2016年全国统一高考数学试卷（文科）（新课标Ⅲ）

一、选择题（共12小题，每小题5分，满分60分）

1．（5分）设集合 A={0，2，4，6，8，10}，B={4，8}，则$\complement_A B$=（　　）

A．{4，8}　　B．{0，2，6}

C．{0，2，6，10}　D．{0，2，4，6，8，10}

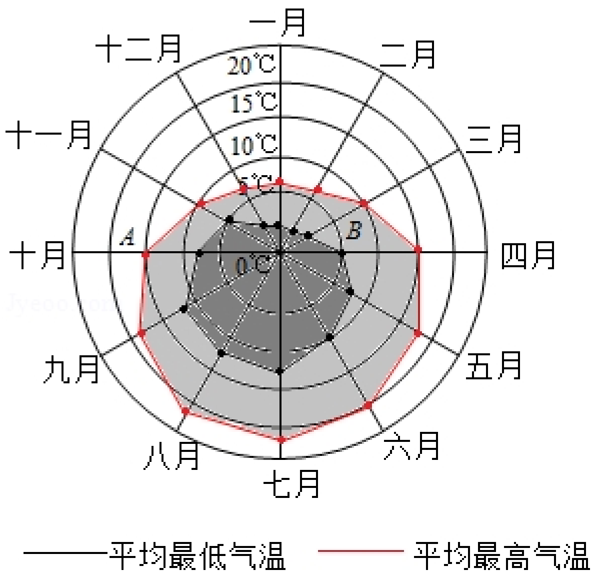
2．（5分）若 z=4+3i，则$\frac{\overline{z}}{|z|}$=（　　）

A．1　　B．﹣1　　C．$\frac{4}{5}+\frac{3}{5}i$　　D．$\frac{4}{5}-\frac{3}{5}i$

3．（5分）已知向量$\overrightarrow{BA}$=（$\frac{1}{2}$，$\frac{\sqrt{3}}{2}$），$\overrightarrow{BC}$=（$\frac{\sqrt{3}}{2}$，$\frac{1}{2}$），则∠ABC=（　　）

A．30°　　B．45°　　C．60°　　D．120°

4．（5分）某旅游城市为向游客介绍本地的气温情况，绘制了一年中各月平均最高气温和平均最低气温的雷达图，图中A点表示十月的平均最高气温约为15℃，B点表示四月的平均最低气温约为5℃，下面叙述不正确的是（　　）



A．各月的平均最低气温都在0℃以上

B．七月的平均温差比一月的平均温差大

C．三月和十一月的平均最高气温基本相同

D．平均最高气温高于20℃的月份有5个

5．（5分）小敏打开计算机时，忘记了开机密码的前两位，只记得第一位是M，I，N中的一个字母，第二位是1，2，3，4，5中的一个数字，则小敏输入一次密码能够成功开机的概率是（　　）

A. $\frac{8}{15}$　　B. $\frac{1}{8}$　　C. $\frac{1}{15}$　　D. $\frac{1}{30}$

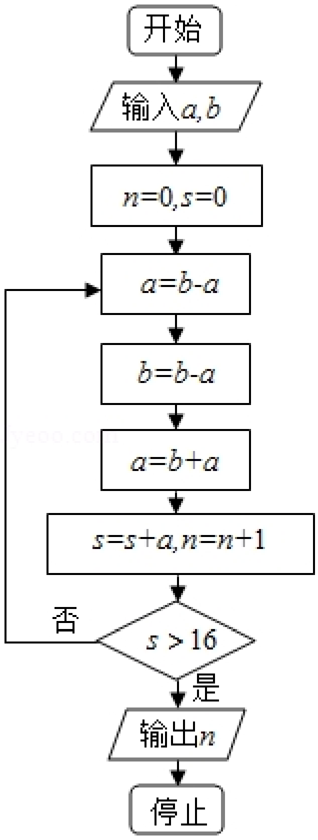
6. （5 分）若 $\tan\theta=\frac{1}{3}$，则 $\cos2\theta=$（　　）

A. $-\frac{4}{5}$　　B. $-\frac{1}{5}$　　C. $\frac{1}{5}$　　D. $\frac{4}{5}$

7. （5 分）已知 $a=2^{\frac{4}{3}}$，$b=3^{\frac{2}{3}}$，$c=25^{\frac{1}{3}}$，则（　　）

A. b＜a＜c　　B. a＜b＜c　　C. b＜c＜a　　D. c＜a＜b

8. （5 分）执行如图程序框图，如果输入的 a=4，b=6，那么输出的 n=（　　）

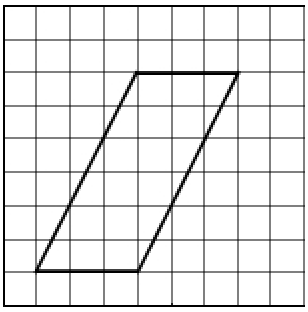
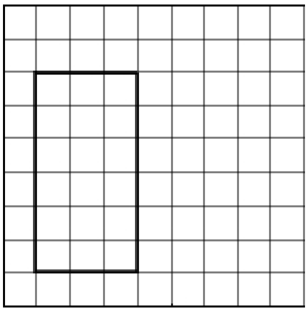
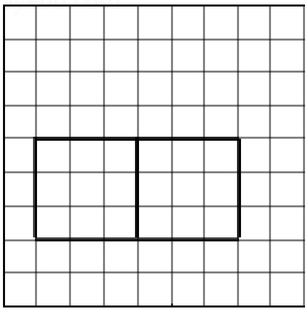


A. 3　　B. 4　　C. 5　　D. 6

9. （5 分）在△ABC 中，$B=\frac{\pi}{4}$，BC 边上的高等于$\frac{1}{3}$BC，则 $\sin A=$（　　）

A. $\frac{3}{10}$　　B. $\frac{\sqrt{10}}{10}$　　C. $\frac{\sqrt{5}}{5}$　　D. $\frac{3\sqrt{10}}{10}$

10. （5 分）如图，网格纸上小正方形的边长为 1，粗实线画出的是某多面体的三视图，则该多面体的表面积为（　　）

A．$18+36\sqrt{5}$　　B．$54+18\sqrt{5}$　　C．90　　D．81

11．（5 分）在封闭的直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 内有一个体积为 V 的球，若 AB⊥BC，AB=6，BC=8，$AA_1=3$，则 V 的最大值是（　　）

A．4π　　B．$\frac{9\pi}{2}$　　C．6π　　D．$\frac{32\pi}{3}$

12．（5 分）已知 O 为坐标原点，F 是椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（a＞b＞0）的左焦点，A，B 分别为 C 的左，右顶点．P 为 C 上一点，且 PF⊥x 轴，过点 A 的直线 l 与线段 PF 交于点 M，与 y 轴交于点 E．若直线 BM 经过 OE 的中点，则 C 的离心率为（　　）

A．$\frac{1}{3}$　　B．$\frac{1}{2}$　　C．$\frac{2}{3}$　　D．$\frac{3}{4}$

二、填空题（共 4 小题，每小题 5 分，满分 20 分）

13．（5 分）设 x，y 满足约束条件$\begin{cases}2x-y+1\geqslant 0\\x-2y-1\leqslant 0\\x\leqslant 1\end{cases}$，则 z=2x+3y－ 5 的最小值为________．

14．（5 分）函数 $y=\sin x-\sqrt{3}\cos x$ 的图象可由函数 y=2sinx 的图象至少向右平移________个单位长度得到．

15．（5 分）已知直线 l：$x-\sqrt{3}y+6=0$ 与圆 $x^2+y^2=12$ 交于 A，B 两点，过 A，B 分

别作 l 的垂线与 x 轴交于 C，D 两点．则|CD|=_______．

16．（5 分）已知 f（x）为偶函数，当 x≤0 时，f（x）=$e^{-x-1}-x$，则曲线 y=f（x）在点（1，2）处的切线方程是_______．

三、解答题（共 5 小题，满分 60 分）

17．（12 分）已知各项都为正数的数列{a_n}满足 $a_1=1$，$a_n^2-(2a_{n+1}-1)a_n-2a_{n+1}=0$．

（1）求 a_2，a_3；

（2）求{a_n}的通项公式．

18．（12 分）如图是我国 2008 年至 2014 年生活垃圾无害化处理量（单位：亿吨）的折线图．

注：年份代码 1－ 7 分别对应年份 2008－ 2014．

（Ⅰ）由折线图看出，可用线性回归模型拟合 y 与 t 的关系，请用相关系数加以证明；

（Ⅱ）建立 y 关于 t 的回归方程（系数精确到 0.01），预测 2016 年我国生活垃圾无害化处理量．

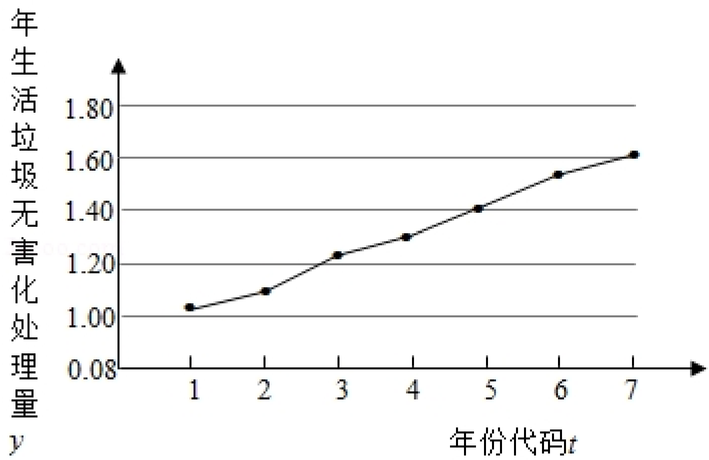
附注：

参考数据：$\sum_{i=1}^{7}y_i=9.32$，$\sum_{i=1}^{7}t_iy_i=40.17$，$\sqrt{\sum_{i=1}^{7}(y_i-\overline{y})^2}=0.55$，$\sqrt{7}\approx2.646$．

参考公式：相关系数 $r=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(t_i-\overline{t})(y_i-\overline{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(t_i-\overline{t})^2\sum_{i=1}^{n}(y_i-\overline{y})^2}}$，

回归方程$\hat{y}=\hat{a}+\hat{b}t$中斜率和截距的最小二乘估计公式分别为：

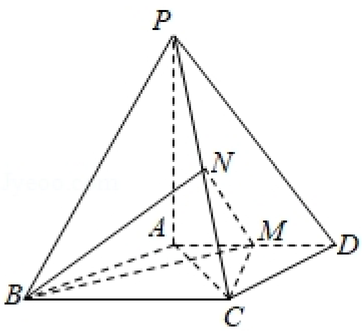
$$\hat{b}=\frac{\sum\limits_{i=1}^{n}(t_i-\overline{t})(y_i-\overline{y})}{\sum\limits_{i=1}^{n}(t_i-\overline{t})^2},\quad \hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\overline{t}.$$



19．（12 分）如图，四棱锥 P﹣ ABCD 中，PA⊥底面 ABCD，AD∥BC，AB=AD=AC=3，PA=BC=4，M 为线段 AD 上一点，AM=2MD，N 为 PC 的中点．

（Ⅰ）证明 MN∥平面 PAB；

（Ⅱ）求四面体 N﹣ BCM 的体积．



20．（12 分）已知抛物线 C：$y^2=2x$ 的焦点为 F，平行于 x 轴的两条直线 l_1，l_2 分别交 C 于 A，B 两点，交 C 的准线于 P，Q 两点．

（Ⅰ）若 F 在线段 AB 上，R 是 PQ 的中点，证明 AR∥FQ；

（Ⅱ）若△PQF 的面积是△ABF 的面积的两倍，求 AB 中点的轨迹方程．

21．（12 分）设函数 f（x）=lnx− x+1．

（1）讨论 f（x）的单调性；

（2）证明当 x∈（1，+∞）时，$1<\frac{x-1}{\ln x}<x$；

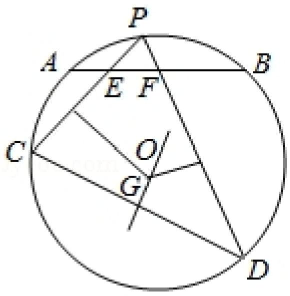
（3）设 c＞1，证明当 x∈（0，1）时，1+（c− 1）x＞c^x．

请考生在第 22-24 题中任选一题做答，如果多做，则按所做的第一题计分.[选修 4-1：几何证明选讲]

22．（10 分）如图，⊙O 中$\overset{\frown}{AB}$的中点为 P，弦 PC，PD 分别交 AB 于 E，F 两点．

（1）若∠PFB=2∠PCD，求∠PCD 的大小；

（2）若 EC 的垂直平分线与 FD 的垂直平分线交于点 G，证明：OG⊥CD．



[选修 4-4：坐标系与参数方程]

23．在直角坐标系 xOy 中，曲线 C_1 的参数方程为$\begin{cases}x=\sqrt{3}\cos\alpha\\y=\sin\alpha\end{cases}$（α 为参数），以坐标原点为极点，以 x 轴的正半轴为极轴，建立极坐标系，曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho\sin(\theta+\frac{\pi}{4})=2\sqrt{2}$.

（1）写出 C_1 的普通方程和 C_2 的直角坐标方程；

（2）设点 P 在 C_1 上，点 Q 在 C_2 上，求 $|PQ|$ 的最小值及此时 P 的直角坐标．

[选修 4-5：不等式选讲]

24．已知函数 $f(x)=|2x-a|+a$．

（1）当 a=2 时，求不等式 $f(x)\leqslant 6$ 的解集；

（2）设函数 $g(x)=|2x-1|$，当 $x\in R$ 时，$f(x)+g(x)\geqslant 3$，求 a 的取值范围．

2016 年全国统一高考数学试卷（文科）（新课标Ⅲ）

参考答案与试题解析

一、选择题（共 12 小题，每小题 5 分，满分 60 分）

1．（5 分）设集合 A=｛0，2，4，6，8，10｝，B=｛4，8｝，则C_AB=（　　）

A．｛4，8｝　B．｛0，2，6｝　C．｛0，2，6，10｝　D．｛0，2，4，6，8，10｝

【考点】1H：交、并、补集的混合运算．

【专题】11：计算题；29：规律型；5J：集合．

【分析】根据全集 A 求出 B 的补集即可．

【解答】解：集合 A=｛0，2，4，6，8，10｝，B=｛4，8｝，则C_AB=｛0，2，6，10｝．

故选：C．

【点评】本题考查集合的基本运算，是基础题．

2．（5 分）若 z=4+3i，则$\frac{\overline{z}}{|z|}$=（　　）

A．1　B．﹣1　C．$\frac{4}{5}+\frac{3}{5}i$　D．$\frac{4}{5}-\frac{3}{5}i$

【考点】A5：复数的运算．

【专题】11：计算题；29：规律型；35：转化思想；5N：数系的扩充和复数．

【分析】利用复数的除法以及复数的模化简求解即可．

【解答】解：z=4+3i，则$\frac{\overline{z}}{|z|}=\frac{4-3i}{|4+3i|}=\frac{4-3i}{5}=\frac{4}{5}-\frac{3}{5}i$．

故选：D．

【点评】本题考查复数的代数形式混合运算，考查计算能力．

3．（5 分）已知向量$\overrightarrow{BA}$=（$\frac{1}{2}$，$\frac{\sqrt{3}}{2}$），$\overrightarrow{BC}$=（$\frac{\sqrt{3}}{2}$，$\frac{1}{2}$），则∠ABC=（　　）

A．30°　B．45°　C．60°　D．120°

【考点】9S：数量积表示两个向量的夹角．

【专题】11：计算题；41：向量法；49：综合法；5A：平面向量及应用．

【分析】根据向量$\overrightarrow{BA}$，$\overrightarrow{BC}$的坐标便可求出$\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}$，及$|\overrightarrow{BA}|$，$|\overrightarrow{BC}|$的值，从而根据向量夹角余弦公式即可求出 cos∠ABC 的值，根据∠ABC 的范围便可得出∠ABC 的值．

【解答】解：$\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}=\frac{\sqrt{3}}{4}+\frac{\sqrt{3}}{4}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，$|\overrightarrow{BA}|=|\overrightarrow{BC}|=1$；

∴$\cos\angle ABC=\frac{\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}}{|\overrightarrow{BA}||\overrightarrow{BC}|}=\frac{\sqrt{3}}{2}$；

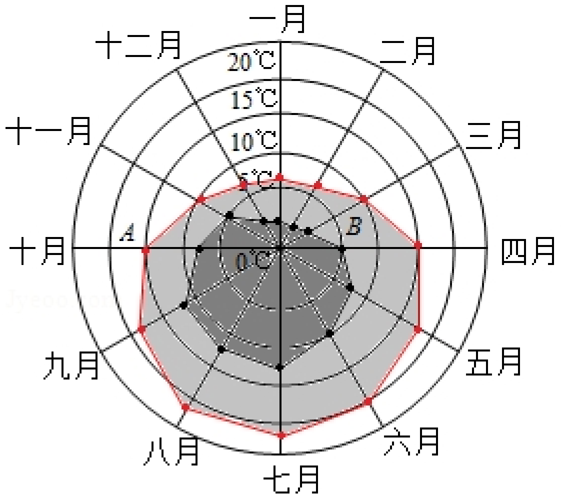
又 0°≤∠ABC≤180°；

∴∠ABC=30°．

故选：A．

【点评】考查向量数量积的坐标运算，根据向量坐标求向量长度的方法，以及向量夹角的余弦公式，向量夹角的范围，已知三角函数值求角．

4．（5 分）某旅游城市为向游客介绍本地的气温情况，绘制了一年中各月平均最高气温和平均最低气温的雷达图，图中 A 点表示十月的平均最高气温约为 15℃，B 点表示四月的平均最低气温约为 5℃，下面叙述不正确的是（　　）



——平均最低气温　——平均最高气温

A．各月的平均最低气温都在 0℃以上

B．七月的平均温差比一月的平均温差大

C．三月和十一月的平均最高气温基本相同

D．平均最高气温高于 20℃的月份有 5 个

【考点】F4：进行简单的合情推理．

【专题】31：数形结合；4A：数学模型法；5M：推理和证明．

【分析】根据平均最高气温和平均最低气温的雷达图进行推理判断即可．

【解答】解：A．由雷达图知各月的平均最低气温都在 0℃以上，正确

B．七月的平均温差大约在 10°左右，一月的平均温差在 5°左右，故七月的平均温差比一月的平均温差大，正确

C．三月和十一月的平均最高气温基本相同，都为 10°，正确

D．平均最高气温高于 20℃的月份有 7，8 两个月，故 D 错误，

故选：D．

【点评】本题主要考查推理和证明的应用，根据平均最高气温和平均最低气温的雷达图，利用图象法进行判断是解决本题的关键．

5．（5 分）小敏打开计算机时，忘记了开机密码的前两位，只记得第一位是 M，I，N 中的一个字母，第二位是 1，2，3，4，5 中的一个数字，则小敏输入一次密码能够成功开机的概率是（　　）

A．$\frac{8}{15}$　　B．$\frac{1}{8}$　　C．$\frac{1}{15}$　　D．$\frac{1}{30}$

【考点】CC：列举法计算基本事件数及事件发生的概率．

【专题】11：计算题；38：对应思想；4B：试验法；5I：概率与统计．

【分析】列举出从 M，I，N 中任取一个字母，再从 1，2，3，4，5 中任取一个数字的基本事件数，然后由随机事件发生的概率得答案．

【解答】解：从 M，I，N 中任取一个字母，再从 1，2，3，4，5 中任取一个数字，取法总数为：

（M，1），（M，2），（M，3），（M，4），（M，5），（I，1），（I，2），（I，3），（I，4），（I，5），（N，1），（N，2），（N，3），（N， 4），（N，5）共 15 种．

其中只有一个是小敏的密码前两位．

由随机事件发生的概率可得，小敏输入一次密码能够成功开机的概率是$\frac{1}{15}$．

故选：C．

【点评】本题考查随机事件发生的概率，关键是列举基本事件总数时不重不漏，是基础题．

6．（5 分）若 $\tan\theta=\frac{1}{3}$，则 $\cos2\theta=$（　　）

A．$-\frac{4}{5}$　　B．$-\frac{1}{5}$　　C．$\frac{1}{5}$　　D．$\frac{4}{5}$

【考点】GF：三角函数的恒等变换及化简求值．

【专题】11：计算题；35：转化思想；56：三角函数的求值．

【分析】原式利用二倍角的余弦函数公式变形，再利用同角三角函数间的基本关系化简，将 tanθ 的值代入计算即可求出值．

【解答】解：∵$\tan\theta=\frac{1}{3}$，

∴$\cos2\theta=2\cos^2\theta-1=\frac{2}{1+\tan^2\theta}-1=\frac{2}{1+\frac{1}{9}}-1=\frac{4}{5}$．

故选：D．

【点评】此题考查了二倍角的余弦函数公式，以及同角三角函数间的基本关系，熟练掌握公式是解本题的关键．

7．（5 分）已知 $a=2^{\frac{4}{3}}$，$b=3^{\frac{2}{3}}$，$c=25^{\frac{1}{3}}$，则（　　）

A．b＜a＜c　　B．a＜b＜c　　C．b＜c＜a　　D．c＜a＜b

【考点】4Y：幂函数的单调性、奇偶性及其应用．

【专题】35：转化思想；4R：转化法；51：函数的性质及应用．

【分析】$b=4^{\frac{2}{3}}=2^{\frac{4}{3}}$，$c=25^{\frac{1}{3}}=5^{\frac{2}{3}}$，结合幂函数的单调性，可比较 a，b，c，进而

得到答案.

【解答】解：$\because a=2^{\frac{4}{3}}=4^{\frac{2}{3}}$，

$b=3^{\frac{2}{3}}$，

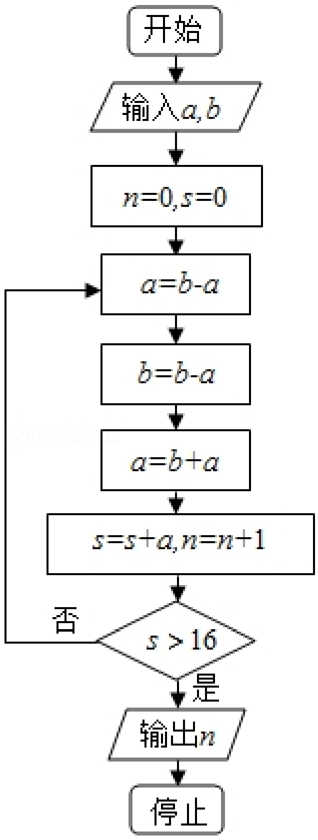
$c=25^{\frac{1}{3}}=5^{\frac{2}{3}}$，

综上可得：b＜a＜c，

故选：A.

【点评】本题考查的知识点是指数函数的单调性，幂函数的单调性，是函数图象和性质的综合应用，难度中档.

8．（5 分）执行如图程序框图，如果输入的 a=4，b=6，那么输出的 n=（　　）



A．3　　B．4　　C．5　　D．6

【考点】EF：程序框图.

【专题】11：计算题；27：图表型；4B：试验法；5K：算法和程序框图.

【分析】模拟执行程序，根据赋值语句的功能依次写出每次循环得到的 a，b，s，n 的值，当 s=20 时满足条件 s＞16，退出循环，输出 n 的值为 4.

【解答】解：模拟执行程序，可得

a=4，b=6，n=0，s=0

执行循环体，a=2，b=4，a=6，s=6，n=1

不满足条件 s＞16，执行循环体，a=﹣2，b=6，a=4，s=10，n=2

不满足条件 s＞16，执行循环体，a=2，b=4，a=6，s=16，n=3

不满足条件 s＞16，执行循环体，a=﹣2，b=6，a=4，s=20，n=4

满足条件 s＞16，退出循环，输出 n 的值为 4.

故选：B.

【点评】本题主要考查了循环结构的程序框图的应用，正确依次写出每次循环得到的 a，b，s 的值是解题的关键，属于基础题.

9. （5 分）在△ABC 中，$B=\frac{\pi}{4}$，BC 边上的高等于$\frac{1}{3}$BC，则 sinA=（　　）

A. $\frac{3}{10}$　　B. $\frac{\sqrt{10}}{10}$　　C. $\frac{\sqrt{5}}{5}$　　D. $\frac{3\sqrt{10}}{10}$

【考点】HT：三角形中的几何计算；HU：解三角形.

【专题】11：计算题；35：转化思想；58：解三角形.

【分析】由已知，结合勾股定理和余弦定理，求出 AB，AC，再由三角形面积公式，可得 sinA.

【解答】解：∵在△ABC 中，$B=\frac{\pi}{4}$，BC 边上的高等于$\frac{1}{3}$BC，

∴$AB=\frac{\sqrt{2}}{3}BC$，

由余弦定理得：$AC=\sqrt{AB^2+BC^2-2\cdot AB\cdot BC\cdot \cos B}=\sqrt{\frac{2}{9}BC^2+BC^2-\frac{2}{3}BC^2}=\frac{\sqrt{5}}{3}BC$，

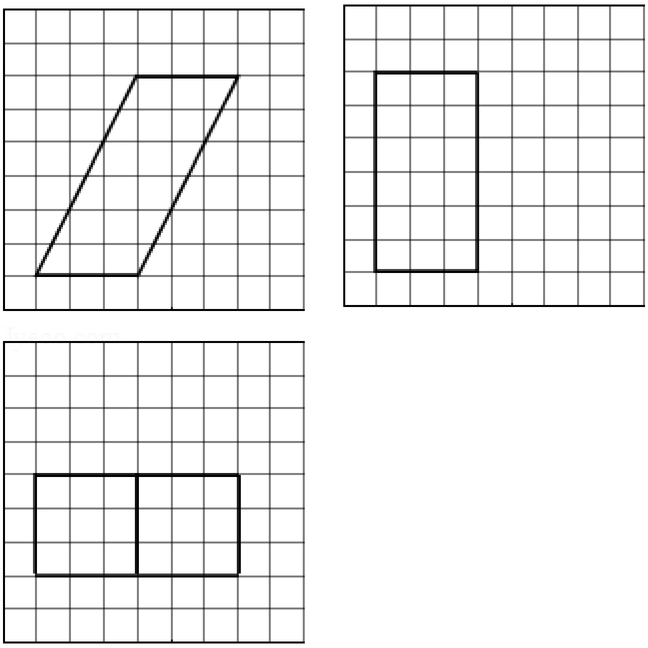
故$\frac{1}{2}BC\cdot\frac{1}{3}BC=\frac{1}{2}AB\cdot AC\cdot\sin A=\frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{3}BC\cdot\frac{\sqrt{5}}{3}BC\cdot\sin A$，

∴$\sin A=\frac{3\sqrt{10}}{10}$，

故选：D.

【点评】本题考查的知识点是三角形中的几何计算，熟练掌握正弦定理和余弦定理，是解答的关键．

10．（5 分）如图，网格纸上小正方形的边长为 1，粗实线画出的是某多面体的三视图，则该多面体的表面积为（　　）



A．$18+36\sqrt{5}$　　B．$54+18\sqrt{5}$　　C．90　　D．81

【考点】L!：由三视图求面积、体积．

【专题】11：计算题；5F：空间位置关系与距离；5Q：立体几何．

【分析】由已知中的三视图可得：该几何体是一个以主视图为底面的直四棱柱，进而得到答案．

【解答】解：由已知中的三视图可得：该几何体是一个以主视图为底面的直四棱柱，

其底面面积为：3×6=18，

侧面的面积为：$(3\times3+3\times\sqrt{3^2+6^2})\times2=18+18\sqrt{5}$，

故棱柱的表面积为：$18\times2+18+18\sqrt{5}=54+18\sqrt{5}$．

故选：B．

【点评】本题考查的知识点是由三视图，求体积和表面积，根据已知的三视图，

判断几何体的形状是解答的关键．

11．（5 分）在封闭的直三棱柱 ABC－ $A_1B_1C_1$ 内有一个体积为 V 的球，若 AB⊥BC，AB=6，BC=8，AA_1=3，则 V 的最大值是（　　）

A．4π　　B．$\frac{9\pi}{2}$　　C．6π　　D．$\frac{32\pi}{3}$

【考点】LF：棱柱、棱锥、棱台的体积．

【专题】11：计算题；5F：空间位置关系与距离；5Q：立体几何．

【分析】根据已知可得直三棱柱 ABC－ $A_1B_1C_1$ 的内切球半径为$\frac{3}{2}$，代入球的体积公式，可得答案．

【解答】解：∵AB⊥BC，AB=6，BC=8，

∴AC=10．

故三角形 ABC 的内切圆半径 $r=\frac{6+8-10}{2}=2$，

又由 $AA_1=3$，

故直三棱柱 ABC－ $A_1B_1C_1$ 的内切球半径为$\frac{3}{2}$，

此时 V 的最大值$\frac{4}{3}\pi\cdot(\frac{3}{2})^3=\frac{9\pi}{2}$，

故选：B．

【点评】本题考查的知识点是棱柱的几何特征，根据已知求出球的半径，是解答的关键．

12．（5 分）已知 O 为坐标原点，F 是椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（a＞b＞0）的左焦点，A，B 分别为 C 的左，右顶点．P 为 C 上一点，且 PF⊥x 轴，过点 A 的直线 l 与线段 PF 交于点 M，与 y 轴交于点 E．若直线 BM 经过 OE 的中点，则 C 的离心率为（　　）

A．$\frac{1}{3}$　　B．$\frac{1}{2}$　　C．$\frac{2}{3}$　　D．$\frac{3}{4}$

【考点】K4：椭圆的性质.

【专题】34：方程思想；48：分析法；5D：圆锥曲线的定义、性质与方程.

【分析】由题意可得 F，A，B 的坐标，设出直线 AE 的方程为 y=k（x+a），分别令 x=﹣ c，x=0，可得 M，E 的坐标，再由中点坐标公式可得 H 的坐标，运用三点共线的条件：斜率相等，结合离心率公式，即可得到所求值.

【解答】解：由题意可设 F（﹣ c，0），A（﹣ a，0），B（a，0），

设直线 AE 的方程为 y=k（x+a），

令 x=﹣ c，可得 M（﹣ c，k（a﹣ c）），令 x=0，可得 E（0，ka），

设 OE 的中点为 H，可得 H（0，$\frac{ka}{2}$），

由 B，H，M 三点共线，可得 $k_{BH}=k_{BM}$，

即为$\frac{\frac{ka}{2}}{-a}=\frac{k(a-c)}{-c-a}$，

化简可得$\frac{a-c}{a+c}=\frac{1}{2}$，即为 a=3c，

可得 $e=\frac{c}{a}=\frac{1}{3}$.

另解：由△AMF∽△AEO，

可得$\frac{a-c}{a}=\frac{MF}{OE}$，

由△BOH∽△BFM，

可得$\frac{a}{a+c}=\frac{OH}{FM}=\frac{OE}{2FM}$，

即有$\frac{2(a-c)}{a}=\frac{a+c}{a}$即 a=3c，

可得 $e=\frac{c}{a}=\frac{1}{3}$.

故选：A.

【点评】本题考查椭圆的离心率的求法，注意运用椭圆的方程和性质，以及直线方程的运用和三点共线的条件：斜率相等，考查化简整理的运算能力，属于中档题.

二、填空题（共 4 小题，每小题 5 分，满分 20 分）

13．（5 分）设 x，y 满足约束条件$\begin{cases}2x-y+1\geqslant 0\\x-2y-1\leqslant 0\\x\leqslant 1\end{cases}$，则 z=2x+3y﹣ 5 的最小值为___﹣ 10___．

【考点】7C：简单线性规划．

【专题】11：计算题；35：转化思想；44：数形结合法；59：不等式的解法及应用．

【分析】由约束条件作出可行域，化目标函数为直线方程的斜截式，数形结合得到最优解，联立方程组求得最优解的坐标，代入目标函数得答案．

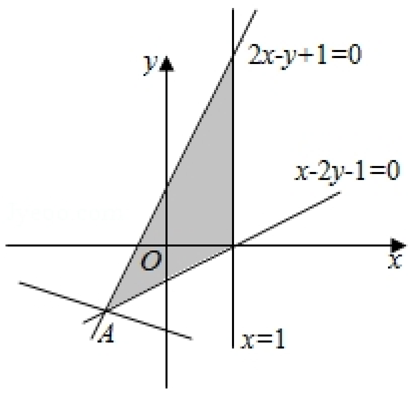
【解答】解：由约束条件$\begin{cases}2x-y+1\geqslant 0\\x-2y-1\leqslant 0\\x\leqslant 1\end{cases}$作出可行域如图，

联立$\begin{cases}2x-y+1=0\\x-2y-1=0\end{cases}$，解得$\begin{cases}x=-1\\y=-1\end{cases}$，即 A（﹣ 1，﹣ 1）．

化目标函数 z=2x+3y﹣ 5 为$y=-\frac{2}{3}x+\frac{z}{3}+\frac{5}{3}$．

由图可知，当直线$y=-\frac{2}{3}x+\frac{z}{3}+\frac{5}{3}$过 A 时，直线在 y 轴上的截距最小，z 有最小值为 2×（﹣ 1）+3×（﹣ 1）﹣ 5=﹣ 10．

故答案为：﹣ 10．



【点评】本题考查简单的线性规划，考查了数形结合的解题思想方法，是中档题．

14．（5 分）函数 y=sinx﹣ $\sqrt{3}$cosx 的图象可由函数 y=2sinx 的图象至少向右平移

$\frac{\pi}{3}$ 个单位长度得到．

【考点】HJ：函数 y=Asin（ωx+ϕ）的图象变换．

【专题】39：运动思想；49：综合法；57：三角函数的图像与性质．

【分析】令 f（x）=2sinx，则 f（x−ϕ）=2in（x−ϕ），依题意可得 2sin（x−ϕ）=2sin（x−$\frac{\pi}{3}$），由−ϕ=2kπ−$\frac{\pi}{3}$（k∈Z），可得答案．

【解答】解：∵y=sinx−$\sqrt{3}$cosx=2sin（x−$\frac{\pi}{3}$），

令 f（x）=2sinx，

则 f（x−ϕ）=2in（x−ϕ）（ϕ>0），

依题意可得 2sin（x−ϕ）=2sin（x−$\frac{\pi}{3}$），

故−ϕ=2kπ−$\frac{\pi}{3}$（k∈Z），

即 ϕ=−2kπ+$\frac{\pi}{3}$（k∈Z），

当 k=0 时，正数 $\phi_{min}=\frac{\pi}{3}$，

故答案为：$\frac{\pi}{3}$．

【点评】本题考查函数 *y*=sinx 的图象变换得到 *y*=*A*sin（*ωx*+*φ*）（*A*>0，*ω*>0）的图象，得到−ϕ=2kπ−$\frac{\pi}{3}$（k∈Z）是关键，属于中档题．

15．（5 分）已知直线 l：x−$\sqrt{3}$y+6=0 与圆 $x^2+y^2=12$ 交于 A，B 两点，过 A，B 分别作 l 的垂线与 x 轴交于 C，D 两点．则|CD|=__4__．

【考点】J8：直线与圆相交的性质．

【专题】11：计算题；34：方程思想；49：综合法；5B：直线与圆．

【分析】先求出|AB|，再利用三角函数求出|CD|即可．

【解答】解：由题意，圆心到直线的距离 d=$\frac{6}{\sqrt{1+3}}$=3，

∴|AB|=2$\sqrt{12-9}$=2$\sqrt{3}$，

∵直线 l：$x-\sqrt{3}y+6=0$

∴直线 l 的倾斜角为 30°，

∵过 A，B 分别作 l 的垂线与 x 轴交于 C，D 两点，

∴$|CD|=\frac{2\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=4$.

故答案为：4.

【点评】本题考查直线与圆的位置关系，考查弦长的计算，考查学生的计算能力，比较基础.

16. （5 分）已知 f（x）为偶函数，当 $x\leqslant 0$ 时，$f(x)=e^{-x-1}-x$，则曲线 y=f（x）在点（1，2）处的切线方程是 __y=2x__.

【考点】6H：利用导数研究曲线上某点切线方程.

【专题】11：计算题；33：函数思想；4A：数学模型法；53：导数的综合应用.

【分析】由已知函数的奇偶性结合 $x\leqslant 0$ 时的解析式求出 $x>0$ 时的解析式，求出导函数，得到 f′（1），然后代入直线方程的点斜式得答案.

【解答】解：已知 f（x）为偶函数，当 $x\leqslant 0$ 时，$f(x)=e^{-x-1}-x$，

设 $x>0$，则 $-x<0$，

∴$f(x)=f(-x)=e^{x-1}+x$，

则 $f'(x)=e^{x-1}+1$，

$f'(1)=e^{0}+1=2$.

∴曲线 y=f（x）在点（1，2）处的切线方程是 $y-2=2(x-1)$.

即 y=2x.

故答案为：y=2x.

【点评】本题考查利用导数研究过曲线上某点处的切线方程，考查了函数解析式的求解及常用方法，是中档题.

三、解答题（共 5 小题，满分 60 分）

17．（12 分）已知各项都为正数的数列{a_n}满足 $a_1=1$，$a_n^2-(2a_{n+1}-1)a_n-2a_{n+1}=0$.

（1）求 a_2，a_3；

（2）求{a_n}的通项公式.

【考点】8H：数列递推式.

【专题】11：计算题；35：转化思想；49：综合法；54：等差数列与等比数列.

【分析】（1）根据题意，由数列的递推公式，令 n=1 可得 $a_1^2-(2a_2-1)a_1-2a_2=0$，将 $a_1=1$ 代入可得 a_2 的值，进而令 n=2 可得 $a_2^2-(2a_3-1)a_2-2a_3=0$，将 $a_2=\frac{1}{2}$代入计算可得 a_3 的值，即可得答案；

（2）根据题意，将 $a_n^2-(2a_{n+1}-1)a_n-2a_{n+1}=0$ 变形可得 $(a_n-2a_{n+1})(a_n+a_{n+1})=0$，进而分析可得 $a_n=2a_{n+1}$ 或 $a_n=-a_{n+1}$，结合数列各项为正可得 $a_n=2a_{n+1}$，结合等比数列的性质可得{a_n}是首项为 $a_1=1$，公比为$\frac{1}{2}$的等比数列，由等比数列的通项公式计算可得答案.

【解答】解：（1）根据题意，$a_n^2-(2a_{n+1}-1)a_n-2a_{n+1}=0$，

当 n=1 时，有 $a_1^2-(2a_2-1)a_1-2a_2=0$，

而 $a_1=1$，则有 $1-(2a_2-1)-2a_2=0$，解可得 $a_2=\frac{1}{2}$，

当 n=2 时，有 $a_2^2-(2a_3-1)a_2-2a_3=0$，

又由 $a_2=\frac{1}{2}$，解可得 $a_3=\frac{1}{4}$，

故 $a_2=\frac{1}{2}$，$a_3=\frac{1}{4}$；

（2）根据题意，$a_n^2-(2a_{n+1}-1)a_n-2a_{n+1}=0$，

变形可得 $(a_n-2a_{n+1})(a_n+1)=0$，

即有 $a_n=2a_{n+1}$ 或 $a_n=-1$，

又由数列$\{a_n\}$各项都为正数，

则有 $a_n=2a_{n+1}$，

故数列$\{a_n\}$是首项为 $a_1=1$，公比为$\frac{1}{2}$的等比数列，

则 $a_n=1\times\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}=\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$，

故 $a_n=\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$.

【点评】本题考查数列的递推公式，关键是转化思路，分析得到 a_n 与 a_{n+1} 的关系.

18．（12 分）如图是我国 2008 年至 2014 年生活垃圾无害化处理量（单位：亿吨）的折线图.

注：年份代码 1－ 7 分别对应年份 2008－ 2014.

（Ⅰ）由折线图看出，可用线性回归模型拟合 y 与 t 的关系，请用相关系数加以证明；

（Ⅱ）建立 y 关于 t 的回归方程（系数精确到 0.01），预测 2016 年我国生活垃圾无害化处理量.

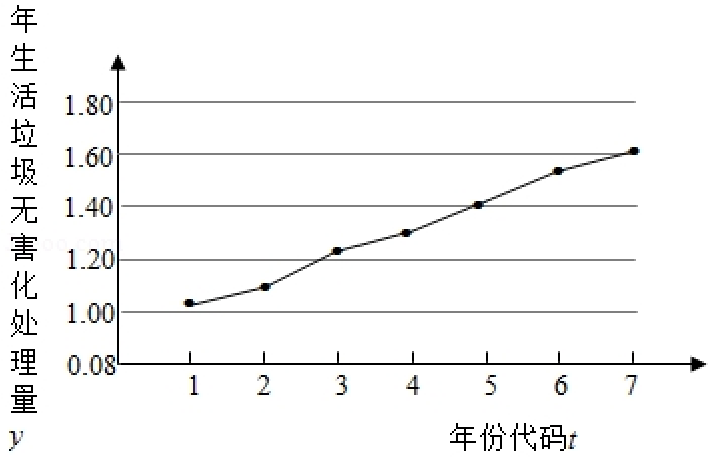
附注：

参考数据：$\sum_{i=1}^{7}y_i=9.32$，$\sum_{i=1}^{7}t_iy_i=40.17$，$\sqrt{\sum_{i=1}^{7}(y_i-\overline{y})^2}=0.55$，$\sqrt{7}\approx2.646$.

参考公式：相关系数 $r=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(t_i-\overline{t})(y_i-\overline{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(t_i-\overline{t})^2\sum_{i=1}^{n}(y_i-\overline{y})^2}}$，

回归方程$\hat{y}=\hat{a}+\hat{b}t$ 中斜率和截距的最小二乘估计公式分别为：

$\hat{b}=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(t_i-\overline{t})(y_i-\overline{y})}{\sum_{i=1}^{n}(t_i-\overline{t})^2}$，$\hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\overline{t}$.



【考点】BK：线性回归方程.

【专题】11：计算题；35：转化思想；5I：概率与统计.

【分析】（1）由折线图看出，y 与 t 之间存在较强的正相关关系，将已知数据代入相关系数方程，可得答案；

（2）根据已知中的数据，求出回归系数，可得回归方程，2016 年对应的 t 值为 9，代入可预测 2016 年我国生活垃圾无害化处理量.

【解答】解：（1）由折线图看出，y 与 t 之间存在较强的正相关关系，理由如下：

$$\because r=\frac{\sum_{i=1}^{7}(t_i-\overline{t})(y_i-\overline{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{7}(t_i-\overline{t})^2\sum_{i=1}^{7}(y_i-\overline{y})^2}}=\frac{\sum_{i=1}^{7}t_iy_i-7\overline{t}\,\overline{y}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{7}(t_i-\overline{t})^2\sum_{i=1}^{7}(y_i-\overline{y})^2}}\approx\frac{40.17-4\times9.32}{2\sqrt{7}\cdot0.55}$$

$$\approx\frac{2.89}{2.9106}\approx0.993,$$

$\because 0.993>0.75$，

故 y 与 t 之间存在较强的正相关关系；

$$（2）\hat{b}=\frac{\sum_{i=1}^{n}(t_i-\overline{t})(y_i-\overline{y})}{\sum_{i=1}^{n}(t_i-\overline{t})^2}=\frac{\sum_{i=1}^{7}t_iy_i-7\overline{t}\,\overline{y}}{\sum_{i=1}^{7}t_i^2-7\overline{t}^2}\approx\frac{2.89}{28}\approx0.103,$$

$\hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\,\overline{t}\approx1.331-0.103\times4\approx0.92$，

$\therefore$ y 关于 t 的回归方程 $\hat{y}=0.10t+0.92$，

2016 年对应的 t 值为 9，

故 $\hat{y}$=0.10×9+0.92=1.82，

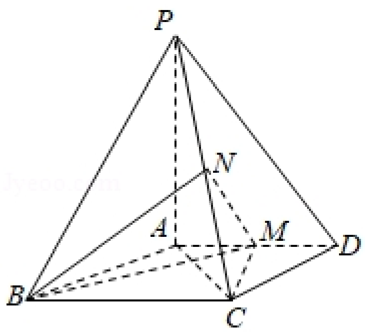
预测 2016 年我国生活垃圾无害化处理量为 1.82 亿吨．

【点评】本题考查的知识点是线性回归方程，回归分析，计算量比较大，计算时要细心．

19．（12 分）如图，四棱锥 P﹣ABCD 中，PA⊥底面 ABCD，AD∥BC，AB=AD=AC=3，PA=BC=4，M 为线段 AD 上一点，AM=2MD，N 为 PC 的中点．

（Ⅰ）证明 MN∥平面 PAB；

（Ⅱ）求四面体 N﹣BCM 的体积．



【考点】LF：棱柱、棱锥、棱台的体积；LS：直线与平面平行．

【专题】14：证明题；35：转化思想；49：综合法；5F：空间位置关系与距离．

【分析】（Ⅰ）取 BC 中点 E，连结 EN，EM，得 NE 是△PBC 的中位线，推导出四边形 ABEM 是平行四边形，由此能证明 MN∥平面 PAB．

（Ⅱ）取 AC 中点 F，连结 NF，NF 是△PAC 的中位线，推导出 NF⊥面 ABCD，延长 BC 至 G，使得 CG=AM，连结 GM，则四边形 AGCM 是平行四边形，由此能求出四面体 N﹣BCM 的体积．

【解答】证明：（Ⅰ）取 BC 中点 E，连结 EN，EM，

∵N 为 PC 的中点，∴NE 是△PBC 的中位线

∴NE∥PB，

又∵AD∥BC，∴BE∥AD，

∵AB=AD=AC=3，PA=BC=4，M 为线段 AD 上一点，AM=2MD，

∴$BE=\frac{1}{2}BC=AM=2$，

∴四边形 ABEM 是平行四边形，

∴EM∥AB，∴平面 NEM∥平面 PAB，

∵MN⊂平面 NEM，∴MN∥平面 PAB．

解：（Ⅱ）取 AC 中点 F，连结 NF，

∵NF 是△PAC 的中位线，

∴NF∥PA，$NF=\frac{1}{2}PA=2$，

又∵PA⊥面 ABCD，∴NF⊥面 ABCD，

如图，延长 BC 至 G，使得 CG=AM，连结 GM，

∵AM $\underline{\underline{\parallel}}$ CG，∴四边形 AGCM 是平行四边形，

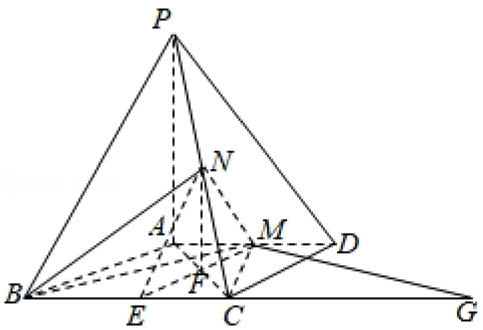
∴AC=MG=3，

又∵ME=3，EC=CG=2，

∴△MEG 的高 $h=\sqrt{5}$，

∴$S_{\triangle BCM}=\frac{1}{2}\times BC\times h=\frac{1}{2}\times 4\times \sqrt{5}=2\sqrt{5}$，

∴四面体 N﹣BCM 的体积 $V_{N-BCM}=\frac{1}{3}\times S_{\triangle BCM}\times NF=\frac{1}{3}\times 2\sqrt{5}\times 2=\frac{4\sqrt{5}}{3}$．



【点评】本题考查线面平行的证明，考查四面体的体积的求法，是中档题，解题时要认真审题，注意空间思维能力的培养．

20．（12 分）已知抛物线 C：$y^2=2x$ 的焦点为 F，平行于 x 轴的两条直线 l_1，l_2 分别交 C 于 A，B 两点，交 C 的准线于 P，Q 两点．

（Ⅰ）若 F 在线段 AB 上，R 是 PQ 的中点，证明 AR∥FQ；

（Ⅱ）若△PQF 的面积是△ABF 的面积的两倍，求 AB 中点的轨迹方程．

【考点】J3：轨迹方程；K8：抛物线的性质．

【专题】15：综合题；35：转化思想；49：综合法；5D：圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】（Ⅰ）连接 RF，PF，利用等角的余角相等，证明∠PRA=∠PQF，即可证明 AR∥FQ；

（Ⅱ）利用△PQF 的面积是△ABF 的面积的两倍，求出 N 的坐标，利用点差法求 AB 中点的轨迹方程．

【解答】（Ⅰ）证明：连接 RF，PF，

由 AP=AF，BQ=BF 及 AP∥BQ，得∠AFP+∠BFQ=90°，

∴∠PFQ=90°，

∵R 是 PQ 的中点，

∴RF=RP=RQ，

∴△PAR≌△FAR，

∴∠PAR=∠FAR，∠PRA=∠FRA，

∵∠BQF+∠BFQ=180°－∠QBF=∠PAF=2∠PAR，

∴∠FQB=∠PAR，

∴∠PRA=∠PQF，

∴AR∥FQ．

（Ⅱ）设 A（x_1，y_1），B（x_2，y_2），

F（$\frac{1}{2}$，0），准线为 $x=-\frac{1}{2}$，

$S_{\triangle PQF}=\frac{1}{2}|PQ|=\frac{1}{2}|y_1-y_2|$，

设直线 AB 与 x 轴交点为 N，

∴$S_{\triangle ABF}=\frac{1}{2}|FN||y_1-y_2|$，

∵△PQF 的面积是△ABF 的面积的两倍，

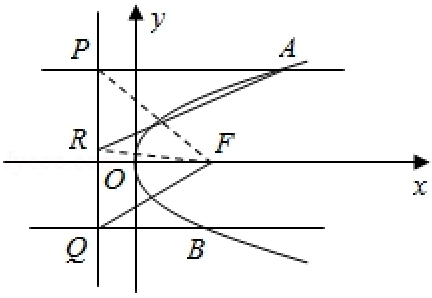
∴$2|FN|=1$，∴$x_N=1$，即 N（1，0）．

设 AB 中点为 M（x，y），由$\begin{cases}y_1^2=2x_1\\y_2^2=2x_2\end{cases}$得 $y_1^2-y_2^2=2(x_1-x_2)$，

又$\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}=\frac{y}{x-1}$，

∴$\frac{y}{x-1}=\frac{1}{y}$，即 $y^2=x-1$.

∴AB 中点轨迹方程为 $y^2=x-1$.



【点评】本题考查抛物线的方程与性质，考查轨迹方程，考查学生的计算能力，属于中档题.

21．（12 分）设函数 f（x）=lnx－x+1.

（1）讨论 f（x）的单调性；

（2）证明当 x∈（1，+∞）时，$1<\frac{x-1}{\ln x}<x$；

（3）设 c＞1，证明当 x∈（0，1）时，$1+(c-1)x>c^x$.

【考点】6B：利用导数研究函数的单调性；6E：利用导数研究函数的最值.

【专题】35：转化思想；48：分析法；53：导数的综合应用；59：不等式的解法及应用.

【分析】（1）求出导数，由导数大于 0，可得增区间；导数小于 0，可得减区间，注意函数的定义域；

（2）由题意可得即证 $\ln x<x-1<x\ln x$．运用（1）的单调性可得 $\ln x<x-1$，设 $F(x)=x\ln x-x+1$，$x>1$，求出单调性，即可得到 $x-1<x\ln x$ 成立；

（3）设 $G(x)=1+(c-1)x-c^x$，求 G（x）的二次导数，判断 G′（x）的单调性，进而证明原不等式.

【解答】解：（1）函数 $f(x)=\ln x-x+1$ 的导数为 $f'(x)=\frac{1}{x}-1$，

由 $f'(x)>0$，可得 $0<x<1$；由 $f'(x)<0$，可得 $x>1$.

即有 $f(x)$ 的增区间为（0，1）；减区间为（1，+∞）；

（2）证明：当 $x\in(1,+\infty)$ 时，$1<\frac{x-1}{\ln x}<x$，即为 $\ln x<x-1<x\ln x$.

由（1）可得 $f(x)=\ln x-x+1$ 在（1，+∞）递减，

可得 $f(x)<f(1)=0$，即有 $\ln x<x-1$；

设 $F(x)=x\ln x-x+1$，$x>1$，$F'(x)=1+\ln x-1=\ln x$，

当 $x>1$ 时，$F'(x)>0$，可得 $F(x)$ 递增，即有 $F(x)>F(1)=0$，

即有 $x\ln x>x-1$，则原不等式成立；

（3）证明：设 $G(x)=1+(c-1)x-c^x$，

则需要证明：当 $x\in(0,1)$ 时，$G(x)>0$（$c>1$）；

$G'(x)=c-1-c^x\ln c$，$G''(x)=-(\ln c)^2c^x<0$，

∴$G'(x)$ 在（0，1）单调递减，而 $G'(0)=c-1-\ln c$，$G'(1)=c-1-c\ln c$，

由（1）中 $f(x)$ 的单调性，可得 $G'(0)=c-1-\ln c>0$，由（2）可得 $G'(1)$ $=c-1-c\ln c=c(1-\ln c)-1<0$，

∴$\exists t\in(0,1)$，使得 $G'(t)=0$，即 $x\in(0,t)$ 时，$G'(x)>0$，$x\in(t,1)$ 时，$G'(x)<0$；

即 $G(x)$ 在 $(0,t)$ 递增，在 $(t,1)$ 递减；

又因为：$G(0)=G(1)=0$，

∴$x\in(0,1)$ 时 $G(x)>0$ 成立，不等式得证；

即 $c>1$，当 $x\in(0,1)$ 时，$1+(c-1)x>c^x$.

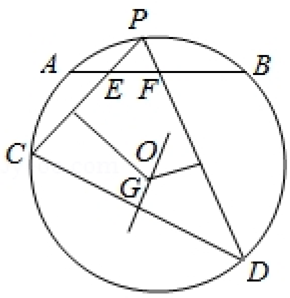
【点评】本题考查导数的运用：求单调区间和极值、最值，考查不等式的证明，注意运用构造函数法，求出导数判断单调性，考查推理和运算能力，属于中档题.

请考生在第 22-24 题中任选一题做答，如果多做，则按所做的第一题计分.[选修 4-1：几何证明选讲]

22．（10 分）如图，⊙O 中$\overset{\frown}{AB}$的中点为 P，弦 PC，PD 分别交 AB 于 E，F 两点.

（1）若∠PFB=2∠PCD，求∠PCD 的大小；

（2）若 EC 的垂直平分线与 FD 的垂直平分线交于点 G，证明：OG⊥CD.



【考点】NC：与圆有关的比例线段.

【专题】35：转化思想；49：综合法；5M：推理和证明.

【分析】（1）连接 PA，PB，BC，设∠PEB=∠1，∠PCB=∠2，∠ABC=∠3，∠PBA=∠4，∠PAB=∠5，运用圆的性质和四点共圆的判断，可得 E，C，D，F 共圆，再由圆内接四边形的性质，即可得到所求∠PCD 的度数；

（2）运用圆的定义和 E，C，D，F 共圆，可得 G 为圆心，G 在 CD 的中垂线上，即可得证.

【解答】（1）解：连接 PB，BC，

设∠PEB=∠1，∠PCB=∠2，∠ABC=∠3，

∠PBA=∠4，∠PAB=∠5，

由⊙O 中$\overset{\frown}{AB}$的中点为 P，可得∠4=∠5，

在△EBC 中，∠1=∠2+∠3，

又∠D=∠3+∠4，∠2=∠5，

即有∠2=∠4，则∠D=∠1，

则四点 E，C，D，F 共圆，

可得∠EFD+∠PCD=180°，

由∠PFB=∠EFD=2∠PCD，

即有 3∠PCD=180°，

可得∠PCD=60°；

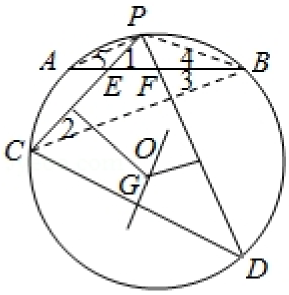
（2）证明：由 C，D，E，F 共圆，

由 EC 的垂直平分线与 FD 的垂直平分线交于点 G

可得 G 为圆心，即有 GC=GD，

则 G 在 CD 的中垂线，又 CD 为圆 G 的弦，

则 OG⊥CD．



【点评】本题考查圆内接四边形的性质和四点共圆的判断，以及圆的垂径定理的运用，考查推理能力，属于中档题．

[选修 4-4：坐标系与参数方程]

23．在直角坐标系 xOy 中，曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases}x=\sqrt{3}\cos\alpha\\y=\sin\alpha\end{cases}$（α 为参数），以坐标原点为极点，以 x 轴的正半轴为极轴，建立极坐标系，曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho\sin\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)=2\sqrt{2}$．

（1）写出 C_1 的普通方程和 C_2 的直角坐标方程；

（2）设点 P 在 C_1 上，点 Q 在 C_2 上，求|PQ|的最小值及此时 P 的直角坐标．

【考点】Q4：简单曲线的极坐标方程；QH：参数方程化成普通方程．

【专题】34：方程思想；48：分析法；5D：圆锥曲线的定义、性质与方程；5S：坐标系和参数方程．

【分析】（1）运用两边平方和同角的平方关系，即可得到 C_1 的普通方程，运用 $x=\rho\cos\theta$，$y=\rho\sin\theta$，以及两角和的正弦公式，化简可得 C_2 的直角坐标方程；

（2）由题意可得当直线 $x+y-4=0$ 的平行线与椭圆相切时，|PQ|取得最值．设与

直线 $x+y-4=0$ 平行的直线方程为 $x+y+t=0$，代入椭圆方程，运用判别式为 0，求得 t，再由平行线的距离公式，可得 $|PQ|$ 的最小值，解方程可得 P 的直角坐标.

另外：设 P（$\sqrt{3}\cos\alpha$，$\sin\alpha$），由点到直线的距离公式，结合辅助角公式和正弦函数的值域，即可得到所求最小值和 P 的坐标.

【解答】解：（1）曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases}x=\sqrt{3}\cos\alpha\\ y=\sin\alpha\end{cases}$（α 为参数），

移项后两边平方可得 $\frac{x^2}{3}+y^2=\cos^2\alpha+\sin^2\alpha=1$，

即有椭圆 C_1：$\frac{x^2}{3}+y^2=1$；

曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho\sin\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)=2\sqrt{2}$，

即有 $\rho\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\theta+\frac{\sqrt{2}}{2}\cos\theta\right)=2\sqrt{2}$，

由 $x=\rho\cos\theta$，$y=\rho\sin\theta$，可得 $x+y-4=0$，

即有 C_2 的直角坐标方程为直线 $x+y-4=0$；

（2）由题意可得当直线 $x+y-4=0$ 的平行线与椭圆相切时，

$|PQ|$ 取得最值.

设与直线 $x+y-4=0$ 平行的直线方程为 $x+y+t=0$，

联立 $\begin{cases}x+y+t=0\\ x^2+3y^2=3\end{cases}$ 可得 $4x^2+6tx+3t^2-3=0$，

由直线与椭圆相切，可得 $\triangle=36t^2-16(3t^2-3)=0$，

解得 $t=\pm2$，

显然 $t=-2$ 时，$|PQ|$ 取得最小值，

即有 $|PQ|=\frac{|-4-(-2)|}{\sqrt{1+1}}=\sqrt{2}$，

此时 $4x^2-12x+9=0$，解得 $x=\frac{3}{2}$，

即为 P（$\frac{3}{2}$，$\frac{1}{2}$）.

另解：设 P（$\sqrt{3}\cos\alpha$，$\sin\alpha$），

由 P 到直线的距离为 $d=\frac{|\sqrt{3}\cos\alpha+\sin\alpha-4|}{\sqrt{2}}$

$=\frac{|2\sin(\alpha+\frac{\pi}{3})-4|}{\sqrt{2}}$，

当 $\sin(\alpha+\frac{\pi}{3})=1$ 时，$|PQ|$的最小值为$\sqrt{2}$，

此时可取 $\alpha=\frac{\pi}{6}$，即有 P（$\frac{3}{2}$，$\frac{1}{2}$）．

【点评】本题考查参数方程和普通方程的互化、极坐标和直角坐标的互化，同时考查直线与椭圆的位置关系，主要是相切，考查化简整理的运算能力，属于中档题．

[选修 4-5：不等式选讲]

24．已知函数 $f(x)=|2x-a|+a$．

（1）当 a=2 时，求不等式 $f(x)\leqslant 6$ 的解集；

（2）设函数 $g(x)=|2x-1|$，当 $x\in R$ 时，$f(x)+g(x)\geqslant 3$，求 a 的取值范围．

【考点】R5：绝对值不等式的解法．

【专题】11：计算题；35：转化思想；49：综合法；59：不等式的解法及应用．

【分析】（1）当 a=2 时，由已知得 $|2x-2|+2\leqslant 6$，由此能求出不等式 $f(x)\leqslant 6$ 的解集．

（2）由 $f(x)+g(x)=|2x-1|+|2x-a|+a\geqslant 3$，得 $|x-\frac{1}{2}|+|x-\frac{a}{2}|\geqslant\frac{3-a}{2}$，由此能求出 a 的取值范围．

【解答】解：（1）当 a=2 时，$f(x)=|2x-2|+2$，

$\because f(x)\leqslant 6$，$\therefore |2x-2|+2\leqslant 6$，

$|2x-2|\leqslant 4$，$|x-1|\leqslant 2$，

$\therefore -2\leqslant x-1\leqslant 2$，

解得 $-1\leqslant x\leqslant 3$，

∴不等式 $f(x)\leqslant 6$ 的解集为 $\{x|-1\leqslant x\leqslant 3\}$.

（2）∵ $g(x)=|2x-1|$，

∴ $f(x)+g(x)=|2x-1|+|2x-a|+a\geqslant 3$，

$2|x-\frac{1}{2}|+2|x-\frac{a}{2}|+a\geqslant 3$，

$|x-\frac{1}{2}|+|x-\frac{a}{2}|\geqslant\frac{3-a}{2}$，

当 $a\geqslant 3$ 时，成立，

当 $a<3$ 时，$|x-\frac{1}{2}|+|x-\frac{a}{2}|\geqslant\frac{1}{2}|a-1|\geqslant\frac{3-a}{2}>0$，

∴ $(a-1)^2\geqslant(3-a)^2$，

解得 $2\leqslant a<3$，

∴a 的取值范围是 $[2,+\infty)$.

【点评】本题考查含绝对值不等式的解法，考查实数的取值范围的求法，是中档题，解题时要认真审题，注意不等式性质的合理运用.