2010年全国统一高考数学试卷（文科）（大纲版Ⅱ）

一、选择题（共12小题，每小题5分，满分60分）

1．（5分）设全集 $U=\{x\in N_+|x<6\}$，集合 $A=\{1，3\}$，$B=\{3，5\}$，则 $C_U(A\cup B)=$（　　）

A．$\{1，4\}$　　B．$\{1，5\}$　　C．$\{2，4\}$　　D．$\{2，5\}$

2．（5分）不等式 $\frac{x-3}{x+2}<0$ 的解集为（　　）

A．$\{x|-2<x<3\}$　　B．$\{x|x<-2\}$

C．$\{x|x<-2$ 或 $x>3\}$　　D．$\{x|x>3\}$

3．（5分）已知 $\sin\alpha=\frac{2}{3}$，则 $\cos(\pi-2\alpha)=$（　　）

A．$-\frac{\sqrt{5}}{3}$　　B．$-\frac{1}{9}$　　C．$\frac{1}{9}$　　D．$\frac{\sqrt{5}}{3}$

4．（5分）函数 $y=\frac{1+\ln(x-1)}{2}(x>1)$ 的反函数是（　　）

A．$y=e^{2x-1}-1$（$x>0$）　　B．$y=e^{2x-1}+1$（$x>0$）

C．$y=e^{2x-1}-1$（$x\in R$）　　D．$y=e^{2x-1}+1$（$x\in R$）

5．（5分）若变量 x，y 满足约束条件 $\begin{cases}x\geqslant -1\\ y\geqslant x\\ 3x+2y\leqslant 5\end{cases}$，则 $z=2x+y$ 的最大值为（　　）

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

6．（5分）如果等差数列 $\{a_n\}$ 中，$a_3+a_4+a_5=12$，那么 $a_1+a_2+\ldots+a_7=$（　　）

A．14　　B．21　　C．28　　D．35

7．（5分）若曲线 $y=x^2+ax+b$ 在点（1，b）处的切线方程是 $x-y+1=0$，则（　　）

A．$a=1$，$b=2$　　B．$a=-1$，$b=2$　　C．$a=1$，$b=-2$　　D．$a=-1$，$b=-2$

8．（5分）已知三棱锥 S－ABC 中，底面 ABC 为边长等于 2 的等边三角形，SA 垂直于底面 ABC，SA=3，那么直线 AB 与平面 SBC 所成角的正弦值为（　　）

A．$\frac{\sqrt{3}}{4}$　　B．$\frac{\sqrt{5}}{4}$　　C．$\frac{\sqrt{7}}{4}$　　D．$\frac{3}{4}$

9．（5分）将标号为1，2，3，4，5，6的6张卡片放入3个不同的信封中，若每个信封放2张，其中标号为1，2的卡片放入同一信封，则不同的方法共有

（　　）

A．12 种　　B．18 种　　C．36 种　　D．54 种

10．（5 分）△ABC 中，点 D 在边 AB 上，CD 平分∠ACB，若$\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{a}$，$\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{b}$，$|\overrightarrow{a}|=1$，$|\overrightarrow{b}|=2$，则$\overrightarrow{CD}=$（　　）

A．$\frac{1}{3}\overrightarrow{a}+\frac{2}{3}\overrightarrow{b}$　　B．$\frac{2}{3}\overrightarrow{a}+\frac{1}{3}\overrightarrow{b}$　　C．$\frac{3}{5}\overrightarrow{a}+\frac{4}{5}\overrightarrow{b}$　　D．$\frac{4}{5}\overrightarrow{a}+\frac{3}{5}\overrightarrow{b}$

11．（5 分）与正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的三条棱 AB、CC_1、A_1D_1 所在直线的距离相等的点（　　）

A．有且只有 1 个　B．有且只有 2 个　C．有且只有 3 个　D．有无数个

12．（5 分）已知椭圆 T：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（a＞b＞0）的离心率为$\frac{\sqrt{3}}{2}$，过右焦点 F 且斜率为 k（k＞0）的直线与 T 相交于 A，B 两点，若$\overline{AF}=3\overline{FB}$，则 k=（　　）

A．1　　B．$\sqrt{2}$　　C．$\sqrt{3}$　　D．2

二、填空题（共 4 小题，每小题 5 分，满分 20 分）

13．（5 分）已知 α 是第二象限的角，tanα=$-\frac{1}{2}$，则 cosα=________.

14．（5 分）$(x+\frac{1}{x})^9$展开式中 x^3 的系数是________．（用数字作答）

15．（5 分）已知抛物线 C：$y^2=2px$（p＞0）的准线 l，过 M（1，0）且斜率为$\sqrt{3}$的直线与 l 相交于 A，与 C 的一个交点为 B，若$\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{MB}$，则 p=________.

16．（5 分）已知球 O 的半径为 4，圆 M 与圆 N 为该球的两个小圆，AB 为圆 M 与圆 N 的公共弦，AB=4，若 OM=ON=3，则两圆圆心的距离 MN=________.

三、解答题（共 6 小题，满分 70 分）

17．（10 分）△ABC 中，D 为边 BC 上的一点，BD=33，sinB=$\frac{5}{13}$，cos∠ADC=$\frac{3}{5}$，求 AD.

18．（12 分）已知$\{a_n\}$是各项均为正数的等比数列$a_1+a_2=2\left(\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}\right)$，$a_3+a_4+a_5=64\left(\frac{1}{a_3}+\frac{1}{a_4}+\frac{1}{a_5}\right)$

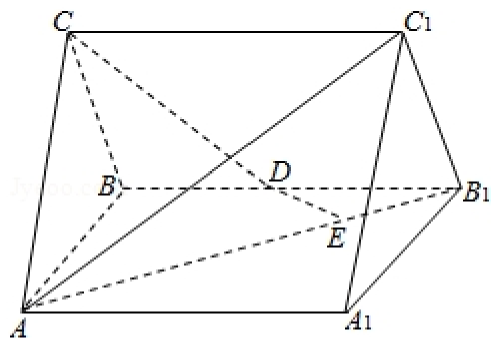
（Ⅰ）求$\{a_n\}$的通项公式；

（Ⅱ）设$b_n=\left(a_n+\frac{1}{a_n}\right)^2$，求数列$\{b_n\}$的前 n 项和$T_n$.

19．（12 分）如图，直三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，$AC=BC$，$AA_1=AB$，D 为BB_1的中点，E 为AB_1上的一点，$AE=3EB_1$.

（Ⅰ）证明：DE 为异面直线AB_1与 CD 的公垂线；

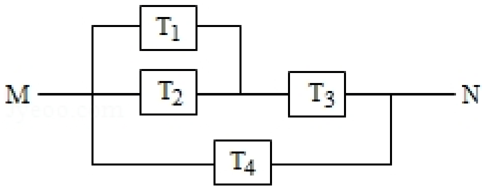
（Ⅱ）设异面直线AB_1与 CD 的夹角为 45°，求二面角$A_1-AC_1-B_1$的大小.



20．（12 分）如图，由 M 到 N 的电路中有 4 个元件，分别标为 T_1，T_2，T_3，T_4，电流能通过 T_1，T_2，T_3 的概率都是 P，电流能通过 T_4 的概率是 0.9，电流能否通过各元件相互独立．已知 T_1，T_2，T_3 中至少有一个能通过电流的概率为 0.999．

（Ⅰ）求 P；

（Ⅱ）求电流能在 M 与 N 之间通过的概率．



21．（12 分）已知函数 f（x）=－ x^2+ax+1－ lnx．

（Ⅰ）当 a=3 时，求函数 f（x）的单调递增区间；

（Ⅱ）若 f（x）在区间（0，$\frac{1}{2}$）上是减函数，求实数 a 的取值范围．

22．（12 分）已知斜率为 1 的直线 l 与双曲线 C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0, b>0)$相交于 B、D 两点，且 BD 的中点为 M（1，3）．

（Ⅰ）求 C 的离心率；

（Ⅱ）设 C 的右顶点为 A，右焦点为 F，$|DF|\bullet|BF|=17$，证明：过 A、B、D 三点的圆与 x 轴相切．

2010年全国统一高考数学试卷（文科）（大纲版Ⅱ）

参考答案与试题解析

一、选择题（共12小题，每小题5分，满分60分）

1．（5分）设全集 U={x∈N_+|x＜6}，集合 A={1，3}，B={3，5}，则C_U（A∪B）=（　　）

A．{1，4}　　B．{1，5}　　C．{2，4}　　D．{2，5}

【考点】1H：交、并、补集的混合运算．

【专题】11：计算题．

【分析】由全集 U={x∈N_+|x＜6}，可得 U={1，2，3，4，5}，然后根据集合混合运算的法则即可求解．

【解答】解：∵A={1，3}，B={3，5}，

∴A∪B={1，3，5}，

∵U={x∈N_+|x＜6}={1，2，3，4，5}，

∴C_U（A∪B）={2，4}，

故选：C．

【点评】本题考查了集合的基本运算，属于基础知识，注意细心运算．

2．（5分）不等式$\frac{x-3}{x+2}$＜0的解集为（　　）

A．{x|﹣2＜x＜3}　B．{x|x＜﹣2}　C．{x|x＜﹣2或x＞3}　D．{x|x＞3}

【考点】73：一元二次不等式及其应用．

【专题】11：计算题．

【分析】本题的方法是：要使不等式小于0即要分子与分母异号，得到一个一元二次不等式，讨论x的值即可得到解集．

【解答】解：∵$\frac{x-3}{x+2}<0$，得到（x－3）（x+2）＜0

即 x－3＞0 且 x+2＜0 解得：x＞3 且 x＜－2 所以无解；

或 x－3＜0 且 x+2＞0，解得－2＜x＜3，

所以不等式的解集为－2＜x＜3

故选：A．

【点评】本题主要考查学生求不等式解集的能力，是一道基础题．

3．（5 分）已知 sinα=$\frac{2}{3}$，则 cos（π－2α）=（　　）

A．$-\frac{\sqrt{5}}{3}$　　B．$-\frac{1}{9}$　　C．$\frac{1}{9}$　　D．$\frac{\sqrt{5}}{3}$

【考点】GO：运用诱导公式化简求值；GS：二倍角的三角函数．

【专题】11：计算题．

【分析】先根据诱导公式求得 cos（π－2a）=－cos2a 进而根据二倍角公式把 sinα 的值代入即可求得答案．

【解答】解：∵sina=$\frac{2}{3}$，

∴cos（π－2a）=－cos2a=－（1－$2\sin^2 a$）=－$\frac{1}{9}$．

故选：B．

【点评】本题考查了二倍角公式及诱导公式．考查了学生对三角函数基础公式的记忆．

4．（5 分）函数 $y=\frac{1+\ln(x-1)}{2}(x>1)$的反函数是（　　）

A．$y=e^{2x-1}-1$（x＞0）　　B．$y=e^{2x-1}+1$（x＞0）

C．$y=e^{2x-1}-1$（x∈R）　　D．$y=e^{2x-1}+1$（x∈R）

【考点】4H：对数的运算性质；4R：反函数．

【专题】11：计算题；16：压轴题．

【分析】从条件中$y=\frac{1+\ln(x-1)}{2}(x>1)$中反解出 x，再将 x，y 互换即得．解答本题首先熟悉反函数的概念，然后根据反函数求解三步骤：1、换：x、y 换位，2、解：解出 y，3、标：标出定义域，据此即可求得反函数．

【解答】解：由原函数解得

$x=e^{2y-1}+1$，

$\therefore f^{-1}(x)=e^{2x-1}+1$，

又 $x>1$，$\therefore x-1>0$；

$\therefore \ln(x-1)\in R$ $\therefore$ 在反函数中 $x\in R$，

故选：D．

【点评】求反函数，一般应分以下步骤：（1）由已知解析式 y=f（x）反求出 x=Φ（y）；（2）交换 x=Φ（y）中 x、y 的位置；（3）求出反函数的定义域（一般可通过求原函数的值域的方法求反函数的定义域）．

5．（5 分）若变量 x，y 满足约束条件$\begin{cases}x\geqslant -1\\ y\geqslant x\\ 3x+2y\leqslant 5\end{cases}$，则 z=2x+y 的最大值为（　　）

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

【考点】7C：简单线性规划．

【专题】31：数形结合．

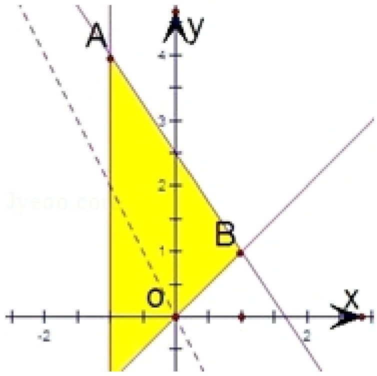
【分析】先根据约束条件画出可行域，设 z=2x+y，再利用 z 的几何意义求最值，只需求出直线 z=2x+y 过可行域内的点 B 时，从而得到 m 值即可．

【解答】解：作出可行域，作出目标函数线，

可得直线与 y=x 与 3x+2y=5 的交点为最优解点，

∴即为 B（1，1），当 x=1，y=1 时 $z_{max}=3$．

故选：C．



【点评】本题考查了线性规划的知识，以及利用几何意义求最值，属于基础题．

6．（5 分）如果等差数列$\{a_n\}$中，$a_3+a_4+a_5=12$，那么 $a_1+a_2+\dots+a_7=$（　　）

A．14　　B．21　　C．28　　D．35

【考点】83：等差数列的性质；85：等差数列的前 n 项和．

【分析】由等差数列的性质求解．

【解答】解：$a_3+a_4+a_5=3a_4=12$，$a_4=4$，

$\therefore a_1+a_2+\dots+a_7=\frac{7(a_1+a_7)}{2}=7a_4=28$

故选：C．

【点评】本题主要考查等差数列的性质．

7．（5 分）若曲线 $y=x^2+ax+b$ 在点（1，b）处的切线方程是 $x-y+1=0$，则（　　）

A．a=1，b=2　　B．a=－1，b=2　　C．a=1，b=－2　　D．a=－1，b=－2

【考点】6H：利用导数研究曲线上某点切线方程．

【专题】11：计算题；52：导数的概念及应用．

【分析】由 $y=x^2+ax+b$，知 $y'=2x+a$，再由曲线 $y=x^2+ax+b$ 在点（1，b）处的切线方程为 $x-y+1=0$，求出 a 和 b．

【解答】解：$\because y=x^2+ax+b$，

$\therefore y'=2x+a$，

$\because y'|_{x=1}=2+a$，

∴曲线 $y=x^2+ax+b$ 在点（1，b）处的切线方程为 $y-b=(2+a)(x-1)$，

∵曲线 $y=x^2+ax+b$ 在点（1，b）处的切线方程为 $x-y+1=0$，

∴$a=-1$，$b=2$.

故选：B.

【点评】本题考查利用导数求曲线上某点切线方程的应用，解题时要认真审题，仔细解答.

8．（5 分）已知三棱锥 S－ABC 中，底面 ABC 为边长等于 2 的等边三角形，SA 垂直于底面 ABC，SA=3，那么直线 AB 与平面 SBC 所成角的正弦值为（　　）

A．$\frac{\sqrt{3}}{4}$　　B．$\frac{\sqrt{5}}{4}$　　C．$\frac{\sqrt{7}}{4}$　　D．$\frac{3}{4}$

【考点】MI：直线与平面所成的角.

【专题】11：计算题.

【分析】由图，过 A 作 AE 垂直于 BC 交 BC 于 E，连接 SE，过 A 作 AF 垂直于 SE 交 SE 于 F，连 BF，由题设条件证出∠ABF 即所求线面角．由数据求出其正弦值.

【解答】解：过 A 作 AE 垂直于 BC 交 BC 于 E，连接 SE，过 A 作 AF 垂直于 SE 交 SE 于 F，连 BF，

∵正三角形 ABC，

∴E 为 BC 中点，

∵BC⊥AE，SA⊥BC，

∴BC⊥面 SAE，

∴BC⊥AF，AF⊥SE，

∴AF⊥面 SBC，

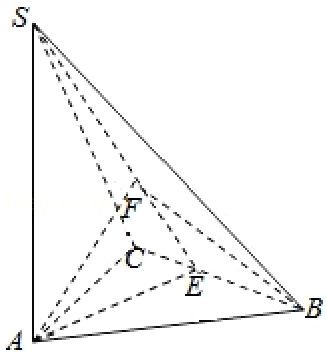
∵∠ABF 为直线 AB 与面 SBC 所成角，由正三角形边长 2，

∴$AE=\sqrt{3}$，AS=3，

∴$SE=2\sqrt{3}$，$AF=\frac{3}{2}$，

∴$\sin\angle ABF=\frac{3}{4}$.

故选：D.



【点评】本题考查了立体几何的线与面、面与面位置关系及直线与平面所成角.

9．（5 分）将标号为 1，2，3，4，5，6 的 6 张卡片放入 3 个不同的信封中，若每个信封放 2 张，其中标号为 1，2 的卡片放入同一信封，则不同的方法共有（　　）

A．12 种　　B．18 种　　C．36 种　　D．54 种

【考点】D9：排列、组合及简单计数问题.

【专题】11：计算题.

【分析】本题是一个分步计数问题，首先从 3 个信封中选一个放 1，2 有 3 种不同的选法，再从剩下的 4 个数中选两个放一个信封有 C_4^2，余下放入最后一个信封，根据分步计数原理得到结果.

【解答】解：由题意知，本题是一个分步计数问题，

∵先从 3 个信封中选一个放 1，2，有 C_3^1=3 种不同的选法；根据分组公式，其他四封信放入两个信封，每个信封两个有$\frac{C_4^2\cdot C_2^2}{A_2^2}\cdot A_2^2$=6 种放法，

∴共有 3×6×1=18.

故选：B.

【点评】本题考查分步计数原理，考查平均分组问题，是一个易错题，解题的关键是注意到第二步从剩下的 4 个数中选两个放到一个信封中，这里包含两个步骤，先平均分组，再排列.

10．（5 分）△ABC 中，点 D 在边 AB 上，CD 平分∠ACB，若$\overrightarrow{CB}=\vec{a}$，$\overrightarrow{CA}=\vec{b}$，$|\vec{a}|=1$，$|\vec{b}|=2$，则$\overrightarrow{CD}=$（　　）

A．$\frac{1}{3}\vec{a}+\frac{2}{3}\vec{b}$　　B．$\frac{2}{3}\vec{a}+\frac{1}{3}\vec{b}$　　C．$\frac{3}{5}\vec{a}+\frac{4}{5}\vec{b}$　　D．$\frac{4}{5}\vec{a}+\frac{3}{5}\vec{b}$

【考点】9B：向量加减混合运算．

【分析】由△ABC 中，点 D 在边 AB 上，CD 平分∠ACB，根据三角形内角平分线定理，我们易得到$\frac{BD}{AD}=\frac{BC}{AC}=\frac{1}{2}$，我们将$\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AD}$后，将各向量用$\vec{a}$，$\vec{b}$表示，即可得到答案．

【解答】解：∵CD 为角平分线，

∴$\frac{BD}{AD}=\frac{BC}{AC}=\frac{1}{2}$，

∵$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CB}-\overrightarrow{CA}=\vec{a}-\vec{b}$，

∴$\overrightarrow{AD}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}=\frac{2}{3}\vec{a}-\frac{2}{3}\vec{b}$，

∴$\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AD}=\vec{b}+\frac{2}{3}\vec{a}-\frac{2}{3}\vec{b}=\frac{2}{3}\vec{a}+\frac{1}{3}\vec{b}$

故选：B．

【点评】本题考查了平面向量的基础知识，解答的核心是三角形内角平分线定理，即若 AD 为三角形 ABC 的内角 A 的角平分线，则 AB：AC=BD：CD

11．（5 分）与正方体 ABCD－$A_1B_1C_1D_1$的三条棱 AB、CC_1、A_1D_1所在直线的距离相等的点（　　）

A．有且只有 1 个　B．有且只有 2 个　C．有且只有 3 个　D．有无数个

【考点】LO：空间中直线与直线之间的位置关系．

【专题】16：压轴题．

【分析】由于点 D、B_1显然满足要求，猜想 B_1D 上任一点都满足要求，然后想办法证明结论．

【解答】解：在正方体 ABCD－ $A_1B_1C_1D_1$ 上建立如图所示空间直角坐标系，

并设该正方体的棱长为 1，连接 B_1D，并在 B_1D 上任取一点 P，

因为$\overrightarrow{DB_1}$=（1，1，1），

所以设 P（a，a，a），其中 0≤a≤1.

作 PE⊥平面 A_1D，垂足为 E，再作 EF⊥A_1D_1，垂足为 F，

则 PF 是点 P 到直线 A_1D_1 的距离．

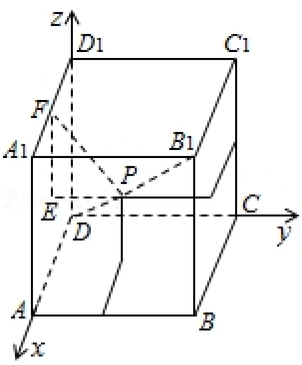
所以 PF=$\sqrt{a^2+(1-a)^2}$；

同理点 P 到直线 AB、CC_1 的距离也是$\sqrt{a^2+(1-a)^2}$.

所以 B_1D 上任一点与正方体 ABCD－ $A_1B_1C_1D_1$ 的三条棱 AB、CC_1、A_1D_1 所在直线的距离都相等，

所以与正方体 ABCD－ $A_1B_1C_1D_1$ 的三条棱 AB、CC_1、A_1D_1 所在直线的距离相等的点有无数个．

故选：D．



【点评】本题主要考查合情推理的能力及空间中点到线的距离的求法．

12．（5 分）已知椭圆 T：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（a＞b＞0）的离心率为$\frac{\sqrt{3}}{2}$，过右焦点 F 且斜率为 k（k＞0）的直线与 T 相交于 A，B 两点，若$\overline{AF}=3\overline{FB}$，则 k=（　　）

A．1　　B．$\sqrt{2}$　　C．$\sqrt{3}$　　D．2

【考点】KH：直线与圆锥曲线的综合．

【专题】11：计算题；16：压轴题．

【分析】设 A（x_1，y_1），B（x_2，y_2），根据$\overrightarrow{AF}=3\overrightarrow{FB}$求得 y_1 和 y_2 关系根据离心率设$a=2t$，$c=\sqrt{3}t$，b=t，代入椭圆方程与直线方程联立，消去 x，根据韦达定理表示出 y_1+y_2 和 y_1y_2，进而根据 y_1 和 y_2 关系求得 k．

【解答】解：A（x_1，y_1），B（x_2，y_2），

∵$\overrightarrow{AF}=3\overrightarrow{FB}$，∴$y_1=-3y_2$，

∵$e=\frac{\sqrt{3}}{2}$，设$a=2t$，$c=\sqrt{3}t$，b=t，

∴$x^2+4y^2-4t^2=0$①，

设直线 AB 方程为$x=sy+\sqrt{3}t$，代入①中消去 x，可得$(s^2+4)y^2+2\sqrt{3}sty-t^2=0$，

∴$y_1+y_2=-\frac{2\sqrt{3}st}{s^2+4}$，$y_1y_2=-\frac{t^2}{s^2+4}$，$-2y_2=-\frac{2\sqrt{3}st}{s^2+4}$，$-3y_2^2=-\frac{t^2}{s^2+4}$，

解得$s^2=\frac{1}{2}$，$k=\sqrt{2}$

故选：B．

【点评】本题主要考查了直线与圆锥曲线的综合问题．此类题问题综合性强，要求考生有较高地转化数学思想的运用能力，能将已知条件转化到基本知识的运用．

二、填空题（共 4 小题，每小题 5 分，满分 20 分）

13．（5 分）已知 α 是第二象限的角，tanα=$-\frac{1}{2}$，则 cosα=__$-\frac{2\sqrt{5}}{5}$__．

【考点】GG：同角三角函数间的基本关系．

【分析】根据$\tan\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$，以及 $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$ 可求出答案．

【解答】解：∵$\tan\alpha=-\frac{1}{2}=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$，∴$2\sin\alpha=-\cos\alpha$

又∵$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$，α 是第二象限的角

∴$\cos\alpha=-\frac{2\sqrt{5}}{5}$

故答案为：$-\frac{2\sqrt{5}}{5}$

【点评】本题考查了同角三角函数的基础知识．

14．（5 分）$(x+\frac{1}{x})^9$展开式中 x^3 的系数是__84__．（用数字作答）

【考点】DA：二项式定理．

【分析】本题考查二项式定理的展开式，解题时需要先写出二项式定理的通项 T_{r+1}，因为题目要求展开式中 x^3 的系数，所以只要使 x 的指数等于 3 就可以，用通项可以解决二项式定理的一大部分题目．

【解答】解：写出$(x+\frac{1}{x})^9$通项$C_9^r x^{9-r}(\frac{1}{x})^r=C_9^r x^{9-2r}$，

∵要求展开式中 x^3 的系数

∴令 9－ 2r=3 得 r=3，

∴$C_9^3=84$

故答案为：84．

【点评】本题是一个二项展开式的特定项的求法．解本题时容易公式记不清楚导致计算错误，所以牢记公式．它是经常出现的一个客观题．

15．（5 分）已知抛物线 C：$y^2=2px$（p＞0）的准线 l，过 M（1，0）且斜率为$\sqrt{3}$的直线与 l 相交于 A，与 C 的一个交点为 B，若$\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{MB}$，则 p=__2__．

【考点】K8：抛物线的性质．

【专题】11：计算题；16：压轴题．

【分析】设直线 AB 的方程与抛物线方程联立消去 y 得 $3x^2+(-6-2p)x+3=0$，进而根据$\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{MB}$，可知 M 为 A、B 的中点，

可得 p 的关系式，解方程即可求得 p．

【解答】解：设直线 AB：$y=\sqrt{3}x-\sqrt{3}$，代入 $y^2=2px$ 得 $3x^2+(-6-2p)x+3=0$，

又∵$\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{MB}$，即 M 为 A、B 的中点，

∴$x_B+\left(-\frac{p}{2}\right)=2$，即 $x_B=2+\frac{p}{2}$，

得 $p^2+4P-12=0$，

解得 $p=2$，$p=-6$（舍去）

故答案为：2

【点评】本题考查了抛物线的几何性质．属基础题．

16．（5 分）已知球 O 的半径为 4，圆 M 与圆 N 为该球的两个小圆，AB 为圆 M 与圆 N 的公共弦，AB=4，若 OM=ON=3，则两圆圆心的距离 MN=__3__．

【考点】JE：直线和圆的方程的应用；ND：球的性质．

【专题】11：计算题；16：压轴题．

【分析】根据题意画出图形，欲求两圆圆心的距离，将它放在与球心组成的三角形 MNO 中，只要求出球心角即可，通过球的性质构成的直角三角形即可解得．

【解答】解法一：∵ON=3，球半径为 4，

∴小圆 N 的半径为$\sqrt{7}$，

∵小圆 N 中弦长 AB=4，作 NE 垂直于 AB，

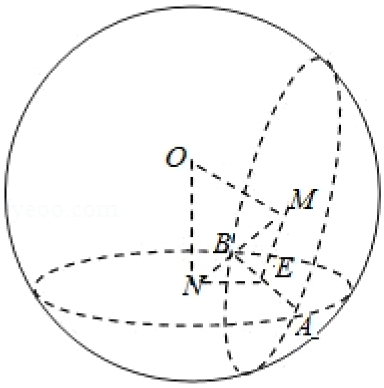
∴NE=$\sqrt{3}$，同理可得 ME=$\sqrt{3}$，在直角三角形 ONE 中，

∵NE=$\sqrt{3}$，ON=3，

∴$\angle EON=\frac{\pi}{6}$，

∴$\angle MON=\frac{\pi}{3}$，

∴MN=3．



故填：3．

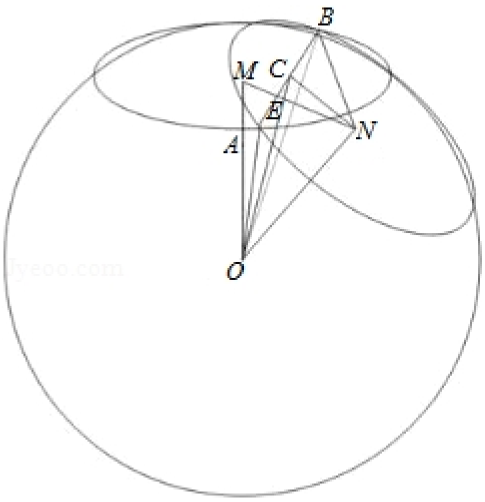
解法二：如下图：设 AB 的中点为 C，则 OC 与 MN 必相交于 MN 中点为 E，因为 OM=ON=3，

故小圆半径 NB 为$\sqrt{4^2-3^2}=\sqrt{7}$

C 为 AB 中点，故 CB=2；所以 NC=$\sqrt{\sqrt{7}^2-2^2}=\sqrt{3}$，

∵△ONC 为直角三角形，NE 为△ONC 斜边上的高，OC=$\sqrt{4^2-2^2}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$

∴MN=2EN=2•CN•$\frac{ON}{CO}$=2×$\sqrt{3}$×$\frac{3}{2\sqrt{3}}$=3



故填：3．

【点评】本题主要考查了点、线、面间的距离计算，还考查球、直线与圆的基础知识，考查空间想象能力、运算能力和推理论证能力，属于基础题．

三、解答题（共 6 小题，满分 70 分）

17．（10 分）△ABC 中，D 为边 BC 上的一点，BD=33，sinB=$\frac{5}{13}$，cos∠ADC=$\frac{3}{5}$，

求 AD．

【考点】GG：同角三角函数间的基本关系；HP：正弦定理．

【分析】先由 $\cos\angle ADC=\frac{3}{5}$确定角 ADC 的范围，因为$\angle BAD=\angle ADC-B$ 所以可求其正弦值，最后由正弦定理可得答案．

【解答】解：由 $\cos\angle ADC=\frac{3}{5}>0$，则$\angle ADC<\frac{\pi}{2}$，

又由知 $B<\angle ADC$ 可得 $B<\frac{\pi}{2}$，

由 $\sin B=\frac{5}{13}$，可得 $\cos B=\frac{12}{13}$，

又由 $\cos\angle ADC=\frac{3}{5}$，可得 $\sin\angle ADC=\frac{4}{5}$．

从而 $\sin\angle BAD=\sin(\angle ADC-B)=\sin\angle ADC\cos B-\cos\angle ADC\sin B=\frac{4}{5}\times\frac{12}{13}-\frac{3}{5}\times\frac{5}{13}=\frac{33}{65}$．

由正弦定理得$\frac{AD}{\sin B}=\frac{BD}{\sin\angle BAD}$，

所以 $AD=\frac{BD\cdot\sin B}{\sin\angle BAD}=\frac{33\times\frac{5}{13}}{\frac{33}{65}}=25$．

【点评】三角函数与解三角形的综合性问题，是近几年高考的热点，在高考试题中频繁出现．这类题型难度比较低，一般出现在 17 或 18 题，属于送分题，估计以后这类题型仍会保留，不会有太大改变．解决此类问题，要根据已知条件，灵活运用正弦定理或余弦定理，求边角或将边角互化．

18．（12 分）已知$\{a_n\}$是各项均为正数的等比数列 $a_1+a_2=2\left(\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}\right)$，$a_3+a_4+a_5=64\left(\frac{1}{a_3}+\frac{1}{a_4}+\frac{1}{a_5}\right)$

（Ⅰ）求$\{a_n\}$的通项公式；

（Ⅱ）设 $b_n=\left(a_n+\frac{1}{a_n}\right)^2$，求数列$\{b_n\}$的前 n 项和 T_n．

【考点】88：等比数列的通项公式；8E：数列的求和．

【专题】11：计算题.

【分析】（1）由题意利用等比数列的通项公式建立首项 a_1 与公比 q 的方程，然后求解即可

（2）由 b_n 的定义求出通项公式，在由通项公式，利用分组求和法即可求解

【解答】解：（1）设正等比数列 $\{a_n\}$ 首项为 a_1，公比为 q，由题意得：

$$\begin{cases} a_1(1+q)=2\cdot\frac{1}{a_1}\cdot\frac{1}{q}(1+q) \\ a_1q^2(1+q+q^2)=64\cdot\frac{1}{a_1q^4}(1+q+q^2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1^2q=2 \\ a_1^2q^6=64 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1=1 \\ q=2 \end{cases} \therefore a_n=2^{n-1}$$ （6 分）

（2） $b_n=\left(2^{n-1}+\frac{1}{2^{n-1}}\right)^2=4^{n-1}+\left(\frac{1}{4}\right)^{n-1}+2$

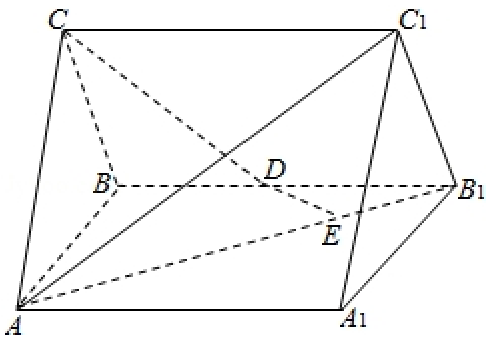
$\therefore b_n$ 的前 n 项和 $T_n=\frac{1(1-4^n)}{1-4}+\frac{1\left(1-\frac{1}{4^n}\right)}{1-\frac{1}{4}}+2n=\frac{1}{3}\cdot4^n-\frac{4}{3}\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^n+2n+1$（12 分）

【点评】（1）此问重基础及学生的基本运算技能（2）此处重点考查了高考常考的数列求和方法之一的分组求和，及指数的基本运算性质

19．（12 分）如图，直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，AC=BC，AA_1=AB，D 为 BB_1 的中点，E 为 AB_1 上的一点，$AE=3EB_1$.

（Ⅰ）证明：DE 为异面直线 AB_1 与 CD 的公垂线；

（Ⅱ）设异面直线 AB_1 与 CD 的夹角为 45°，求二面角 $A_1-AC_1-B_1$ 的大小.



【考点】LM：异面直线及其所成的角；LQ：平面与平面之间的位置关系.

【专题】11：计算题；14：证明题.

【分析】（1）欲证 DE 为异面直线 AB_1 与 CD 的公垂线，即证 DE 与异面直线 AB_1 与 CD 垂直相交即可；

（2）将 AB_1 平移到 DG，故∠CDG 为异面直线 AB_1 与 CD 的夹角，作 $HK\perp AC_1$，K 为垂足，连接 B_1K，由三垂线定理，得 $B_1K\perp AC_1$，因此 $\angle B_1KH$ 为二面角 $A_1-AC_1-B_1$ 的平面角，在三角形 B_1KH 中求出此角即可.

【解答】解：（1）连接 A_1B，记 A_1B 与 AB_1 的交点为 F.

因为面 AA_1BB_1 为正方形，故 $A_1B\perp AB_1$，且 $AF=FB_1$，

又 $AE=3EB_1$，所以 $FE=EB_1$，

又 D 为 BB_1 的中点，

故 DE∥BF，$DE\perp AB_1$.

作 CG⊥AB，G 为垂足，由 AC=BC 知，G 为 AB 中点.

又由底面 ABC⊥面 AA_1B_1B．连接 DG，则 $DG\parallel AB_1$，

故 DE⊥DG，由三垂线定理，得 DE⊥CD.

所以 DE 为异面直线 AB_1 与 CD 的公垂线.

（2）因为 $DG\parallel AB_1$，故∠CDG 为异面直线 AB_1 与 CD 的夹角，∠CDG=45°

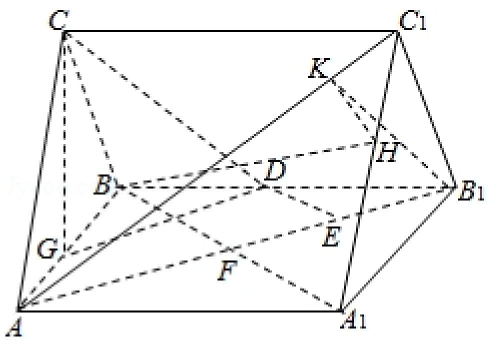
设 AB=2，则 $AB_1=2\sqrt{2}$，$DG=\sqrt{2}$，$CG=\sqrt{2}$，$AC=\sqrt{3}$.

作 $B_1H\perp A_1C_1$，H 为垂足，因为底面 $A_1B_1C_1\perp$面 AA_1CC_1，故 $B_1H\perp$面 AA_1C_1C．又作 $HK\perp AC_1$，K 为垂足，连接 B_1K，由三垂线定理，得 $B_1K\perp AC_1$，因此$\angle B_1KH$ 为二面角 $A_1-AC_1-B_1$ 的平面角.

$B_1H=\frac{2\sqrt{6}}{3}$，$C_1H=\frac{\sqrt{3}}{3}$，$AC_1=\sqrt{7}$，$HK=\frac{2\sqrt{21}}{21}$

$\tan\angle B_1KH=\sqrt{14}$，

∴二面角 $A_1-AC_1-B_1$ 的大小为 $\arctan\sqrt{14}$.

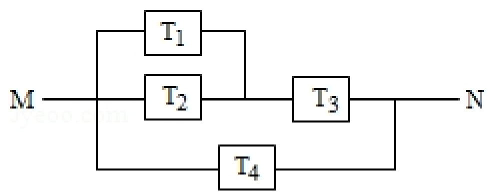


【点评】本试题主要考查空间的线面关系与空间角的求解，考查考生的空间想象与推理计算的能力．三垂线定理是立体几何的最重要定理之一，是高考的热点，它是处理线线垂直问题的有效方法，同时它也是确定二面角的平面角的主要手段．通过引入空间向量，用向量代数形式来处理立体几何问题，淡化了传统几何中的“形”到“形”的推理方法，从而降低了思维难度，使解题变得程序化，这是用向量解立体几何问题的独到之处．

20．（12 分）如图，由 M 到 N 的电路中有 4 个元件，分别标为 T_1，T_2，T_3，T_4，电流能通过 T_1，T_2，T_3 的概率都是 P，电流能通过 T_4 的概率是 0.9，电流能否通过各元件相互独立．已知 T_1，T_2，T_3 中至少有一个能通过电流的概率为 0.999
．

（Ⅰ）求 P；

（Ⅱ）求电流能在 M 与 N 之间通过的概率．



【考点】C5：互斥事件的概率加法公式；C8：相互独立事件和相互独立事件的概率乘法公式．

【专题】11：计算题．

【分析】（1）设出基本事件，将要求事件用基本事件的来表示，将 T1，T2，T3 至少有一个能通过电流用基本事件表示并求出概率即可求得 p．

（Ⅱ）根据题意，B 表示事件：电流能在 M 与 N 之间通过，根据电路图，可得 $B=A_4+(1-A_4)A_1A_3+(1-A_4)(1-A_1)A_2A_3$，由互斥事件的概率公式，代入数据计算可得答案．

【解答】解：（Ⅰ）根据题意，记电流能通过 T_i 为事件 A_i，i=1、2、3、4，

A 表示事件：T_1，T_2，T_3，中至少有一个能通过电流，

易得 A_1，A_2，A_3 相互独立，且 $\overline{A}=\overline{A_1}\cdot\overline{A_2}\cdot\overline{A_3}$，

$P(\overline{A})=(1-p)^3=1-0.999=0.001$，

计算可得，$p=0.9$；

（Ⅱ）根据题意，B 表示事件：电流能在 M 与 N 之间通过，

有 $B=A_4+(1-A_4)A_1A_3+(1-A_4)(1-A_1)A_2A_3$，

则 $P(B)=P(A_4+(1-A_4)A_1A_3+(1-A_4)(1-A_1)A_2A_3)$

$=0.9+0.1\times0.9\times0.9+0.1\times0.1\times0.9\times0.9$

$=0.9891$．

【点评】本题考查了概率中的互斥事件、对立事件及独立事件的概率，注意先明确事件之间的关系，进而选择对应的公式来计算．

21．（12 分）已知函数 $f(x)=-x^2+ax+1-\ln x$．

（Ⅰ）当 $a=3$ 时，求函数 $f(x)$ 的单调递增区间；

（Ⅱ）若 $f(x)$ 在区间 $(0,\frac{1}{2})$ 上是减函数，求实数 a 的取值范围．

【考点】3D：函数的单调性及单调区间；3E：函数单调性的性质与判断．

【专题】16：压轴题．

【分析】（1）求单调区间，先求导，令导函数大于等于 0 即可．

（2）已知 $f(x)$ 在区间 $(0,\frac{1}{2})$ 上是减函数，即 $f'(x)\leqslant0$ 在区间 $(0,\frac{1}{2})$ 上恒成立，然后用分离参数求最值即可．

【解答】解：（Ⅰ）当 $a=3$ 时，$f(x)=-x^2+3x+1-\ln x$

$\therefore f'(x)=-2x+3-\frac{1}{x}=\frac{-(2x^2-3x+1)}{x}$

解 $f'(x)>0$，

即：$2x^2-3x+1<0$

函数 $f(x)$ 的单调递增区间是 $(\frac{1}{2},1)$．

（Ⅱ）$f'(x)=-2x+a-\frac{1}{x}$，

∵f（x）在 $(0,\frac{1}{2})$ 上为减函数，

∴x∈ $(0,\frac{1}{2})$ 时−2x+a−$\frac{1}{x}$≤0 恒成立.

即 a≤2x+$\frac{1}{x}$恒成立.

设 $g(x)=2x+\frac{1}{x}$，则 $g'(x)=2-\frac{1}{x^2}$

∵x∈ $(0,\frac{1}{2})$ 时，$\frac{1}{x^2}>4$，

∴g′（x）＜0，

∴g（x）在 $(0,\frac{1}{2})$ 上递减，

∴g（x）＞g（$\frac{1}{2}$）=3，

∴a≤3.

【点评】本题考查函数单调性的判断和已知函数单调性求参数的范围，此类问题一般用导数解决，综合性较强.

22．（12 分）已知斜率为 1 的直线 l 与双曲线 C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,\ b>0)$相交于 B、D 两点，且 BD 的中点为 M（1，3）.

（Ⅰ）求 C 的离心率；

（Ⅱ）设 C 的右顶点为 A，右焦点为 F，|DF|•|BF|=17，证明：过 A、B、D 三点的圆与 x 轴相切.

【考点】J9：直线与圆的位置关系；KC：双曲线的性质；KH：直线与圆锥曲线的综合.

【专题】11：计算题；14：证明题；16：压轴题.

【分析】（Ⅰ）由直线过点（1，3）及斜率可得直线方程，直线与双曲线交于 BD 两点的中点为（1，3），可利用直线与双曲线消元后根据中点坐标公式找出 a，b 的关系式即求得离心率.

（Ⅱ）利用离心率将条件|FA||FB|=17，用含 a 的代数式表示，即可求得 a，则 A 点坐标可得（1，0），由于 A 在 x 轴上所以，只要证明 2AM=BD 即证得.

【解答】解：（Ⅰ）由题设知，l 的方程为：$y=x+2$，代入 C 的方程，并化简，

得（b^2-a^2）$x^2-4a^2x-a^2b^2-4a^2=0$，

设 B（x_1，y_1），D（x_2，y_2），则 $x_1+x_2=\frac{4a^2}{b^2-a^2}$，$x_1x_2=-\frac{4a^2+a^2b^2}{b^2-a^2}$，①

由 M（1，3）为 BD 的中点知 $\frac{x_1+x_2}{2}=1$．

故 $\frac{1}{2}\times\frac{4a^2}{b^2-a^2}=1$，即 $b^2=3a^2$，②

故 $c=\sqrt{a^2+b^2}=2a$，

∴C 的离心率 $e=\frac{c}{a}=2$．

（Ⅱ）由①②知，C 的方程为：$3x^2-y^2=3a^2$，A（a，0），F（2a，0），

$x_1+x_2=2$，$x_1x_2=-\frac{4+3a^2}{2}$．

故不妨设 $x_1\leqslant-a$，$x_2\geqslant a$，

$|BF|=\sqrt{(x_1-2a)^2+y_1^2}=a-2x_1$，$|FD|=\sqrt{(x_2-2a)^2+y_2^2}=2x_2-a$，

$|BF|\bullet|FD|=(a-2x_1)(2x_2-a)=-4x_1x_2+2a(x_1+x_2)-a^2=5a^2+4a+8$．

又 $|BF|\bullet|FD|=17$，故 $5a^2+4a+8=17$．

解得 $a=1$，或 $a=-\frac{9}{5}$（舍去），

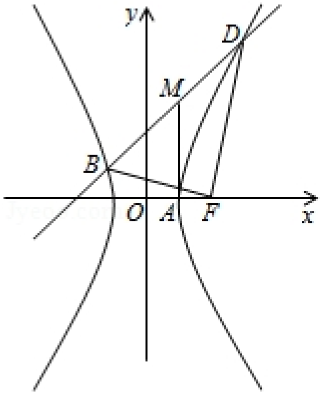
故 $|BD|=\sqrt{2}|x_1-x_2|=\sqrt{2}\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}=6$，

连接 MA，则由 A（1，0），M（1，3）知 $|MA|=3$，

从而 MA=MB=MD，且 MA⊥x 轴，

因此以 M 为圆心，MA 为半径的圆经过 A、B、D 三点，且在点 A 处与 x 轴相切，

所以过 A、B、D 三点的圆与 x 轴相切．



【点评】本题考查了圆锥曲线、直线与圆的知识，考查学生运用所学知识解决问题的能力．