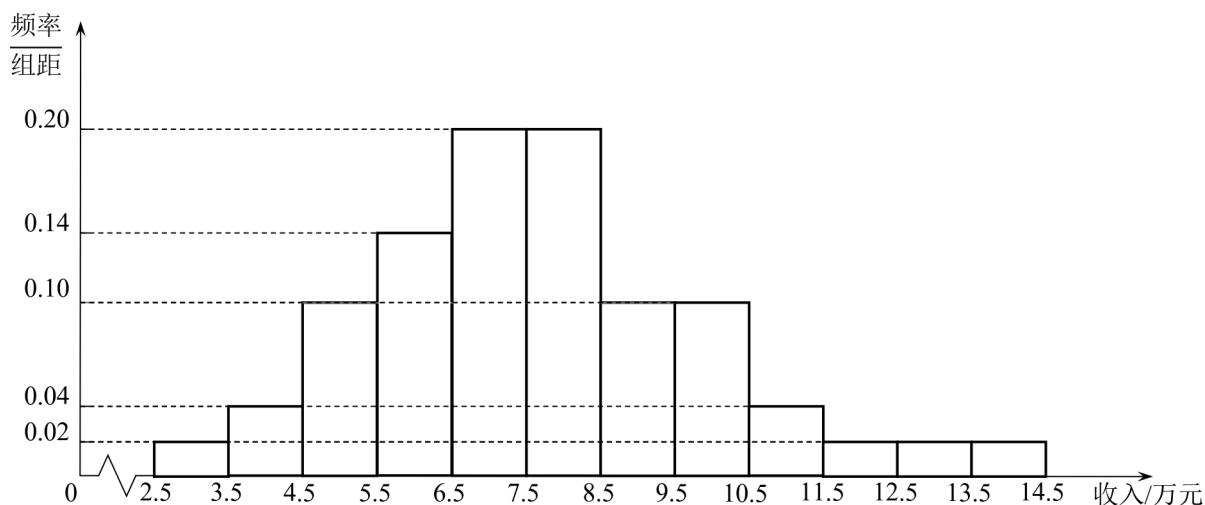


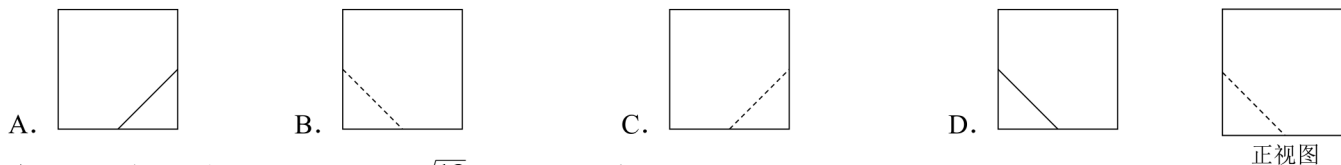
# 2021 年普通高等学校招生全国统一考试数学试题(甲卷·文科)

1. 设集合  $M=\{1, 3, 5, 7, 9\}$ ,  $N=\{x|2x > 7\}$ , 则  $M \cap N=(\quad)$   
 A.  $\{7, 9\}$       B.  $\{5, 7, 9\}$       C.  $\{3, 5, 7, 9\}$       D.  $\{1, 3, 5, 7, 9\}$
2. 为了解某地农村经济情况, 对该地农户家庭年收入进行抽样调查, 将农户家庭年收入的调查数据整理得到如下频率分布直方图:



- 根据此频率分布直方图, 下面结论中不正确的是( )
- A. 该地农户家庭年收入低于4.5万元的农户比率估计为6%
  - B. 该地农户家庭年收入不低于10.5万元的农户比率估计为10%
  - C. 估计该地农户家庭年收入的平均值不超过6.5万元
  - D. 估计该地有一半以上的农户, 其家庭年收入介于4.5万元至8.5万元之间
3. 已知  $(1-i)^2 z = 3+2i$ , 则  $z=(\quad)$   
 A.  $-1-\frac{3}{2}i$       B.  $-1+\frac{3}{2}i$       C.  $-\frac{3}{2}+i$       D.  $-\frac{3}{2}-i$
  4. 下列函数中是增函数的为( )  
 A.  $f(x)=-x$       B.  $f(x)=(\frac{2}{3})^x$       C.  $f(x)=x^2$       D.  $f(x)=\sqrt[3]{x}$
  5. 点  $(3, 0)$  到双曲线  $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$  的一条渐近线的距离为( )  
 A.  $\frac{9}{5}$       B.  $\frac{8}{5}$       C.  $\frac{6}{5}$       D.  $\frac{4}{5}$
  6. 青少年视力是社会普遍关注的问题, 视力情况可借助视力表测量. 通常用五分记录法和小数记录法记录视力数据, 五分记录法的数据  $L$  和小数记录法的数据  $V$  满足  $L=5+\lg V$ . 已知某同学视力的五分记录法的数据为 4.9, 则其视力的小数记录法的数据约为( $\sqrt[10]{10} \approx 1.259$ )( )  
 A. 1.5      B. 1.2      C. 0.8      D. 0.6

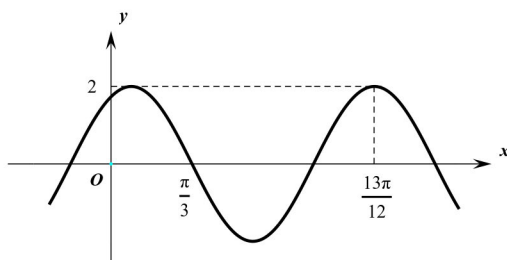
7. 在一个正方体中，过顶点 $A$ 的三条棱的中点分别为 $E, F, G$ 。该正方体截去三棱锥 $A-EFG$ 后，所得多面体的三视图中，正视图如右图所示，则相应的侧视图是( )



8. 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $B=120^\circ$ ， $AC=\sqrt{19}$ ， $AB=2$ ，则 $BC=( )$   
 A. 1                      B.  $\sqrt{2}$                       C.  $\sqrt{5}$                       D. 3
9. 记 $S_n$ 为等比数列 $\{a_n\}$ 的前 $n$ 项和。若 $S_2=4$ ， $S_4=6$ ，则 $S_6=( )$   
 A. 7                      B. 8                      C. 9                      D. 10
10. 将3个1和2个0随机排成一行，则2个0不相邻的概率为( )  
 A. 0.3                      B. 0.5                      C. 0.6                      D. 0.8
11. 若 $\alpha \in (0, \frac{\pi}{2})$ ， $\tan 2\alpha = \frac{\cos \alpha}{2 - \sin \alpha}$ ，则 $\tan \alpha = ( )$   
 A.  $\frac{\sqrt{15}}{15}$                       B.  $\frac{\sqrt{5}}{5}$                       C.  $\frac{\sqrt{5}}{3}$                       D.  $\frac{\sqrt{15}}{3}$
12. 设 $f(x)$ 是定义域为 $R$ 的奇函数，且 $f(1+x)=f(-x)$ 。若 $f(-\frac{1}{3})=\frac{1}{3}$ ，则 $f(\frac{5}{3})=( )$   
 A.  $-\frac{5}{3}$                       B.  $-\frac{1}{3}$                       C.  $\frac{1}{3}$                       D.  $\frac{5}{3}$

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13. 若向量 $\vec{a}, \vec{b}$ 满足 $|\vec{a}|=3$ ， $|\vec{a}-\vec{b}|=5$ ， $\vec{a} \cdot \vec{b}=1$ ，则 $|\vec{b}|= \underline{\hspace{2cm}}$ 。
14. 已知一个圆锥的底面半径为6，其体积为 $30\pi$ ，则该圆锥的侧面积为\_\_\_\_\_。
15. 已知函数 $f(x)=2\cos(\omega x + \varphi)$ 的部分图像如图所示，则 $f(\frac{\pi}{2})= \underline{\hspace{2cm}}$ 。



16. 已知 $F_1, F_2$ 为椭圆 $C: \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$ 两个焦点， $P, Q$ 为 $C$ 上关于坐标原点对称的两点，且 $|PQ|=|F_1F_2|$ ，则四边形 $PF_1QF_2$ 的面积为\_\_\_\_\_。

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

(一)必考题：共 60 分。

17. 甲、乙两台机床生产同种产品，产品按质量分为一级品和二级品，为了比较两台机床产品的质量，分别用两台机床各生产了 200 件产品，产品的质量情况统计如下表：

|     | 一级品 | 二级品 | 合计  |
|-----|-----|-----|-----|
| 甲机床 | 150 | 50  | 200 |
| 乙机床 | 120 | 80  | 200 |
| 合计  | 270 | 130 | 400 |

(1)甲机床、乙机床生产的产品中一级品的频率分别是多少？

(2)能否有99%的把握认为甲机床的产品质量与乙机床的产品质量有差异？

附：  $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$ ,

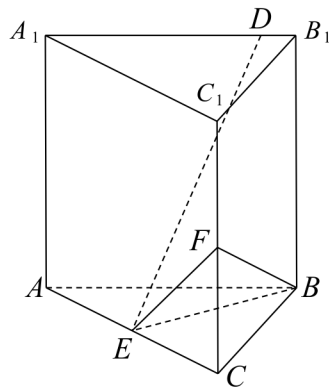
| $P(K^2 \geq k)$ | 0.050 | 0.010 | 0.001  |
|-----------------|-------|-------|--------|
| $k$             | 3.841 | 6.635 | 10.828 |

18. 记  $S_n$  为  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和，已知  $a_n > 0$ ， $a_2 = 3a_1$ ，且数列  $\{\sqrt{S_n}\}$  是等差数列。证明： $\{a_n\}$  是等差数列。

19. 已知直三棱柱  $ABC - A_1B_1C_1$  中，侧面  $AA_1B_1B$  为正方形.  $AB = BC = 2$ ,  $E, F$  分别为  $AC$  和  $CC_1$  的中点,  $BF \perp A_1B_1$ .

(1) 求三棱锥  $F - EBC$  的体积;

(2) 已知  $D$  为棱  $A_1B_1$  上的点, 证明:  $BF \perp DE$ .



20. 设函数  $f(x) = a^2x^2 + ax - 3\ln x + 1$ , 其中  $a > 0$ .

(1) 讨论  $f(x)$  的单调性;

(2) 若  $y = f(x)$  的图像与  $x$  轴没有公共点, 求  $a$  的取值范围.

21. 抛物线  $C$  的顶点为坐标原点  $O$ , 焦点在  $x$  轴上, 直线  $l: x = 1$  交  $C$  于  $P, Q$  两点, 且  $OP \perp OQ$ . 已知点  $M(2, 0)$ , 且  $\odot M$  与  $l$  相切.

(1) 求  $C, \odot M$  的方程;

(2) 设  $A_1, A_2, A_3$  是  $C$  上的三个点, 直线  $A_1A_2, A_1A_3$  均与  $\odot M$  相切. 判断直线  $A_2A_3$  与  $\odot M$  的位置关系, 并说明理由.

(二)选考题：共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题计分。

22. [选修 4-4：坐标系与参数方程]

在直角坐标系 $xOy$ 中，以坐标原点为极点， $x$ 轴正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 $C$ 的极坐标方程为 $\rho=2\sqrt{2}\cos\theta$ .

(1)将 $C$ 的极坐标方程化为直角坐标方程；

(2)设点 $A$ 的直角坐标为 $(1, 0)$ ， $M$ 为 $C$ 上的动点，点 $P$ 满足 $\overrightarrow{AP}=\sqrt{2}\overrightarrow{AM}$ ，写出 $P$ 的轨迹 $C_1$ 的参数方程，并判断 $C$ 与 $C_1$ 是否有公共点.

23. [选修 4-5：不等式选讲]

已知函数 $f(x)=|x-2|$ ， $g(x)=|2x+3|-|2x-1|$ .

(1)画出 $y=f(x)$ 和 $y=g(x)$ 的图象；

(2)若 $f(x+a)\geq g(x)$ ，求 $a$ 的取值范围.

