2015 年全国统一高考数学试卷（文科）（新课标Ⅱ）

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分

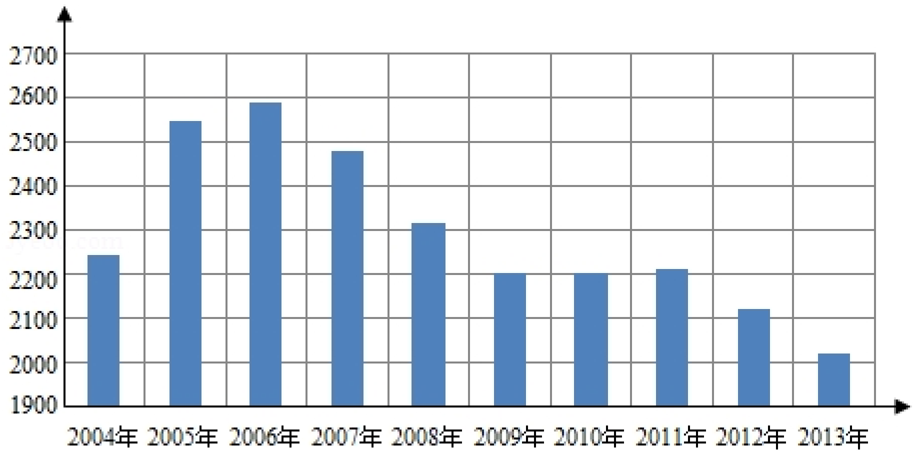
1．（5 分）已知集合 $A=\{x|-1<x<2\}$，$B=\{x|0<x<3\}$，则 $A\cup B=$（　　）

A．（﹣1，3）　　B．（﹣1，0）　　C．（0，2）　　D．（2，3）

2．（5 分）若为 a 实数，且$\frac{2+ai}{1+i}=3+i$，则 a=（　　）

A．﹣4　　B．﹣3　　C．3　　D．4

3．（5 分）根据如图给出的 2004 年至 2013 年我国二氧化硫年排放量（单位：万吨）柱形图，以下结论中不正确的是（　　）



A．逐年比较，2008 年减少二氧化硫排放量的效果最显著

B．2007 年我国治理二氧化硫排放显现成效

C．2006 年以来我国二氧化硫年排放量呈减少趋势

D．2006 年以来我国二氧化硫年排放量与年份正相关

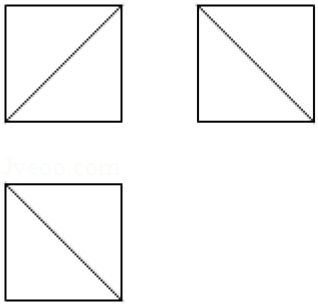
4．（5 分）$\vec{a}=(1,-1)$，$\vec{b}=(-1,2)$则$(2\vec{a}+\vec{b})\cdot\vec{a}=$（　　）

A．﹣1　　B．0　　C．1　　D．2

5．（5 分）已知 S_n 是等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和，若 $a_1+a_3+a_5=3$，则 $S_5=$（　　）

A．5　　B．7　　C．9　　D．11

6．（5 分）一个正方体被一个平面截去一部分后，剩余部分的三视图如图，则截去部分体积与剩余部分体积的比值为（　　）

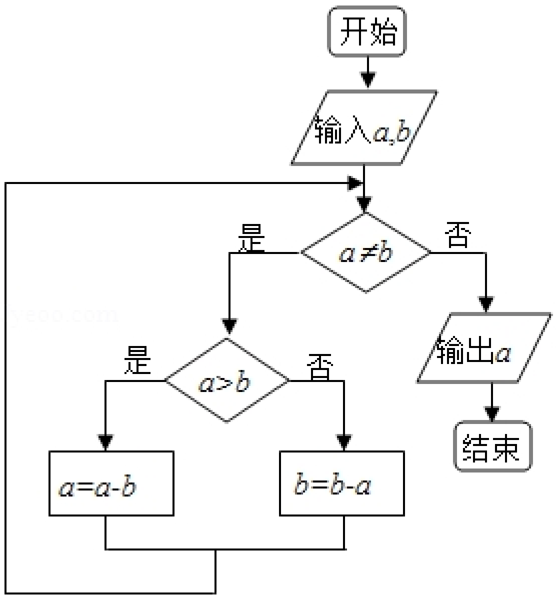


A．$\frac{1}{8}$　　B．$\frac{1}{7}$　　C．$\frac{1}{6}$　　D．$\frac{1}{5}$

7．（5 分）已知三点 A（1，0），B（0，$\sqrt{3}$），C（2，$\sqrt{3}$）则△ABC 外接圆的圆心到原点的距离为（　　）

A．$\frac{5}{3}$　　B．$\frac{\sqrt{21}}{3}$　　C．$\frac{2\sqrt{5}}{3}$　　D．$\frac{4}{3}$

8．（5 分）如图程序框图的算法思路源于我国古代数学名著《九章算术》中的"更相减损术"．执行该程序框图，若输入 a，b 分别为 14，18，则输出的 a=（　　）



A．0　　B．2　　C．4　　D．14

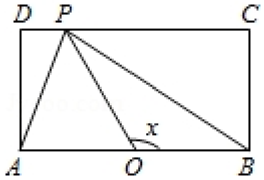
9．（5 分）已知等比数列{a_n}满足 $a_1=\frac{1}{4}$，$a_3a_5=4(a_4-1)$，则 a_2=（　　）

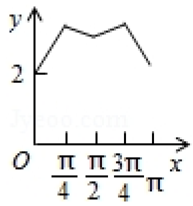
A．2　　B．1　　C．$\frac{1}{2}$　　D．$\frac{1}{8}$

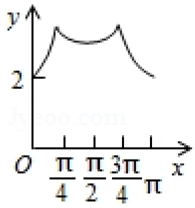
10．（5 分）已知 A，B 是球 O 的球面上两点，∠AOB=90°，C 为该球面上的动点，若三棱锥 O﹣ABC 体积的最大值为 36，则球 O 的表面积为（　　）

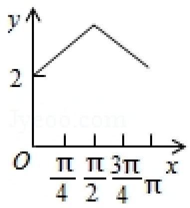
A．36π　　　　　B．64π　　　　　C．144π　　　　　D．256π

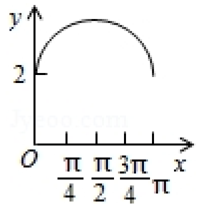
11．（5 分）如图，长方形 ABCD 的边 AB=2，BC=1，O 是 AB 的中点，点 P 沿着边 BC，CD 与 DA 运动，记∠BOP=x．将动点 P 到 A，B 两点距离之和表示为 x 的函数 f（x），则 y=f（x）的图象大致为（　　）



A．

B．

C．

D．

12．（5 分）设函数 f（x）=ln（1+|x|）$-\frac{1}{1+x^2}$，则使得 f（x）＞f（2x－1）成立的 x 的取值范围是（　　）

A．$(-\infty,\frac{1}{3})\cup(1,+\infty)$　　　　B．$(\frac{1}{3},1)$

C．$(-\frac{1}{3},\frac{1}{3})$　　　　D．$(-\infty,-\frac{1}{3})\cup(\frac{1}{3},+\infty)$

二、填空题

13．（3 分）已知函数 f（x）=ax³－2x 的图象过点（－1，4）则 a=________．

14．（3 分）若 x，y 满足约束条件$\begin{cases}x+y-5\leqslant 0\\2x-y-1\geqslant 0\\x-2y+1\leqslant 0\end{cases}$，则 z=2x+y 的最大值为________．

15．（3 分）已知双曲线过点$(4,\sqrt{3})$且渐近线方程为 $y=\pm\frac{1}{2}x$，则该双曲线的标准方程是________．

16．（3 分）已知曲线 y=x+lnx 在点（1，1）处的切线与曲线 y=ax²+（a+2）x+1

相切，则 a=________.

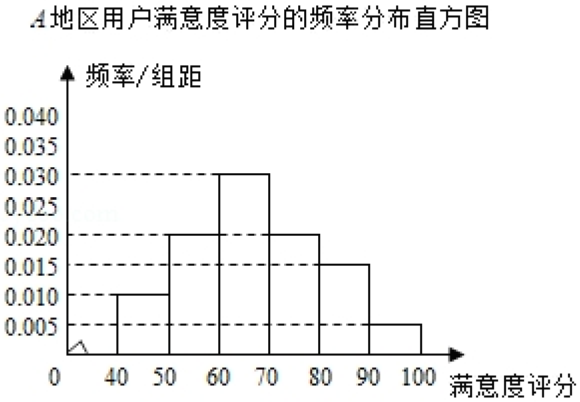
三．解答题

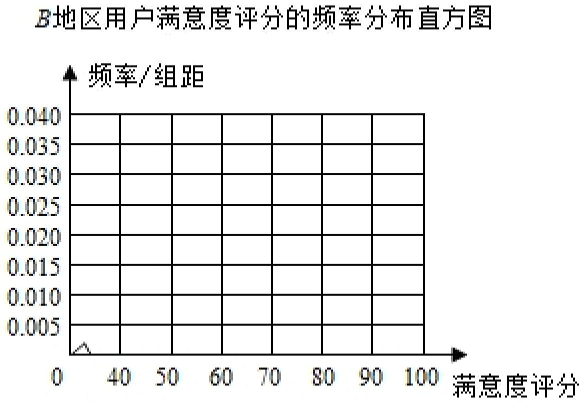
17．△ABC 中，D 是 BC 上的点，AD 平分∠BAC，BD=2DC

（Ⅰ）求$\frac{\sin\angle B}{\sin\angle C}$.

（Ⅱ）若∠BAC=60°，求∠B.

18．某公司为了解用户对其产品的满意度，从 A，B 两地区分别随机调查了 40 个用户，根据用户对产品的满意度评分，得到 A 地区用户满意度评分的频率分布直方图和 B 地区用户满意度评分的频数分布表





B 地区用户满意度评分的频数分布表

满意度评分分组	[50，60)	[60，70)	[70，80)	[80，90)	[90，100)
频数	2	8	14	10	6

（1）做出 B 地区用户满意度评分的频率分布直方图，并通过直方图比较两地区满意度评分的平均值及分散程度（不要求计算出具体值，给出结论即可）

（Ⅱ）根据用户满意度评分，将用户的满意度从低到高分为三个不等级：

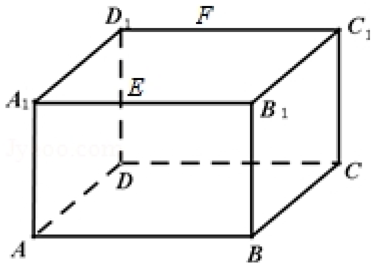
满意度评分	低于 70 分	70 分到 89 分	不低于 90 分
满意度等级	不满意	满意	非常满意

估计哪个地区用户的满意度等级为不满意的概率大？说明理由.

19．（12 分）如图，长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$AB=16$，$BC=10$，$AA_1=8$，点 E，F 分别在 A_1B_1，D_1C_1 上，$A_1E=D_1F=4$．过 E，F 的平面 α 与此长方体的面相交，交线围成一个正方形

（Ⅰ）在图中画出这个正方形（不必说出画法和理由）

（Ⅱ）求平面 α 把该长方体分成的两部分体积的比值．



20．椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$，（a＞b＞0）的离心率$\frac{\sqrt{2}}{2}$，点（2，$\sqrt{2}$）在 C 上．

（1）求椭圆 C 的方程；

（2）直线 l 不过原点 O 且不平行于坐标轴，l 与 C 有两个交点 A，B，线段 AB 的中点为 M．证明：直线 OM 的斜率与 l 的斜率的乘积为定值．

21．设函数 f（x）=lnx+a（1﹣ x）．

（Ⅰ）讨论：f（x）的单调性；

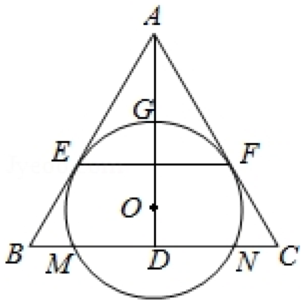
（Ⅱ）当 f（x）有最大值，且最大值大于 2a﹣ 2 时，求 a 的取值范围．

四、选修4-1：几何证明选讲

22．（10分）如图，O为等腰三角形ABC内一点，⊙O与△ABC的底边BC交于M，N两点，与底边上的高AD交于点G，且与AB，AC分别相切于E，F两点.

（1）证明：EF∥BC；

（2）若AG等于⊙O的半径，且AE=MN=$2\sqrt{3}$，求四边形EBCF的面积.



五、选修4-4：坐标系与参数方程

23．（10分）在直角坐标系xOy中，曲线C_1：$\begin{cases}x=t\cos\alpha\\y=t\sin\alpha\end{cases}$（t为参数，t≠0），其中0≤α≤π，在以O为极点，x轴正半轴为极轴的极坐标系中，曲线C_2：ρ=2sinθ，C_3：$\rho=2\sqrt{3}\cos\theta$.

（1）求C_2与C_3交点的直角坐标；

（2）若C_1与C_2相交于点A，C_1与C_3相交于点B，求$|AB|$的最大值.

六、选修4-5不等式选讲

24．（10分）设a，b，c，d均为正数，且a+b=c+d，证明：

（1）若ab＞cd，则$\sqrt{a}+\sqrt{b}>\sqrt{c}+\sqrt{d}$；

（2）$\sqrt{a}+\sqrt{b}>\sqrt{c}+\sqrt{d}$是$|a-b|<|c-d|$的充要条件.

2015年全国统一高考数学试卷（文科）（新课标Ⅱ）

参考答案与试题解析

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分

1．（5分）已知集合 $A=\{x|-1<x<2\}$，$B=\{x|0<x<3\}$，则 $A\cup B=$（　　）

A．（﹣1，3）　　B．（﹣1，0）　　C．（0，2）　　D．（2，3）

【考点】1D：并集及其运算．

【专题】5J：集合．

【分析】根据集合的基本运算进行求解即可．

【解答】解：∵$A=\{x|-1<x<2\}$，$B=\{x|0<x<3\}$，

∴$A\cup B=\{x|-1<x<3\}$，

故选：A．

【点评】本题主要考查集合的基本运算，比较基础．

2．（5分）若为a实数，且$\frac{2+ai}{1+i}=3+i$，则 a=（　　）

A．﹣4　　B．﹣3　　C．3　　D．4

【考点】A1：虚数单位i、复数．

【专题】5N：数系的扩充和复数．

【分析】根据复数相等的条件进行求解即可．

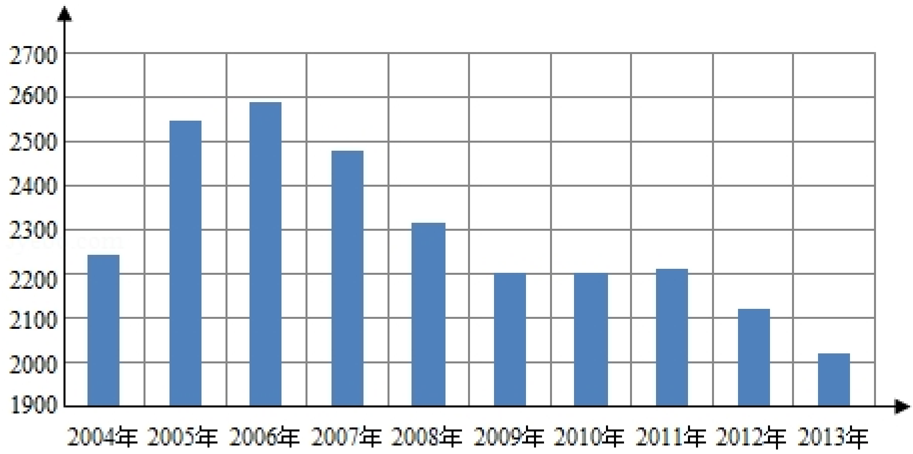
【解答】解：由$\frac{2+ai}{1+i}=3+i$，得 $2+ai=(1+i)(3+i)=2+4i$，

则 a=4，

故选：D．

【点评】本题主要考查复数相等的应用，比较基础．

3．（5 分）根据如图给出的 2004 年至 2013 年我国二氧化硫年排放量（单位：万吨）柱形图，以下结论中不正确的是（　　）



A．逐年比较，2008 年减少二氧化硫排放量的效果最显著

B．2007 年我国治理二氧化硫排放显现成效

C．2006 年以来我国二氧化硫年排放量呈减少趋势

D．2006 年以来我国二氧化硫年排放量与年份正相关

【考点】B8：频率分布直方图．

【专题】5I：概率与统计．

【分析】A 从图中明显看出 2008 年二氧化硫排放量比 2007 年的二氧化硫排放量减少的最多，故 A 正确；

B 从 2007 年开始二氧化硫排放量变少，故 B 正确；

C 从图中看出，2006 年以来我国二氧化硫年排放量越来越少，故 C 正确；

D2006 年以来我国二氧化硫年排放量越来越少，与年份负相关，故 D 错误．

【解答】解：A 从图中明显看出 2008 年二氧化硫排放量比 2007 年的二氧化硫排放量明显减少，且减少的最多，故 A 正确；

B2004﹣2006 年二氧化硫排放量越来越多，从 2007 年开始二氧化硫排放量变少，故 B 正确；

C 从图中看出，2006 年以来我国二氧化硫年排放量越来越少，故 C 正确；

D2006 年以来我国二氧化硫年排放量越来越少，而不是与年份正相关，故 D 错误．

故选：D.

【点评】本题考查了学生识图的能力，能够从图中提取出所需要的信息，属于基础题.

4．（5 分）$\vec{a}$=（1，﹣1），$\vec{b}$=（﹣1，2）则（$2\vec{a}+\vec{b}$）$\cdot\vec{a}$=（　　）

A．﹣1　　B．0　　C．1　　D．2

【考点】9O：平面向量数量积的性质及其运算.

【专题】5A：平面向量及应用.

【分析】利用向量的加法和数量积的坐标运算解答本题.

【解答】解：因为$\vec{a}$=（1，﹣1），$\vec{b}$=（﹣1，2）则（$2\vec{a}+\vec{b}$）$\cdot\vec{a}$=（1，0）•（1，﹣1）=1；

故选：C.

【点评】本题考查了向量的加法和数量积的坐标运算；属于基础题目.

5．（5 分）已知 S_n 是等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和，若 $a_1+a_3+a_5=3$，则 S_5=（　　）

A．5　　B．7　　C．9　　D．11

【考点】85：等差数列的前 n 项和.

【专题】35：转化思想；4A：数学模型法；54：等差数列与等比数列.

【分析】由等差数列$\{a_n\}$的性质，$a_1+a_3+a_5=3=3a_3$，解得 a_3．再利用等差数列的前 n 项和公式即可得出.

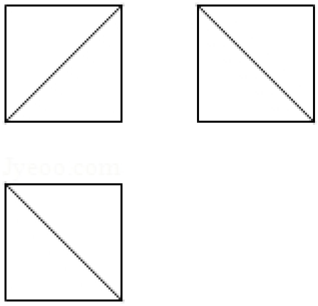
【解答】解：由等差数列$\{a_n\}$的性质，$a_1+a_3+a_5=3=3a_3$，解得 $a_3=1$.

则 $S_5=\frac{5(a_1+a_5)}{2}=5a_3=5$.

故选：A.

【点评】本题考查了等差数列的通项公式及其性质、前 n 项和公式，考查了推理能力与计算能力，属于中档题.

6．（5 分）一个正方体被一个平面截去一部分后，剩余部分的三视图如图，则截去部分体积与剩余部分体积的比值为（　　）



A．$\frac{1}{8}$　　B．$\frac{1}{7}$　　C．$\frac{1}{6}$　　D．$\frac{1}{5}$

【考点】L!：由三视图求面积、体积．

【专题】11：计算题；5F：空间位置关系与距离．

【分析】由三视图判断，正方体被切掉的部分为三棱锥，把相关数据代入棱锥的体积公式计算即可．

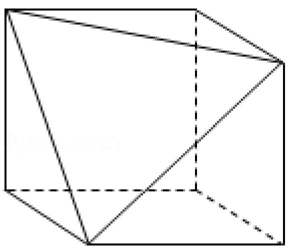
【解答】解：设正方体的棱长为 1，由三视图判断，正方体被切掉的部分为三棱锥，

∴正方体切掉部分的体积为$\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times1\times1\times1=\frac{1}{6}$，

∴剩余部分体积为 $1-\frac{1}{6}=\frac{5}{6}$，

∴截去部分体积与剩余部分体积的比值为$\frac{1}{5}$．

故选：D．



【点评】本题考查了由三视图判断几何体的形状，求几何体的体积．

7．（5 分）已知三点 A（1，0），B（0，$\sqrt{3}$），C（2，$\sqrt{3}$）则△ABC 外接圆的圆心到原点的距离为（　　）

A. $\frac{5}{3}$　　B. $\frac{\sqrt{21}}{3}$　　C. $\frac{2\sqrt{5}}{3}$　　D. $\frac{4}{3}$

【考点】J1：圆的标准方程.

【专题】5B：直线与圆.

【分析】利用外接圆的性质，求出圆心坐标，再根据圆心到原点的距离公式即可求出结论.

【解答】解：因为△ABC 外接圆的圆心在直线 BC 垂直平分线上，即直线 x=1 上，可设圆心 P（1，p），由 PA=PB 得

$|p|=\sqrt{1+(p-\sqrt{3})^{2}}$,

得 $p=\frac{2\sqrt{3}}{3}$

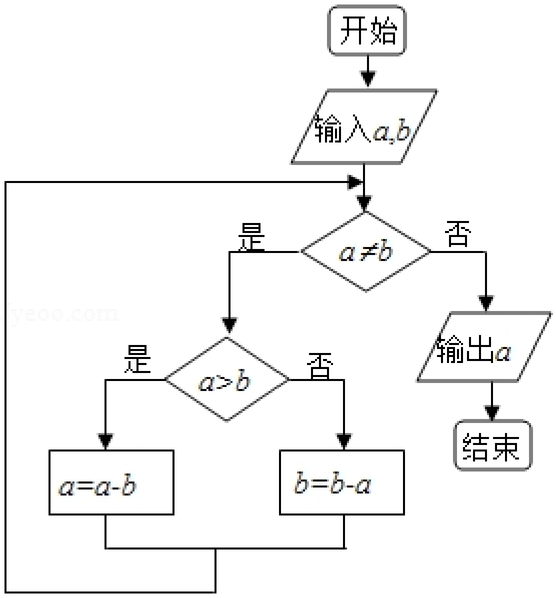
圆心坐标为 P（1，$\frac{2\sqrt{3}}{3}$），

所以圆心到原点的距离 $|OP|=\sqrt{1+(\frac{2\sqrt{3}}{3})^{2}}=\sqrt{1+\frac{12}{9}}=\frac{\sqrt{21}}{3}$,

故选：B.

【点评】本题主要考查圆性质及△ABC 外接圆的性质，了解性质并灵运用是解决本题的关键.

8．（5 分）如图程序框图的算法思路源于我国古代数学名著《九章算术》中的“更相减损术”．执行该程序框图，若输入 a，b 分别为 14，18，则输出的 a=（　　）



A．0　　B．2　　C．4　　D．14

【考点】EF：程序框图．

【专题】27：图表型；5K：算法和程序框图．

【分析】模拟执行程序框图，依次写出每次循环得到的 a，b 的值，当 a=b=2 时不满足条件 a≠b，输出 a 的值为 2．

【解答】解：模拟执行程序框图，可得

a=14，b=18

满足条件 a≠b，不满足条件 a＞b，b=4

满足条件 a≠b，满足条件 a＞b，a=10

满足条件 a≠b，满足条件 a＞b，a=6

满足条件 a≠b，满足条件 a＞b，a=2

满足条件 a≠b，不满足条件 a＞b，b=2

不满足条件 a≠b，输出 a 的值为 2．

故选：B．

【点评】本题主要考查了循环结构程序框图，属于基础题．

9．（5 分）已知等比数列$\{a_n\}$满足 $a_1=\frac{1}{4}$，$a_3a_5=4(a_4-1)$，则 $a_2=$（　　）

A．2　　B．1　　C．$\frac{1}{2}$　　D．$\frac{1}{8}$

【考点】88：等比数列的通项公式.

【专题】54：等差数列与等比数列.

【分析】利用等比数列的通项公式即可得出.

【解答】解：设等比数列$\{a_n\}$的公比为q，

$\because a_1=\frac{1}{4}$，$a_3a_5=4(a_4-1)$，

$\therefore (\frac{1}{4})^2\times q^6=4(\frac{1}{4}q^3-1)$，

化为$q^3=8$，解得q=2

则$a_2=\frac{1}{4}\times 2=\frac{1}{2}$.

故选：C.

【点评】本题考查了等比数列的通项公式，属于基础题.

10．（5分）已知A，B是球O的球面上两点，∠AOB=90°，C为该球面上的动点，若三棱锥O－ABC体积的最大值为36，则球O的表面积为（　　）

A．36π　　B．64π　　C．144π　　D．256π

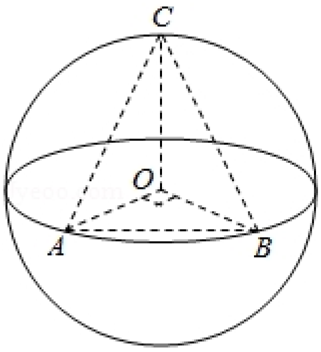
【考点】LG：球的体积和表面积.

【专题】11：计算题；5F：空间位置关系与距离.

【分析】当点C位于垂直于面AOB的直径端点时，三棱锥O－ABC的体积最大，利用三棱锥O－ABC体积的最大值为36，求出半径，即可求出球O的表面积.

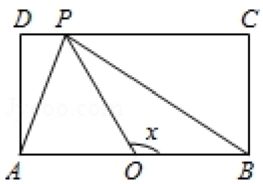
【解答】解：如图所示，当点C位于垂直于面AOB的直径端点时，三棱锥O－ABC的体积最大，设球O的半径为R，此时$V_{O-ABC}=V_{C-AOB}=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times R^2\times R=\frac{1}{6}R^3=36$，故R=6，则球O的表面积为$4\pi R^2=144\pi$，

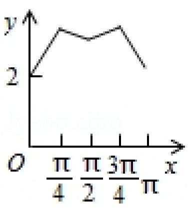
故选：C.

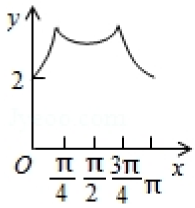


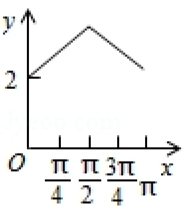
【点评】本题考查球的半径与表面积，考查体积的计算，确定点 C 位于垂直于面 AOB 的直径端点时，三棱锥 O﹣ ABC 的体积最大是关键．

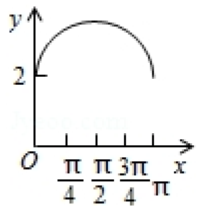
11．（5 分）如图，长方形 ABCD 的边 AB=2，BC=1，O 是 AB 的中点，点 P 沿着边 BC，CD 与 DA 运动，记∠BOP=x．将动点 P 到 A，B 两点距离之和表示为 x 的函数 f（x），则 y=f（x）的图象大致为（　　）



A. 

B. 

C. 

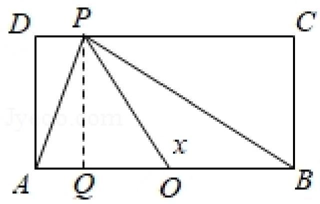
D. 

【考点】HC：正切函数的图象．

【分析】根据函数图象关系，利用排除法进行求解即可．

【解答】解：当 $0\leqslant x\leqslant\frac{\pi}{4}$时，BP=tanx，AP=$\sqrt{AB^2+BP^2}$=$\sqrt{4+\tan^2x}$，

此时 f（x）=$\sqrt{4+\tan^2x}$+tanx，$0\leqslant x\leqslant\frac{\pi}{4}$，此时单调递增，



当 P 在 CD 边上运动时，$\frac{\pi}{4}\leqslant x\leqslant\frac{3\pi}{4}$且 $x\neq\frac{\pi}{2}$时，

如图所示，$\tan\angle POB=\tan(\pi-\angle POQ)=\tan x=-\tan\angle POQ=-\frac{PQ}{OQ}=-\frac{1}{OQ}$，

∴$OQ=-\frac{1}{\tan x}$，

∴$PD=AO-OQ=1+\frac{1}{\tan x}$，$PC=BO+OQ=1-\frac{1}{\tan x}$，

∴$PA+PB=\sqrt{(1-\frac{1}{\tan x})^2+1}+\sqrt{(1+\frac{1}{\tan x})^2+1}$，

当 $x=\frac{\pi}{2}$时，$PA+PB=2\sqrt{2}$，

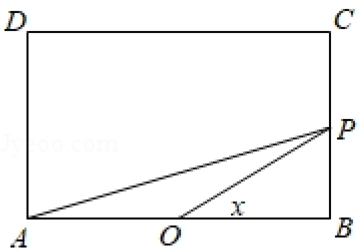
当 P 在 AD 边上运动时，$\frac{3\pi}{4}\leqslant x\leqslant\pi$，$PA+PB=\sqrt{4+\tan^2x}-\tan x$，

由对称性可知函数 f（x）关于 $x=\frac{\pi}{2}$对称，

且 $f(\frac{\pi}{4})>f(\frac{\pi}{2})$，且轨迹为非线型，

排除 A，C，D，

故选：B．



【点评】本题主要考查函数图象的识别和判断，根据条件先求出 $0\leqslant x\leqslant\frac{\pi}{4}$时的解析式是解决本题的关键．

12．（5 分）设函数 $f(x)=\ln(1+|x|)-\frac{1}{1+x^2}$，则使得 $f(x)>f(2x-1)$成立的 x 的取值范围是（　　）

A．$(-\infty,\frac{1}{3})\cup(1,+\infty)$　　B．$(\frac{1}{3},1)$

C．$(-\frac{1}{3},\frac{1}{3})$　　D．$(-\infty,-\frac{1}{3},)\cup(\frac{1}{3},+\infty)$

【考点】6B：利用导数研究函数的单调性．

【专题】33：函数思想；49：综合法；51：函数的性质及应用．

【分析】根据函数的奇偶性和单调性之间的关系，将不等式进行转化即可得到结论．

【解答】解：∵函数 f（x）=ln（1+|x|）﹣ $\frac{1}{1+x^2}$为偶函数，

且在 x≥0 时，f（x）=ln（1+x）﹣ $\frac{1}{1+x^2}$，

导数为 f′（x）=$\frac{1}{1+x}$+$\frac{2x}{(1+x^2)^2}$>0，

即有函数 f（x）在[0，+∞）单调递增，

∴f（x）>f（2x﹣1）等价为 f（|x|）>f（|2x﹣1|），

即|x|>|2x﹣1|，

平方得 $3x^2$﹣4x+1<0，

解得：$\frac{1}{3}$<x<1，

所求 x 的取值范围是（$\frac{1}{3}$，1）．

故选：B．

【点评】本题主要考查函数奇偶性和单调性的应用，综合考查函数性质的综合应用，运用偶函数的性质是解题的关键．

二、填空题

13．（3 分）已知函数 f（x）=ax^3﹣2x 的图象过点（﹣1，4）则 a=__﹣2__．

【考点】36：函数解析式的求解及常用方法．

【专题】11：计算题；51：函数的性质及应用．

【分析】f（x）是图象过点（﹣1，4），从而该点坐标满足函数 f（x）解析式，从而将点（﹣1，4）带入函数 f（x）解析式即可求出 a．

【解答】解：根据条件得：$4=-a+2$；

$\therefore a=-2$.

故答案为：-2.

【点评】考查函数图象上的点的坐标和函数解析式的关系，考查学生的计算能力，比较基础.

14．（3 分）若 x，y 满足约束条件$\begin{cases}x+y-5\leqslant 0\\2x-y-1\geqslant 0\\x-2y+1\leqslant 0\end{cases}$，则 $z=2x+y$ 的最大值为__8__.

【考点】7C：简单线性规划.

【专题】59：不等式的解法及应用.

【分析】作出不等式组对应的平面区域，利用目标函数的几何意义，利用数形结合确定 z 的最大值.

【解答】解：作出不等式组对应的平面区域如图：（阴影部分 ABC）.

由 $z=2x+y$ 得 $y=-2x+z$，

平移直线 $y=-2x+z$，

由图象可知当直线 $y=-2x+z$ 经过点 A 时，直线 $y=-2x+z$ 的截距最大，

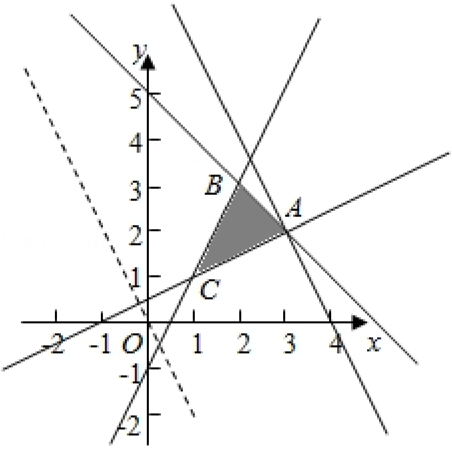
此时 z 最大.

由$\begin{cases}x+y-5=0\\x-2y+1=0\end{cases}$，解得$\begin{cases}x=3\\y=2\end{cases}$，即 A（3，2）

将 A（3，2）的坐标代入目标函数 $z=2x+y$，

得 $z=2\times 3+2=8$．即 $z=2x+y$ 的最大值为 8.

故答案为：8.



【点评】本题主要考查线性规划的应用，结合目标函数的几何意义，利用数形结合的数学思想是解决此类问题的基本方法．

15．（3 分）已知双曲线过点$(4,\sqrt{3})$且渐近线方程为 $y=\pm\frac{1}{2}x$，则该双曲线的标准方程是__$\frac{1}{4}x^2-y^2=1$__．

【考点】KB：双曲线的标准方程．

【专题】11：计算题；5D：圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】设双曲线方程为 $y^2-\frac{1}{4}x^2=\lambda$，代入点$(4,\sqrt{3})$，求出 λ，即可求出双曲线的标准方程．

【解答】解：设双曲线方程为 $y^2-\frac{1}{4}x^2=\lambda$，

代入点$(4,\sqrt{3})$，可得 $3-\frac{1}{4}\times16=\lambda$，

∴$\lambda=-1$，

∴双曲线的标准方程是$\frac{1}{4}x^2-y^2=1$．

故答案为：$\frac{1}{4}x^2-y^2=1$．

【点评】本题考查双曲线的标准方程，考查学生的计算能力，正确设出双曲线的方程是关键．

16．（3 分）已知曲线 y=x+lnx 在点（1，1）处的切线与曲线 $y=ax^2+(a+2)x+1$

相切，则 a=$\underline{\quad 8 \quad}$．

【考点】6H：利用导数研究曲线上某点切线方程．

【专题】26：开放型；53：导数的综合应用．

【分析】求出 $y=x+\ln x$ 的导数，求得切线的斜率，可得切线方程，再由于切线与曲线 $y=ax^2+(a+2)x+1$ 相切，有且只有一切点，进而可联立切线与曲线方程，根据△=0 得到 a 的值．

【解答】解：$y=x+\ln x$ 的导数为 $y'=1+\frac{1}{x}$，

曲线 $y=x+\ln x$ 在 $x=1$ 处的切线斜率为 $k=2$，

则曲线 $y=x+\ln x$ 在 $x=1$ 处的切线方程为 $y-1=2x-2$，即 $y=2x-1$．

由于切线与曲线 $y=ax^2+(a+2)x+1$ 相切，

故 $y=ax^2+(a+2)x+1$ 可联立 $y=2x-1$，

得 $ax^2+ax+2=0$，

又 $a\neq0$，两线相切有一切点，

所以有 $\triangle=a^2-8a=0$，

解得 $a=8$．

故答案为：8．

【点评】本题考查导数的运用：求切线方程，主要考查导数的几何意义：函数在某点处的导数即为曲线在该点处的导数，设出切线方程运用两线相切的性质是解题的关键．

三．解答题

17．△ABC 中，D 是 BC 上的点，AD 平分∠BAC，BD=2DC

（Ⅰ）求$\frac{\sin\angle B}{\sin\angle C}$．

（Ⅱ）若∠BAC=60°，求∠B．

【考点】HP：正弦定理．

【专题】58：解三角形．

【分析】（Ⅰ）由题意画出图形，再由正弦定理结合内角平分线定理得答案；

（Ⅱ）由∠C=180°－（∠BAC+∠B），两边取正弦后展开两角和的正弦，再结合（Ⅰ）中的结论得答案．

【解答】解：（Ⅰ）如图，

由正弦定理得：

$\frac{AD}{\sin\angle B}=\frac{BD}{\sin\angle BAD}$，$\frac{AD}{\sin\angle C}=\frac{DC}{\sin\angle CAD}$，

∵AD 平分∠BAC，BD=2DC，

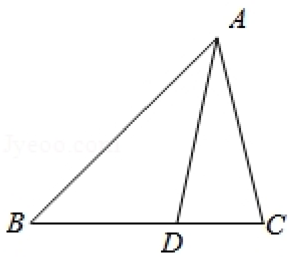
$\therefore\frac{\sin\angle B}{\sin\angle C}=\frac{DC}{BD}=\frac{1}{2}$；

（Ⅱ）∵∠C=180°－（∠BAC+∠B），∠BAC=60°，

$\therefore\sin\angle C=\sin(\angle BAC+\angle B)=\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\angle B+\frac{1}{2}\sin\angle B$，

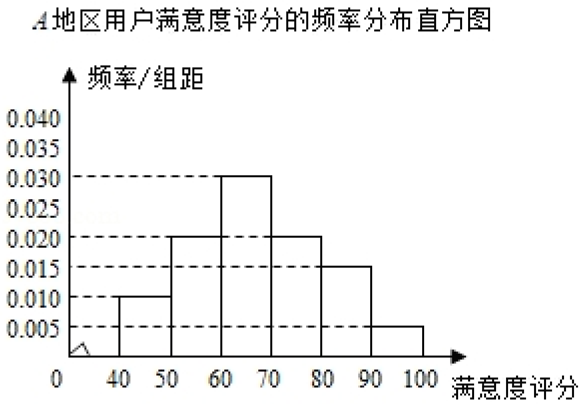
由（Ⅰ）知 $2\sin\angle B=\sin\angle C$，

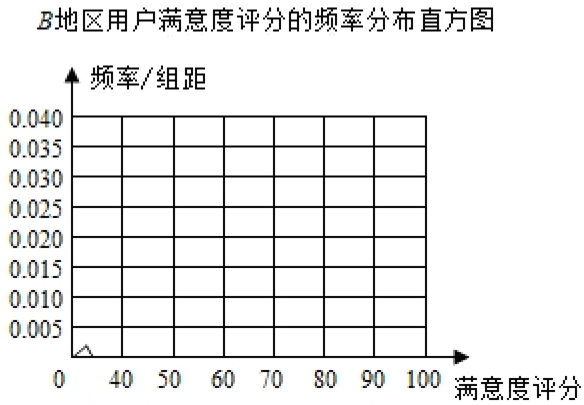
$\therefore\tan\angle B=\frac{\sqrt{3}}{3}$，即∠B=30°．



【点评】本题考查了内角平分线的性质，考查了正弦定理的应用，是中档题．

18．某公司为了解用户对其产品的满意度，从 A，B 两地区分别随机调查了 40 个用户，根据用户对产品的满意度评分，得到 A 地区用户满意度评分的频率分布直方图和 B 地区用户满意度评分的频数分布表





B 地区用户满意度评分的频数分布表

满意度评分分组	[50，60）	[60，70）	[70，80）	[80，90）	[90，100）
频数	2	8	14	10	6

（1）做出 B 地区用户满意度评分的频率分布直方图，并通过直方图比较两地区满意度评分的平均值及分散程度（不要求计算出具体值，给出结论即可）

（Ⅱ）根据用户满意度评分，将用户的满意度从低到高分为三个不等级：

满意度评分	低于 70 分	70 分到 89 分	不低于 90 分
满意度等级	不满意	满意	非常满意

估计哪个地区用户的满意度等级为不满意的概率大？说明理由．

【考点】B8：频率分布直方图；CB：古典概型及其概率计算公式．

【专题】5I：概率与统计．

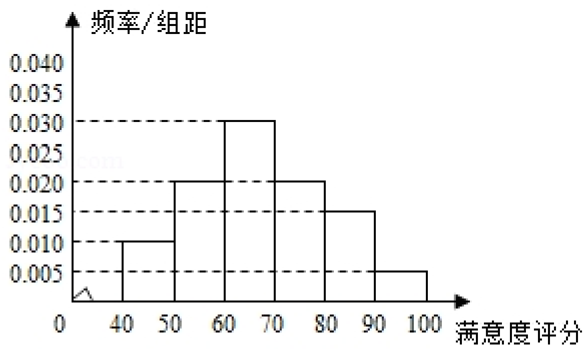
【分析】（I）根据分布表的数据，画出频率直方图，求解即可．

（II）计算得出 C_A 表示事件："A 地区用户的满意度等级为不满意"，C_B 表示事件："B 地区用户的满意度等级为不满意"，

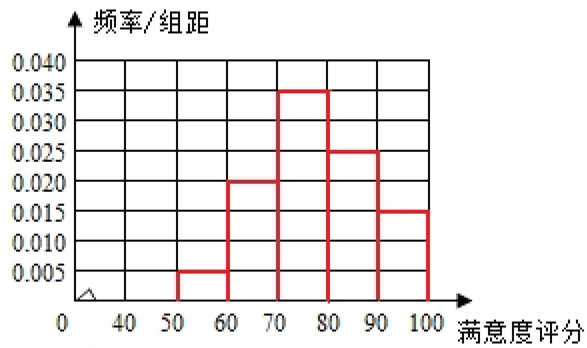
P（C_A），P（C_B），即可判断不满意的情况．

【解答】解：（Ⅰ）

A地区用户满意度评分的频率分布直方图



B地区用户满意度评分的频率分布直方图



通过两个地区用户满意度评分的频率分布直方图可以看出，B 地区用户满意度评分的平均值高于 A 地区用户满意度评分的平均值，

B 地区的用户满意度评分的比较集中，而 A 地区的用户满意度评分的比较分散．

（Ⅱ）A 地区用户的满意度等级为不满意的概率大．

记 C_A 表示事件："A 地区用户的满意度等级为不满意"，C_B 表示事件："B 地区用户的满意度等级为不满意"，

由直方图得 $P(C_A)=(0.01+0.02+0.03)\times10=0.6$

得 $P(C_B)=(0.005+0.02)\times10=0.25$

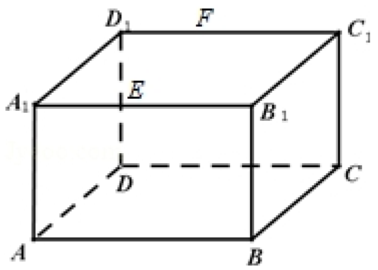
∴A 地区用户的满意度等级为不满意的概率大．

【点评】本题考查了频率直方图，频率表达运用，考查了阅读能力，属于中档题．

19．（12 分）如图，长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$AB=16$，$BC=10$，$AA_1=8$，点 E，F 分别在 A_1B_1，D_1C_1 上，$A_1E=D_1F=4$．过 E，F 的平面 α 与此长方体的面相交，交线围成一个正方形

（Ⅰ）在图中画出这个正方形（不必说出画法和理由）

（Ⅱ）求平面 α 把该长方体分成的两部分体积的比值．



【考点】LF：棱柱、棱锥、棱台的体积；LJ：平面的基本性质及推论．

【专题】15：综合题；5F：空间位置关系与距离．

【分析】（Ⅰ）利用平面与平面平行的性质，可在图中画出这个正方形；

（Ⅱ）求出 $MH=\sqrt{EH^2-EM^2}=6$，AH=10，HB=6，即可求平面 a 把该长方体分成的两部分体积的比值．

【解答】解：（Ⅰ）交线围成的正方形 EFGH 如图所示；

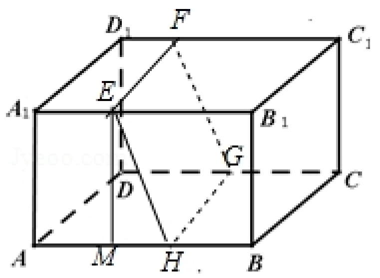
（Ⅱ）作 EM⊥AB，垂足为 M，则 $AM=A_1E=4$，$EB_1=12$，$EM=AA_1=8$．

因为 EFGH 为正方形，所以 EH=EF=BC=10，

于是 $MH=\sqrt{EH^2-EM^2}=6$，AH=10，HB=6．

因为长方体被平面 α 分成两个高为 10 的直棱柱，

所以其体积的比值为$\frac{9}{7}$．



【点评】本题考查平面与平面平行的性质，考查学生的计算能力，比较基础．

20．椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$，（a＞b＞0）的离心率$\frac{\sqrt{2}}{2}$，点（2，$\sqrt{2}$）在 C 上．

（1）求椭圆 C 的方程；

（2）直线 l 不过原点 O 且不平行于坐标轴，l 与 C 有两个交点 A，B，线段 AB 的中点为 M．证明：直线 OM 的斜率与 l 的斜率的乘积为定值．

【考点】K3：椭圆的标准方程；KH：直线与圆锥曲线的综合．

【专题】5D：圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】（1）利用椭圆的离心率，以及椭圆经过的点，求解椭圆的几何量，然后得到椭圆的方程．

（2）设直线 l：y=kx+b，（k≠0，b≠0），A（x_1，y_1），B（x_2，y_2），M（x_M，

y_M)，联立直线方程与椭圆方程，通过韦达定理求解 K_{OM}，然后推出直线 OM 的斜率与 l 的斜率的乘积为定值．

【解答】解：（1）椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$，（a＞b＞0）的离心率$\frac{\sqrt{2}}{2}$，点（2，$\sqrt{2}$）在 C 上，可得$\frac{\sqrt{a^2-b^2}}{a}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$\frac{4}{a^2}+\frac{2}{b^2}=1$，解得 $a^2=8$，$b^2=4$，所求椭圆 C 方程为：$\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{4}=1$．

（2）设直线 l：y=kx+b，（k≠0，b≠0），A（x_1，y_1），B（x_2，y_2），M（x_M，y_M），

把直线 y=kx+b 代入$\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{4}=1$可得（$2k^2+1$）$x^2+4kbx+2b^2-8=0$，

故 $x_M=\frac{x_1+x_2}{2}=\frac{-2kb}{2k^2+1}$，$y_M=kx_M+b=\frac{b}{2k^2+1}$，

于是在 OM 的斜率为：$K_{OM}=\frac{y_M}{x_M}=-\frac{1}{2k}$，即 $K_{OM}\bullet k=-\frac{1}{2}$．

∴直线 OM 的斜率与 l 的斜率的乘积为定值．

【点评】本题考查椭圆方程的综合应用，椭圆的方程的求法，考查分析问题解决问题的能力．

21．设函数 f（x）=lnx+a（1－x）．

（Ⅰ）讨论：f（x）的单调性；

（Ⅱ）当 f（x）有最大值，且最大值大于 2a－2 时，求 a 的取值范围．

【考点】6B：利用导数研究函数的单调性；6E：利用导数研究函数的最值．

【专题】26：开放型；53：导数的综合应用．

【分析】（Ⅰ）先求导，再分类讨论，根据导数即可判断函数的单调性；

（2）先求出函数的最大值，再构造函数（a）=lna+a－1，根据函数的单调性即

可求出 a 的范围.

【解答】解：（Ⅰ）f（x）=lnx+a（1﹣x）的定义域为（0，+∞），

∴f′（x）$=\frac{1}{x}-a=\frac{1-ax}{x}$，

若 a≤0，则 f′（x）>0，∴函数 f（x）在（0，+∞）上单调递增，

若 a>0，则当 x∈（0，$\frac{1}{a}$）时，f′（x）>0，当 x∈（$\frac{1}{a}$，+∞）时，f′（x）<0，

所以 f（x）在（0，$\frac{1}{a}$）上单调递增，在（$\frac{1}{a}$，+∞）上单调递减，

（Ⅱ），由（Ⅰ）知，当 a≤0 时，f（x）在（0，+∞）上无最大值；当 a>0 时，f（x）在 x=$\frac{1}{a}$取得最大值，最大值为 f（$\frac{1}{a}$）=﹣lna+a﹣1，

∵f（$\frac{1}{a}$）>2a﹣2，

∴lna+a﹣1<0，

令 g（a）=lna+a﹣1，

∵g（a）在（0，+∞）单调递增，g（1）=0，

∴当 0<a<1 时，g（a）<0，

当 a>1 时，g（a）>0，

∴a 的取值范围为（0，1）.

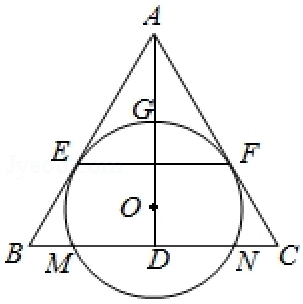
【点评】本题考查了导数与函数的单调性最值的关系，以及参数的取值范围，属于中档题.

四、选修 4-1：几何证明选讲

22．（10 分）如图，O 为等腰三角形 ABC 内一点，⊙O 与△ABC 的底边 BC 交于 M，N 两点，与底边上的高 AD 交于点 G，且与 AB，AC 分别相切于 E，F 两点.

（1）证明：EF∥BC；

（2）若 AG 等于⊙O 的半径，且 AE=MN=$2\sqrt{3}$，求四边形 EBCF 的面积.



【考点】N4：相似三角形的判定．

【专题】26：开放型；5F：空间位置关系与距离．

【分析】（1）通过 AD 是∠CAB 的角平分线及圆 O 分别与 AB、AC 相切于点 E、F，利用相似的性质即得结论；

（2）通过（1）知 AD 是 EF 的垂直平分线，连结 OE、OM，则 OE⊥AE，利用 $S_{\triangle ABC}-S_{\triangle AEF}$ 计算即可．

【解答】（1）证明：∵△ABC 为等腰三角形，AD⊥BC，

∴AD 是∠CAB 的角平分线，

又∵圆 O 分别与 AB、AC 相切于点 E、F，

∴AE=AF，∴AD⊥EF，

∴EF∥BC；

（2）解：由（1）知 AE=AF，AD⊥EF，∴AD 是 EF 的垂直平分线，

又∵EF 为圆 O 的弦，∴O 在 AD 上，

连结 OE、OM，则 OE⊥AE，

由 AG 等于圆 O 的半径可得 AO=2OE，

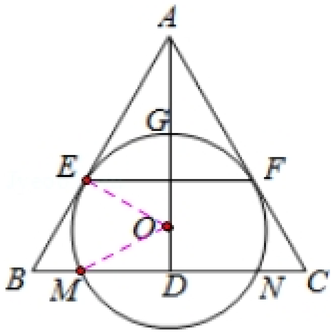
∴∠OAE=30°，∴△ABC 与△AEF 都是等边三角形，

∵AE=$2\sqrt{3}$，∴AO=4，OE=2，

∵OM=OE=2，DM=$\frac{1}{2}$MN=$\sqrt{3}$，∴OD=1，

∴AD=5，AB=$\frac{10\sqrt{3}}{3}$，

∴四边形 EBCF 的面积为$\frac{1}{2}\times(\frac{10\sqrt{3}}{3})^2\times\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}\times(2\sqrt{3})^2\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{16\sqrt{3}}{3}$.



【点评】本题考查空间中线与线之间的位置关系，考查四边形面积的计算，注意解题方法的积累，属于中档题．

五、选修4-4：坐标系与参数方程

23．（10分）在直角坐标系xOy中，曲线C_1：$\begin{cases}x=t\cos\alpha\\y=t\sin\alpha\end{cases}$（t为参数，t≠0），其中0≤α≤π，在以O为极点，x轴正半轴为极轴的极坐标系中，曲线C_2：ρ=2sinθ，C_3：$\rho=2\sqrt{3}\cos\theta$．

（1）求C_2与C_3交点的直角坐标；

（2）若C_1与C_2相交于点A，C_1与C_3相交于点B，求|AB|的最大值．

【考点】Q4：简单曲线的极坐标方程；QH：参数方程化成普通方程．

【专题】5S：坐标系和参数方程．

【分析】（I）由曲线C_2：ρ=2sinθ，化为$\rho^2=2\rho\sin\theta$，把$\begin{cases}\rho^2=x^2+y^2\\y=\rho\sin\theta\end{cases}$代入可得直角坐标方程．同理由$C_3$：$\rho=2\sqrt{3}\cos\theta$．可得直角坐标方程，联立解出可得$C_2$与$C_3$交点的直角坐标．

（2）由曲线C_1的参数方程，消去参数t，化为普通方程：y=xtanα，其中0≤α≤π，$\alpha\neq\frac{\pi}{2}$；$\alpha=\frac{\pi}{2}$时，为x=0（y≠0）．其极坐标方程为：θ=α（ρ∈R，ρ≠0），利用$|AB|=\left|2\sin\alpha-2\sqrt{3}\cos\alpha\right|$即可得出．

【解答】解：（I）由曲线C_2：ρ=2sinθ，化为$\rho^2=2\rho\sin\theta$，

∴$x^2+y^2=2y$．

同理由C_3：$\rho=2\sqrt{3}\cos\theta$．可得直角坐标方程：$x^2+y^2=2\sqrt{3}x$，

联立$\begin{cases}x^2+y^2-2y=0\\x^2+y^2-2\sqrt{3}x=0\end{cases}$，

解得$\begin{cases}x=0\\y=0\end{cases}$，$\begin{cases}x=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\\y=\dfrac{3}{2}\end{cases}$，

∴C_2与C_3交点的直角坐标为（0，0），$(\dfrac{\sqrt{3}}{2}，\dfrac{3}{2})$.

（2）曲线C_1：$\begin{cases}x=t\cos\alpha\\y=t\sin\alpha\end{cases}$（t为参数，t≠0），化为普通方程：y=xtanα，其中0≤α≤π，$\alpha\neq\dfrac{\pi}{2}$；$\alpha=\dfrac{\pi}{2}$时，为x=0（y≠0）．其极坐标方程为：θ=α（ρ∈R，ρ≠0），

∵A，B都在C_1上，

∴A（2sinα，α），B$(2\sqrt{3}\cos\alpha，\alpha)$.

∴$|AB|=|2\sin\alpha-2\sqrt{3}\cos\alpha|=4|\sin(\alpha-\dfrac{\pi}{3})|$，

当$\alpha=\dfrac{5\pi}{6}$时，|AB|取得最大值4.

【点评】本题考查了极坐标方程化为直角坐标方程、参数方程化为普通方程、曲线的交点、两点之间的距离公式、三角函数的单调性，考查了推理能力与计算能力，属于中档题.

六、选修4-5不等式选讲

24．（10分）设a，b，c，d均为正数，且a+b=c+d，证明：

（1）若ab＞cd，则$\sqrt{a}+\sqrt{b}>\sqrt{c}+\sqrt{d}$；

（2）$\sqrt{a}+\sqrt{b}>\sqrt{c}+\sqrt{d}$是|a﹣b|＜|c﹣d|的充要条件.

【考点】29：充分条件、必要条件、充要条件；R6：不等式的证明.

【专题】59：不等式的解法及应用；5L：简易逻辑.

【分析】（1）运用不等式的性质，结合条件a，b，c，d均为正数，且a+b=c+d，ab＞cd，即可得证；

（2）从两方面证，①若$\sqrt{a}+\sqrt{b}>\sqrt{c}+\sqrt{d}$，证得|a﹣b|＜|c﹣d|，②若|a﹣b|＜

$|c-d|$，证得$\sqrt{a}+\sqrt{b}>\sqrt{c}+\sqrt{d}$，注意运用不等式的性质，即可得证．

【解答】证明：（1）由于$(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2=a+b+2\sqrt{ab}$，

$(\sqrt{c}+\sqrt{d})^2=c+d+2\sqrt{cd}$，

由 a，b，c，d 均为正数，且 $a+b=c+d$，$ab>cd$，

则$\sqrt{ab}>\sqrt{cd}$，

即有$(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2>(\sqrt{c}+\sqrt{d})^2$，

则$\sqrt{a}+\sqrt{b}>\sqrt{c}+\sqrt{d}$；

（2）①若$\sqrt{a}+\sqrt{b}>\sqrt{c}+\sqrt{d}$，则$(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2>(\sqrt{c}+\sqrt{d})^2$，

即为$a+b+2\sqrt{ab}>c+d+2\sqrt{cd}$，

由 $a+b=c+d$，则 $ab>cd$，

于是$(a-b)^2=(a+b)^2-4ab$，

$(c-d)^2=(c+d)^2-4cd$，

即有$(a-b)^2<(c-d)^2$，即为$|a-b|<|c-d|$；

②若$|a-b|<|c-d|$，则$(a-b)^2<(c-d)^2$，

即有$(a+b)^2-4ab<(c+d)^2-4cd$，

由 $a+b=c+d$，则 $ab>cd$，

则有$(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2>(\sqrt{c}+\sqrt{d})^2$．

综上可得，$\sqrt{a}+\sqrt{b}>\sqrt{c}+\sqrt{d}$是$|a-b|<|c-d|$的充要条件．

【点评】本题考查不等式的证明，主要考查不等式的性质的运用，同时考查充要条件的判断，属于基础题．