2013年全国统一高考数学试卷（文科）（新课标Ⅱ）

\一、选择题：本大题共12小题．每小题5分，在每个小题给出的四个选项中，只有一项是符合要求的．

1．（5分）已知集合 $M=\{x|-3<x<1，x\in R\}$，$N=\{-3，-2，-1，0，1\}$，则 $M\cap N=$（　　）

A．$\{-2，-1，0，1\}$　　B．$\{-3，-2，-1，0\}$

C．$\{-2，-1，0\}$　　D．$\{-3，-2，-1\}$

2．（5分）$|\frac{2}{1+i}|=$（　　）

A．$2\sqrt{2}$　　B．2　　C．$\sqrt{2}$　　D．1

3．（5分）设x，y满足约束条件 $\begin{cases}x-y+1\geqslant 0\\x+y+1\geqslant 0\\x\leqslant 3\end{cases}$，则 $z=2x-3y$ 的最小值是（　　）

A．-7　　B．-6　　C．-5　　D．-3

4．（5分）△ABC的内角A，B，C的对边分别为a，b，c，已知 $b=2$，$B=\frac{\pi}{6}$，$C=\frac{\pi}{4}$，则△ABC的面积为（　　）

A．$2\sqrt{3}+2$　　B．$\sqrt{3}+1$　　C．$2\sqrt{3}-2$　　D．$\sqrt{3}-1$

5．（5分）设椭圆C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>b>0$）的左、右焦点分别为 F_1、F_2，P是C上的点 $PF_2\perp F_1F_2$，$\angle PF_1F_2=30°$，则C的离心率为（　　）

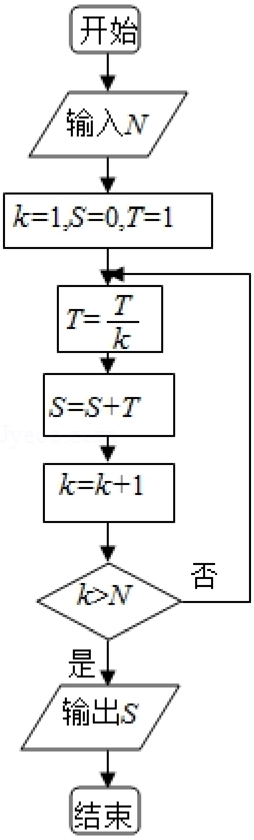
A．$\frac{\sqrt{6}}{6}$　　B．$\frac{1}{3}$　　C．$\frac{1}{2}$　　D．$\frac{\sqrt{3}}{3}$

6．（5分）已知 $\sin 2\alpha=\frac{2}{3}$，则 $\cos^2(\alpha+\frac{\pi}{4})=$（　　）

A．$\frac{1}{6}$　　B．$\frac{1}{3}$　　C．$\frac{1}{2}$　　D．$\frac{2}{3}$

7．（5分）执行如图的程序框图，如果输入的N=4，那么输出的S=（　　）

关注公众号”一个高中僧“获取更多高中资料



A．$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}$

B．$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3\times2}+\frac{1}{4\times3\times2}$

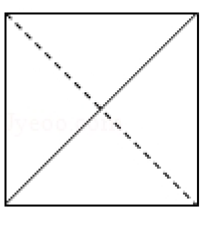
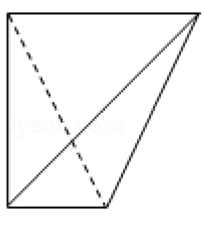
C．$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}$

D．$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3\times2}+\frac{1}{4\times3\times2}+\frac{1}{5\times4\times3\times2}$

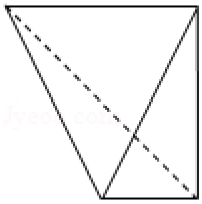
8．（5 分）设 $a=\log_3 2$，$b=\log_5 2$，$c=\log_2 3$，则（　　）

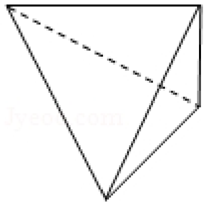
A．a＞c＞b　　B．b＞c＞a　　C．c＞a＞b　　D．c＞b＞a

9．（5 分）一个四面体的顶点在空间直角坐标系 O﹣xyz 中的坐标分别是（1，0，1），（1，1，0），（0，1，1），（0，0，0），画该四面体三视图中的正视图时，以 zOx 平面为投影面，则得到正视图可以为（　　）

A．　　B．

关注公众号”一个高中僧“获取更多高中资料

C. 

D. 

10. （5 分）设抛物线 C：$y^2=4x$ 的焦点为 F，直线 l 过 F 且与 C 交于 A，B 两点．若|AF|=3|BF|，则 l 的方程为（　　）

A．$y=x-1$ 或 $y=-x+1$　　B．$y=\frac{\sqrt{3}}{3}(x-1)$ 或 $y=-\frac{\sqrt{3}}{3}(x-1)$

C．$y=\sqrt{3}(x-1)$ 或 $y=-\sqrt{3}(x-1)$　　D．$y=\frac{\sqrt{2}}{2}(x-1)$ 或 $y=-\frac{\sqrt{2}}{2}(x-1)$

11. （5 分）已知函数 $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$，下列结论中错误的是（　　）

A．$\exists x_0\in R$，$f(x_0)=0$

B．函数 $y=f(x)$ 的图象是中心对称图形

C．若 x_0 是 $f(x)$ 的极小值点，则 $f(x)$ 在区间 $(-\infty, x_0)$ 上单调递减

D．若 x_0 是 $f(x)$ 的极值点，则 $f'(x_0)=0$

12. （5 分）若存在正数 x 使 $2^x(x-a)<1$ 成立，则 a 的取值范围是（　　）

A．$(-\infty, +\infty)$　B．$(-2, +\infty)$　C．$(0, +\infty)$　D．$(-1, +\infty)$

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 4 分．

13. （4 分）从 1，2，3，4，5 中任意取出两个不同的数，其和为 5 的概率是_______．

14. （4 分）已知正方形 ABCD 的边长为 2，E 为 CD 的中点，则 $\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{BD}$=_______．

15. （4 分）已知正四棱锥 O－ABCD 的体积为$\frac{3\sqrt{2}}{2}$，底面边长为$\sqrt{3}$，则以 O 为球心，OA 为半径的球的表面积为_______．

16. （4 分）函数 $y=\cos(2x+\phi)$ $(-\pi\leqslant\phi<\pi)$ 的图象向右平移$\frac{\pi}{2}$个单位后，与函数 $y=\sin(2x+\frac{\pi}{3})$ 的图象重合，则 φ=_______．

关注公众号"一个高中僧"获取更多高中资料

三、解答题：解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

17. （12分）已知等差数列$\{a_n\}$的公差不为零，$a_1=25$，且a_1，a_{11}，a_{13}成等比数列.

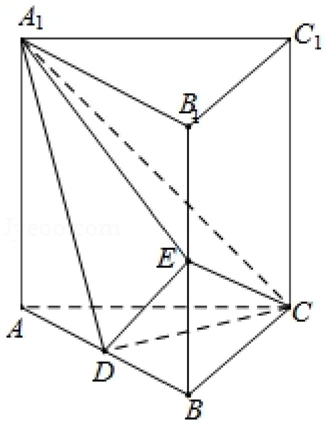
（Ⅰ）求$\{a_n\}$的通项公式；

（Ⅱ）求$a_1+a_4+a_7+\ldots+a_{3n-2}$.

18. （12分）如图，直三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，D，E分别是AB，BB_1的中点

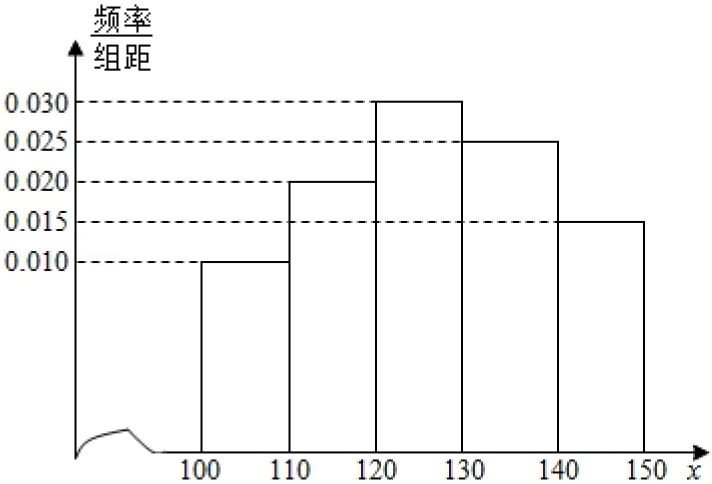
（Ⅰ）证明：BC_1∥平面A_1CD；

（Ⅱ）$AA_1=AC=CB=2$，$AB=2\sqrt{2}$，求三棱锥$C-A_1DE$的体积.



关注公众号”一个高中僧“获取更多高中资料

19．（12 分）经销商经销某种农产品，在一个销售季度内，每售出 1t 该产品获利润 500 元，未售出的产品，每 1t 亏损 300 元．根据历史资料，得到销售季度内市场需求量的频率分布直方图，如图所示．经销商为下一个销售季度购进了 130t 该农产品．以 X（单位：t，100≤X≤150）表示下一个销售季度内的市场需求量，T（单位：元）表示下一个销售季度内经销该农产品的利润．



（Ⅰ）将 T 表示为 X 的函数；

（Ⅱ）根据直方图估计利润 T 不少于 57000 元的概率．

20．（12 分）在平面直角坐标系 xOy 中，已知圆 P 在 x 轴上截得线段长为 $2\sqrt{2}$，在 y 轴上截得线段长为 $2\sqrt{3}$．

（Ⅰ）求圆心 P 的轨迹方程；

（Ⅱ）若 P 点到直线 y=x 的距离为$\frac{\sqrt{2}}{2}$，求圆 P 的方程．

关注公众号”一个高中僧“获取更多高中资料

21．（12 分）已知函数 f（x）$=x^2e^{-x}$

（Ⅰ）求 f（x）的极小值和极大值；

（Ⅱ）当曲线 y=f（x）的切线 l 的斜率为负数时，求 l 在 x 轴上截距的取值范围．

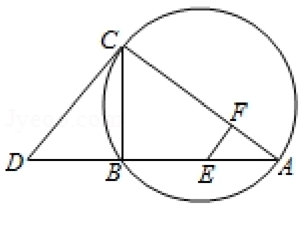
选做题．请考生在第 22、23、24 题中任选择一题作答，如果多做，则按所做的第一部分，作答时请写清题号．

22．【选修 4﹣1 几何证明选讲】

如图，CD 为△ABC 外接圆的切线，AB 的延长线交直线 CD 于点 D，E、F 分别为弦 AB 与弦 AC 上的点，且 BC•AE=DC•AF，B、E、F、C 四点共圆．

（1）证明：CA 是△ABC 外接圆的直径；

（2）若 DB=BE=EA，求过 B、E、F、C 四点的圆的面积与△ABC 外接圆面积的比值．



关注公众号"一个高中僧"获取更多高中资料

23．已知动点 P、Q 都在曲线 C：$\begin{cases}x=2\cos\beta\\y=2\sin\beta\end{cases}$（β 为参数）上，对应参数分别为 β=α 与 β=2α（0＜α＜2π），M 为 PQ 的中点.

（1）求 M 的轨迹的参数方程；

（2）将 M 到坐标原点的距离 d 表示为 α 的函数，并判断 M 的轨迹是否过坐标原点.

24．（14 分）【选修 4－－5；不等式选讲】

设 a，b，c 均为正数，且 a+b+c=1，证明：

（Ⅰ）$ab+bc+ca\leqslant\frac{1}{3}$

（Ⅱ）$\frac{a^2}{b}+\frac{b^2}{c}+\frac{c^2}{a}\geqslant1$.

关注公众号”一个高中僧“获取更多高中资料

2013 年全国统一高考数学试卷（文科）（新课标Ⅱ）

参考答案与试题解析

一、选择题：本大题共 12 小题．每小题 5 分，在每个小题给出的四个选项中，只有一项是符合要求的．

1．（5 分）已知集合 $M=\{x|-3<x<1，x\in R\}$，$N=\{-3，-2，-1，0，1\}$，则 $M\cap N=$（　　）

A．$\{-2，-1，0，1\}$　　B．$\{-3，-2，-1，0\}$　　C．$\{-2，-1，0\}$　　D．$\{-3，-2，-1\}$

【考点】1E：交集及其运算．

【专题】11：计算题．

【分析】找出集合 M 与 N 的公共元素，即可求出两集合的交集．

【解答】解：∵集合 $M=\{x|-3<x<1，x\in R\}$，$N=\{-3，-2，-1，0，1\}$，

∴$M\cap N=\{-2，-1，0\}$．

故选：C．

【点评】此题考查了交集及其运算，熟练掌握交集的定义是解本题的关键．

2．（5 分）$|\frac{2}{1+i}|=$（　　）

A．$2\sqrt{2}$　　B．2　　C．$\sqrt{2}$　　D．1

【考点】A8：复数的模．

【专题】11：计算题．

【分析】通过复数的分子与分母同时求模即可得到结果．

【解答】解：$|\frac{2}{1+i}|=\frac{2}{|1+i|}=\frac{2}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$．

故选：C．

关注公众号"一个高中僧"获取更多高中资料

【点评】本题考查复数的模的求法，考查计算能力．

3．（5 分）设 x，y 满足约束条件 $\begin{cases}x-y+1\geqslant 0\\x+y+1\geqslant 0\\x\leqslant 3\end{cases}$，则 z=2x﹣3y 的最小值是（　　）

A．﹣7　　B．﹣6　　C．﹣5　　D．﹣3

【考点】7C：简单线性规划．

【专题】59：不等式的解法及应用．

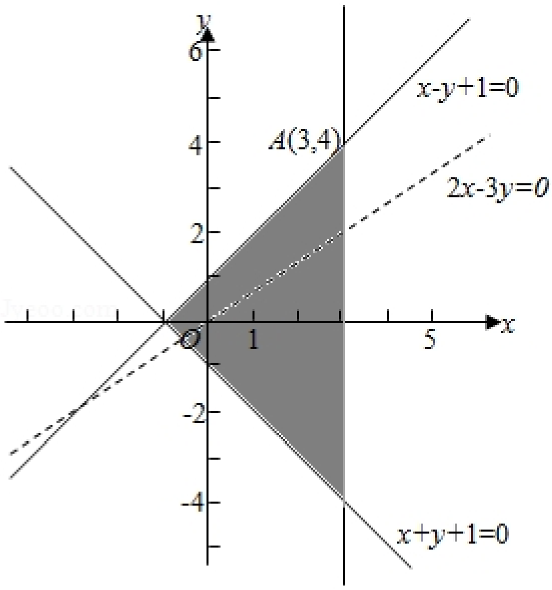
【分析】先画出满足约束条件：$\begin{cases}x-y+1\geqslant 0\\x+y+1\geqslant 0\\x\leqslant 3\end{cases}$，的平面区域，求出平面区域的各角点，然后将角点坐标代入目标函数，比较后，即可得到目标函数 z=2x﹣3y 的最小值．

【解答】解：根据题意，画出可行域与目标函数线如下图所示，

由$\begin{cases}x-y+1=0\\x=3\end{cases}$得$\begin{cases}x=3\\y=4\end{cases}$，

由图可知目标函数在点 A（3，4）取最小值 z=2×3﹣3×4=﹣6．

故选：B．



【点评】用图解法解决线性规划问题时，分析题目的已知条件，找出约束条件和目标函数是关键，可先将题目中的量分类、列出表格，理清头绪，然后列出

关注公众号”一个高中僧“获取更多高中资料

不等式组（方程组）寻求约束条件，并就题目所述找出目标函数．然后将可行域各角点的值一一代入，最后比较，即可得到目标函数的最优解．

4．（5 分）△ABC 的内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，已知 b=2，B=$\frac{\pi}{6}$，C=$\frac{\pi}{4}$，则△ABC 的面积为（　　）

A．$2\sqrt{3}+2$　　B．$\sqrt{3}+1$　　C．$2\sqrt{3}-2$　　D．$\sqrt{3}-1$

【考点】%H：三角形的面积公式；HP：正弦定理．

【专题】58：解三角形．

【分析】由 sinB，sinC 及 b 的值，利用正弦定理求出 c 的值，再求出 A 的度数，由 b，c 及 sinA 的值，利用三角形的面积公式即可求出三角形 ABC 的面积．

【解答】解：∵b=2，B=$\frac{\pi}{6}$，C=$\frac{\pi}{4}$，

∴由正弦定理$\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}$得：c=$\frac{b\sin C}{\sin B}=\frac{2\times\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{1}{2}}$=$2\sqrt{2}$，A=$\frac{7\pi}{12}$，

∴sinA=sin（$\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{12}$）=cos$\frac{\pi}{12}=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$，

则 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}\times2\times2\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}=\sqrt{3}+1$．

故选：B．

【点评】此题考查了正弦定理，三角形的面积公式，以及两角和与差的余弦函数公式，熟练掌握正弦定理是解本题的关键．

5．（5 分）设椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（a＞b＞0）的左、右焦点分别为 F_1、F_2，P 是 C 上的点 $PF_2\perp F_1F_2$，$\angle PF_1F_2=30°$，则 C 的离心率为（　　）

A．$\frac{\sqrt{6}}{6}$　　B．$\frac{1}{3}$　　C．$\frac{1}{2}$　　D．$\frac{\sqrt{3}}{3}$

【考点】K4：椭圆的性质．

关注公众号"一个高中僧"获取更多高中资料

【专题】5D：圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】设$|PF_2|=x$，在直角三角形PF_1F_2中，依题意可求得$|PF_1|$与$|F_1F_2|$，利用椭圆离心率的性质即可求得答案．

【解答】解：$|PF_2|=x$，$\because PF_2\perp F_1F_2$，$\angle PF_1F_2=30°$，

$\therefore |PF_1|=2x$，$|F_1F_2|=\sqrt{3}x$，

又$|PF_1|+|PF_2|=2a$，$|F_1F_2|=2c$

$\therefore 2a=3x$，$2c=\sqrt{3}x$，

$\therefore C$的离心率为：$e=\frac{2c}{2a}=\frac{\sqrt{3}}{3}$．

故选：D．

【点评】本题考查椭圆的简单性质，求得$|PF_1|$与$|PF_2|$及$|F_1F_2|$是关键，考查理解与应用能力，属于中档题．

6．（5 分）已知$\sin2\alpha=\frac{2}{3}$，则$\cos^2(\alpha+\frac{\pi}{4})=$（　　）

A．$\frac{1}{6}$　　B．$\frac{1}{3}$　　C．$\frac{1}{2}$　　D．$\frac{2}{3}$

【考点】GE：诱导公式；GG：同角三角函数间的基本关系；GS：二倍角的三角函数．

【专题】56：三角函数的求值．

【分析】所求式子利用二倍角的余弦函数公式化简，再利用诱导公式变形，将已知等式代入计算即可求出值．

【解答】解：$\because \sin2\alpha=\frac{2}{3}$，

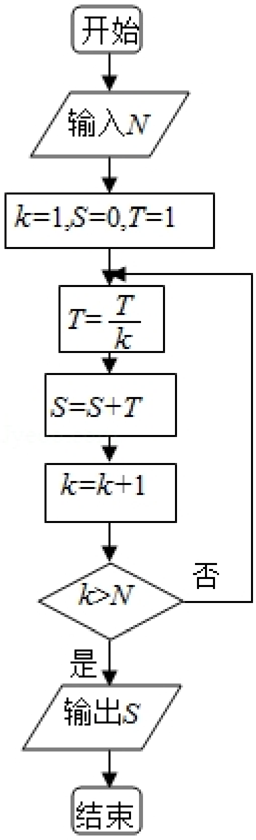
$\therefore \cos^2(\alpha+\frac{\pi}{4})=\frac{1}{2}[1+\cos(2\alpha+\frac{\pi}{2})]=\frac{1}{2}(1-\sin2\alpha)=\frac{1}{2}\times(1-\frac{2}{3})=\frac{1}{6}$．

故选：A．

【点评】此题考查了二倍角的余弦函数公式，以及诱导公式的作用，熟练掌握公式是解本题的关键．

7．（5 分）执行如图的程序框图，如果输入的 N=4，那么输出的 S=（　　）

关注公众号"一个高中僧"获取更多高中资料



A．$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}$

B．$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3\times 2}+\frac{1}{4\times 3\times 2}$

C．$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}$

D．$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3\times 2}+\frac{1}{4\times 3\times 2}+\frac{1}{5\times 4\times 3\times 2}$

【考点】EF：程序框图．

【专题】27：图表型．

【分析】由程序中的变量、各语句的作用，结合流程图所给的顺序可知当条件满足时，用 $S+\frac{T}{k}$的值代替 S 得到新的 S，并用 k+1 代替 k，直到条件不能满足时输出最后算出的 S 值，由此即可得到本题答案．

【解答】解：根据题意，可知该按以下步骤运行

第一次：S=1，

第二次：$S=1+\frac{1}{2}$，

关注公众号"一个高中僧"获取更多高中资料

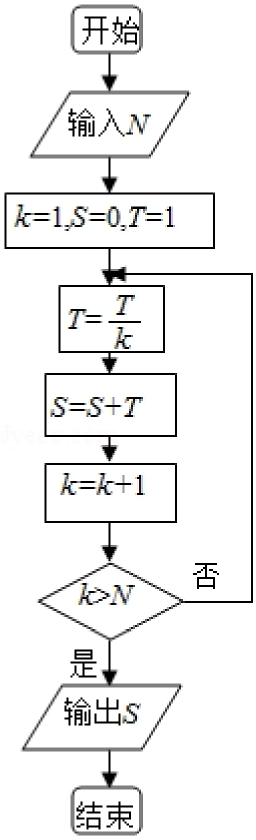
第三次：S=1+$\frac{1}{2}$+$\frac{1}{3\times2}$，

第四次：S=1+$\frac{1}{2}$+$\frac{1}{3\times2}$+$\frac{1}{4\times3\times2}$.

此时 k=5 时，符合 k＞N=4，输出 S 的值.

∴S=1+$\frac{1}{2}$+$\frac{1}{3\times2}$+$\frac{1}{4\times3\times2}$

故选：B.



【点评】本题主要考查了直到型循环结构，循环结构有两种形式：当型循环结构和直到型循环结构，以及表格法的运用，属于基础题.

8．（5 分）设 a=$\log_3 2$，b=$\log_5 2$，c=$\log_2 3$，则（　　）

A．a＞c＞b　　B．b＞c＞a　　C．c＞a＞b　　D．c＞b＞a

【考点】4M：对数值大小的比较.

【专题】11：计算题.

【分析】判断对数值的范围，然后利用换底公式比较对数式的大小即可.

关注公众号"一个高中僧"获取更多高中资料

【解答】解：由题意可知：$a=\log_3 2\in(0，1)$，$b=\log_5 2\in(0，1)$，$c=\log_2 3>1$，

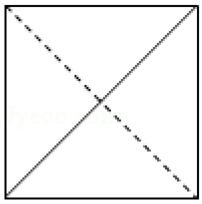
所以 $a=\log_3 2$，$b=\log_5 2=\frac{\log_3 2}{\log_3 5}<\log_3 2$，

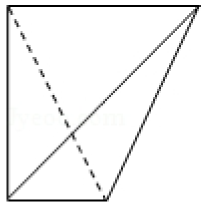
所以 $c>a>b$，

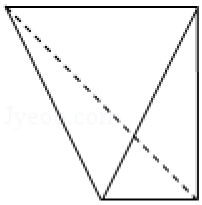
故选：C.

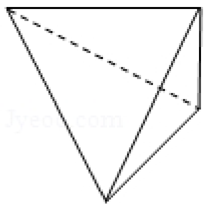
【点评】本题考查对数值的大小比较，换底公式的应用，基本知识的考查.

9．（5 分）一个四面体的顶点在空间直角坐标系 O﹣ xyz 中的坐标分别是（1，0，1），（1，1，0），（0，1，1），（0，0，0），画该四面体三视图中的正视图时，以 zOx 平面为投影面，则得到正视图可以为（　　）

A. 

B. 

C. 

D. 

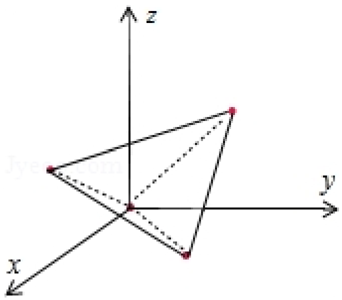
【考点】L7：简单空间图形的三视图.

【专题】11：计算题；13：作图题.

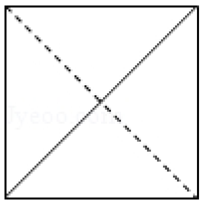
【分析】由题意画出几何体的直观图，然后判断以 zOx 平面为投影面，则得到正视图即可.

【解答】解：因为一个四面体的顶点在空间直角坐标系 O﹣ xyz 中的坐标分别是（1，0，1），（1，1，0），（0，1，1），（0，0，0），几何体的直观图如图，是正方体的顶点为顶点的一个正四面体，所以以 zOx 平面为投影面，则

关注公众号"一个高中僧"获取更多高中资料

得到正视图为：

故选：A.



【点评】本题考查几何体的三视图的判断，根据题意画出几何体的直观图是解题的关键，考查空间想象能力.

10．（5 分）设抛物线 C：$y^2=4x$ 的焦点为 F，直线 l 过 F 且与 C 交于 A，B 两点．若|AF|=3|BF|，则 l 的方程为（　　）

A．$y=x-1$ 或 $y=-x+1$

B．$y=\frac{\sqrt{3}}{3}(x-1)$ 或 $y=-\frac{\sqrt{3}}{3}(x-1)$

C．$y=\sqrt{3}(x-1)$ 或 $y=-\sqrt{3}(x-1)$

D．$y=\frac{\sqrt{2}}{2}(x-1)$ 或 $y=-\frac{\sqrt{2}}{2}(x-1)$

【考点】K8：抛物线的性质．

【专题】11：计算题；5D：圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】根据题意，可得抛物线焦点为 F（1，0），由此设直线 l 方程为 $y=k(x-1)$，与抛物线方程联解消去 x，得 $\frac{k}{4}y^2-y-k=0$．再设 A（x_1，y_1），B（x_2，y_2），由根与系数的关系和|AF|=3|BF|，建立关于 y_1、y_2 和 k 的方程组，解之可得 k 值，从而得到直线 l 的方程．

【解答】解：∵抛物线 C 方程为 $y^2=4x$，可得它的焦点为 F（1，0），

∴设直线 l 方程为 $y=k(x-1)$

关注公众号”一个高中僧“获取更多高中资料

由$\begin{cases}y=k(x-1)\\y^2=4x\end{cases}$消去 x，得$\frac{k}{4}y^2-y-k=0$

设 A（x_1，y_1），B（x_2，y_2），

可得 $y_1+y_2=\frac{4}{k}$，$y_1y_2=-4$…（*）

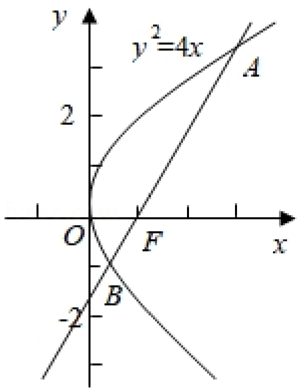
∵|AF|=3|BF|，

∴$y_1+3y_2=0$，可得 $y_1=-3y_2$，代入（*）得$-2y_2=\frac{4}{k}$且$-3y_2^2=-4$，

消去 y_2 得 $k^2=3$，解之得 $k=\pm\sqrt{3}$

∴直线 l 方程为 $y=\sqrt{3}(x-1)$或 $y=-\sqrt{3}(x-1)$

故选：C.



【点评】本题给出抛物线的焦点弦 AB 被焦点 F 分成 1：3 的两部分，求直线 AB 的方程，着重考查了抛物线的标准方程、简单几何性质和直线与圆锥曲线的位置关系等知识，属于中档题.

11．（5 分）已知函数 $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$，下列结论中错误的是（　　）

A．$\exists x_0\in R$，$f(x_0)=0$

B．函数 $y=f(x)$的图象是中心对称图形

C．若 x_0 是 $f(x)$的极小值点，则 $f(x)$在区间$(-\infty，x_0)$上单调递减

D．若 x_0 是 $f(x)$的极值点，则 $f'(x_0)=0$

【考点】6B：利用导数研究函数的单调性；6D：利用导数研究函数的极值.

【专题】16：压轴题；53：导数的综合应用.

关注公众号"一个高中僧"获取更多高中资料

【分析】对于A，对于三次函数 $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$，由于当 $x\to-\infty$ 时，$y\to-\infty$，当 $x\to+\infty$ 时，$y\to+\infty$，故在区间 $(-\infty,+\infty)$ 肯定存在零点；

对于B，根据对称变换法则，求出对应中心坐标，可以判断；

对于C：采用取特殊函数的方法，若取 $a=-1$，$b=-1$，$c=0$，则 $f(x)=x^3-x^2-x$，利用导数研究其极值和单调性进行判断；

D：若 x_0 是 $f(x)$ 的极值点，根据导数的意义，则 $f'(x_0)=0$，正确．

【解答】解：

A、对于三次函数 $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$，

A：由于当 $x\to-\infty$ 时，$y\to-\infty$，当 $x\to+\infty$ 时，$y\to+\infty$，

故 $\exists x_0\in R$，$f(x_0)=0$，故A正确；

B、$\because f\left(-\frac{2a}{3}-x\right)+f(x)=\left(-\frac{2a}{3}-x\right)^3+a\left(-\frac{2a}{3}-x\right)^2+b\left(-\frac{2a}{3}-x\right)+c+x^3+ax^2+bx+c=\frac{4a^3}{27}-\frac{2ab}{3}+2c$，

$f\left(-\frac{a}{3}\right)=\left(-\frac{a}{3}\right)^3+a\left(-\frac{a}{3}\right)^2+b\left(-\frac{a}{3}\right)+c=\frac{2a^3}{27}-\frac{ab}{3}+c$，

$\because f\left(-\frac{2a}{3}-x\right)+f(x)=2f\left(-\frac{a}{3}\right)$，

$\therefore$ 点 $P\left(-\frac{a}{3},f\left(-\frac{a}{3}\right)\right)$ 为对称中心，故B正确．

C、若取 $a=-1$，$b=-1$，$c=0$，则 $f(x)=x^3-x^2-x$，

对于 $f(x)=x^3-x^2-x$，$\because f'(x)=3x^2-2x-1$

$\therefore$ 由 $f'(x)=3x^2-2x-1>0$ 得 $x\in\left(-\infty,-\frac{1}{3}\right)\cup(1,+\infty)$

由 $f'(x)=3x^2-2x-1<0$ 得 $x\in\left(-\frac{1}{3},1\right)$

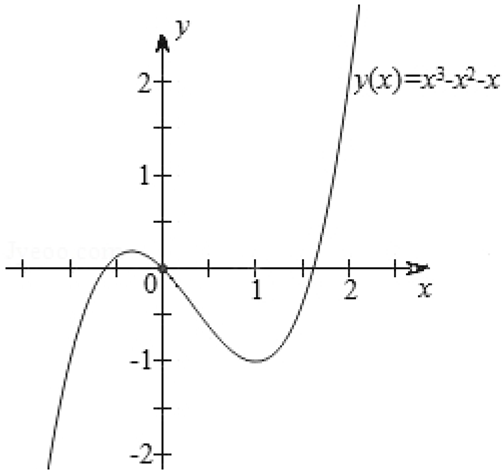
$\therefore$ 函数 $f(x)$ 的单调增区间为：$\left(-\infty,-\frac{1}{3}\right)$，$(1,+\infty)$，减区间为：$\left(-\frac{1}{3},1\right)$，

故1是 $f(x)$ 的极小值点，但 $f(x)$ 在区间 $(-\infty,1)$ 不是单调递减，故C错误；

D：若 x_0 是 $f(x)$ 的极值点，根据导数的意义，则 $f'(x_0)=0$，故D正确．

关注公众号"一个高中僧"获取更多高中资料

由于该题选择错误的，故选：C．



【点评】本题考查了导数在求函数极值中的应用，利用导数求函数的单调区间，及导数的运算．

12．（5 分）若存在正数 x 使 2^x（x﹣ a）＜1 成立，则 a 的取值范围是（　　）

A．（﹣ ∞，+∞） B．（﹣ 2，+∞） C．（0，+∞） D．（﹣ 1，+∞）

【考点】3E：函数单调性的性质与判断；7E：其他不等式的解法．

【专题】59：不等式的解法及应用．

【分析】转化不等式为$a>x-\frac{1}{2^x}$，利用 x 是正数，通过函数的单调性，求出 a 的范围即可．

【解答】解：因为 2^x（x﹣ a）＜1，所以$a>x-\frac{1}{2^x}$，

函数 y=$x-\frac{1}{2^x}$是增函数，x＞0，所以 y＞﹣ 1，即 a＞﹣ 1，

所以 a 的取值范围是（﹣ 1，+∞）．

故选：D．

【点评】本题考查不等式的解法，函数单调性的应用，考查分析问题解决问题的能力．

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 4 分．

关注公众号”一个高中僧“获取更多高中资料

13．（4 分）从 1，2，3，4，5 中任意取出两个不同的数，其和为 5 的概率是 0.2 ．

【考点】CB：古典概型及其概率计算公式．

【专题】5I：概率与统计．

【分析】由题意结合组合数公式可得总的基本事件数，再找出和为 5 的情形，由古典概型的概率公式可得答案．

【解答】解：从 1，2，3，4，5 中任意取出两个不同的数共有 C_5^2=10 种情况，

和为 5 的有（1，4）（2，3）两种情况，

故所求的概率为：$\frac{2}{10}$=0.2

故答案为：0.2

【点评】本题考查古典概型及其概率公式，属基础题．

14．（4 分）已知正方形 ABCD 的边长为 2，E 为 CD 的中点，则 $\overrightarrow{AE}\bullet\overrightarrow{BD}$= 2 ．

【考点】9O：平面向量数量积的性质及其运算．

【专题】5A：平面向量及应用．

【分析】根据两个向量的加减法的法则，以及其几何意义，可得要求的式子为（$\overrightarrow{AD}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$）•（$\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB}$），再根据两个向量垂直的性质，运算求得结果．

【解答】解：∵已知正方形 ABCD 的边长为 2，E 为 CD 的中点，则 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}$=0，

故 $\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{BD}$=（$\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DE}$）•（$\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AD}$）=（$\overrightarrow{AD}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$）•（$\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB}$）=$\overrightarrow{AD}^2-\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}^2$=4+0－0－$\frac{1}{2}\times4$=2，

故答案为 2．

【点评】本题主要考查两个向量的加减法的法则，以及其几何意义，两个向量垂直的性质，属于中档题．

15．（4 分）已知正四棱锥 O－ABCD 的体积为$\frac{3\sqrt{2}}{2}$，底面边长为$\sqrt{3}$，则以 O 为

关注公众号"一个高中僧"获取更多高中资料

球心，OA 为半径的球的表面积为$\underline{\quad 24\pi \quad}$.

【考点】L3：棱锥的结构特征；LG：球的体积和表面积.

【专题】16：压轴题；5F：空间位置关系与距离.

【分析】先直接利用锥体的体积公式即可求得正四棱锥 O－ ABCD 的高，再利用直角三角形求出正四棱锥 O－ ABCD 的侧棱长 OA，最后根据球的表面积公式计算即得.

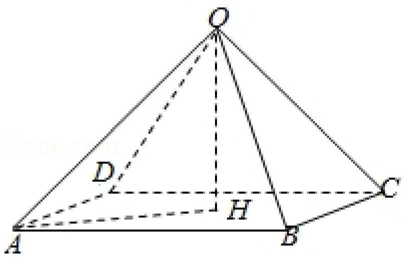
【解答】解：如图，正四棱锥 O－ ABCD 的体积 $V=\frac{1}{3}sh=\frac{1}{3}(\sqrt{3}\times\sqrt{3})\times OH=\frac{3\sqrt{2}}{2}$，

$\therefore OH=\frac{3\sqrt{2}}{2}$，

在直角三角形 OAH 中，$OA=\sqrt{OH^2+AH^2}=\sqrt{(\frac{3\sqrt{2}}{2})^2+(\frac{\sqrt{6}}{2})^2}=\sqrt{6}$

所以表面积为 $4\pi r^2=24\pi$；

故答案为：24π.



【点评】本题考查锥体的体积、球的表面积计算，考查学生的运算能力，属基础题.

16．（4 分）函数 $y=\cos(2x+\phi)$（$-\pi\leqslant\phi<\pi$）的图象向右平移$\frac{\pi}{2}$个单位后，与函数 $y=\sin(2x+\frac{\pi}{3})$ 的图象重合，则 $\phi=\underline{\quad\frac{5\pi}{6}\quad}$.

【考点】HJ：函数 $y=A\sin(\omega x+\phi)$ 的图象变换.

【专题】11：计算题；16：压轴题；57：三角函数的图像与性质.

关注公众号”一个高中僧“获取更多高中资料

【分析】根据函数图象平移的公式，可得平移后的图象为 $y=\cos[2(x-\frac{\pi}{2})+\phi]$ 的图象，即 $y=\cos(2x+\phi-\pi)$ 的图象．结合题意得函数 $y=\sin(2x+\frac{\pi}{3})=\cos(2x+\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{2})$ 的图象与 $y=\cos(2x+\phi-\pi)$ 图象重合，由此结合三角函数的诱导公式即可算出 ϕ 的值．

【解答】解：函数 $y=\cos(2x+\phi)$ $(-\pi\leqslant\phi<\pi)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{2}$ 个单位后，得平移后的图象的函数解析式为

$y=\cos[2(x-\frac{\pi}{2})+\phi]=\cos(2x+\phi-\pi)$，

而函数 $y=\sin(2x+\frac{\pi}{3})=\cos(2x+\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{2})$，

由函数 $y=\cos(2x+\phi)$ $(-\pi\leqslant\phi<\pi)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{2}$ 个单位后，与函数 $y=\sin(2x+\frac{\pi}{3})$ 的图象重合，得

$2x+\phi-\pi=2x+\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{2}$，解得：$\phi=\frac{5\pi}{6}$．

符合 $-\pi\leqslant\phi<\pi$．

故答案为 $\frac{5\pi}{6}$．

【点评】本题给出函数 $y=\cos(2x+\phi)$ 的图象平移，求参数 ϕ 的值．着重考查了函数图象平移的公式、三角函数的诱导公式和函数 $y=A\sin(\omega x+\phi)$ 的图象变换等知识，属于基础题．

三、解答题：解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤．

17．（12 分）已知等差数列 $\{a_n\}$ 的公差不为零，$a_1=25$，且 a_1，a_{11}，a_{13} 成等比数列．

（Ⅰ）求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（Ⅱ）求 $a_1+a_4+a_7+\ldots+a_{3n-2}$．

【考点】84：等差数列的通项公式；88：等比数列的通项公式；8E：数列的求和

．

关注公众号"一个高中僧"获取更多高中资料

【专题】54：等差数列与等比数列.

【分析】（I）设等差数列$\{a_n\}$的公差为$d\neq0$，利用成等比数列的定义可得，$a_{11}^2=a_1a_{13}$，再利用等差数列的通项公式可得$(a_1+10d)^2=a_1(a_1+12d)$，化为$d(2a_1+25d)=0$，解出d即可得到通项公式a_n；

（II）由（I）可得$a_{3n-2}=-2(3n-2)+27=-6n+31$，可知此数列是以25为首项，$-6$为公差的等差数列．利用等差数列的前n项和公式即可得出$a_1+a_4+a_7+\ldots+a_{3n-2}$.

【解答】解：（I）设等差数列$\{a_n\}$的公差为$d\neq0$，

由题意a_1，a_{11}，a_{13}成等比数列，∴$a_{11}^2=a_1a_{13}$，

∴$(a_1+10d)^2=a_1(a_1+12d)$，化为$d(2a_1+25d)=0$，

∵$d\neq0$，∴$2\times25+25d=0$，解得$d=-2$.

∴$a_n=25+(n-1)\times(-2)=-2n+27$.

（II）由（I）可得$a_{3n-2}=-2(3n-2)+27=-6n+31$，可知此数列是以25为首项，$-6$为公差的等差数列.

∴$S_n=a_1+a_4+a_7+\ldots+a_{3n-2}=\dfrac{n(a_1+a_{3n-2})}{2}$

$=\dfrac{n(25-6n+31)}{2}$

$=-3n^2+28n$.

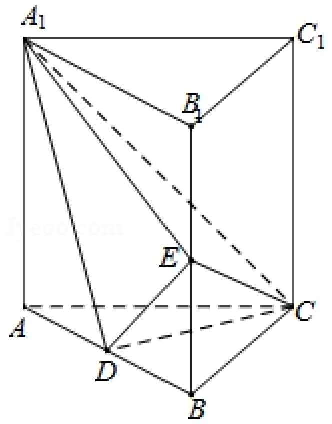
【点评】熟练掌握等差数列与等比数列的通项公式及其前n项和公式是解题的关键.

18．（12分）如图，直三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，D，E分别是AB，BB_1的中点

（Ⅰ）证明：BC_1∥平面A_1CD；

（Ⅱ）$AA_1=AC=CB=2$，$AB=2\sqrt{2}$，求三棱锥$C-A_1DE$的体积.

关注公众号"一个高中僧"获取更多高中资料



【考点】LF：棱柱、棱锥、棱台的体积；LS：直线与平面平行．

【专题】5F：空间位置关系与距离．

【分析】（Ⅰ）连接 AC_1 交 A_1C 于点 F，则 DF 为三角形 ABC_1 的中位线，故 DF∥BC_1．再根据直线和平面平行的判定定理证得

BC_1∥平面 A_1CD．

（Ⅱ）由题意可得此直三棱柱的底面 ABC 为等腰直角三角形，由 D 为 AB 的中点可得 CD⊥平面 ABB_1A_1．求得 CD 的值，利用

勾股定理求得 A_1D、DE 和 A_1E 的值，可得 A_1D⊥DE．进而求得 $S_{\triangle A_1DE}$的值，再根据三棱锥 C－ A_1DE 的体积

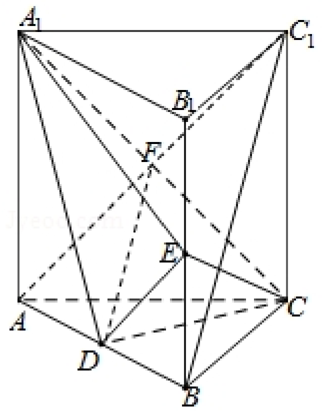
为$\frac{1}{3}\bullet S_{\triangle A_1DE}\bullet CD$，运算求得结果．

【解答】解：（Ⅰ）证明：连接 AC_1 交 A_1C 于点 F，则 F 为 AC_1 的中点．

∵直棱柱 ABC－ $A_1B_1C_1$ 中，D，E 分别是 AB，BB_1 的中点，故 DF 为三角形 ABC_1 的中位线，故 DF∥BC_1．

由于 DF⊂平面 A_1CD，而 BC_1 不在平面 A_1CD 中，故有 BC_1∥平面 A_1CD．

关注公众号"一个高中僧"获取更多高中资料



（Ⅱ）∵$AA_1=AC=CB=2$，$AB=2\sqrt{2}$，故此直三棱柱的底面 ABC 为等腰直角三角形.

由 D 为 AB 的中点可得 CD⊥平面 ABB_1A_1，∴$CD=\frac{AC\cdot BC}{AB}=\sqrt{2}$.

∵$A_1D=\sqrt{A_1A^2+AD^2}=\sqrt{6}$，同理，利用勾股定理求得 $DE=\sqrt{3}$，$A_1E=3$.

再由勾股定理可得 $A_1D^2+DE^2=A_1E^2$，∴$A_1D\perp DE$.

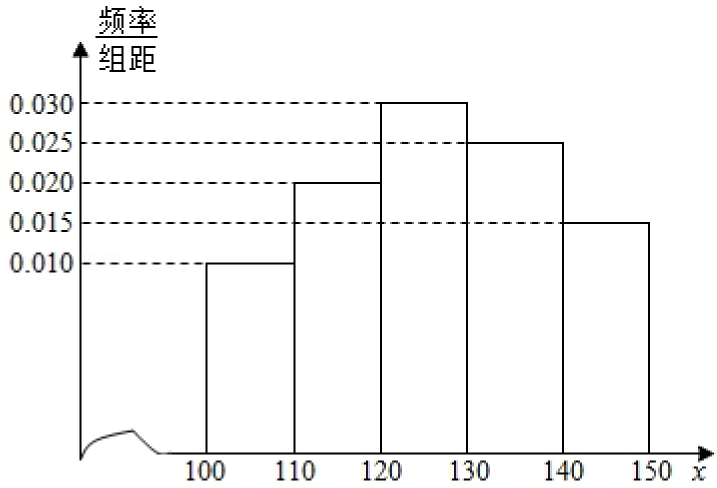
∴$S_{\triangle A_1DE}=\frac{1}{2}\cdot A_1D\cdot DE=\frac{3\sqrt{2}}{2}$，

∴$V_{C-A_1DE}=\frac{1}{3}\cdot S_{\triangle A_1DE}\cdot CD=1$.

【点评】本题主要考查直线和平面平行的判定定理的应用，求三棱锥的体积，体现了数形结合的数学思想，属于中档题.

19．（12 分）经销商经销某种农产品，在一个销售季度内，每售出 1t 该产品获利润 500 元，未售出的产品，每 1t 亏损 300 元．根据历史资料，得到销售季度内市场需求量的频率分布直方图，如图所示．经销商为下一个销售季度购进了 130t 该农产品．以 X（单位：t，100≤X≤150）表示下一个销售季度内的市场需求量，T（单位：元）表示下一个销售季度内经销该农产品的利润．

关注公众号"一个高中僧"获取更多高中资料



（Ⅰ）将 T 表示为 X 的函数；

（Ⅱ）根据直方图估计利润 T 不少于 57000 元的概率．

【考点】B8：频率分布直方图．

【专题】5I：概率与统计．

【分析】（I）由题意先分段写出，当 X∈[100，130）时，当 X∈[130，150）时，和利润值，最后利用分段函数的形式进行综合即可．

（II）由（I）知，利润 T 不少于 57000 元，当且仅当 120≤X≤150．再由直方图知需求量 X∈[120，150]的频率为 0.7，利用样本估计总体的方法得出下一个销售季度的利润 T 不少于 57000 元的概率的估计值．

【解答】解：（I）由题意得，当 X∈[100，130）时，T=500X﹣300（130﹣X）=800X﹣39000，

当 X∈[130，150]时，T=500×130=65000，

∴$T=\begin{cases}800X-39000, & X\in[100,130)\\65000, & X\in[130,150]\end{cases}$.

（II）由（I）知，利润 T 不少于 57000 元，当且仅当 120≤X≤150．

由直方图知需求量 X∈[120，150]的频率为 0.7，

所以下一个销售季度的利润 T 不少于 57000 元的概率的估计值为 0.7．

【点评】本题考查用样本的频率分布估计总体分布及识图的能力，求解的重点是对题设条件及直方图的理解，了解直方图中每个小矩形的面积的意义．

关注公众号"一个高中僧"获取更多高中资料

20．（12 分）在平面直角坐标系 xOy 中，已知圆 P 在 x 轴上截得线段长为 $2\sqrt{2}$，在 y 轴上截得线段长为 $2\sqrt{3}$．

（Ⅰ）求圆心 P 的轨迹方程；

（Ⅱ）若 P 点到直线 y=x 的距离为$\frac{\sqrt{2}}{2}$，求圆 P 的方程．

【考点】J1：圆的标准方程；J3：轨迹方程．

【专题】15：综合题；16：压轴题；5D：圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】（Ⅰ）由题意，可直接在弦心距、弦的一半及半径三者组成的直角三角形中利用勾股定理建立关于点 P 的横纵坐标的方程，整理即可得到所求的轨迹方程；

（Ⅱ）由题，可先由点到直线的距离公式建立关于点 P 的横纵坐标的方程，将此方程与（I）所求的轨迹方程联立，解出点 P 的坐标，进而解出圆的半径即可写出圆 P 的方程．

【解答】解：（Ⅰ）设圆心 P（x，y），由题意得圆心到 x 轴的距离与半径之间的关系为 $2=-y^2+r^2$，同理圆心到 y 轴的距离与半径之间的关系为 $3=-x^2+r^2$，

由两式整理得 $x^2+3=y^2+2$，整理得 $y^2-x^2=1$ 即为圆心 P 的轨迹方程，此轨迹是等轴双曲线

（Ⅱ）由 P 点到直线 y=x 的距离为$\frac{\sqrt{2}}{2}$得，$\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{|x-y|}{\sqrt{2}}$，即 $|x-y|=1$，即 $x=y+1$ 或 $y=x+1$，分别代入 $y^2-x^2=1$ 解得 P（0，－1）或 P（0，1）

若 P（0，－1），此时点 P 在 y 轴上，故半径为$\sqrt{3}$，所以圆 P 的方程为 $(y+1)^2+x^2=3$；

若 P（0，1），此时点 P 在 y 轴上，故半径为$\sqrt{3}$，所以圆 P 的方程为 $(y-1)^2+x^2=3$；

综上，圆 P 的方程为 $(y+1)^2+x^2=3$ 或 $(y-1)^2+x^2=3$

【点评】本题考查求轨迹方程的方法解析法及点的直线的距离公式、圆的标准方程与圆的性质，解题的关键是理解圆的几何特征，将几何特征转化为方程

关注公众号”一个高中僧“获取更多高中资料

21．（12 分）已知函数 f（x）$=x^2e^{-x}$

（Ⅰ）求 f（x）的极小值和极大值；

（Ⅱ）当曲线 y=f（x）的切线 l 的斜率为负数时，求 l 在 x 轴上截距的取值范围．

【考点】5C：根据实际问题选择函数类型；6D：利用导数研究函数的极值；6H：利用导数研究曲线上某点切线方程．

【专题】15：综合题；16：压轴题；35：转化思想；53：导数的综合应用．

【分析】（Ⅰ）利用导数的运算法则即可得出 f′（x），利用导数与函数单调性的关系及函数的极值点的定义，即可求出函数的极值；

（Ⅱ）利用导数的几何意义即可得到切线的斜率，得出切线的方程，利用方程求出与 x 轴交点的横坐标，再利用导数研究函数的单调性、极值、最值即可．

【解答】解：（Ⅰ）∵f（x）$=x^2e^{-x}$，

∴f′（x）$=2xe^{-x}-x^2e^{-x}=e^{-x}(2x-x^2)$，

令 f′（x）=0，解得 x=0 或 x=2，

令 f′（x）＞0，可解得 0＜x＜2；

令 f′（x）＜0，可解得 x＜0 或 x＞2，

故函数在区间（﹣∞，0）与（2，+∞）上是减函数，在区间（0，2）上是增函数．

∴x=0 是极小值点，x=2 极大值点，又 f（0）=0，f（2）$=\frac{4}{e^2}$．

故 f（x）的极小值和极大值分别为 0，$\frac{4}{e^2}$．

（Ⅱ）设切点为（x_0，$x_0^2e^{-x_0}$），

则切线方程为 $y-x_0^2e^{-x_0}=e^{-x_0}(2x_0-x_0^2)(x-x_0)$，

令 y=0，解得 $x=\frac{x_0^2-x_0}{x_0-2}=(x_0-2)+\frac{2}{x_0-2}+3$，

∵曲线 y=f（x）的切线 l 的斜率为负数，

关注公众号"一个高中僧"获取更多高中资料

$\therefore e^{-x_0}(2x_0-x_0^2)<0$，

$\therefore x_0<0$ 或 $x_0>2$，

令 $f(x_0)=x_0+\dfrac{2}{x_0-2}+1$，

则 $f'(x_0)=1-\dfrac{2}{(x_0-2)^2}=\dfrac{(x_0-2)^2-2}{(x_0-2)^2}$.

①当 $x_0<0$ 时，$(x_0-2)^2-2>0$，即 $f'(x_0)>0$，$\therefore f(x_0)$ 在 $(-\infty,0)$ 上单调递增，$\therefore f(x_0)<f(0)=0$；

②当 $x_0>2$ 时，令 $f'(x_0)=0$，解得 $x_0=2+\sqrt{2}$.

当 $x_0>2+\sqrt{2}$ 时，$f'(x_0)>0$，函数 $f(x_0)$ 单调递增；当 $2<x_0<2+\sqrt{2}$ 时，$f'(x_0)<0$，函数 $f(x_0)$ 单调递减.

故当 $x_0=2+\sqrt{2}$ 时，函数 $f(x_0)$ 取得极小值，也即最小值，且 $f(2+\sqrt{2})=3+2\sqrt{2}$.

综上可知：切线 l 在 x 轴上截距的取值范围是 $(-\infty,0)\cup[3+2\sqrt{2},+\infty)$.

【点评】本题考查利用导数求函数的极值与利用导数研究函数的单调性、切线、函数的值域，综合性强，考查了推理能力和计算能力.

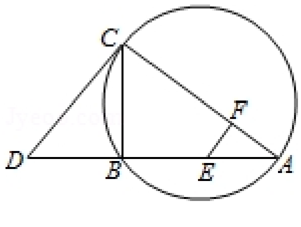
选做题．请考生在第 22、23、24 题中任选择一题作答，如果多做，则按所做的第一部分，作答时请写清题号．

22．【选修 4－1 几何证明选讲】

如图，CD 为△ABC 外接圆的切线，AB 的延长线交直线 CD 于点 D，E、F 分别为弦 AB 与弦 AC 上的点，且 BC•AE=DC•AF，B、E、F、C 四点共圆．

（1）证明：CA 是△ABC 外接圆的直径；

（2）若 DB=BE=EA，求过 B、E、F、C 四点的圆的面积与△ABC 外接圆面积的比值．



关注公众号"一个高中僧"获取更多高中资料

【考点】NC：与圆有关的比例线段．

【专题】5B：直线与圆．

【分析】（1）已知 CD 为△ABC 外接圆的切线，利用弦切角定理可得∠DCB=∠A，及 BC•AE=DC•AF，可知△CDB∽△AEF，于是∠CBD=∠AFE．

利用 B、E、F、C 四点共圆，可得∠CFE=∠DBC，进而得到∠CFE=∠AFE=90°即可证明 CA 是△ABC 外接圆的直径；

（2）要求过 B、E、F、C 四点的圆的面积与△ABC 外接圆面积的比值．只需求出其外接圆的直径的平方之比即可．由过 B、E、F、C 四点的圆的直径为 CE，及 DB=BE，可得 CE=DC，利用切割线定理可得 $DC^2=DB•DA$，$CA^2=CB^2+BA^2$，都用 DB 表示即可．

【解答】（1）证明：∵CD 为△ABC 外接圆的切线，∴∠DCB=∠A，

∵BC•AE=DC•AF，∴$\frac{BC}{FA}=\frac{DC}{EA}$．

∴△CDB∽△AEF，∴∠CBD=∠AFE．

∵B、E、F、C 四点共圆，∴∠CFE=∠DBC，∴∠CFE=∠AFE=90°．

∴∠CBA=90°，∴CA 是△ABC 外接圆的直径；

（2）连接 CE，∵∠CBE=90°，

∴过 B、E、F、C 四点的圆的直径为 CE，由 DB=BE，得 CE=DC，

又 $BC^2=DB•BA=2DB^2$，

∴$CA^2=4DB^2+BC^2=6DB^2$．

而 $DC^2=DB•DA=3DB^2$，

故过 B、E、F、C 四点的圆的面积与△ABC 面积的外接圆的面积比值=$\frac{CE^2}{AC^2}$=$\frac{3DB^2}{6DB^2}=\frac{1}{2}$．

【点评】熟练掌握弦切角定理、相似三角形的判定与性质、四点共圆的性质、直径的判定、切割线定理、勾股定理等腰三角形的性质是解题的关键．

23．已知动点 P、Q 都在曲线 C：$\begin{cases}x=2\cos\beta\\y=2\sin\beta\end{cases}$（β 为参数）上，对应参数分别为 β=α 与 β=2α（0＜α＜2π），M 为 PQ 的中点．

关注公众号”一个高中僧“获取更多高中资料

（1）求 M 的轨迹的参数方程；

（2）将 M 到坐标原点的距离 d 表示为 α 的函数，并判断 M 的轨迹是否过坐标原点．

【考点】QH：参数方程化成普通方程．

【专题】5S：坐标系和参数方程．

【分析】（1）利用参数方程与中点坐标公式即可得出；

（2）利用两点之间的距离公式、三角函数的单调性即可得出．

【解答】解：（1）依题意有 P（2cosα，2sinα），Q（2cos2α，2sin2α），

因此 M（cosα+cos2α，sinα+sin2α）．

M 的轨迹的参数方程为$\begin{cases}x=\cos\alpha+\cos2\alpha\\y=\sin2\alpha+\sin\alpha\end{cases}$（α 为参数，0＜α＜2π）．

（2）M 点到坐标原点的距离 $d=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{2+2\cos\alpha}$（0＜α＜2π）．

当 α=π 时，d=0，故 M 的轨迹过坐标原点．

【点评】本题考查了参数方程与中点坐标公式、两点之间的距离公式、三角函数的单调性，考查了推理能力与计算能力，属于中档题．

24．（14 分）【选修 4－－5；不等式选讲】

设 a，b，c 均为正数，且 a+b+c=1，证明：

（Ⅰ）$ab+bc+ca\leqslant\frac{1}{3}$

（Ⅱ）$\frac{a^2}{b}+\frac{b^2}{c}+\frac{c^2}{a}\geqslant1$．

【考点】R6：不等式的证明．

【专题】14：证明题；16：压轴题．

【分析】（Ⅰ）依题意，由 a+b+c=1⇒（a+b+c）^{2}=1⇒$a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca=1$，利用基本不等式可得 3（ab+bc+ca）≤1，从而得证；

（Ⅱ）利用基本不等式可证得：$\frac{a^2}{b}+b\geqslant2a$，$\frac{b^2}{c}+c\geqslant2b$，$\frac{c^2}{a}+a\geqslant2c$，三式累加即可证得结论．

关注公众号”一个高中僧“获取更多高中资料

【解答】证明：（Ⅰ）由 $a^2+b^2\geqslant 2ab$，$b^2+c^2\geqslant 2bc$，$c^2+a^2\geqslant 2ca$ 得：

$a^2+b^2+c^2\geqslant ab+bc+ca$，

由题设得 $(a+b+c)^2=1$，即 $a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca=1$，

所以 $3(ab+bc+ca)\leqslant 1$，即 $ab+bc+ca\leqslant\frac{1}{3}$.

（Ⅱ）因为 $\frac{a^2}{b}+b\geqslant 2a$，$\frac{b^2}{c}+c\geqslant 2b$，$\frac{c^2}{a}+a\geqslant 2c$，

故 $\frac{a^2}{b}+\frac{b^2}{c}+\frac{c^2}{a}+(a+b+c)\geqslant 2(a+b+c)$，即 $\frac{a^2}{b}+\frac{b^2}{c}+\frac{c^2}{a}\geqslant a+b+c$.

所以 $\frac{a^2}{b}+\frac{b^2}{c}+\frac{c^2}{a}\geqslant 1$.

【点评】本题考查不等式的证明，突出考查基本不等式与综合法的应用，考查推理论证能力，属于中档题.

关注公众号”一个高中僧“获取更多高中资料