2022年普通高等学校招生全国统一考试

（新高考全国Ⅱ卷）数学

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上.

2．答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑.如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号.回答非选择题时，将答案写在答题卡上.写在本试卷上无效.

3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回.

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

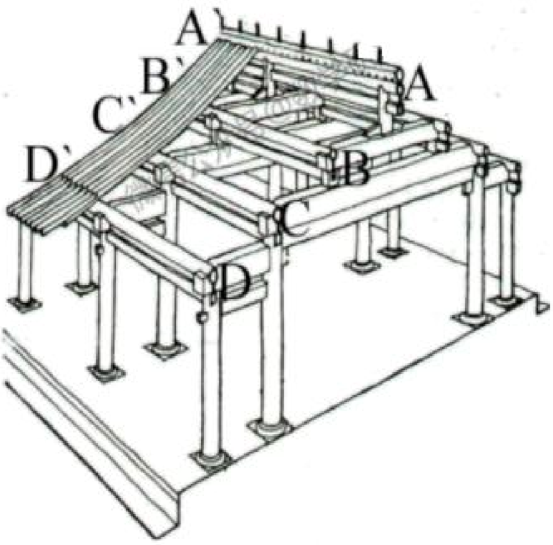
1. 已知集合 $A=\{-1,1,2,4\},B=\{x\,||x-1|\le 1\}$，则 $A\cap B=$（　　）

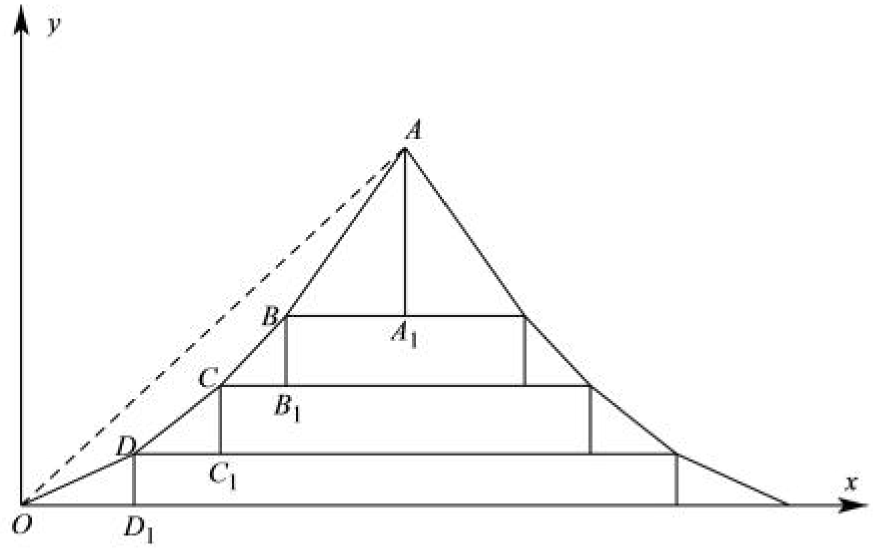
A. $\{-1,2\}$　　B. $\{1,2\}$　　C. $\{1,4\}$　　D. $\{-1,4\}$

2. $(2+2\mathrm{i})(1-2\mathrm{i})=$（　　）

A. $-2+4\mathrm{i}$　　B. $-2-4\mathrm{i}$　　C. $6+2\mathrm{i}$　　D. $6-2\mathrm{i}$

3. 中国的古建筑不仅是挡风遮雨的住处，更是美学和哲学的体现．如图是某古建筑物的剖面图，DD_1,CC_1,BB_1,AA_1 是举，OD_1,DC_1,CB_1,BA_1 是相等的步，相邻桁的举步之比分别为 $\frac{DD_1}{OD_1}=0.5,\frac{CC_1}{DC_1}=k_1,\frac{BB_1}{CB_1}=k_2,\frac{AA_1}{BA_1}=k_3$，若 k_1,k_2,k_3 是公差为0.1的等差数列，且直线 OA 的斜率为0.725，则 $k_3=$（　　）





A. 0.75　　B. 0.8　　C. 0.85　　D. 0.9

4. 已知$\vec{a}=(3,4),\vec{b}=(1,0),\vec{c}=\vec{a}+t\vec{b}$，若$<\vec{a},\vec{c}>=<\vec{b},\vec{c}>$，则$t=$（　　）

A. -6　　B. -5　　C. 5　　D. 6

5. 有甲乙丙丁戊 5 名同学站成一排参加文艺汇演，若甲不站在两端，丙和丁相邻的不同排列方式有多少种（　　）

A. 12 种　　B. 24 种　　C. 36 种　　D. 48 种

6. 角α,β满足$\sin(\alpha+\beta)+\cos(\alpha+\beta)=2\sqrt{2}\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)\sin\beta$，则（　　）

A．$\tan(\alpha+\beta)=1$　　B. $\tan(\alpha+\beta)=-1$

C. $\tan(\alpha-\beta)=1$　　D. $\tan(\alpha-\beta)=-1$

7. 正三棱台高为 1，上下底边长分别为$3\sqrt{3}$和$4\sqrt{3}$，所有顶点在同一球面上，则球的表面积是（　　）

A. 100π　　B. 128π　　C. 144π　　D. 192π

8. 若函数$f(x)$的定义域为**R**，且$f(x+y)+f(x-y)=f(x)f(y),f(1)=1$，则$\sum_{k=1}^{22}f(k)=$（　　）

A. -3　　B. -2　　C. 0　　D. 1

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分.

9. 函数$f(x)=\sin(2x+\varphi)(0<\varphi<\pi)$的图象以$\left(\frac{2\pi}{3},0\right)$中心对称，则（　　）

A. $y=f(x)$ 在$\left(0,\dfrac{5\pi}{12}\right)$单调递减

B. $y=f(x)$ 在$\left(-\dfrac{\pi}{12},\dfrac{11\pi}{12}\right)$有 2 个极值点

C. 直线$x=\dfrac{7\pi}{6}$是一条对称轴

D. 直线$y=\dfrac{\sqrt{3}}{2}-x$是一条切线

10. 已知 O 为坐标原点，过抛物线$C:y^2=2px(p>0)$的焦点 F 的直线与 C 交于 A，B 两点，点 A 在第一象限，点$M(p,0)$，若$|AF|=|AM|$，则（　　）

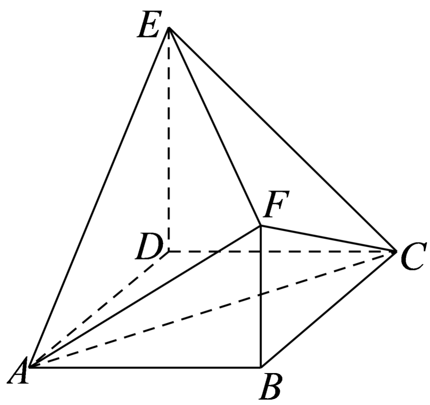
A. 直线 AB 的斜率为$2\sqrt{6}$

B. $|OB|=|OF|$

C. $|AB|>4|OF|$

D. $\angle OAM+\angle OBM<180°$

11. 如图，四边形 $ABCD$ 为正方形，$ED\perp$平面 $ABCD$，$FB/\!/ED,AB=ED=2FB$，记三棱锥 $E-ACD$，$F-ABC$，$F-ACE$ 的体积分别为V_1,V_2,V_3，则（　　）



A. $V_3=2V_2$

B. $V_3=2V_1$

C. $V_3=V_1+V_2$

D. $2V_3=3V_1$

12. 对任意 x，y，$x^2+y^2-xy=1$，则（　　）

A. $x+y\le 1$

B. $x+y\ge -2$

C. $x^2+y^2\le 2$

D. $x^2+y^2\ge 1$

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 已知随机变量 X 服从正态分布 $N\left(2,\sigma^2\right)$，且 $P(2<X\le 2.5)=0.36$，则 $P(X>2.5)=$____________.

14. 写出曲线 $y=\ln|x|$ 过坐标原点的切线方程：____________，____________.

15. 已知点 $A(-2,3),B(0,a)$，若直线 AB 关于 $y=a$ 的对称直线与圆 $(x+3)^2+(y+2)^2=1$ 存在公共点，则实数 a 的取值范围为________.

16. 已知椭圆 $\frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{3}=1$，直线 l 与椭圆在第一象限交于 A，B 两点，与 x 轴，y 轴分别交于 M，N 两点，且 $|MA|=|NB|,|MN|=2\sqrt{3}$，则直线 l 的方程为___________.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤．

17. 已知 $\left\{a_n\right\}$ 为等差数列，$\left\{b_n\right\}$ 是公比为 2 的等比数列，且 $a_2-b_2=a_3-b_3=b_4-a_4$.

（1）证明：$a_1=b_1$；

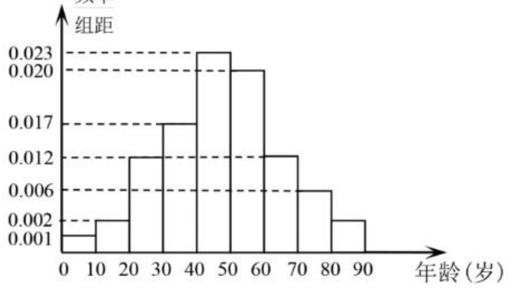
（2）求集合 $\left\{k\middle|b_k=a_m+a_1,1\le m\le 500\right\}$ 中元素个数.

18. 记 $\triangle ABC$ 的三个内角分别为 A，B，C，其对边分别为 a，b，c，分别以 a，b，c 为边长的三个正三角形的面积依次为 S_1,S_2,S_3，已知 $S_1-S_2+S_3=\frac{\sqrt{3}}{2},\sin B=\frac{1}{3}$.

（1）求 $\triangle ABC$ 的面积；

（2）若 $\sin A\sin C=\frac{\sqrt{2}}{3}$，求 b.

19. 在某地区进行流行病调查，随机调查了 100 名某种疾病患者的年龄，得到如下的样本数据频率分布直方图.



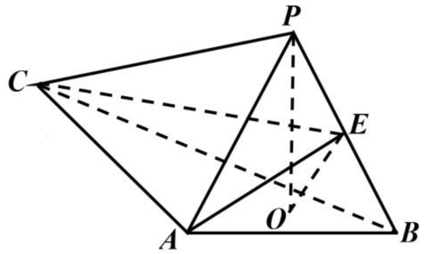
（1）估计该地区这种疾病患者的平均年龄（同一组中的数据用该组区间的中点值作代表）；

（2）估计该地区一人患这种疾病年龄在区间 $[20,70)$ 的概率；

（3）已知该地区这种疾病的患病率为 0.1%，该地区年龄位于区间 $[40,50)$ 的人口占该地区总人口的 16%，从该地区任选一人，若此人年龄位于区间 $[40,50)$，求此人患该种疾病的概率.（样本数据中的患者年龄位

于各区间的频率作为患者年龄位于该区间的概率，精确到 0.0001）

20. 如图，PO 是三棱锥 $P-ABC$ 的高，$PA=PB$，$AB\perp AC$，E 是 PB 的中点.



（1）求证：$OE//$ 平面 PAC；

（2）若 $\angle ABO=\angle CBO=30^{\circ}$，$PO=3$，$PA=5$，求二面角 $C-AE-B$ 的正弦值.

21. 设双曲线 $C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的右焦点为 $F(2,0)$，渐近线方程为 $y=\pm\sqrt{3}x$.

（1）求 C 的方程；

（2）过 F 的直线与 C 的两条渐近线分别交于 A，B 两点，点 $P\left(x_1,y_1\right),Q\left(x_2,y_2\right)$ 在 C 上，且 $x_1>x_2>0,y_1>0$. 过 P 且斜率为 $-\sqrt{3}$ 的直线与过 Q 且斜率为 $\sqrt{3}$ 的直线交于点 M，请从下面①②③中选取两个作为条件，证明另外一个条件成立：

①M 在 AB 上；②$PQ//AB$；③$|MA|=|MB|$.

注：若选择不同的组合分别解答，则按第一个解答计分.

22. 已知函数 $f(x)=x\mathrm{e}^{ax}-\mathrm{e}^{x}$.

（1）当 $a=1$ 时，讨论 $f(x)$ 的单调性；

（2）当 $x>0$ 时，$f(x)<-1$，求 a 的取值范围；

（3）设 $n\in\mathbf{N}^{*}$，证明：$\dfrac{1}{\sqrt{1^2+1}}+\dfrac{1}{\sqrt{2^2+2}}+\cdots+\dfrac{1}{\sqrt{n^2+n}}>\ln(n+1)$.