2016年全国统一高考数学试卷（文科）（新课标Ⅱ）

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，在每小题给出四个选项，只有一个选项符合题目要求.

1. （5分）已知集合A={1，2，3}，B={x|x^2＜9}，则A∩B=（　　）

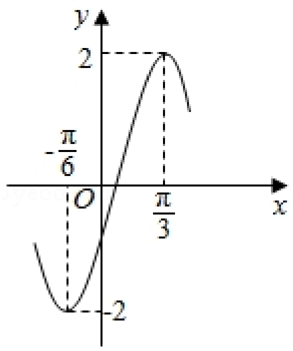
A．{－2，－1，0，1，2，3}　　B．{－2，－1，0，1，2}

C．{1，2，3}　　D．{1，2}

2. （5分）设复数z满足z+i=3－i，则$\overline{z}$=（　　）

A．－1+2i　　B．1－2i　　C．3+2i　　D．3－2i

3. （5分）函数y=Asin（ωx+φ）的部分图象如图所示，则（　　）



A．y=2sin（2x－$\frac{\pi}{6}$）　　B．y=2sin（2x－$\frac{\pi}{3}$）

C．y=2sin（x+$\frac{\pi}{6}$）　　D．y=2sin（x+$\frac{\pi}{3}$）

4. （5分）体积为8的正方体的顶点都在同一球面上，则该球面的表面积为（　　）

A．12π　　B．$\frac{32}{3}$π　　C．8π　　D．4π

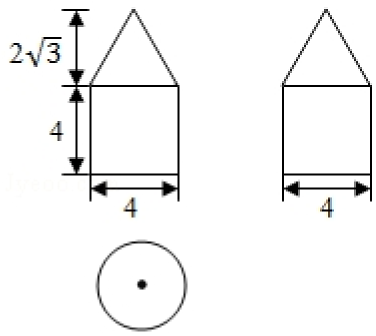
5. （5分）设F为抛物线C：y^2=4x的焦点，曲线y=$\frac{k}{x}$（k＞0）与C交于点P，PF⊥x轴，则k=（　　）

A．$\frac{1}{2}$　　B．1　　C．$\frac{3}{2}$　　D．2

6. （5分）圆x^2+y^2－2x－8y+13=0的圆心到直线ax+y－1=0的距离为1，则a=（　　）

A．－$\frac{4}{3}$　　B．－$\frac{3}{4}$　　C．$\sqrt{3}$　　D．2

7．（5 分）如图是由圆柱与圆锥组合而成的几何体的三视图，则该几何体的表面积为（　　）

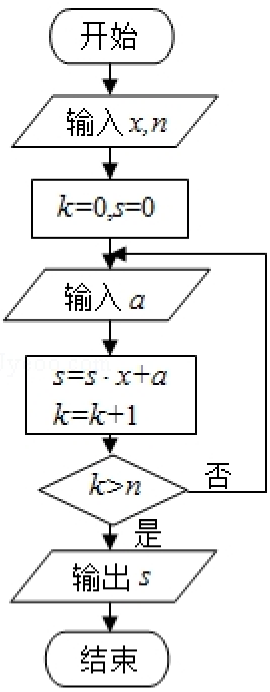


A．20π　　B．24π　　C．28π　　D．32π

8．（5 分）某路口人行横道的信号灯为红灯和绿灯交替出现，红灯持续时间为 40 秒．若一名行人来到该路口遇到红灯，则至少需要等待 15 秒才出现绿灯的概率为（　　）

A．$\frac{7}{10}$　　B．$\frac{5}{8}$　　C．$\frac{3}{8}$　　D．$\frac{3}{10}$

9．（5 分）中国古代有计算多项式值的秦九韶算法，如图是实现该算法的程序框图．执行该程序框图，若输入的 x=2，n=2，依次输入的 a 为 2，2，5，则输出的 s=（　　）



A．7　　B．12　　C．17　　D．34

10．（5 分）下列函数中，其定义域和值域分别与函数 $y=10^{\lg x}$ 的定义域和值域相

同的是（　　）

A．$y=x$　　B．$y=\lg x$　　C．$y=2^x$　　D．$y=\frac{1}{\sqrt{x}}$

11．（5 分）函数 $f(x)=\cos 2x+6\cos(\frac{\pi}{2}-x)$ 的最大值为（　　）

A．4　　B．5　　C．6　　D．7

12．（5 分）已知函数 $f(x)$（$x\in R$）满足 $f(x)=f(2-x)$，若函数 $y=|x^2-2x-3|$ 与 $y=f(x)$ 图象的交点为 (x_1, y_1)，(x_2, y_2)，…，(x_m, y_m)，则 $\sum_{i=1}^{m} x_i=$（　　）

A．0　　B．m　　C．2m　　D．4m

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分.

13．（5 分）已知向量 $\vec{a}=(m, 4)$，$\vec{b}=(3, -2)$，且 $\vec{a}/\!/\vec{b}$，则 m=_______.

14．（5 分）若 x，y 满足约束条件 $\begin{cases} x-y+1\geqslant 0 \\ x+y-3\geqslant 0 \\ x-3\leqslant 0 \end{cases}$，则 $z=x-2y$ 的最小值为_______.

15．（5 分）△ABC 的内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，若 $\cos A=\frac{4}{5}$，$\cos C=\frac{5}{13}$，a=1，则 b=_______.

16．（5 分）有三张卡片，分别写有 1 和 2，1 和 3，2 和 3．甲，乙，丙三人各取走一张卡片，甲看了乙的卡片后说：“我与乙的卡片上相同的数字不是 2”，乙看了丙的卡片后说：“我与丙的卡片上相同的数字不是 1”，丙说：“我的卡片上的数字之和不是 5”，则甲的卡片上的数字是_______.

三、解答题：解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17．（12 分）等差数列 $\{a_n\}$ 中，$a_3+a_4=4$，$a_5+a_7=6$．

（Ⅰ）求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（Ⅱ）设 $b_n=[a_n]$，求数列 $\{b_n\}$ 的前 10 项和，其中 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数，如 $[0.9]=0$，$[2.6]=2$．

18．（12 分）某险种的基本保费为 a（单位：元），继续购买该险种的投保人称为续保人，续保人本年度的保费与其上年度出险次数的关联如下：

上年度出险次数	0	1	2	3	4	≥5
保费	0.85a	a	1.25a	1.5a	1.75a	2a

随机调查了该险种的 200 名续保人在一年内的出险情况，得到如下统计表：

出险次数	0	1	2	3	4	≥5
频数	60	50	30	30	20	10

（I）记 A 为事件："一续保人本年度的保费不高于基本保费"．求 P（A）的估计值；

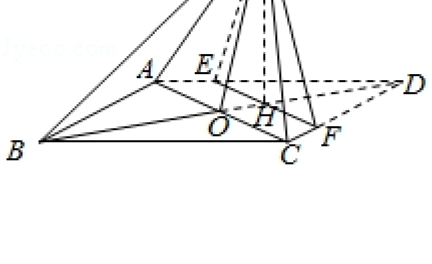
（Ⅱ）记 B 为事件："一续保人本年度的保费高于基本保费但不高于基本保费的 160%"．求 P（B）的估计值；

（Ⅲ）求续保人本年度的平均保费估计值．

19．（12 分）如图，菱形 ABCD 的对角线 AC 与 BD 交于点 O，点 E、F 分别在 AD，CD 上，AE=CF，EF 交 BD 于点 H，将△DEF 沿 EF 折到△D′EF 的位置．

（Ⅰ）证明：AC⊥HD′；

（Ⅱ）若 AB=5，AC=6，AE=$\frac{5}{4}$，OD′=$2\sqrt{2}$，求五棱锥 D′﹣ABCFE 体积．



20．（12 分）已知函数 f（x）=（x+1）lnx－ a（x－ 1）．

（I）当 a=4 时，求曲线 y=f（x）在（1，f（1））处的切线方程；

（II）若当 x∈（1，+∞）时，f（x）＞0，求 a 的取值范围．

21．（12 分）已知 A 是椭圆 E：$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$ 的左顶点，斜率为 k（k＞0）的直线交 E 于 A，M 两点，点 N 在 E 上，MA⊥NA．

（I）当|AM|=|AN|时，求△AMN 的面积

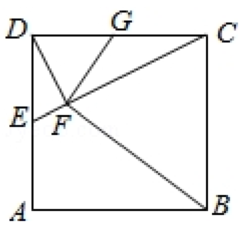
（II）当 2|AM|=|AN|时，证明：$\sqrt{3}$＜k＜2．

请考生在第 22～24 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分.[选修 4-1：几何证明选讲]

22．（10 分）如图，在正方形 ABCD 中，E，G 分别在边 DA，DC 上（不与端点重合），且 DE=DG，过 D 点作 DF⊥CE，垂足为 F．

（Ⅰ）证明：B，C，G，F 四点共圆；

（Ⅱ）若 AB=1，E 为 DA 的中点，求四边形 BCGF 的面积．



［选项 4-4：坐标系与参数方程］

23．在直角坐标系 xOy 中，圆 C 的方程为（x+6）^{2}+y^2=25．

（Ⅰ）以坐标原点为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，求 C 的极坐标方程；

（Ⅱ）直线 l 的参数方程是$\begin{cases}x=t\cos\alpha\\y=t\sin\alpha\end{cases}$（t 为参数），l 与 C 交与 A，B 两点，|AB|=$\sqrt{10}$，求 l 的斜率．

［选修 4-5：不等式选讲］

24．已知函数 f（x）=$|x-\frac{1}{2}|+|x+\frac{1}{2}|$，M 为不等式 f（x）＜2 的解集．

（Ⅰ）求 M；

（Ⅱ）证明：当 a，b∈M 时，|a+b|＜|1+ab|．

2016年全国统一高考数学试卷（文科）（新课标Ⅱ）

参考答案与试题解析

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，在每小题给出四个选项，只有一个选项符合题目要求.

1．（5分）已知集合A={1，2，3}，B={x|x^2＜9}，则A∩B=（　　）

A．{－2，－1，0，1，2，3}　　B．{－2，－1，0，1，2}

C．{1，2，3}　　D．{1，2}

【考点】1E：交集及其运算．

【专题】11：计算题；35：转化思想；4O：定义法；5J：集合．

【分析】先求出集合A和B，由此利用交集的定义能求出A∩B的值．

【解答】解：∵集合A={1，2，3}，B={x|x^2＜9}={x|－3＜x＜3}，

∴A∩B={1，2}．

故选：D．

【点评】本题考查交集的求法，是基础题，解题时要认真审题，注意交集定义的合理运用．

2．（5分）设复数z满足z+i=3－i，则$\overline{z}$=（　　）

A．－1+2i　　B．1－2i　　C．3+2i　　D．3－2i

【考点】A5：复数的运算．

【专题】11：计算题；4O：定义法；5N：数系的扩充和复数．

【分析】根据已知求出复数z，结合共轭复数的定义，可得答案．

【解答】解：∵复数z满足z+i=3－i，

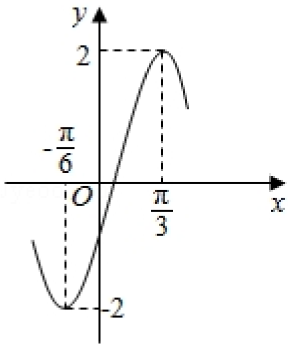
∴z=3－2i，

$\therefore \overline{z}=3+2i$，

故选：C.

【点评】本题考查的知识点是复数代数形式的加减运算，共轭复数的定义，难度不大，属于基础题.

3．（5 分）函数 y=Asin（ωx+φ）的部分图象如图所示，则（　　）



A．$y=2\sin(2x-\frac{\pi}{6})$　　B．$y=2\sin(2x-\frac{\pi}{3})$

C．$y=2\sin(x+\frac{\pi}{6})$　　D．$y=2\sin(x+\frac{\pi}{3})$

【考点】HK：由 y=Asin（ωx+φ）的部分图象确定其解析式.

【专题】35：转化思想；4R：转化法；57：三角函数的图像与性质.

【分析】根据已知中的函数 y=Asin（ωx+φ）的部分图象，求出满足条件的 A，ω，φ 值，可得答案.

【解答】解：由图可得：函数的最大值为 2，最小值为－2，故 A=2，

$\frac{T}{2}=\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{6}$，故 T=π，ω=2，

故 y=2sin（2x+φ），

将（$\frac{\pi}{3}$，2）代入可得：$2\sin(\frac{2\pi}{3}+\phi)=2$，

则 $\phi=-\frac{\pi}{6}$满足要求，

故 $y=2\sin(2x-\frac{\pi}{6})$，

故选：A.

【点评】本题考查的知识点是由 y=Asin（ωx+φ）的部分图象确定其解析式，确

定各个参数的值是解答的关键.

4．（5 分）体积为 8 的正方体的顶点都在同一球面上，则该球面的表面积为（　　）

A．12π　　B．$\frac{32}{3}\pi$　　C．8π　　D．4π

【考点】LG：球的体积和表面积.

【专题】11：计算题；34：方程思想；49：综合法；5U：球.

【分析】先通过正方体的体积，求出正方体的棱长，然后求出球的半径，即可求出球的表面积.

【解答】解：正方体体积为 8，可知其边长为 2，

正方体的体对角线为$\sqrt{4+4+4}=2\sqrt{3}$，

即为球的直径，所以半径为$\sqrt{3}$，

所以球的表面积为$4\pi\cdot(\sqrt{3})^2=12\pi$.

故选：A.

【点评】本题考查学生的空间想象能力，体积与面积的计算能力，是基础题.

5．（5 分）设 F 为抛物线 C：$y^2=4x$ 的焦点，曲线 $y=\frac{k}{x}$（$k>0$）与 C 交于点 P，PF⊥x 轴，则 k=（　　）

A．$\frac{1}{2}$　　B．1　　C．$\frac{3}{2}$　　D．2

【考点】K8：抛物线的性质.

【专题】35：转化思想；4R：转化法；5D：圆锥曲线的定义、性质与方程.

【分析】根据已知，结合抛物线的性质，求出 P 点坐标，再由反比例函数的性质，可得 k 值.

【解答】解：抛物线 C：$y^2=4x$ 的焦点 F 为（1，0），

曲线 $y=\frac{k}{x}$（$k>0$）与 C 交于点 P 在第一象限，

由 PF⊥x 轴得：P 点横坐标为 1，

代入 C 得：P 点纵坐标为 2，

故 $k=2$，

故选：D．

【点评】本题考查的知识点是抛物线的简单性质，反比例函数的性质，难度中档

．

6．（5 分）圆 $x^2+y^2-2x-8y+13=0$ 的圆心到直线 $ax+y-1=0$ 的距离为 1，则 $a=$（　　）

A．$-\frac{4}{3}$　　B．$-\frac{3}{4}$　　C．$\sqrt{3}$　　D．2

【考点】IT：点到直线的距离公式；J9：直线与圆的位置关系．

【专题】35：转化思想；4R：转化法；5B：直线与圆．

【分析】求出圆心坐标，代入点到直线距离方程，解得答案．

【解答】解：圆 $x^2+y^2-2x-8y+13=0$ 的圆心坐标为：（1，4），

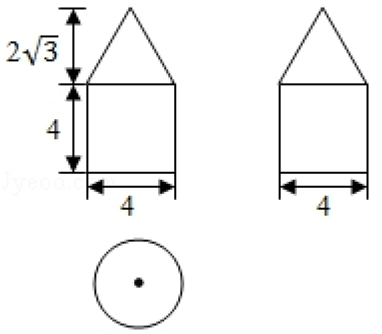
故圆心到直线 $ax+y-1=0$ 的距离 $d=\frac{|a+4-1|}{\sqrt{a^2+1}}=1$，

解得：$a=-\frac{4}{3}$，

故选：A．

【点评】本题考查的知识点是圆的一般方程，点到直线的距离公式，难度中档．

7．（5 分）如图是由圆柱与圆锥组合而成的几何体的三视图，则该几何体的表面积为（　　）



A．20π　　B．24π　　C．28π　　D．32π

【考点】L!：由三视图求面积、体积．

【专题】15：综合题；35：转化思想；49：综合法；5F：空间位置关系与距离．

【分析】空间几何体是一个组合体，上面是一个圆锥，圆锥的底面直径是4，圆锥的高是$2\sqrt{3}$，在轴截面中圆锥的母线长使用勾股定理做出的，写出表面积，下面是一个圆柱，圆柱的底面直径是4，圆柱的高是4，做出圆柱的表面积，注意不包括重合的平面．

【解答】解：由三视图知，空间几何体是一个组合体，

上面是一个圆锥，圆锥的底面直径是4，圆锥的高是$2\sqrt{3}$，

∴在轴截面中圆锥的母线长是$\sqrt{12+4}=4$，

∴圆锥的侧面积是$\pi\times2\times4=8\pi$，

下面是一个圆柱，圆柱的底面直径是4，圆柱的高是4，

∴圆柱表现出来的表面积是$\pi\times2^2+2\pi\times2\times4=20\pi$

∴空间组合体的表面积是28π，

故选：C．

【点评】本题考查由三视图求表面积，本题的图形结构比较简单，易错点可能是两个几何体重叠的部分忘记去掉，求表面积就有这样的弊端．

8．（5分）某路口人行横道的信号灯为红灯和绿灯交替出现，红灯持续时间为40秒．若一名行人来到该路口遇到红灯，则至少需要等待15秒才出现绿灯的概率为（　　）

A．$\frac{7}{10}$　　B．$\frac{5}{8}$　　C．$\frac{3}{8}$　　D．$\frac{3}{10}$

【考点】CF：几何概型．

【专题】11：计算题；34：方程思想；49：综合法；5I：概率与统计．

【分析】求出一名行人前25秒来到该路口遇到红灯，即可求出至少需要等待15秒才出现绿灯的概率．

【解答】解：∵红灯持续时间为40秒，至少需要等待15秒才出现绿灯，

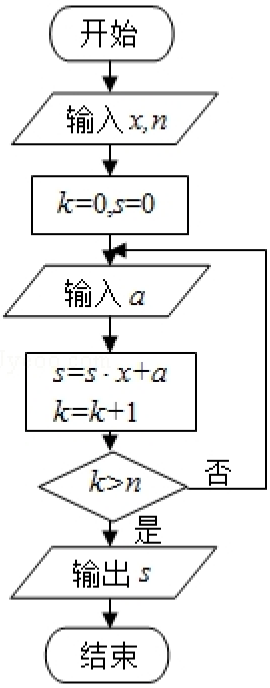
∴一名行人前 25 秒来到该路口遇到红灯，

∴至少需要等待 15 秒才出现绿灯的概率为$\frac{25}{40}=\frac{5}{8}$.

故选：B.

【点评】本题考查概率的计算，考查几何概型，考查学生的计算能力，比较基础.

9．（5 分）中国古代有计算多项式值的秦九韶算法，如图是实现该算法的程序框图．执行该程序框图，若输入的 x=2，n=2，依次输入的 a 为 2，2，5，则输出的 s=（　　）



A．7　　B．12　　C．17　　D．34

【考点】EF：程序框图．

【专题】11：计算题；28：操作型；5K：算法和程序框图．

【分析】根据已知的程序框图可得，该程序的功能是利用循环结构计算并输出变量 S 的值，模拟程序的运行过程，可得答案．

【解答】解：∵输入的 x=2，n=2，

当输入的 a 为 2 时，S=2，k=1，不满足退出循环的条件；

当再次输入的 a 为 2 时，S=6，k=2，不满足退出循环的条件；

当输入的 a 为 5 时，S=17，k=3，满足退出循环的条件；

故输出的 S 值为 17，

故选：C.

【点评】本题考查的知识点是程序框图，当循环次数不多，或有规律可循时，可采用模拟程序法进行解答.

10. （5 分）下列函数中，其定义域和值域分别与函数 $y=10^{lgx}$ 的定义域和值域相同的是（　　）

A. $y=x$　　B. $y=lgx$　　C. $y=2^x$　　D. $y=\frac{1}{\sqrt{x}}$

【考点】4K：对数函数的定义域；4L：对数函数的值域与最值.

【专题】11：计算题；4O：定义法；51：函数的性质及应用.

【分析】分别求出各个函数的定义域和值域，比较后可得答案.

【解答】解：函数 $y=10^{lgx}$ 的定义域和值域均为（0，+∞），

函数 $y=x$ 的定义域和值域均为 R，不满足要求；

函数 $y=lgx$ 的定义域为（0，+∞），值域为 R，不满足要求；

函数 $y=2^x$ 的定义域为 R，值域为（0，+∞），不满足要求；

函数 $y=\frac{1}{\sqrt{x}}$ 的定义域和值域均为（0，+∞），满足要求；

故选：D.

【点评】本题考查的知识点是函数的定义域和值域，熟练掌握各种基本初等函数的定义域和值域，是解答的关键.

11. （5 分）函数 $f(x)=\cos 2x+6\cos(\frac{\pi}{2}-x)$ 的最大值为（　　）

A. 4　　B. 5　　C. 6　　D. 7

【考点】HW：三角函数的最值.

【专题】33：函数思想；4J：换元法；56：三角函数的求值；57：三角函数的图像与性质.

【分析】运用二倍角的余弦公式和诱导公式，可得 $y=1-2\sin^2x+6\sin x$，令 $t=\sin x$（$-1\leqslant t\leqslant 1$），可得函数 $y=-2t^2+6t+1$，配方，结合二次函数的最值的求法，以及正弦函数的值域即可得到所求最大值．

【解答】解：函数 $f(x)=\cos 2x+6\cos(\frac{\pi}{2}-x)$

$=1-2\sin^2x+6\sin x$，

令 $t=\sin x$（$-1\leqslant t\leqslant 1$），

可得函数 $y=-2t^2+6t+1$

$=-2(t-\frac{3}{2})^2+\frac{11}{2}$，

由 $\frac{3}{2}\notin[-1,1]$，可得函数在 $[-1,1]$ 递增，

即有 $t=1$ 即 $x=2k\pi+\frac{\pi}{2}$，$k\in Z$ 时，函数取得最大值 5．

故选：B．

【点评】本题考查三角函数的最值的求法，注意运用二倍角公式和诱导公式，同时考查可化为二次函数的最值的求法，属于中档题．

12．（5 分）已知函数 $f(x)$（$x\in R$）满足 $f(x)=f(2-x)$，若函数 $y=|x^2-2x-3|$ 与 $y=f(x)$ 图象的交点为 (x_1,y_1)，(x_2,y_2)，…，(x_m,y_m)，则 $\sum\limits_{i=1}^{m}x_i=$（　　）

A．0　　B．m　　C．2m　　D．4m

【考点】&2：带绝对值的函数；&T：函数迭代；3V：二次函数的性质与图象．

【专题】35：转化思想；4R：转化法；51：函数的性质及应用．

【分析】根据已知中函数函数 $f(x)$（$x\in R$）满足 $f(x)=f(2-x)$，分析函数的对称性，可得函数 $y=|x^2-2x-3|$ 与 $y=f(x)$ 图象的交点关于直线 $x=1$ 对

称，进而得到答案．

【解答】解：∵函数 f（x）（x∈R）满足 f（x）=f（2﹣x），

故函数 f（x）的图象关于直线 x=1 对称，

函数 $y=|x^2-2x-3|$的图象也关于直线 x=1 对称，

故函数 $y=|x^2-2x-3|$与 y=f（x） 图象的交点也关于直线 x=1 对称，

故$\sum_{i=1}^{m}x_i=\frac{m}{2}\times 2=m$，

故选：B．

【点评】本题考查的知识点是二次函数的图象和性质，函数的对称性质，难度中档．

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分．

13．（5 分）已知向量$\vec{a}$=（m，4），$\vec{b}$=（3，﹣2），且$\vec{a}$∥$\vec{b}$，则 m=__﹣6__．

【考点】9K：平面向量共线（平行）的坐标表示．

【专题】11：计算题；29：规律型；5A：平面向量及应用．

【分析】直接利用向量共线的充要条件列出方程求解即可．

【解答】解：向量$\vec{a}$=（m，4），$\vec{b}$=（3，﹣2），且$\vec{a}$∥$\vec{b}$，

可得 12=﹣2m，解得 m=﹣6．

故答案为：﹣6．

【点评】本题考查向量共线的充要条件的应用，考查计算能力．

14．（5 分）若 x，y 满足约束条件$\begin{cases}x-y+1\geqslant 0\\x+y-3\geqslant 0\\x-3\leqslant 0\end{cases}$，则 z=x﹣2y 的最小值为__﹣5__．

【考点】7C：简单线性规划．

【专题】11：计算题；29：规律型；31：数形结合；59：不等式的解法及应用；

5T：不等式．

【分析】由约束条件作出可行域，化目标函数为直线方程的斜截式，数形结合得到最优解，联立方程组求得最优解的坐标，把最优解的坐标代入目标函数得答案．

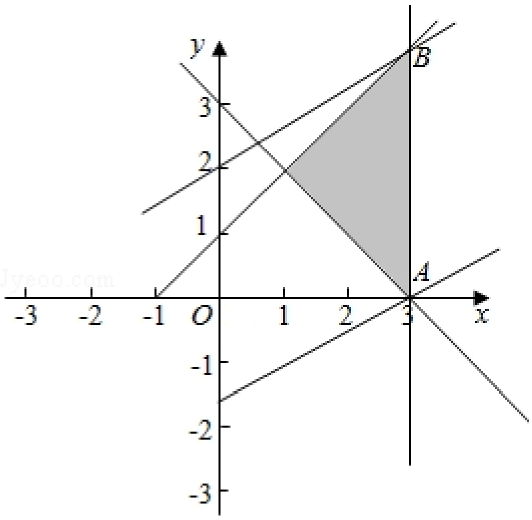
【解答】解：由约束条件$\begin{cases}x-y+1\geqslant 0\\x+y-3\geqslant 0\\x-3\leqslant 0\end{cases}$作出可行域如图，

联立$\begin{cases}x=3\\x-y+1=0\end{cases}$，解得 B（3，4）．

化目标函数 z=x﹣ 2y 为 $y=\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}z$，

由图可知，当直线 $y=\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}z$ 过 B（3，4）时，直线在 y 轴上的截距最大，z 有最小值为：3﹣ 2×4=﹣ 5．

故答案为：﹣ 5．



【点评】本题考查简单的线性规划，考查了数形结合的解题思想方法，是中档题．

15．（5 分）△ABC 的内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，若 $\cos A=\frac{4}{5}$，$\cos C=\frac{5}{13}$，a=1，则 b=__$\frac{21}{13}$__．

【考点】HU：解三角形．

【专题】34：方程思想；48：分析法；56：三角函数的求值；58：解三角形．

【分析】运用同角的平方关系可得 sinA，sinC，再由诱导公式和两角和的正弦公式，可得 sinB，运用正弦定理可得 $b=\frac{a\sin B}{\sin A}$，代入计算即可得到所求值．

【解答】解：由 $\cos A=\frac{4}{5}$，$\cos C=\frac{5}{13}$，可得

$\sin A=\sqrt{1-\cos^2 A}=\sqrt{1-\frac{16}{25}}=\frac{3}{5}$，

$\sin C=\sqrt{1-\cos^2 C}=\sqrt{1-\frac{25}{169}}=\frac{12}{13}$，

$\sin B=\sin(A+C)=\sin A\cos C+\cos A\sin C=\frac{3}{5}\times\frac{5}{13}+\frac{4}{5}\times\frac{12}{13}=\frac{63}{65}$，

由正弦定理可得 $b=\frac{a\sin B}{\sin A}$

$=\frac{1\times\frac{63}{65}}{\frac{3}{5}}=\frac{21}{13}$．

故答案为：$\frac{21}{13}$．

【点评】本题考查正弦定理的运用，同时考查两角和的正弦公式和诱导公式，以及同角的平方关系的运用，考查运算能力，属于中档题．

16．（5 分）有三张卡片，分别写有 1 和 2，1 和 3，2 和 3．甲，乙，丙三人各取走一张卡片，甲看了乙的卡片后说："我与乙的卡片上相同的数字不是 2"，乙看了丙的卡片后说："我与丙的卡片上相同的数字不是 1"，丙说："我的卡片上的数字之和不是 5"，则甲的卡片上的数字是__1 和 3__．

【考点】F4：进行简单的合情推理．

【专题】2A：探究型；49：综合法；5L：简易逻辑．

【分析】可先根据丙的说法推出丙的卡片上写着 1 和 2，或 1 和 3，分别讨论这两种情况，根据甲和乙的说法可分别推出甲和乙卡片上的数字，这样便可判断出甲卡片上的数字是多少．

【解答】解：根据丙的说法知，丙的卡片上写着 1 和 2，或 1 和 3；

（1）若丙的卡片上写着 1 和 2，根据乙的说法知，乙的卡片上写着 2 和 3；

∴根据甲的说法知，甲的卡片上写着 1 和 3；

（2）若丙的卡片上写着 1 和 3，根据乙的说法知，乙的卡片上写着 2 和 3；

又甲说，“我与乙的卡片上相同的数字不是 2”；

∴甲的卡片上写的数字不是 1 和 2，这与已知矛盾；

∴甲的卡片上的数字是 1 和 3.

故答案为：1 和 3.

【点评】考查进行简单的合情推理的能力，以及分类讨论得到解题思想，做这类题注意找出解题的突破口.

三、解答题：解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. （12 分）等差数列$\{a_n\}$中，$a_3+a_4=4$，$a_5+a_7=6$.

（Ⅰ）求$\{a_n\}$的通项公式；

（Ⅱ）设$b_n=[a_n]$，求数列$\{b_n\}$的前 10 项和，其中$[x]$表示不超过 x 的最大整数，如$[0.9]=0$，$[2.6]=2$.

【考点】83：等差数列的性质；84：等差数列的通项公式.

【专题】11：计算题；35：转化思想；4R：转化法；54：等差数列与等比数列.

【分析】（Ⅰ）设等差数列$\{a_n\}$的公差为 d，根据已知构造关于首项和公差方程组，解得答案；

（Ⅱ）根据$b_n=[a_n]$，列出数列$\{b_n\}$的前 10 项，相加可得答案.

【解答】解：（Ⅰ）设等差数列$\{a_n\}$的公差为 d，

∵$a_3+a_4=4$，$a_5+a_7=6$.

∴$\begin{cases}2a_1+5d=4\\2a_1+10d=6\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}a_1=1\\d=\frac{2}{5}\end{cases}$，

∴$a_n=\frac{2}{5}n+\frac{3}{5}$；

（Ⅱ）∵$b_n=[a_n]$，

$\therefore b_1=b_2=b_3=1$，

$b_4=b_5=2$，

$b_6=b_7=b_8=3$，

$b_9=b_{10}=4$．

故数列$\{b_n\}$的前 10 项和 $S_{10}=3\times1+2\times2+3\times3+2\times4=24$．

【点评】本题考查的知识点是等差数列的通项公式，等差数列的性质，难度中档．

18．（12 分）某险种的基本保费为 a（单位：元），继续购买该险种的投保人称为续保人，续保人本年度的保费与其上年度出险次数的关联如下：

上年度出险次数	0	1	2	3	4	≥5
保费	0.85a	a	1.25a	1.5a	1.75a	2a

随机调查了该险种的 200 名续保人在一年内的出险情况，得到如下统计表：

出险次数	0	1	2	3	4	≥5
频数	60	50	30	30	20	10

（I）记 A 为事件："一续保人本年度的保费不高于基本保费"．求 P（A）的估计值；

（Ⅱ）记 B 为事件："一续保人本年度的保费高于基本保费但不高于基本保费的160%"．求 P（B）的估计值；

（Ⅲ）求续保人本年度的平均保费估计值．

【考点】B2：简单随机抽样．

【专题】11：计算题；29：规律型；5I：概率与统计．

【分析】（I）求出 A 为事件："一续保人本年度的保费不高于基本保费"的人数．总事件人数，即可求 P（A）的估计值；

（Ⅱ）求出 B 为事件："一续保人本年度的保费高于基本保费但不高于基本保费的 160%"的人数．然后求 P（B）的估计值；

（Ⅲ）利用人数与保费乘积的和除以总续保人数，可得本年度的平均保费估计值．

【解答】解：（I）记 A 为事件："一续保人本年度的保费不高于基本保费"．事件 A 的人数为：60+50=110，该险种的 200 名续保，

P（A）的估计值为：$\frac{110}{200}=\frac{11}{20}$；

（Ⅱ）记 B 为事件："一续保人本年度的保费高于基本保费但不高于基本保费的 160%"．事件 B 的人数为：30+30=60，P（B）的估计值为：$\frac{60}{200}=\frac{3}{10}$；

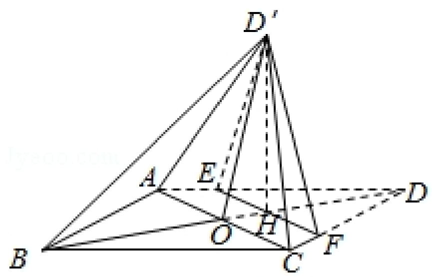
（Ⅲ）续保人本年度的平均保费估计值为 $\overline{x}=\frac{0.85a\times 60+a\times 50+1.25a\times 30+1.5a\times 30+1.75a\times 20+2a\times 1}{200}$=1.1925a．

【点评】本题考查样本估计总体的实际应用，考查计算能力．

19．（12 分）如图，菱形 ABCD 的对角线 AC 与 BD 交于点 O，点 E、F 分别在 AD，CD 上，AE=CF，EF 交 BD 于点 H，将△DEF 沿 EF 折到△D′EF 的位置．

（Ⅰ）证明：AC⊥HD′；

（Ⅱ）若 AB=5，AC=6，AE=$\frac{5}{4}$，OD′=$2\sqrt{2}$，求五棱锥 D′﹣ABCFE 体积．



【考点】LF：棱柱、棱锥、棱台的体积；LO：空间中直线与直线之间的位置关系．

【专题】31：数形结合；35：转化思想；5F：空间位置关系与距离；5Q：立体几何．

【分析】（1）根据直线平行的性质以菱形对角线垂直的性质进行证明即可．

（2）根据条件求出底面五边形的面积，结合平行线段的性质证明 OD′是五棱锥 D′﹣ABCFE 的高，即可得到结论．

【解答】（Ⅰ）证明：∵菱形 ABCD 的对角线 AC 与 BD 交于点 O，点 E、F 分别在 AD，CD 上，AE=CF，

∴EF∥AC，且 EF⊥BD

将△DEF 沿 EF 折到△D′EF 的位置，

则 D′H⊥EF，

∵EF∥AC，

∴AC⊥HD′；

（Ⅱ）若 AB=5，AC=6，则 AO=3，B0=OD=4，

∵AE=$\frac{5}{4}$，AD=AB=5，

∴DE=5－ $\frac{5}{4}$=$\frac{15}{4}$，

∵EF∥AC，

∴$\frac{DE}{AD}=\frac{EH}{AO}=\frac{DH}{OD}=\frac{\frac{15}{4}}{5}=\frac{3}{4}$，

∴EH=$\frac{9}{4}$，EF=2EH=$\frac{9}{2}$，DH=3，OH=4－ 3=1，

∵HD′=DH=3，OD′=2$\sqrt{2}$，

∴满足 $HD'^2=OD'^2+OH^2$，

则△OHD′为直角三角形，且 OD′⊥OH，

又 OD′⊥AC，AC∩OH=O，

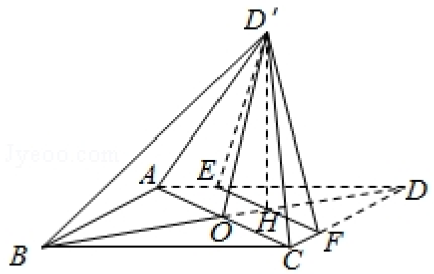
即 OD′⊥底面 ABCD，

即 OD′是五棱锥 D′－ ABCFE 的高．

底面五边形的面积 S=$\frac{1}{2}\times AC\cdot OB+\frac{(EF+AC)\cdot OH}{2}=\frac{1}{2}\times 6\times 4+\frac{(\frac{9}{2}+6)\times 1}{2}$=12+$\frac{21}{4}=\frac{69}{4}$

，

则五棱锥 D′－ ABCFE 体积 V=$\frac{1}{3}$S•OD′=$\frac{1}{3}\times\frac{69}{4}\times 2\sqrt{2}=\frac{23\sqrt{2}}{2}$.



【点评】本题主要考查空间直线和平面的位置关系的判断，以及空间几何体的体

积，根据线面垂直的判定定理以及五棱锥的体积公式是解决本题的关键．本题的难点在于证明 OD′是五棱锥 D′﹣ABCFE 的高考查学生的运算和推理能力．

20．（12 分）已知函数 f（x）=（x+1）lnx﹣a（x﹣1）．

（I）当 a=4 时，求曲线 y=f（x）在（1，f（1））处的切线方程；

（II）若当 x∈（1，+∞）时，f（x）＞0，求 a 的取值范围．

【考点】66：简单复合函数的导数．

【专题】15：综合题；35：转化思想；49：综合法；52：导数的概念及应用．

【分析】（I）当 a=4 时，求出曲线 y=f（x）在（1，f（1））处的切线的斜率，即可求出切线方程；

（II）先求出 f′（x）＞f′（1）=2﹣a，再结合条件，分类讨论，即可求 a 的取值范围．

【解答】解：（I）当 a=4 时，f（x）=（x+1）lnx﹣4（x﹣1）．

f（1）=0，即点为（1，0），

函数的导数 f′（x）=lnx+（x+1）$\bullet\frac{1}{x}$﹣4，

则 f′（1）=ln1+2﹣4=2﹣4=﹣2，

即函数的切线斜率 k=f′（1）=﹣2，

则曲线 y=f（x）在（1，0）处的切线方程为 y=﹣2（x﹣1）=﹣2x+2；

（II）∵f（x）=（x+1）lnx﹣a（x﹣1），

∴f′（x）=1+$\frac{1}{x}$+lnx﹣a，

∴f″（x）=$\frac{x-1}{x^2}$，

∵x＞1，∴f″（x）＞0，

∴f′（x）在（1，+∞）上单调递增，

∴f′（x）＞f′（1）=2﹣a．

①$a\leqslant 2$，$f'(x)>f'(1)\geqslant 0$，

∴$f(x)$在$(1,+\infty)$上单调递增，

∴$f(x)>f(1)=0$，满足题意；

②$a>2$，存在$x_0\in(1,+\infty)$，$f'(x_0)=0$，函数$f(x)$在$(1,x_0)$上单调递减，在$(x_0,+\infty)$上单调递增，

由$f(1)=0$，可得存在$x_0\in(1,+\infty)$，$f(x_0)<0$，不合题意.

综上所述，$a\leqslant 2$.

另解：若当$x\in(1,+\infty)$时，$f(x)>0$，

可得$(x+1)\ln x-a(x-1)>0$，

即为$a<\frac{(x+1)\ln x}{x-1}$，

由$y=\frac{(x+1)\ln x}{x-1}$的导数为$y'=\frac{x-\frac{1}{x}-2\ln x}{(x-1)^2}$，

由$y=x-\frac{1}{x}-2\ln x$的导数为$y'=1+\frac{1}{x^2}-\frac{2}{x}=\frac{(x-1)^2}{x^2}>0$，

函数y在$x>1$递增，可得$\frac{x-\frac{1}{x}-2\ln x}{(x-1)^2}>0$，

则函数$y=\frac{(x+1)\ln x}{x-1}$在$x>1$递增，

则$\lim\limits_{x\to 1}\frac{(x+1)\ln x}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1}\frac{\ln x+1+\frac{1}{x}}{1}=2$，

可得$\frac{(x+1)\ln x}{x-1}>2$恒成立，

即有$a\leqslant 2$.

【点评】本题主要考查了导数的应用，函数的导数与函数的单调性的关系的应用，导数的几何意义，考查参数范围的求解，考查学生分析解决问题的能力，有难度.

21．（12分）已知A是椭圆E：$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$的左顶点，斜率为k（k>0）的直线交E于A，M两点，点N在E上，MA⊥NA.

（I）当|AM|=|AN|时，求△AMN 的面积

（II）当 2|AM|=|AN|时，证明：$\sqrt{3}<k<2$.

【考点】KH：直线与圆锥曲线的综合.

【专题】33：函数思想；49：综合法；4M：构造法；5D：圆锥曲线的定义、性质与方程.

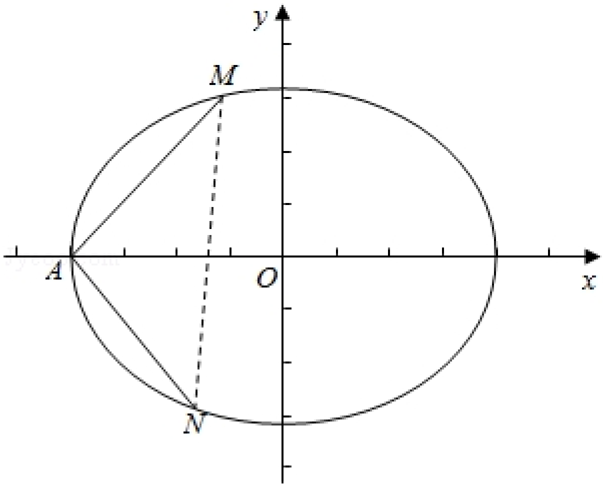
【分析】（I）依题意知椭圆 E 的左顶点 A（﹣2，0），由|AM|=|AN|，且 MA⊥NA，可知△AMN 为等腰直角三角形，设 M（a﹣2，a），利用点 M 在 E 上，可得 $3(a-2)^2+4a^2=12$，解得：$a=\frac{12}{7}$，从而可求△AMN 的面积；

（II）设直线 l_{AM} 的方程为：y=k（x+2），直线 l_{AN} 的方程为：$y=-\frac{1}{k}(x+2)$，联立$\begin{cases}y=k(x+2)\\3x^2+4y^2=12\end{cases}$消去 y，得 $(3+4k^2)x^2+16k^2x+16k^2-12=0$，利用韦达定理及弦长公式可分别求得 $|AM|=\sqrt{1+k^2}|x_M-(-2)|=\frac{12\sqrt{1+k^2}}{3+4k^2}$，$|AN|=\frac{12\sqrt{1+(\frac{1}{k})^2}}{3+4(\frac{1}{k})^2}=\frac{12k\sqrt{1+k^2}}{3k^2+4}$，

结合 2|AM|=|AN|，可得 $\frac{2}{3+4k^2}=\frac{k}{3k^2+4}$，整理后，构造函数 $f(k)=4k^3-6k^2+3k-8$，利用导数法可判断其单调性，再结合零点存在定理即可证得结论成立.

【解答】解：（I）由椭圆 E 的方程：$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$ 知，其左顶点 A（﹣2，0），

∵|AM|=|AN|，且 MA⊥NA，∴△AMN 为等腰直角三角形，



∴MN⊥x 轴，设 M 的纵坐标为 a，则 M（a﹣2，a），

∵点 M 在 E 上，∴3（a﹣2）^{2}+4a^2=12，整理得：7a^2﹣12a=0，∴a=$\frac{12}{7}$或 a=0（舍），

∴$S_{\triangle AMN}=\frac{1}{2}a\times 2a=a^2=\frac{144}{49}$;

（II）设直线 l_{AM} 的方程为：y=k（x+2），直线 l_{AN} 的方程为：y=﹣$\frac{1}{k}$（x+2），由 $\begin{cases}y=k(x+2)\\3x^2+4y^2=12\end{cases}$消去 y 得：（3+4k^2）x^2+16k^{2}x+16k^2﹣12=0，∴$x_M-2=-\frac{16k^2}{3+4k^2}$，∴$x_M=2-\frac{16k^2}{3+4k^2}=\frac{6-8k^2}{3+4k^2}$,

∴$|AM|=\sqrt{1+k^2}|x_M-(-2)|=\sqrt{1+k^2}\bullet\frac{6-8k^2+6+8k^2}{3+4k^2}=\frac{12\sqrt{1+k^2}}{3+4k^2}$

∵k＞0，

∴$|AN|=\frac{12\sqrt{1+(\frac{1}{k})^2}}{3+4(\frac{1}{k})^2}=\frac{12k\sqrt{1+k^2}}{3k^2+4}$,

又∵2|AM|=|AN|，∴$\frac{2}{3+4k^2}=\frac{k}{3k^2+4}$,

整理得：4k^3﹣6k^2+3k﹣8=0，

设 f（k）=4k^3﹣6k^2+3k﹣8，

则 f′（k）=12k^2﹣12k+3=3（2k﹣1）^{2}≥0，

∴f（k）$=4k^3-6k^2+3k-8$ 为（0，+∞）的增函数，

又 f（$\sqrt{3}$）$=4\times3\sqrt{3}-6\times3+3\sqrt{3}-8=15\sqrt{3}-26=\sqrt{675}-\sqrt{676}<0$，f（2）$=4\times8-6\times4+3\times2-8=6>0$，

∴$\sqrt{3}<k<2$.

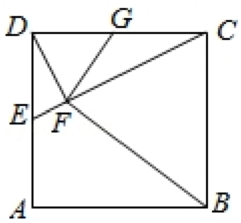
【点评】本题考查直线与圆锥曲线的综合问题，常用的方法就是联立方程求出交点的横坐标或者纵坐标的关系，通过这两个关系的变形去求解，考查构造函数思想与导数法判断函数单调性，再结合零点存在定理确定参数范围，是难题.

请考生在第 22～24 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分.[选修 4-1：几何证明选讲]

22．（10 分）如图，在正方形 ABCD 中，E，G 分别在边 DA，DC 上（不与端点重合），且 DE=DG，过 D 点作 DF⊥CE，垂足为 F.

（Ⅰ）证明：B，C，G，F 四点共圆；

（Ⅱ）若 AB=1，E 为 DA 的中点，求四边形 BCGF 的面积.



【考点】N8：圆内接多边形的性质与判定.

【专题】14：证明题.

【分析】（Ⅰ）证明 B，C，G，F 四点共圆可证明四边形 BCGF 对角互补，由已知条件可知∠BCD=90°，因此问题可转化为证明∠GFB=90°；

（Ⅱ）在 Rt△DFC 中，$GF=\frac{1}{2}CD=GC$，因此可得△GFB≌△GCB，则 $S_{四边形BCGF}=2S_{\triangle BCG}$，据此解答.

【解答】（Ⅰ）证明：∵DF⊥CE，

∴Rt△DFC∽Rt△EDC，

$\therefore \frac{DF}{ED}=\frac{CF}{CD}$,

$\because$ DE=DG，CD=BC，

$\therefore \frac{DF}{DG}=\frac{CF}{BC}$,

又$\because$ $\angle$GDF=$\angle$DEF=$\angle$BCF，

$\therefore$ $\triangle$GDF∽$\triangle$BCF，

$\therefore$ $\angle$CFB=$\angle$DFG，

$\therefore$ $\angle$GFB=$\angle$GFC+$\angle$CFB=$\angle$GFC+$\angle$DFG=$\angle$DFC=90°，

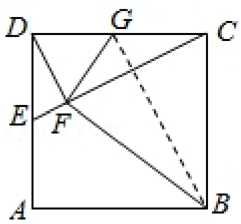
$\therefore$ $\angle$GFB+$\angle$GCB=180°，

$\therefore$B，C，G，F 四点共圆.

（Ⅱ）$\because$E 为 AD 中点，AB=1，$\therefore$DG=CG=DE=$\frac{1}{2}$,

$\therefore$在 Rt$\triangle$DFC 中，GF=$\frac{1}{2}$CD=GC，连接 GB，Rt$\triangle$BCG≌Rt$\triangle$BFG，

$\therefore S_{四边形BCGF}=2S_{\triangle BCG}=2\times\frac{1}{2}\times1\times\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$.



【点评】本题考查四点共圆的判断，主要根据对角互补进行判断，注意三角形相似和全等性质的应用.

[选项 4-4：坐标系与参数方程]

23．在直角坐标系 xOy 中，圆 C 的方程为（x+6）^{2}+y^2=25.

（Ⅰ）以坐标原点为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，求 C 的极坐标方程；

（Ⅱ）直线 l 的参数方程是$\begin{cases}x=t\cos\alpha\\y=t\sin\alpha\end{cases}$（t 为参数），l 与 C 交与 A，B 两点，|AB|=$\sqrt{10}$，求 l 的斜率.

【考点】J1：圆的标准方程；J8：直线与圆相交的性质.

【专题】11：计算题；35：转化思想；49：综合法；5B：直线与圆．

【分析】（Ⅰ）把圆 C 的标准方程化为一般方程，由此利用 $\rho^2=x^2+y^2$，$x=\rho\cos\alpha$，$y=\rho\sin\alpha$，能求出圆 C 的极坐标方程．

（Ⅱ）由直线 l 的参数方程求出直线 l 的一般方程，再求出圆心到直线距离，由此能求出直线 l 的斜率．

【解答】解：（Ⅰ）∵圆 C 的方程为 $(x+6)^2+y^2=25$，

∴$x^2+y^2+12x+11=0$，

∵$\rho^2=x^2+y^2$，$x=\rho\cos\alpha$，$y=\rho\sin\alpha$，

∴C 的极坐标方程为 $\rho^2+12\rho\cos\alpha+11=0$．

（Ⅱ）∵直线 l 的参数方程是 $\begin{cases}x=t\cos\alpha\\ y=t\sin\alpha\end{cases}$（t 为参数），

∴$t=\frac{x}{\cos\alpha}$，代入 $y=t\sin\alpha$，得：直线 l 的一般方程 $y=\tan\alpha\cdot x$，

∵l 与 C 交与 A，B 两点，$|AB|=\sqrt{10}$，圆 C 的圆心 C（－6，0），半径 r=5，

圆心到直线的距离 $d=\sqrt{r^2-(\frac{|AB|}{2})^2}$．

∴圆心 C（－6，0）到直线距离 $d=\frac{|-6\tan\alpha|}{\sqrt{1+\tan^2\alpha}}=\sqrt{25-\frac{10}{4}}$，

解得 $\tan^2\alpha=\frac{5}{3}$，∴$\tan\alpha=\pm\sqrt{\frac{5}{3}}=\pm\frac{\sqrt{15}}{3}$．

∴l 的斜率 $k=\pm\frac{\sqrt{15}}{3}$．

【点评】本题考查圆的极坐标方程的求法，考查直线的斜率的求法，是中档题，解题时要认真审题，注意点到直线公式、圆的性质的合理运用．

[选修 4-5：不等式选讲]

24．已知函数 $f(x)=|x-\frac{1}{2}|+|x+\frac{1}{2}|$，M 为不等式 $f(x)<2$ 的解集．

（Ⅰ）求 M；

（Ⅱ）证明：当 a，b∈M 时，$|a+b|<|1+ab|$．

【考点】R5：绝对值不等式的解法．

【专题】32：分类讨论；35：转化思想；4C：分类法；4R：转化法；59：不等

式的解法及应用．

【分析】（I）分当 $x<-\frac{1}{2}$时，当 $-\frac{1}{2}\leqslant x\leqslant\frac{1}{2}$时，当 $x>\frac{1}{2}$时三种情况，分别求解不等式，综合可得答案；

（Ⅱ）当 a，b∈M 时，$(a^2-1)(b^2-1)>0$，即 $a^2b^2+1>a^2+b^2$，配方后，可证得结论．

【解答】解：（I）当 $x<-\frac{1}{2}$时，不等式 f（x）<2 可化为：$\frac{1}{2}-x-x-\frac{1}{2}<2$，

解得：$x>-1$，

$\therefore -1<x<-\frac{1}{2}$，

当 $-\frac{1}{2}\leqslant x\leqslant\frac{1}{2}$时，不等式 f（x）<2 可化为：$\frac{1}{2}-x+x+\frac{1}{2}=1<2$，

此时不等式恒成立，

$\therefore -\frac{1}{2}\leqslant x\leqslant\frac{1}{2}$，

当 $x>\frac{1}{2}$时，不等式 f（x）<2 可化为：$-\frac{1}{2}+x+x+\frac{1}{2}<2$，

解得：$x<1$，

$\therefore \frac{1}{2}<x<1$，

综上可得：M=（-1，1）；

证明：（Ⅱ）当 a，b∈M 时，

$(a^2-1)(b^2-1)>0$，

即 $a^2b^2+1>a^2+b^2$，

即 $a^2b^2+1+2ab>a^2+b^2+2ab$，

即 $(ab+1)^2>(a+b)^2$，

即 $|a+b|<|1+ab|$．

【点评】本题考查的知识点是绝对值不等式的解法，不等式的证明，难度中档．