答】解：由题意可知，如图摆放的木构件与某一带卯眼的木构件咬合成长方体，小的长方体，是榫头，从图形看出，轮廓是长方形，内含一个长方形，并且一条边重合，另外 3 边是虚线，所以木构件的俯视图是 A．



故选：A．

【点评】本题看出简单几何体的三视图的画法，是基本知识的考查．

4．（5 分）若 $\sin\alpha=\frac{1}{3}$，则 $\cos2\alpha=$（　　）

A. $\frac{8}{9}$　　B. $\frac{7}{9}$　　C. $-\frac{7}{9}$　　D. $-\frac{8}{9}$

【考点】GS：二倍角的三角函数．

【专题】11：计算题；34：方程思想；4O：定义法；56：三角函数的求值．

【分析】$\cos2\alpha=1-2\sin^2\alpha$，由此能求出结果．

【解答】解：$\because \sin\alpha=\frac{1}{3}$，

$\therefore \cos2\alpha=1-2\sin^2\alpha=1-2\times\frac{1}{9}=\frac{7}{9}$．

故选：B．

【点评】本题考查二倍角的余弦值的求法，考查二倍角公式等基础知识，考查运算求解能力，考查函数与方程思想，是基础题．

5．（5 分）若某群体中的成员只用现金支付的概率为 0.45，既用现金支付也用非现金支付的概率为 0.15，则不用现金支付的概率为（　　）

A．0.3　　B．0.4　　C．0.6　　D．0.7

【考点】C5：互斥事件的概率加法公式；CB：古典概型及其概率计算公式．

【专题】11：计算题；35：转化思想；49：综合法；5I：概率与统计．

【分析】直接利用互斥事件的概率的加法公式求解即可．

【解答】解：某群体中的成员只用现金支付，既用现金支付也用非现金支付，不用现金支付，是互斥事件，

所以不用现金支付的概率为：$1-0.45-0.15=0.4$．

故选：B．

【点评】本题考查互斥事件的概率的求法，判断事件是互斥事件是解题的关键，是基本知识的考查．

6．（5 分）函数 $f(x)=\frac{\tan x}{1+\tan^2 x}$的最小正周期为（　　）

A．$\frac{\pi}{4}$　　B．$\frac{\pi}{2}$　　C．π　　D．2π

【考点】H1：三角函数的周期性．

【专题】35：转化思想；49：综合法；57：三角函数的图像与性质．

【分析】利用同角三角函数的基本关系、二倍角的正弦公式化简函数的解析式，再利用正弦函数的周期性，得出结论．

【解答】解：函数 f（x）$=\frac{\tan x}{1+\tan^2 x}=\frac{\sin x\cos x}{\cos^2 x+\sin^2 x}=\frac{1}{2}\sin 2x$ 的最小正周期为 $\frac{2\pi}{2}=\pi$，

故选：C．

【点评】本题主要考查同角三角函数的基本关系、二倍角的正弦公式，正弦函数的周期性，属于基础题．

7．（5 分）下列函数中，其图象与函数 y=lnx 的图象关于直线 x=1 对称的是（　　）

A．y=ln（1﹣ x）　B．y=ln（2﹣ x）　C．y=ln（1+x）　D．y=ln（2+x）

【考点】3A：函数的图象与图象的变换．

【专题】35：转化思想；51：函数的性质及应用．

【分析】直接利用函数的图象的对称和平移变换求出结果．

【解答】解：首先根据函数 y=lnx 的图象，

则：函数 y=lnx 的图象与 y=ln（﹣ x）的图象关于 y 轴对称．

由于函数 y=lnx 的图象关于直线 x=1 对称．

则：把函数 y=ln（﹣ x）的图象向右平移 2 个单位即可得到：y=ln（2﹣ x）．

即所求得解析式为：y=ln（2﹣ x）．

故选：B．

【点评】本题考查的知识要点：函数的图象的对称和平移变换．

8．（5 分）直线 x+y+2=0 分别与 x 轴，y 轴交于 A，B 两点，点 P 在圆 $(x-2)^2+y^2=2$ 上，则△ABP 面积的取值范围是（　　）

A．[2，6]　B．[4，8]　C．$[\sqrt{2}，3\sqrt{2}]$　D．$[2\sqrt{2}，3\sqrt{2}]$

【考点】J9：直线与圆的位置关系．

【专题】11：计算题；34：方程思想；49：综合法；5B：直线与圆．

【分析】求出 A（﹣ 2，0），B（0，﹣ 2），$|AB|=2\sqrt{2}$，设 P（$2+\sqrt{2}\cos\theta$，$\sqrt{2}\sin\theta$），点 P 到直线 x+y+2=0 的距离：$d=\frac{|2+\sqrt{2}\cos\theta+\sqrt{2}\sin\theta+2|}{\sqrt{2}}=\frac{|2\sin(\theta+\frac{\pi}{4})+4|}{\sqrt{2}}\in[\sqrt{2},3\sqrt{2}]$，由此能求出△ABP 面积的取值范围．

【解答】解：∵直线 x+y+2=0 分别与 x 轴，y 轴交于 A，B 两点，

∴令 x=0，得 y=﹣ 2，令 y=0，得 x=﹣ 2，

∴A（﹣ 2，0），B（0，﹣ 2），$|AB|=\sqrt{4+4}=2\sqrt{2}$，

∵点 P 在圆 $(x-2)^2+y^2=2$ 上，∴设 P（$2+\sqrt{2}\cos\theta$，$\sqrt{2}\sin\theta$），

∴点 P 到直线 x+y+2=0 的距离：

$$d=\frac{|2+\sqrt{2}\cos\theta+\sqrt{2}\sin\theta+2|}{\sqrt{2}}=\frac{|2\sin(\theta+\frac{\pi}{4})+4|}{\sqrt{2}},$$

∵$\sin(\theta+\frac{\pi}{4})\in[-1,1]$，∴$d=\frac{|2\sin(\theta+\frac{\pi}{4})+4|}{\sqrt{2}}\in[\sqrt{2},3\sqrt{2}]$，

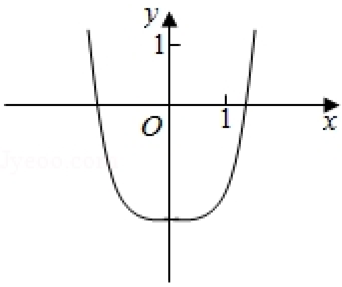
∴△ABP 面积的取值范围是：

$[\frac{1}{2}\times2\sqrt{2}\times\sqrt{2},\ \frac{1}{2}\times2\sqrt{2}\times3\sqrt{2}]=[2,6]$．

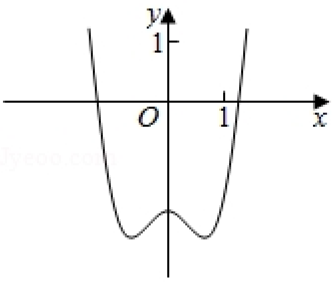
故选：A．

【点评】本题考查三角形面积的取值范围的求法，考查直线方程、点到直线的距离公式、圆的参数方程、三角函数关系等基础知识，考查运算求解能力，考查函数与方程思想，是中档题．

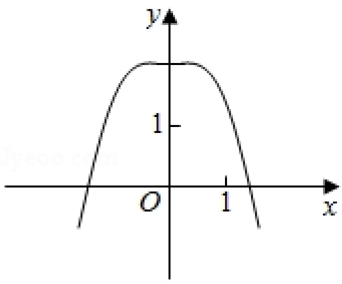
9．（5 分）函数 $y=-x^4+x^2+2$ 的图象大致为（　　）



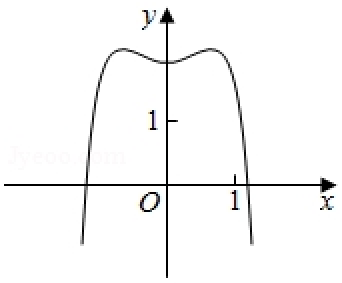
A.



B.



C.



D.

【考点】3A：函数的图象与图象的变换．

【专题】38：对应思想；4R：转化法；51：函数的性质及应用．

【分析】根据函数图象的特点，求函数的导数利用函数的单调性进行判断即可．

【解答】解：函数过定点（0，2），排除 A，B．

函数的导数 f′（x）=− $4x^3+2x=-2x(2x^2-1)$，

由 f′（x）＞0 得 $2x(2x^2-1)$＜0，

得 $x<-\frac{\sqrt{2}}{2}$或 $0<x<\frac{\sqrt{2}}{2}$，此时函数单调递增，

由 f′（x）<0 得 $2x(2x^2-1)>0$，

得 $x>\frac{\sqrt{2}}{2}$或$-\frac{\sqrt{2}}{2}<x<0$，此时函数单调递减，排除 C，

也可以利用 f（1）=－ 1+1+2=2>0，排除 A，B，

故选：D．

【点评】本题主要考查函数的图象的识别和判断，利用函数过定点以及判断函数的单调性是解决本题的关键．

10．（5 分）已知双曲线 C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（a>0，b>0）的离心率为$\sqrt{2}$，则点（4，0）到 C 的渐近线的距离为（　　）

A．$\sqrt{2}$　　B．2　　C．$\frac{3\sqrt{2}}{2}$　　D．$2\sqrt{2}$

【考点】KC：双曲线的性质．

【专题】11：计算题；34：方程思想；49：综合法；5D：圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】利用双曲线的离心率求出 a，b 的关系，求出双曲线的渐近线方程，利用点到直线的距离求解即可．

【解答】解：双曲线 C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（a>0，b>0）的离心率为$\sqrt{2}$，

可得$\frac{c}{a}=\sqrt{2}$，即：$\frac{a^2+b^2}{a^2}=2$，解得 a=b，

双曲线 C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（a>b>0）的渐近线方程玩：y=±x，

点（4，0）到 C 的渐近线的距离为：$\frac{|\pm 4|}{\sqrt{2}}=2\sqrt{2}$．

故选：D．

【点评】本题看出双曲线的简单性质的应用，考查转化思想以及计算能力．

11．（5 分）△ABC 的内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c．若△ABC 的面积为 $\frac{a^2+b^2-c^2}{4}$，则 C=（　　）

A．$\frac{\pi}{2}$　　B．$\frac{\pi}{3}$　　C．$\frac{\pi}{4}$　　D．$\frac{\pi}{6}$

【考点】HR：余弦定理．

【专题】11：计算题；35：转化思想；49：综合法；58：解三角形．

【分析】推导出 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}absinC=\frac{a^2+b^2-c^2}{4}$，从而 $sinC=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=cosC$，由此能求出结果．

【解答】解：∵△ABC 的内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c．

△ABC 的面积为 $\frac{a^2+b^2-c^2}{4}$，

∴$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}absinC=\frac{a^2+b^2-c^2}{4}$，

∴$sinC=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=cosC$，

∵$0<C<\pi$，∴$C=\frac{\pi}{4}$．

故选：C．

【点评】本题考查三角形内角的求法，考查余弦定理、三角形面积公式等基础知识，考查运算求解能力，考查函数与方程思想，是基础题．

12．（5 分）设 A，B，C，D 是同一个半径为 4 的球的球面上四点，△ABC 为等边三角形且面积为 $9\sqrt{3}$，则三棱锥 D﹣ABC 体积的最大值为（　　）

A．$12\sqrt{3}$　　B．$18\sqrt{3}$　　C．$24\sqrt{3}$　　D．$54\sqrt{3}$

【考点】LF：棱柱、棱锥、棱台的体积；LG：球的体积和表面积．

【专题】11：计算题；31：数形结合；34：方程思想；35：转化思想；49：综合法；5F：空间位置关系与距离．

【分析】求出，△ABC 为等边三角形的边长，画出图形，判断 D 的位置，然后求解即可．

【解答】解：△ABC 为等边三角形且面积为 $9\sqrt{3}$，可得$\frac{\sqrt{3}}{4}\times AB^2=9\sqrt{3}$，解得 AB=6

，

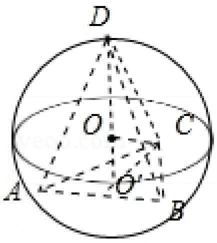
球心为 O，三角形 ABC 的外心为 O′，显然 D 在 O′O 的延长线与球的交点如图：

$O'C=\frac{2}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}\times 6=2\sqrt{3}$，$OO'=\sqrt{4^2-(2\sqrt{3})^2}=2$，

则三棱锥 D－ ABC 高的最大值为：6，

则三棱锥 D－ ABC 体积的最大值为：$\frac{1}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{4}\times 6^3=18\sqrt{3}$.

故选：B．



【点评】本题考查球的内接多面体，棱锥的体积的求法，考查空间想象能力以及计算能力．

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．（5 分）已知向量$\vec{a}$=（1，2），$\vec{b}$=（2，－2），$\vec{c}$=（1，λ）．若$\vec{c}$∥（2$\vec{a}$+$\vec{b}$），则 λ=$\underline{\quad\frac{1}{2}\quad}$．

【考点】96：平行向量（共线）；9J：平面向量的坐标运算．

【专题】11：计算题；34：方程思想；4O：定义法；5A：平面向量及应用．

【分析】利用向量坐标运算法则求出 2$\vec{a}$+$\vec{b}$=（4，2），再由向量平行的性质能求出 λ 的值．

【解答】解：∵向量$\vec{a}$=（1，2），$\vec{b}$=（2，－2），

∴2$\vec{a}$+$\vec{b}$=（4，2），

∵$\vec{c}$=（1，λ），$\vec{c}$∥（2$\vec{a}$+$\vec{b}$），

∴$\frac{1}{4}=\frac{\lambda}{2}$，

解得 $\lambda=\frac{1}{2}$.

故答案为：$\frac{1}{2}$.

【点评】本题考查实数值的求法，考查向量坐标运算法则、向量平行的性质等基础知识，考查运算求解能力，考查函数与方程思想，是基础题.

14．（5 分）某公司有大量客户，且不同年龄段客户对其服务的评价有较大差异．为了解客户的评价，该公司准备进行抽样调查，可供选择的抽样方法有简单随机抽样、分层抽样和系统抽样，则最合适的抽样方法是<u>　分层抽样　</u>.

【考点】B3：分层抽样方法；B4：系统抽样方法.

【专题】11：计算题；38：对应思想；4O：定义法；5I：概率与统计.

【分析】利用简单随机抽样、分层抽样和系统抽样的定义、性质直接求解.

【解答】解：某公司有大量客户，且不同年龄段客户对其服务的评价有较大差异，

为了解客户的评价，该公司准备进行抽样调查，

可供选择的抽样方法有简单随机抽样、分层抽样和系统抽样，

则最合适的抽样方法是分层抽样.

故答案为：分层抽样.

【点评】本题考查抽样方法的判断，考查简单随机抽样、分层抽样和系统抽样的性质等基础知识，考查运算求解能力，考查函数与方程思想，是基础题.

15．（5 分）若变量 x，y 满足约束条件 $\begin{cases}2x+y+3\geqslant 0\\x-2y+4\geqslant 0\\x-2\leqslant 0\end{cases}$，则 $z=x+\frac{1}{3}y$ 的最大值是<u>　3　</u>.

【考点】7C：简单线性规划.

【专题】11：计算题；31：数形结合；34：方程思想；35：转化思想；49：综合法；5T：不等式.

【分析】作出不等式组表示的平面区域；作出目标函数对应的直线；结合图象知当直线过（2，3）时，z 最大.

【解答】解：画出变量 x，y 满足约束条件$\begin{cases}2x+y+3\geqslant 0\\ x-2y+4\geqslant 0\\ x-2\leqslant 0\end{cases}$表示的平面区域如图：由

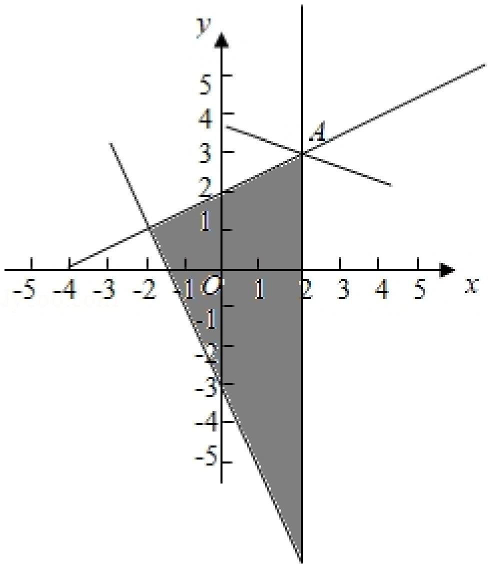
$\begin{cases}x=2\\ x-2y+4=0\end{cases}$解得 A（2，3）.

z=x+$\frac{1}{3}$y 变形为 y=﹣ 3x+3z，作出目标函数对应的直线，

当直线过 A（2，3）时，直线的纵截距最小，z 最大，

最大值为 2+3×$\frac{1}{3}$=3，

故答案为：3.



【点评】本题考查画不等式组表示的平面区域、考查数形结合求函数的最值.

16. （5 分）已知函数 f（x）=ln（$\sqrt{1+x^2}$﹣ x）+1，f（a）=4，则 f（﹣ a）=__﹣ 2__

.

【考点】3K：函数奇偶性的性质与判断.

【专题】11：计算题；33：函数思想；49：综合法；51：函数的性质及应用.

【分析】利用函数的奇偶性的性质以及函数值，转化求解即可.

【解答】解：函数 g（x）=ln（$\sqrt{1+x^2}$﹣ x）

满足 g（﹣ x）=ln（$\sqrt{1+x^2}$+x）=$\ln\frac{1}{\sqrt{1+x^2}-x}$=﹣ ln（$\sqrt{1+x^2}$﹣ x）=﹣ g（x），

所以 g（x）是奇函数．

函数 f（x）=ln（$\sqrt{1+x^{2}}$− x）+1，f（a）=4，

可得 f（a）=4=ln（$\sqrt{1+a^{2}}$− a）+1，可得 ln（$\sqrt{1+a^{2}}$− a）=3，

则 f（− a）=− ln（$\sqrt{1+a^{2}}$− a）+1=− 3+1=− 2．

故答案为：− 2．

【点评】本题考查奇函数的简单性质以及函数值的求法，考查计算能力．

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。（一）必考题：共 60 分。

17．（12 分）等比数列$\{a_n\}$中，$a_1=1$，$a_5=4a_3$．

（1）求$\{a_n\}$的通项公式；

（2）记 S_n 为$\{a_n\}$的前 n 项和．若 $S_m=63$，求 m．

【考点】89：等比数列的前 n 项和．

【专题】11：计算题；35：转化思想；49：综合法；54：等差数列与等比数列．

【分析】（1）利用等比数列通项公式列出方程，求出公比 q=±2，由此能求出$\{a_n\}$的通项公式．

（2）当 $a_1=1$，q=− 2 时，$S_n=\frac{1-(-2)^{n}}{3}$，由 $S_m=63$，得 $S_m=\frac{1-(-2)^{m}}{3}=63$，m∈N，无解；当 $a_1=1$，q=2 时，$S_n=2^{n}-1$，由此能求出 m．

【解答】解：（1）∵等比数列$\{a_n\}$中，$a_1=1$，$a_5=4a_3$．

∴$1\times q^{4}=4\times(1\times q^{2})$，

解得 q=±2，

当 q=2 时，$a_n=2^{n-1}$，

当 q=− 2 时，$a_n=(-2)^{n-1}$，

∴$\{a_n\}$的通项公式为，$a_n=2^{n-1}$，或 $a_n=(-2)^{n-1}$．

（2）记 S_n 为 $\{a_n\}$ 的前 n 项和．

当 $a_1=1$，$q=-2$ 时，$S_n=\frac{a_1(1-q^n)}{1-q}=\frac{1-(-2)^n}{1-(-2)}=\frac{1-(-2)^n}{3}$，

由 $S_m=63$，得 $S_m=\frac{1-(-2)^m}{3}=63$，$m\in N$，无解；

当 $a_1=1$，$q=2$ 时，$S_n=\frac{a_1(1-q^n)}{1-q}=\frac{1-2^n}{1-2}=2^n-1$，

由 $S_m=63$，得 $S_m=2^m-1=63$，$m\in N$，

解得 $m=6$．

【点评】本题考查等比数列的通项公式的求法，考查等比数列的性质等基础知识，考查运算求解能力，考查函数与方程思想，是基础题．

18．（12 分）某工厂为提高生产效率，开展技术创新活动，提出了完成某项生产任务的两种新的生产方式．为比较两种生产方式的效率，选取 40 名工人，将他们随机分成两组，每组 20 人．第一组工人用第一种生产方式，第二组工人用第二种生产方式．根据工人完成生产任务的工作时间（单位：min）绘制了如下茎叶图：

第一种生产方式		第二种生产方式
8	6	5 5 6 8 9
9 7 6 2	7	0 1 2 2 3 4 5 6 6 8
9 8 7 7 6 5 4 3 3 2	8	1 4 4 5
2 1 1 0 0	9	0

（1）根据茎叶图判断哪种生产方式的效率更高？并说明理由；

（2）求 40 名工人完成生产任务所需时间的中位数 m，并将完成生产任务所需时间超过 m 和不超过 m 的工人数填入下面的列联表：

	超过 m	不超过 m
第一种生产方式		
第二种生产方式		

（3）根据（2）中的列联表，能否有 99%的把握认为两种生产方式的效率有差异？

附：$K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，

P（$K^2\geqslant k$）	0.050	0.010	0.001
k	3.841	6.635	10.828

【考点】BL：独立性检验.

【专题】38：对应思想；4A：数学模型法；5I：概率与统计.

【分析】（1）根据茎叶图中的数据判断第二种生产方式的工作时间较少些，效率更高；

（2）根据茎叶图中的数据计算它们的中位数，再填写列联表；

（3）列联表中的数据计算观测值，对照临界值得出结论.

【解答】解：（1）根据茎叶图中的数据知，

第一种生产方式的工作时间主要集中在 72～92 之间，

第二种生产方式的工作时间主要集中在 65～85 之间，

所以第二种生产方式的工作时间较少些，效率更高；

（2）这 40 名工人完成生产任务所需时间按从小到大的顺序排列后，

排在中间的两个数据是 79 和 81，计算它们的中位数为 $m=\frac{79+81}{2}=80$；

由此填写列联表如下；

	超过 m	不超过 m	总计
第一种生产方式	15	5	20
第二种生产方式	5	15	20
总计	20	20	40

（3）根据（2）中的列联表，计算

$K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}=\frac{40\times(15\times15-5\times5)^2}{20\times20\times20\times20}=10>6.635$，

∴能有 99%的把握认为两种生产方式的效率有差异.

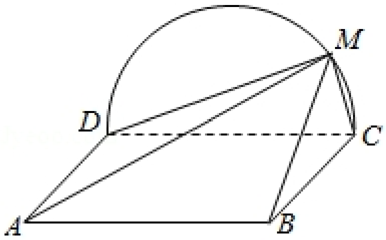
【点评】本题考查了列联表与独立性检验的应用问题，是基础题.

19．（12 分）如图，矩形 ABCD 所在平面与半圆弧 $\overset{\frown}{CD}$所在平面垂直，M 是$\overset{\frown}{CD}$上

异于 C，D 的点．

（1）证明：平面 AMD⊥平面 BMC；

（2）在线段 AM 上是否存在点 P，使得 MC∥平面 PBD？说明理由．



【考点】LS：直线与平面平行；LY：平面与平面垂直．

【专题】11：计算题；31：数形结合；35：转化思想；49：综合法；5F：空间位置关系与距离．

【分析】（1）通过证明 CD⊥AD，CD⊥DM，证明 CM⊥平面 AMD，然后证明平面 AMD⊥平面 BMC；

（2）存在 P 是 AM 的中点，利用直线与平面培训的判断定理说明即可．

【解答】（1）证明：矩形 ABCD 所在平面与半圆弦$\overset{\frown}{CD}$所在平面垂直，所以 AD⊥半圆弦$\overset{\frown}{CD}$所在平面，CM⊂半圆弦$\overset{\frown}{CD}$所在平面，

∴CM⊥AD，

M 是$\overset{\frown}{CD}$上异于 C，D 的点．∴CM⊥DM，DM∩AD=D，∴CM⊥平面 AMD，CM⊂平面 CMB，

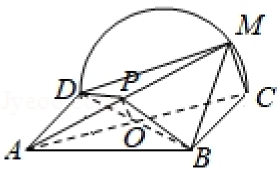
∴平面 AMD⊥平面 BMC；

（2）解：存在 P 是 AM 的中点，

理由：

连接 BD 交 AC 于 O，取 AM 的中点 P，连接 OP，可得 MC∥OP，MC⊄平面 BDP，OP⊂平面 BDP，

所以 MC∥平面 PBD．



【点评】本题考查直线与平面垂直的判断定理以及性质定理的应用，直线与平面培训的判断定理的应用，考查空间想象能力以及逻辑推理能力．

20．（12 分）已知斜率为 k 的直线 l 与椭圆 C：$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$ 交于 A，B 两点，线段 AB 的中点为 M（1，m）（m＞0）．

（1）证明：k＜$-\frac{1}{2}$；

（2）设 F 为 C 的右焦点，P 为 C 上一点，且 $\overrightarrow{FP}+\overrightarrow{FA}+\overrightarrow{FB}=\vec{0}$，证明：$2|\overrightarrow{FP}|=|\overrightarrow{FA}|+|\overrightarrow{FB}|$．

【考点】K4：椭圆的性质；KL：直线与椭圆的综合．

【专题】35：转化思想；4P：设而不求法；5E：圆锥曲线中的最值与范围问题．

【分析】（1）设 A（x_1，y_1），B（x_2，y_2），利用点差法得 $6(x_1-x_2)+8m(y_1-y_2)=0$，$k=\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}=-\frac{6}{8m}=-\frac{3}{4m}$

又点 M（1，m）在椭圆内，即 $\frac{1}{4}+\frac{m^2}{3}<1$，$(m>0)$，解得 m 的取值范围，即可得 k＜$-\frac{1}{2}$，

（2）设 A（x_1，y_1），B（x_2，y_2），P（x_3，y_3），可得 $x_1+x_2=2$

由 $\overrightarrow{FP}+\overrightarrow{FA}+\overrightarrow{FB}=\vec{0}$，可得 $x_3-1=0$，由椭圆的焦半径公式得则 $|FA|=a-ex_1=2-\frac{1}{2}x_1$，$|FB|=2-\frac{1}{2}x_2$，$|FP|=2-\frac{1}{2}x_3=\frac{3}{2}$．即可证明 $|FA|+|FB|=2|FP|$．

【解答】解：（1）设 A（x_1，y_1），B（x_2，y_2），

∵线段 AB 的中点为 M（1，m），

∴$x_1+x_2=2$，$y_1+y_2=2m$

将 A，B 代入椭圆 C：$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$ 中，可得

$$\begin{cases}3x_1^2+4y_1^2=12\\3x_2^2+4y_2^2=12\end{cases},$$

两式相减可得，3（x_1+x_2）（x_1-x_2）+4（y_1+y_2）（y_1-y_2）=0，

即 6（x_1-x_2）+8m（y_1-y_2）=0，

$\therefore k=\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}=-\frac{6}{8m}=-\frac{3}{4m}$

点 M（1，m）在椭圆内，即$\frac{1}{4}+\frac{m^2}{3}<1$，（$m>0$），

解得 $0<m<\frac{3}{2}$

$\therefore k=-\frac{3}{4m}<-\frac{1}{2}$.

（2）证明：设 A（x_1，y_1），B（x_2，y_2），P（x_3，y_3），

可得 $x_1+x_2=2$

$\because \overrightarrow{FP}+\overrightarrow{FA}+\overrightarrow{FB}=\vec{0}$，F（1，0），$\therefore x_1-1+x_2-1+x_3-1=0$，

$\therefore x_3=1$

由椭圆的焦半径公式得则$|FA|=a-ex_1=2-\frac{1}{2}x_1$，$|FB|=2-\frac{1}{2}x_2$，$|FP|=2-\frac{1}{2}x_3=\frac{3}{2}$.

则$|FA|+|FB|=4-\frac{1}{2}(x_1+x_2)=3$，

$\therefore |FA|+|FB|=2|FP|$，

【点评】本题考查直线与椭圆的位置关系的综合应用，考查了点差法、焦半径公式，考查分析问题解决问题的能力，转化思想的应用与计算能力的考查．属于中档题．

21．（12 分）已知函数 f（x）$=\frac{ax^2+x-1}{e^x}$.

（1）求曲线 y=f（x）在点（0，－1）处的切线方程；

（2）证明：当 a≥1 时，f（x）+e≥0.

【考点】6D：利用导数研究函数的极值；6H：利用导数研究曲线上某点切线方程．

【专题】35：转化思想；49：综合法；53：导数的综合应用．

【分析】（1）$f'(x)=\frac{(2ax+1)e^x-(ax^2+x-1)e^x}{(e^x)^2}$

由 f′（0）=2，可得切线斜率 k=2，即可得到切线方程．

（2）可得$f'(x)=\frac{(2ax+1)e^x-(ax^2+x-1)e^x}{(e^x)^2}=-\frac{(ax+1)(x-2)}{e^x}$．可得 f（x）在（$-\infty,-\frac{1}{a}$），（2，+∞）递减，在（$-\frac{1}{a}$，2）递增，注意到 a≥1 时，函数 g（x）=ax²+x﹣1 在（2，+∞）单调递增，且 g（2）=4a+1＞0

只需（x）$_{min}=-e^{\frac{1}{a}}\geq-e$，即可．

【解答】解：（1）$f'(x)=\frac{(2ax+1)e^x-(ax^2+x-1)e^x}{(e^x)^2}=-\frac{(ax+1)(x-2)}{e^x}$．

∴f′（0）=2，即曲线 y=f（x）在点（0，﹣1）处的切线斜率 k=2，

∴曲线 y=f（x）在点（0，﹣1）处的切线方程方程为 y﹣（﹣1）=2x．

即 2x﹣y﹣1=0 为所求．

（2）证明：函数 f（x）的定义域为：R，

可得$f'(x)=\frac{(2ax+1)e^x-(ax^2+x-1)e^x}{(e^x)^2}=-\frac{(ax+1)(x-2)}{e^x}$．

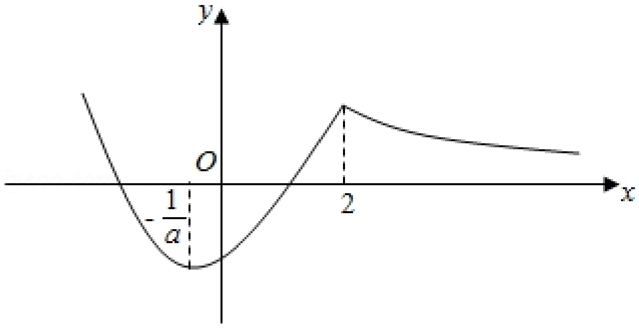
令 f′（x）=0，可得$x_1=2$，$x_2=-\frac{1}{a}<0$，

当 x$\in(-\infty,-\frac{1}{a})$时，f′（x）＜0，x$\in(-\frac{1}{a},2)$时，f′（x）＞0，x∈（2，+∞）时，f′（x）＜0．

∴f（x）在（$-\infty,-\frac{1}{a}$），（2，+∞）递减，在（$-\frac{1}{a}$，2）递增，

注意到 a≥1 时，函数 g（x）=ax²+x﹣1 在（2，+∞）单调递增，且 g（2）=4a+1＞0

函数 f（x）的图象如下：



$\because a\geqslant 1$，$\therefore \frac{1}{a}\in(0,\ 1]$，则 $f(-\frac{1}{a})=-e^{\frac{1}{a}}\geqslant -e$，

$\therefore f(x)_{min}=-e^{\frac{1}{a}}\geqslant -e$，

∴当 $a\geqslant 1$ 时，$f(x)+e\geqslant 0$.

【点评】本题考查了导数的几何意义，及利用导数求单调性、最值，考查了数形结合思想，属于中档题.

（二）选考题：共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题计分。[选修 4-4：坐标系与参数方程]（10 分）

22．（10 分）在平面直角坐标系 xOy 中，⊙O 的参数方程为 $\begin{cases}x=\cos\theta\\ y=\sin\theta\end{cases}$，（θ 为参数），过点 $(0,\ -\sqrt{2})$ 且倾斜角为 α 的直线 l 与⊙O 交于 A，B 两点.

（1）求 α 的取值范围；

（2）求 AB 中点 P 的轨迹的参数方程.

【考点】QK：圆的参数方程.

【专题】11：计算题；35：转化思想；49：综合法；5S：坐标系和参数方程.

【分析】（1）⊙O 的普通方程为 $x^2+y^2=1$，圆心为 O（0，0），半径 r=1，当 $\alpha=\frac{\pi}{2}$ 时，直线 l 的方程为 x=0，成立；当 $\alpha\neq\frac{\pi}{2}$ 时，过点 $(0,\ -\sqrt{2})$ 且倾斜角为 α 的直线 l 的方程为 $y=\tan\alpha\bullet x+\sqrt{2}$，从而圆心 O（0，0）到直线 l 的距离 $d=\frac{|\sqrt{2}|}{\sqrt{1+\tan^2\alpha}}<1$，进而求出 $\frac{\pi}{4}<\alpha<\frac{\pi}{2}$ 或 $\frac{\pi}{2}<\alpha<\frac{3\pi}{4}$，由此能求出 α 的取值范围.

（2）设直线 l 的方程为 $x=m(y+\sqrt{2})$，联立$\begin{cases}x=m(y+\sqrt{2})\\x^2+y^2=1\end{cases}$，得 $(m^2+1)y^2+2\sqrt{2}m^2y+2m^2-1=0$，由此利用韦达定理、中点坐标公式能求出 AB 中点 P 的轨迹的参数方程.

【解答】解：（1）∵⊙O 的参数方程为$\begin{cases}x=\cos\theta\\y=\sin\theta\end{cases}$（θ 为参数），

∴⊙O 的普通方程为 $x^2+y^2=1$，圆心为 O（0，0），半径 r=1，

当 $\alpha=\frac{\pi}{2}$时，过点 $(0,-\sqrt{2})$ 且倾斜角为 α 的直线 l 的方程为 x=0，成立；

当 $\alpha\neq\frac{\pi}{2}$时，过点 $(0,-\sqrt{2})$ 且倾斜角为 α 的直线 l 的方程为 $y=\tan\alpha\cdot x-\sqrt{2}$，

∵倾斜角为 α 的直线 l 与⊙O 交于 A，B 两点，

∴圆心 O（0，0）到直线 l 的距离 $d=\frac{|\sqrt{2}|}{\sqrt{1+\tan^2\alpha}}<1$，

∴$\tan^2\alpha>1$，∴$\tan\alpha>1$ 或 $\tan\alpha<-1$，

∴$\frac{\pi}{4}<\alpha<\frac{\pi}{2}$或$\frac{\pi}{2}<\alpha<\frac{3\pi}{4}$，

综上 α 的取值范围是 $(\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4})$.

（2）由（1）知直线 l 的斜率不为 0，设直线 l 的方程为 $x=m(y+\sqrt{2})$，

设 $A(x_1,y_1)$，（$B(x_2,y_2)$，$P(x_3,y_3)$，

联立$\begin{cases}x=m(y+\sqrt{2})\\x^2+y^2=1\end{cases}$，得 $(m^2+1)y^2+2\sqrt{2}m^2y+2m^2-1=0$，

$$\begin{cases}y_1+y_2=-\frac{2\sqrt{2}m^2}{m^2+1}\\y_1y_2=\frac{2m^2-1}{m^2+1}\end{cases},$$

$$x_1+x_2=m(y_1+\sqrt{2})+m(y_2+\sqrt{2})=-\frac{2\sqrt{2}m^3}{m^2+1}+2\sqrt{2}m,$$

$$x_3=\frac{x_1+x_2}{2}=\frac{\sqrt{2}m}{m^2+1},\quad y_3=\frac{y_1+y_2}{2}=-\frac{\sqrt{2}m^2}{m^2+1},$$

∴AB 中点 P 的轨迹的参数方程为$\begin{cases}x=\dfrac{\sqrt{2}m}{m^2+1}\\ y=\dfrac{\sqrt{2}m^2}{m^2+1}\end{cases}$，（m 为参数），（﹣ 1＜m＜1）．

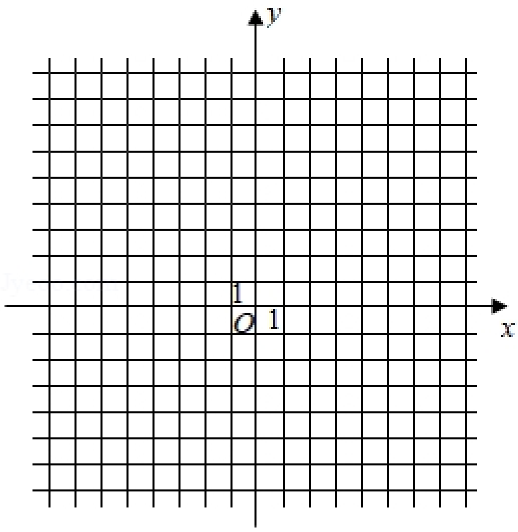
【点评】本题考查直线直线的倾斜角的取值范围的求法，考查线段的中点的参数方程的求法，考查参数方程、直角坐标方和、韦达定理、中点坐标公式等基础知识，考查数形结合思想的灵活运用，考查运算求解能力，考查函数与方程思想，是中档题．

[选修 4-5：不等式选讲]（10 分）

23．设函数 f（x）=|2x+1|+|x﹣ 1|．

（1）画出 y=f（x）的图象；

（2）当 x∈[0，+∞）时，f（x）≤ax+b，求 a+b 的最小值．



【考点】3B：分段函数的解析式求法及其图象的作法；5B：分段函数的应用．

【专题】31：数形结合；4R：转化法；51：函数的性质及应用；59：不等式的解法及应用．

【分析】（1）利用分段函数的性质将函数表示为分段函数形式进行作图即可．

（2）将不等式恒成立转化为图象关系进行求解即可．

【解答】解：（1）当 x≤﹣ $\frac{1}{2}$时，f（x）=﹣ （2x+1）﹣ （x﹣ 1）=﹣ 3x，

当$-\frac{1}{2}<x<1$，f（x）=（2x+1）－（x－1）=x+2，

当 x≥1 时，f（x）=（2x+1）+（x－1）=3x，

则 $f(x)=\begin{cases}-3x, & x\leqslant -\frac{1}{2}\\ x+2, & -\frac{1}{2}<x<1\\ 3x, & x\geqslant 1\end{cases}$ 对应的图象为：

画出 y=f（x）的图象；

（2）当 x∈[0，+∞）时，f（x）≤ax+b，

当 x=0 时，f（0）=2≤0•a+b，∴b≥2，

当 x＞0 时，要使 f（x）≤ax+b 恒成立，

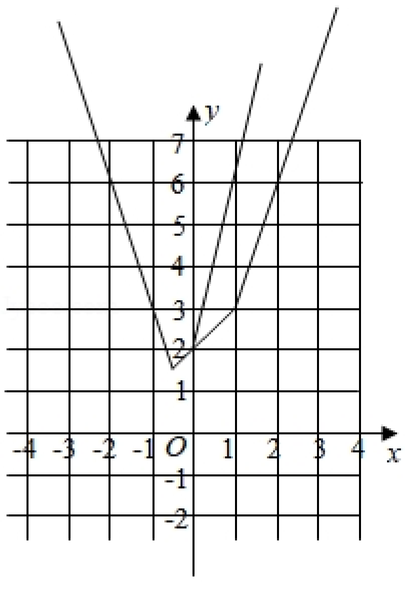
则函数 f（x）的图象都在直线 y=ax+b 的下方或在直线上，

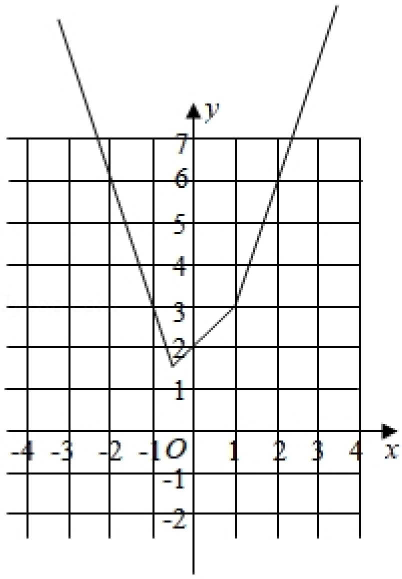
∵f（x）的图象与 y 轴的交点的纵坐标为 2，

且各部分直线的斜率的最大值为 3，

故当且仅当 a≥3 且 b≥2 时，不等式 f（x）≤ax+b 在[0，+∞）上成立，

即 a+b 的最小值为 5．





【点评】本题主要考查分段函数的应用，利用不等式和函数之间的关系利用数形结合是解决本题的关键.