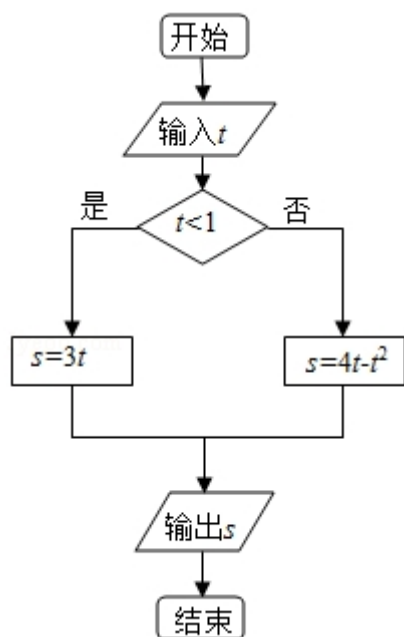


2013 年全国统一高考数学试卷（文科）（新课标 I）

一、选择题共 12 小题。每小题 5 分，共 60 分。在每个小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的一项。

- （5 分）已知集合 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ， $B = \{x \mid x = n^2, n \in A\}$ ，则 $A \cap B =$ （ ）
A. $\{1, 4\}$ B. $\{2, 3\}$ C. $\{9, 16\}$ D. $\{1, 2\}$
- （5 分） $\frac{1+2i}{(1-i)^2} =$ （ ）
A. $-1 - \frac{1}{2}i$ B. $-1 + \frac{1}{2}i$ C. $1 + \frac{1}{2}i$ D. $1 - \frac{1}{2}i$
- （5 分）从 1, 2, 3, 4 中任取 2 个不同的数，则取出的 2 个数之差的绝对值为 2 的概率是（ ）
A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{6}$
- （5 分）已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的离心率为 $\frac{\sqrt{5}}{2}$ ，则 C 的渐近线方程为（ ）
A. $y = \pm \frac{1}{4}x$ B. $y = \pm \frac{1}{3}x$ C. $y = \pm x$ D. $y = \pm \frac{1}{2}x$
- （5 分）已知命题 $p: \forall x \in \mathbb{R}, 2^x < 3^x$ ；命题 $q: \exists x \in \mathbb{R}, x^3 = 1 - x^2$ ，则下列命题中为真命题的是（ ）
A. $p \wedge q$ B. $\neg p \wedge q$ C. $p \wedge \neg q$ D. $\neg p \wedge \neg q$
- （5 分）设首项为 1，公比为 $\frac{2}{3}$ 的等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，则（ ）
A. $S_n = 2a_n - 1$ B. $S_n = 3a_n - 2$ C. $S_n = 4 - 3a_n$ D. $S_n = 3 - 2a_n$
- （5 分）执行程序框图，如果输入的 $t \in [-1, 3]$ ，则输出的 s 属于（ ）

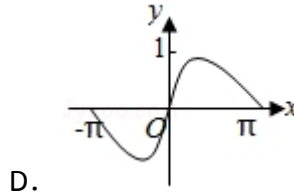
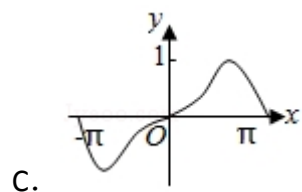
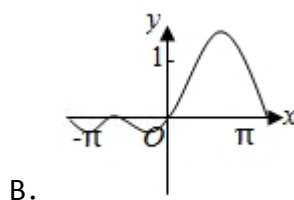
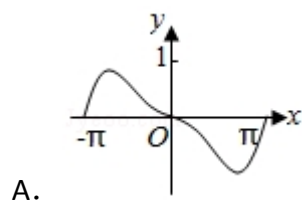


- A. $[-3, 4]$ B. $[-5, 2]$ C. $[-4, 3]$ D. $[-2, 5]$

8. (5分) O 为坐标原点, F 为抛物线 C: $y^2=4\sqrt{2}x$ 的焦点, P 为 C 上一点, 若 $|PF|=4\sqrt{2}$, 则 $\triangle POF$ 的面积为 ()

- A. 2 B. $2\sqrt{2}$ C. $2\sqrt{3}$ D. 4

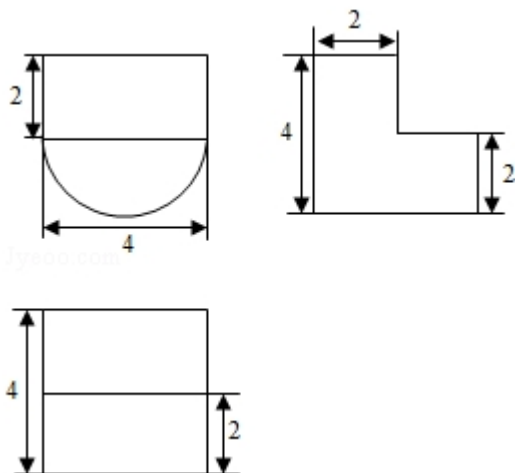
9. (5分) 函数 $f(x) = (1 - \cos x) \sin x$ 在 $[-\pi, \pi]$ 的图象大致为 ()



10. (5分) 已知锐角 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c, $23\cos^2 A + \cos 2A = 0$, $a=7$, $c=6$, 则 $b=$ ()

- A. 10 B. 9 C. 8 D. 5

11. (5分) 某几何体的三视图如图所示, 则该几何体的体积为 ()



- A. $16+8\pi$ B. $8+8\pi$ C. $16+16\pi$ D. $8+16\pi$

12. (5分) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} -x^2+2x, & x \leq 0 \\ \ln(x+1), & x > 0 \end{cases}$, 若 $|f(x)| \geq ax$, 则 a 的取值范围是 ()

- A. $(-\infty, 0]$ B. $(-\infty, 1]$ C. $[-2, 1]$ D. $[-2, 0]$

二. 填空题: 本大题共四小题, 每小题 5 分.

13. (5分) 已知两个单位向量 \vec{a} , \vec{b} 的夹角为 60° , $\vec{c} = t\vec{a} + (1-t)\vec{b}$. 若 $\vec{b} \cdot \vec{c} = 0$, 则 $t = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. (5分) 设 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} 1 \leq x \leq 3 \\ -1 \leq x-y \leq 0 \end{cases}$, 则 $z = 2x - y$ 的最大值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

15. (5分) 已知 H 是球 O 的直径 AB 上一点, $AH:HB=1:2$, $AB \perp$ 平面 α , H 为垂足, α 截球 O 所得截面的面积为 π , 则球 O 的表面积为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

16. (5分) 设当 $x=\theta$ 时, 函数 $f(x) = \sin x - 2\cos x$ 取得最大值, 则 $\cos\theta = \underline{\hspace{2cm}}$.

三. 解答题: 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

17. (12分) 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n 满足 $S_3=0$, $S_5=-5$.

(I) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(II) 求数列 $\left\{ \frac{1}{a_{2n-1} a_{2n+1}} \right\}$ 的前 n 项和.

18. (12 分) 为了比较两种治疗失眠症的药 (分别成为 A 药, B 药) 的疗效, 随机地选取 20 位患者服用 A 药, 20 位患者服用 B 药, 这 40 位患者服用一段时间后, 记录他们日平均增加的睡眠时间 (单位: h) 实验的观测结果如下:

服用 A 药的 20 位患者日平均增加的睡眠时间:

0.6 1.2 2.7 1.5 2.8 1.8 2.2 2.3 3.2 3.5
2.5 2.6 1.2 2.7 1.5 2.9 3.0 3.1 2.3 2.4

服用 B 药的 20 位患者日平均增加的睡眠时间:

3.2 1.7 1.9 0.8 0.9 2.4 1.2 2.6 1.3 1.4
1.6 0.5 1.8 0.6 2.1 1.1 2.5 1.2 2.7 0.5

(I) 分别计算两种药的平均数, 从计算结果看, 哪种药的疗效更好?

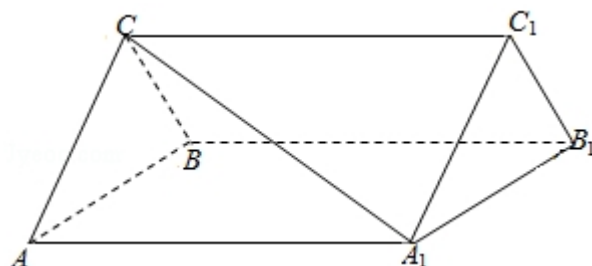
(II) 根据两组数据完成下面茎叶图, 从茎叶图看, 哪种药的疗效更好?

A 药		B 药
	0.	
	1.	
	2.	
	3.	

19. (12 分) 如图, 三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $CA=CB$, $AB=AA_1$, $\angle BAA_1=60^\circ$

(I) 证明: $AB \perp A_1C$;

(II) 若 $AB=CB=2$, $A_1C=\sqrt{6}$, 求三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的体积.



20. (12 分) 已知函数 $f(x) = e^x(ax+b) - x^2 - 4x$, 曲线 $y=f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处切线方程为 $y=4x+4$.

(I) 求 a, b 的值;

(II) 讨论 $f(x)$ 的单调性, 并求 $f(x)$ 的极大值.

21. (12 分) 已知圆 $M: (x+1)^2+y^2=1$, 圆 $N: (x-1)^2+y^2=9$, 动圆 P 与圆 M 外切并与圆 N 内切, 圆心 P 的轨迹为曲线 C .

(I) 求 C 的方程;

(II) l 是与圆 P , 圆 M 都相切的一条直线, l 与曲线 C 交于 A, B 两点, 当圆 P 的半径最长时, 求 $|AB|$.

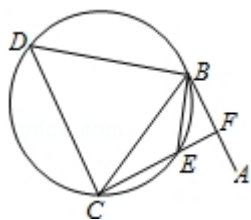
请考生在第 22、23、24 三题中任选一题作答. 注意: 只能做所选定的题目. 如果多做, 则按所做的第一个题目计分, 作答时请用 2B 铅笔在答题卡上将所选题号后的方框涂黑.

22. (10 分) (选修 4-1: 几何证明选讲)

如图, 直线 AB 为圆的切线, 切点为 B , 点 C 在圆上, $\angle ABC$ 的角平分线 BE 交圆于点 E , DB 垂直 BE 交圆于 D .

(I) 证明: $DB=DC$;

(II) 设圆的半径为 1, $BC=\sqrt{3}$, 延长 CE 交 AB 于点 F , 求 $\triangle BCF$ 外接圆的半径.



23. 已知曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x=4+5\cos t \\ y=5+5\sin t \end{cases}$ (t 为参数), 以坐标原点为极点, x

轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho=2\sin\theta$.

(1) 把 C_1 的参数方程化为极坐标方程;

(2) 求 C_1 与 C_2 交点的极坐标 ($\rho \geq 0, 0 \leq \theta < 2\pi$).

24. 已知函数 $f(x) = |2x-1| + |2x+a|$, $g(x) = x+3$.

(I) 当 $a=-2$ 时, 求不等式 $f(x) < g(x)$ 的解集;

(II) 设 $a > -1$, 且当 $x \in [-\frac{a}{2}, \frac{1}{2}]$ 时, $f(x) \leq g(x)$, 求 a 的取值范围.

2013 年全国统一高考数学试卷（文科）（新课标 I）

参考答案与试题解析

一、选择题共 12 小题．每小题 5 分，共 60 分．在每个小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的一项．

1. （5 分）已知集合 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ， $B = \{x | x = n^2, n \in A\}$ ，则 $A \cap B =$ （ ）

- A. $\{1, 4\}$ B. $\{2, 3\}$ C. $\{9, 16\}$ D. $\{1, 2\}$

【考点】1E：交集及其运算．

【专题】5J：集合．

【分析】由集合 A 中的元素分别平方求出 x 的值，确定出集合 B，找出两集合的公共元素，即可求出交集．

【解答】解：根据题意得： $x = 1, 4, 9, 16$ ，即 $B = \{1, 4, 9, 16\}$ ，

$\because A = \{1, 2, 3, 4\}$ ，

$\therefore A \cap B = \{1, 4\}$ ．

故选：A．

【点评】此题考查了交集及其运算，熟练掌握交集的定义是解本题的关键．

2. （5 分） $\frac{1+2i}{(1-i)^2} =$ （ ）

- A. $-1 - \frac{1}{2}i$ B. $-1 + \frac{1}{2}i$ C. $1 + \frac{1}{2}i$ D. $1 - \frac{1}{2}i$

【考点】A5：复数的运算．

【专题】11：计算题．

【分析】利用分式的分母平方，复数分母实数化，运算求得结果．

【解答】解： $\frac{1+2i}{(1-i)^2} = \frac{1+2i}{-2i} = \frac{(1+2i)i}{-2i \cdot i} = \frac{-2+i}{2} = -1 + \frac{1}{2}i$ ．

故选：B．

【点评】本题考查复数代数形式的混合运算，复数的乘方运算，考查计算能力．

3. (5分) 从 1, 2, 3, 4 中任取 2 个不同的数, 则取出的 2 个数之差的绝对值为 2 的概率是 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{6}$

【考点】CC: 列举法计算基本事件数及事件发生的概率.

【专题】5I: 概率与统计.

【分析】本题是一个等可能事件的概率, 试验发生包含的事件是从 4 个不同的数中随机的抽 2 个, 共有 C_4^2 种结果, 满足条件的事件是取出的数之差的绝对值等于 2 的有两种, 得到概率.

【解答】解: 由题意知本题是一个等可能事件的概率,

试验发生包含的事件是从 4 个不同的数中随机的抽 2 个, 共有 $C_4^2=6$ 种结果, 满足条件的事件是取出的数之差的绝对值等于 2, 有 2 种结果, 分别是 (1, 3), (2, 4),

\therefore 要求的概率是 $\frac{2}{C_4^2} = \frac{1}{3}$.

故选: B.

【点评】本题考查等可能事件的概率, 是一个基础题, 本题解题的关键是事件数是一个组合数, 若都按照排列数来理解也可以做出正确的结果.

4. (5分) 已知双曲线 C: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的离心率为 $\frac{\sqrt{5}}{2}$, 则 C 的渐近线方程为 ()

- A. $y = \pm \frac{1}{4}x$ B. $y = \pm \frac{1}{3}x$ C. $y = \pm x$ D. $y = \pm \frac{1}{2}x$

【考点】KC: 双曲线的性质.

【专题】5D: 圆锥曲线的定义、性质与方程.

【分析】由离心率和 a, b, c 的关系可得 $b^2 = 4a^2$, 而渐近线方程为 $y = \pm \frac{b}{a}x$, 代入可

得答案.

【解答】解：由双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$)，

则离心率 $e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{a} = \frac{\sqrt{5}}{2}$ ，即 $4b^2 = a^2$ ，

故渐近线方程为 $y = \pm \frac{b}{a}x = \pm \frac{1}{2}x$ ，

故选：D.

【点评】本题考查双曲线的简单性质，涉及的渐近线方程，属基础题.

5. (5 分) 已知命题 $p: \forall x \in \mathbb{R}, 2^x < 3^x$ ；命题 $q: \exists x \in \mathbb{R}, x^3 = 1 - x^2$ ，则下列命题中为真命题的是 ()

A. $p \wedge q$ B. $\neg p \wedge q$ C. $p \wedge \neg q$ D. $\neg p \wedge \neg q$

【考点】2E：复合命题及其真假.

【专题】21：阅读型；5L：简易逻辑.

【分析】举反例说明命题 p 为假命题，则 $\neg p$ 为真命题. 引入辅助函数 $f(x) = x^3 + x^2 - 1$ ，由函数零点的存在性定理得到该函数有零点，从而得到命题 q 为真命题，由复合命题的真假得到答案.

【解答】解：因为 $x = -1$ 时， $2^{-1} > 3^{-1}$ ，所以命题 $p: \forall x \in \mathbb{R}, 2^x < 3^x$ 为假命题，则 $\neg p$ 为真命题.

令 $f(x) = x^3 + x^2 - 1$ ，因为 $f(0) = -1 < 0$ ， $f(1) = 1 > 0$. 所以函数 $f(x) = x^3 + x^2 - 1$ 在 $(0, 1)$ 上存在零点，

即命题 $q: \exists x \in \mathbb{R}, x^3 = 1 - x^2$ 为真命题.

则 $\neg p \wedge q$ 为真命题.

故选：B.

【点评】本题考查了复合命题的真假，考查了指数函数的性质及函数零点的判断方法，解答的关键是熟记复合命题的真值表，是基础题.

6. (5分) 设首项为1, 公比为 $\frac{2}{3}$ 的等比数列 $\{a_n\}$ 的前n项和为 S_n , 则 ()

- A. $S_n=2a_n-1$ B. $S_n=3a_n-2$ C. $S_n=4-3a_n$ D. $S_n=3-2a_n$

【考点】89: 等比数列的前n项和.

【专题】54: 等差数列与等比数列.

【分析】由题意可得数列的通项公式, 进而可得其求和公式, 化简可得要求的关系式.

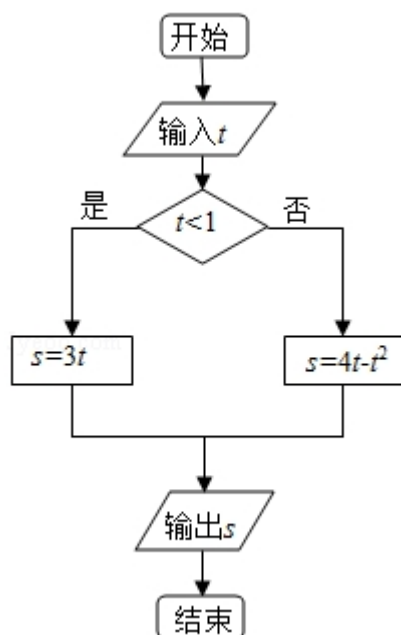
【解答】解: 由题意可得 $a_n=1 \times (\frac{2}{3})^{n-1} = (\frac{2}{3})^{n-1}$,

$$\therefore S_n = \frac{1 \times (1 - (\frac{2}{3})^n)}{1 - \frac{2}{3}} = 3 - 3 \times (\frac{2}{3})^n = 3 - 2(\frac{2}{3})^{n-1} = 3 - 2a_n,$$

故选: D.

【点评】本题考查等比数列的求和公式和通项公式, 涉及指数的运算, 属中档题.

7. (5分) 执行程序框图, 如果输入的 $t \in [-1, 3]$, 则输出的s属于 ()



- A. $[-3, 4]$ B. $[-5, 2]$ C. $[-4, 3]$ D. $[-2, 5]$

【考点】3B：分段函数的解析式求法及其图象的作法；EF：程序框图.

【专题】27：图表型；5K：算法和程序框图.

【分析】本题考查的知识点是程序框图，分析程序中各变量、各语句的作用，再根据流程图所示的顺序，可知：该程序的作用是计算一个分段函数的函数值，由条件为 $t < 1$ 我们可得，分段函数的分类标准，由分支结构中是否两条分支上对应的语句行，我们易得函数的解析式.

【解答】解：由判断框中的条件为 $t < 1$ ，可得：

函数分为两段，即 $t < 1$ 与 $t \geq 1$ ，

又由满足条件时函数的解析式为： $s = 3t$ ；

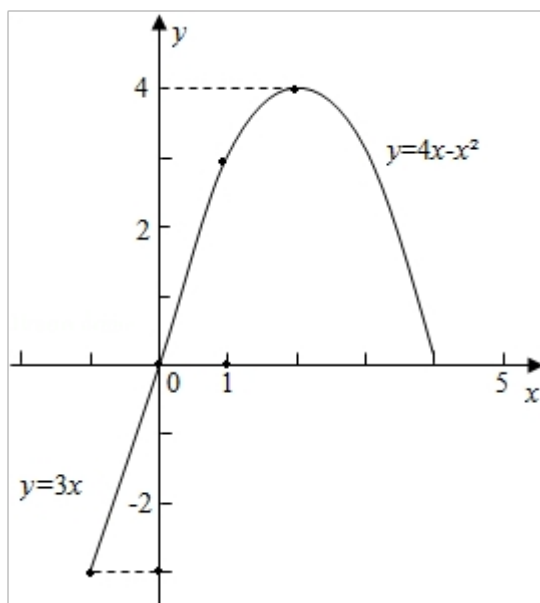
不满足条件时，即 $t \geq 1$ 时，函数的解析式为： $s = 4t - t^2$

故分段函数的解析式为： $s = \begin{cases} 3t, & t < 1 \\ 4t - t^2, & t \geq 1 \end{cases}$ ，

如果输入的 $t \in [-1, 3]$ ，画出此分段函数在 $t \in [-1, 3]$ 时的图象，

则输出的 s 属于 $[-3, 4]$.

故选：A.



【点评】要求条件结构对应的函数解析式，要分如下几个步骤：①分析流程图的结构，分析条件结构是如何嵌套的，以确定函数所分的段数；②根据判断框中的条件，设置分类标准；③根据判断框的“是”与“否”分支对应的操作，分析

函数各段的解析式；④对前面的分类进行总结，写出分段函数的解析式.

8. (5分) O 为坐标原点, F 为抛物线 C: $y^2=4\sqrt{2}x$ 的焦点, P 为 C 上一点, 若 $|PF|=4\sqrt{2}$, 则 $\triangle POF$ 的面积为 ()
- A. 2 B. $2\sqrt{2}$ C. $2\sqrt{3}$ D. 4

【考点】K8: 抛物线的性质.

【专题】11: 计算题; 5D: 圆锥曲线的定义、性质与方程.

【分析】根据抛物线方程, 算出焦点 F 坐标为 $(\sqrt{2}, 0)$. 设 P (m, n), 由抛物线的定义结合 $|PF|=4\sqrt{2}$, 算出 $m=3\sqrt{2}$, 从而得到 $n=\pm 2\sqrt{6}$, 得到 $\triangle POF$ 的边 OF 上的高等于 $2\sqrt{6}$, 最后根据三角形面积公式即可算出 $\triangle POF$ 的面积.

【解答】解: \because 抛物线 C 的方程为 $y^2=4\sqrt{2}x$

$\therefore 2p=4\sqrt{2}$, 可得 $\frac{p}{2}=\sqrt{2}$, 得焦点 F $(\sqrt{2}, 0)$

设 P (m, n)

根据抛物线的定义, 得 $|PF|=m+\frac{p}{2}=4\sqrt{2}$,

即 $m+\sqrt{2}=4\sqrt{2}$, 解得 $m=3\sqrt{2}$

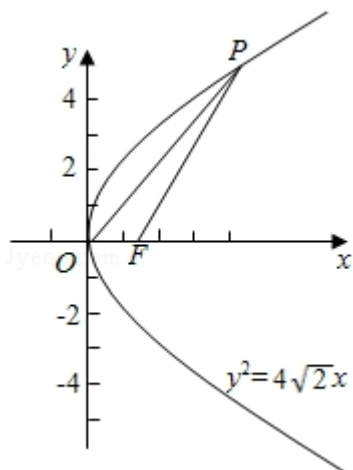
\because 点 P 在抛物线 C 上, 得 $n^2=4\sqrt{2}\times 3\sqrt{2}=24$

$\therefore n=\pm\sqrt{24}=\pm 2\sqrt{6}$

$\because |OF|=\sqrt{2}$

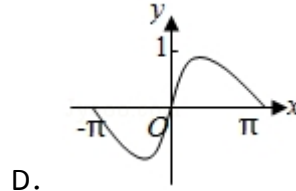
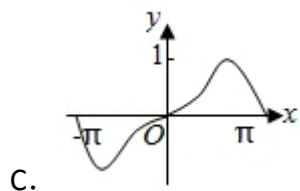
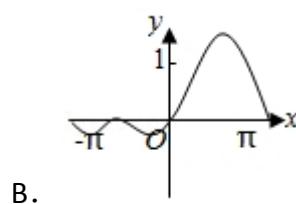
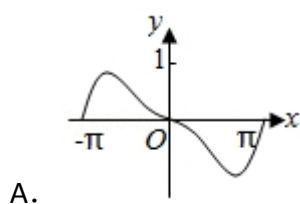
$\therefore \triangle POF$ 的面积为 $S=\frac{1}{2}|OF|\times |n|=\frac{1}{2}\times \sqrt{2}\times 2\sqrt{6}=2\sqrt{3}$

故选: C.



【点评】本题给出抛物线 $C: y^2=4\sqrt{2}x$ 上与焦点 F 的距离为 $4\sqrt{2}$ 的点 P ，求 $\triangle POF$ 的面积．着重考查了三角形的面积公式、抛物线的标准方程和简单几何性质等知识，属于基础题．

9. (5 分) 函数 $f(x) = (1 - \cos x) \sin x$ 在 $[-\pi, \pi]$ 的图象大致为 ()



【考点】3A：函数的图象与图象的变换．

【专题】51：函数的性质及应用．

【分析】由函数的奇偶性可排除 B，再由 $x \in (0, \pi)$ 时， $f(x) > 0$ ，可排除 A，求导数可得 $f'(0) = 0$ ，可排除 D，进而可得答案．

【解答】解：由题意可知： $f(-x) = (1 - \cos x) \sin(-x) = -f(x)$ ，

故函数 $f(x)$ 为奇函数，故可排除 B，

又因为当 $x \in (0, \pi)$ 时， $1 - \cos x > 0$ ， $\sin x > 0$ ，

故 $f(x) > 0$ ，可排除 A，

$$\text{又 } f'(x) = (1 - \cos x)' \sin x + (1 - \cos x) (\sin x)'$$

$$= \sin^2 x + \cos x - \cos^2 x = \cos x - \cos 2x,$$

故可得 $f'(0) = 0$ ，可排除 D，

故选：C.

【点评】 本题考查三角函数的图象，涉及函数的奇偶性和某点的导数值，属基础题.

10. (5 分) 已知锐角 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c, $23\cos^2 A + \cos 2A = 0$ ， $a=7$ ， $c=6$ ，则 $b=$ ()

A. 10

B. 9

C. 8

D. 5

【考点】 HR: 余弦定理.

【专题】 58: 解三角形.

【分析】 利用二倍角的余弦函数公式化简已知的等式，求出 $\cos A$ 的值，再由 a 与 c 的值，利用余弦定理即可求出 b 的值.

【解答】 解： $\because 23\cos^2 A + \cos 2A = 23\cos^2 A + 2\cos^2 A - 1 = 0$ ，即 $\cos^2 A = \frac{1}{25}$ ，A 为锐角，

$$\therefore \cos A = \frac{1}{5},$$

又 $a=7$ ， $c=6$ ，

根据余弦定理得： $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$ ，即 $49 = b^2 + 36 - \frac{12}{5}b$ ，

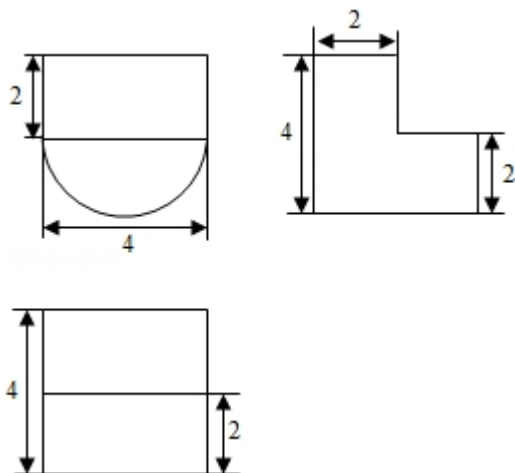
解得： $b=5$ 或 $b=-\frac{13}{5}$ (舍去)，

则 $b=5$.

故选：D.

【点评】 此题考查了余弦定理，二倍角的余弦函数公式，熟练掌握余弦定理是解本题的关键.

11. (5 分) 某几何体的三视图如图所示，则该几何体的体积为 ()



A. $16+8\pi$

B. $8+8\pi$

C. $16+16\pi$

D. $8+16\pi$

【考点】L!：由三视图求面积、体积.

【专题】16：压轴题；27：图表型.

【分析】三视图复原的几何体是一个长方体与半个圆柱的合体，依据三视图的数据，得出合体长、宽、高，即可求出几何体的体积.

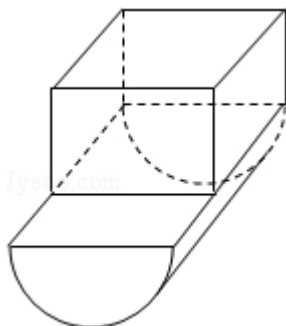
【解答】解：三视图复原的几何体是一个长方体与半个圆柱的合体，如图，其中长方体长、宽、高分别是 4，2，2，半个圆柱的底面半径为 2，母线长为 4

\therefore 长方体的体积 $=4 \times 2 \times 2=16$,

半个圆柱的体积 $=\frac{1}{2} \times 2^2 \times \pi \times 4=8\pi$

所以这个几何体的体积是 $16+8\pi$;

故选：A.



【点评】本题考查了几何体的三视图及直观图的画法，三视图与直观图的关系，柱体体积计算公式，空间想象能力

12. (5 分) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} -x^2+2x, & x \leq 0 \\ \ln(x+1), & x > 0 \end{cases}$, 若 $|f(x)| \geq ax$, 则 a 的取值

范围是 ()

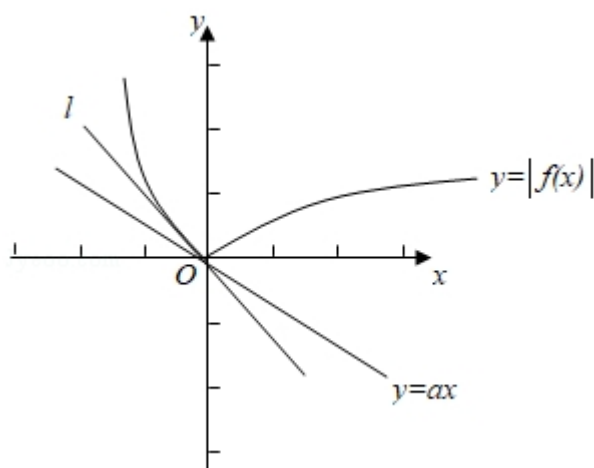
- A. $(-\infty, 0]$ B. $(-\infty, 1]$ C. $[-2, 1]$ D. $[-2, 0]$

【考点】7E: 其他不等式的解法.

【专题】16: 压轴题; 59: 不等式的解法及应用.

【分析】由函数图象的变换, 结合基本初等函数的图象可作出函数 $y=|f(x)|$ 的图象, 和函数 $y=ax$ 的图象, 由导数求切线斜率可得 l 的斜率, 进而数形结合可得 a 的范围.

【解答】解: 由题意可作出函数 $y=|f(x)|$ 的图象, 和函数 $y=ax$ 的图象,



由图象可知: 函数 $y=ax$ 的图象为过原点的直线, 当直线介于 l 和 x 轴之间符合题意, 直线 l 为曲线的切线, 且此时函数 $y=|f(x)|$ 在第二象限的部分解析式为

$$y=x^2-2x,$$

求其导数可得 $y'=2x-2$, 因为 $x \leq 0$, 故 $y' \leq -2$, 故直线 l 的斜率为 -2 ,

故只需直线 $y=ax$ 的斜率 a 介于 -2 与 0 之间即可, 即 $a \in [-2, 0]$

故选: D.

【点评】本题考查其它不等式的解法, 数形结合是解决问题的关键, 属中档题.

二. 填空题: 本大题共四小题, 每小题 5 分.

13. (5 分) 已知两个单位向量 \vec{a} , \vec{b} 的夹角为 60° , $\vec{c} = t\vec{a} + (1-t)\vec{b}$. 若 $\vec{b} \cdot \vec{c} = 0$, 则 $t = \underline{2}$.

【考点】9H: 平面向量的基本定理; 9O: 平面向量数量积的性质及其运算.

【专题】5A: 平面向量及应用.

【分析】由于 $\vec{b} \cdot \vec{c} = 0$, 对式子 $\vec{c} = t\vec{a} + (1-t)\vec{b}$ 两边与 \vec{b} 作数量积可得

$$\vec{c} \cdot \vec{b} = t\vec{a} \cdot \vec{b} + (1-t)\vec{b}^2 = 0, \text{ 经过化简即可得出.}$$

【解答】解: $\because \vec{c} = t\vec{a} + (1-t)\vec{b}$, $\vec{c} \cdot \vec{b} = 0$, $\therefore \vec{c} \cdot \vec{b} = t\vec{a} \cdot \vec{b} + (1-t)\vec{b}^2 = 0$,

$$\therefore t\cos 60^\circ + 1 - t = 0, \therefore 1 - \frac{1}{2}t = 0, \text{ 解得 } t = 2.$$

故答案为 2.

【点评】熟练掌握向量的数量积运算是解题的关键.

14. (5 分) 设 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} 1 \leq x \leq 3 \\ -1 \leq x - y \leq 0 \end{cases}$, 则 $z = 2x - y$ 的最大值为 3.

【考点】7C: 简单线性规划.

【专题】59: 不等式的解法及应用.

【分析】先根据约束条件画出可行域, 再利用几何意义求最值, $z = 2x - y$ 表示直线在 y 轴上的截距, 只需求出可行域直线在 y 轴上的截距最大值即可.

【解答】解: 不等式组表示的平面区域如图所示,

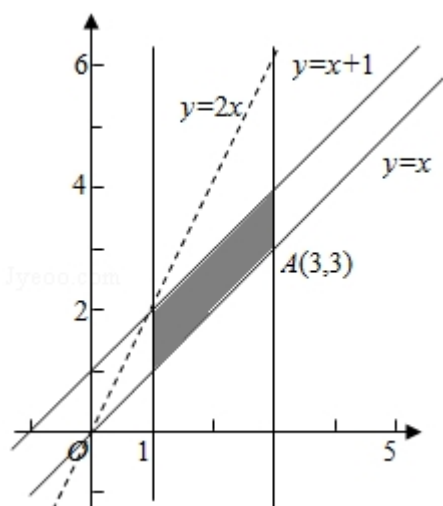
$$\text{由 } \begin{cases} x=3 \\ y=x \end{cases} \text{ 得 } A(3, 3),$$

$z = 2x - y$ 可转换成 $y = 2x - z$, z 最大时, y 值最小,

即: 当直线 $z = 2x - y$ 过点 $A(3, 3)$ 时,

在 y 轴上截距最小, 此时 z 取得最大值 3.

故答案为: 3.



【点评】本题主要考查了简单的线性规划，以及利用几何意义求最值，属于基础题.

15. (5分) 已知 H 是球 O 的直径 AB 上一点, $AH:HB=1:2$, $AB \perp$ 平面 α , H 为垂足, α 截球 O 所得截面的面积为 π , 则球 O 的表面积为 $\frac{9\pi}{2}$.

【考点】LG: 球的体积和表面积.

【专题】16: 压轴题; 5F: 空间位置关系与距离.

【分析】本题考查的知识点是球的表面积公式, 设球的半径为 R , 根据题意知由与球心距离为 $\frac{1}{3}R$ 的平面截球所得的截面圆的面积是 π , 我们易求出截面圆的半径为 1, 根据球心距、截面圆半径、球半径构成直角三角形, 满足勾股定理, 我们易求出该球的半径, 进而求出球的表面积.

【解答】解: 设球的半径为 R , $\because AH:HB=1:2$, \therefore 平面 α 与球心的距离为 $\frac{1}{3}R$,

$\because \alpha$ 截球 O 所得截面的面积为 π ,

$\therefore d=\frac{1}{3}R$ 时, $r=1$,

故由 $R^2=r^2+d^2$ 得 $R^2=1^2+(\frac{1}{3}R)^2$, $\therefore R^2=\frac{9}{8}$

\therefore 球的表面积 $S=4\pi R^2=\frac{9\pi}{2}$.

故答案为: $\frac{9\pi}{2}$.

【点评】若球的截面圆半径为 r ，球心距为 d ，球半径为 R ，则球心距、截面圆半径、球半径构成直角三角形，满足勾股定理，即 $R^2=r^2+d^2$

16. (5 分) 设当 $x=\theta$ 时，函数 $f(x)=\sin x-2\cos x$ 取得最大值，则 $\cos\theta=$ $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$

【考点】GP：两角和与差的三角函数；H4：正弦函数的定义域和值域.

【专题】16：压轴题；56：三角函数的求值.

【分析】 $f(x)$ 解析式提取 $\sqrt{5}$ ，利用两角和与差的正弦函数公式化为一个角的正弦函数，由 $x=\theta$ 时，函数 $f(x)$ 取得最大值，得到 $\sin\theta-2\cos\theta=\sqrt{5}$ ，与 $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$ 联立即可求出 $\cos\theta$ 的值.

【解答】解： $f(x)=\sin x-2\cos x=\sqrt{5}\left(\frac{\sqrt{5}}{5}\sin x-\frac{2\sqrt{5}}{5}\cos x\right)=\sqrt{5}\sin(x-\alpha)$ （其中 $\cos\alpha=\frac{\sqrt{5}}{5}$ ， $\sin\alpha=\frac{2\sqrt{5}}{5}$ ），

$\because x=\theta$ 时，函数 $f(x)$ 取得最大值，

$\therefore \sin(\theta-\alpha)=1$ ，即 $\sin\theta-2\cos\theta=\sqrt{5}$ ，

又 $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$ ，

联立得 $(2\cos\theta+\sqrt{5})^2+\cos^2\theta=1$ ，解得 $\cos\theta=-\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

故答案为： $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$

【点评】此题考查了两角和与差的正弦函数公式，同角三角函数间的基本关系，以及正弦函数的定义域与值域，熟练掌握公式是解本题的关键.

三.解答题：解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

17. (12 分) 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n 满足 $S_3=0$ ， $S_5=-5$.

(I) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(II) 求数列 $\left\{\frac{1}{a_{2n-1}a_{2n+1}}\right\}$ 的前 n 项和.

【考点】84：等差数列的通项公式；8E：数列的求和.

【专题】54：等差数列与等比数列.

【分析】（I）设出等差数列 $\{a_n\}$ 的首项和公差，直接由 $S_3=0$ ， $S_5=-5$ 列方程组

求出，然后代入等差数列的通项公式整理；

（II）把（I）中求出的通项公式，代入数列 $\{\frac{1}{a_{2r-1}a_{2n+1}}\}$ 的通项中进行列项整理，则利用裂项相消可求数列 $\{\frac{1}{a_{2r-1}a_{2n+1}}\}$ 的前 n 项和.

【解答】解：（I）设数列 $\{a_n\}$ 的首项为 a_1 ，公差为 d ，则 $S_n=na_1+\frac{n(n-1)d}{2}$.

$$\text{由已知可得} \begin{cases} 3a_1+3d=0 \\ 5a_1+\frac{5(5-1)}{2}d=-5 \end{cases}, \text{即} \begin{cases} a_1+d=0 \\ a_1+2d=-1 \end{cases}, \text{解得 } a_1=1, d=-1,$$

故 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=a_1+(n-1)d=1+(n-1)\cdot(-1)=2-n$;

$$\text{（II）由（I）知} \frac{1}{a_{2r-1}a_{2n+1}} = \frac{1}{(3-2n)(1-2n)} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2n-3} - \frac{1}{2n-1} \right).$$

从而数列 $\{\frac{1}{a_{2r-1}a_{2n+1}}\}$ 的前 n 项和

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{1}{2} \left[\left(\frac{1}{-1} - \frac{1}{1} \right) + \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{3} \right) + \cdots + \left(\frac{1}{2n-3} - \frac{1}{2n-1} \right) \right] \\ &= \frac{1}{2} \left(-1 - \frac{1}{2n-1} \right) = \frac{n}{1-2n}. \end{aligned}$$

【点评】本题考查了等差数列的通项公式，考查了裂项相消法求数列的和，是中档题.

18. （12分）为了比较两种治疗失眠症的药（分别成为A药，B药）的疗效，随机地选取20位患者服用A药，20位患者服用B药，这40位患者服用一段时间后，记录他们日平均增加的睡眠时间（单位：h）实验的观测结果如下：服用A药的20位患者日平均增加的睡眠时间：

0.6 1.2 2.7 1.5 2.8 1.8 2.2 2.3 3.2 3.5
2.5 2.6 1.2 2.7 1.5 2.9 3.0 3.1 2.3 2.4

服用B药的20位患者日平均增加的睡眠时间：

3.2 1.7 1.9 0.8 0.9 2.4 1.2 2.6 1.3 1.4
1.6 0.5 1.8 0.6 2.1 1.1 2.5 1.2 2.7 0.5

- (I) 分别计算两种药的平均数，从计算结果看，哪种药的疗效更好？
 (II) 根据两组数据完成下面茎叶图，从茎叶图看，哪种药的疗效更好？

A 药		B 药
	0.	
	1.	
	2.	
	3.	

【考点】BA：茎叶图；BB：众数、中位数、平均数.

【专题】5I：概率与统计.

【分析】(I) 利用平均数的计算公式即可得出，据此即可判断出结论；

(II) 利用已知数据和茎叶图的结构即可完成.

【解答】解：(I) 设 A 药观测数据的平均数为 \bar{x} ，设 B 药观测数据的平均数为 \bar{y} ，

$$\text{则 } \bar{x} = \frac{1}{20} \times \quad ($$

$$0.6 + 1.2 + 2.7 + 1.5 + 2.8 + 1.8 + 2.2 + 2.3 + 3.2 + 3.5 + 2.5 + 2.6 + 1.2 + 2.7 + 1.5 + 2.9 + 3.0 + 3.1 + 2.3 + 2.4) = 2.3.$$

$$\bar{y} = \frac{1}{20} \times \quad ($$

$$3.2 + 1.7 + 1.9 + 0.8 + 0.9 + 2.4 + 1.2 + 2.6 + 1.3 + 1.4 + 1.6 + 0.5 + 1.8 + 0.6 + 2.1 + 1.1 + 2.5 + 1.2 + 2.7 + 0.5) = 1.6.$$

由以上计算结果可知： $\bar{x} > \bar{y}$. 由此可看出 A 药的效果更好.

(II) 根据两组数据得到下面茎叶图：

A 药		B 药
	0.	5 5 6 8 9
8 5 5 2 2	1.	1 2 2 3 4 6 7 8 9
9 8 7 7 6 5 4 3 3 2	2.	1 4 5 6 7
5 2 1 0	3.	2

从以上茎叶图可以看出，A 药疗效的试验结果有 $\frac{7}{10}$ 的叶集中在 2, 3 上. 而 B 药

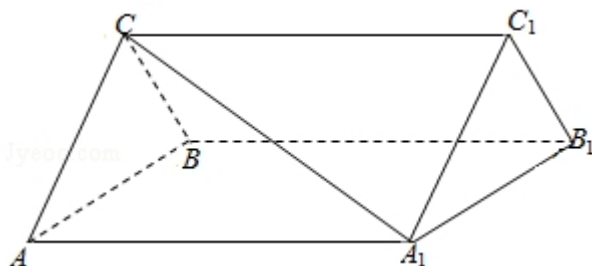
疗效的试验结果由 $\frac{7}{10}$ 的叶集中在 0, 1 上. 由此可看出 A 药的疗效更好.

【点评】熟练掌握平均数的计算公式和茎叶图的结果及其功能是解题的关键.

19. (12 分) 如图, 三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $CA=CB$, $AB=AA_1$, $\angle BAA_1=60^\circ$

(I) 证明: $AB \perp A_1C$;

(II) 若 $AB=CB=2$, $A_1C=\sqrt{6}$, 求三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的体积.



【考点】LF: 棱柱、棱锥、棱台的体积; LW: 直线与平面垂直.

【专题】5F: 空间位置关系与距离.

【分析】(I) 由题目给出的边的关系, 可想到去 AB 中点 O, 连结 OC, OA_1 , 可通过证明 $AB \perp$ 平面 OA_1C 得要证的结论;

(II) 在三角形 OCA_1 中, 由勾股定理得到 $OA_1 \perp OC$, 再根据 $OA_1 \perp AB$, 得到 OA_1 为三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的高, 利用已知给出的边的长度, 直接利用棱柱体积公式求体积.

【解答】(I) 证明: 如图,

取 AB 的中点 O, 连结 OC, OA_1 , A_1B .

因为 $CA=CB$, 所以 $OC \perp AB$.

由于 $AB=AA_1$, $\angle BAA_1=60^\circ$, 故 $\triangle AA_1B$ 为等边三角形,

所以 $OA_1 \perp AB$.

因为 $OC \cap OA_1=O$, 所以 $AB \perp$ 平面 OA_1C .

又 $A_1C \subset$ 平面 OA_1C , 故 $AB \perp A_1C$;

(II) 解: 由题设知 $\triangle ABC$ 与 $\triangle AA_1B$ 都是边长为 2 的等边三角形,

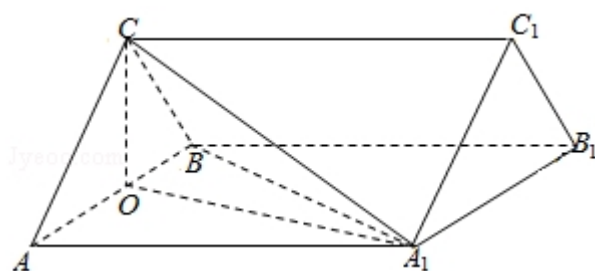
所以 $OC=OA_1=\sqrt{3}$.

又 $A_1C = \sqrt{6}$, 则 $A_1C^2 = OC^2 + OA_1^2$, 故 $OA_1 \perp OC$.

因为 $OC \cap AB = O$, 所以 $OA_1 \perp$ 平面 ABC , OA_1 为三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的高.

又 $\triangle ABC$ 的面积 $S_{\triangle ABC} = \sqrt{3}$, 故三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的体积

$$V = S_{\triangle ABC} \times OA_1 = \sqrt{3} \times \sqrt{3} = 3.$$



【点评】题主要考查了直线与平面垂直的性质，考查了棱柱的体积，考查空间想象能力、运算能力和推理论证能力，属于中档题.

20. (12 分) 已知函数 $f(x) = e^x(ax+b) - x^2 - 4x$, 曲线 $y=f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处切线方程为 $y=4x+4$.

(I) 求 a, b 的值;

(II) 讨论 $f(x)$ 的单调性, 并求 $f(x)$ 的极大值.

【考点】6D: 利用导数研究函数的极值; 6H: 利用导数研究曲线上某点切线方程.

【专题】16: 压轴题; 53: 导数的综合应用.

【分析】(I) 求导函数, 利用导数的几何意义及曲线 $y=f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处切线方程为 $y=4x+4$, 建立方程, 即可求得 a, b 的值;

(II) 利用导数的正负, 可得 $f(x)$ 的单调性, 从而可求 $f(x)$ 的极大值.

【解答】解: (I) $\because f(x) = e^x(ax+b) - x^2 - 4x$,

$$\therefore f'(x) = e^x(ax+a+b) - 2x - 4,$$

\because 曲线 $y=f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处切线方程为 $y=4x+4$

$$\therefore f(0) = 4, f'(0) = 4$$

$$\therefore b=4, a+b=8$$

$$\therefore a=4, b=4;$$

(II) 由(I)知, $f(x) = 4e^x(x+1) - x^2 - 4x$, $f'(x) = 4e^x(x+2) - 2x - 4 = 4(x+2)\left(e^x - \frac{1}{2}\right)$,

令 $f'(x) = 0$, 得 $x = -\ln 2$ 或 $x = -2$

$\therefore x \in (-\infty, -2)$ 或 $(-\ln 2, +\infty)$ 时, $f'(x) > 0$; $x \in (-2, -\ln 2)$ 时, $f'(x) < 0$

$\therefore f(x)$ 的单调增区间是 $(-\infty, -2)$, $(-\ln 2, +\infty)$, 单调减区间是 $(-2, -\ln 2)$

当 $x = -2$ 时, 函数 $f(x)$ 取得极大值, 极大值为 $f(-2) = 4(1 - e^{-2})$.

【点评】 本题考查导数的几何意义, 考查函数的单调性与极值, 考查学生的计算能力, 确定函数的解析式是关键.

21. (12分) 已知圆 $M: (x+1)^2 + y^2 = 1$, 圆 $N: (x-1)^2 + y^2 = 9$, 动圆 P 与圆 M 外切并与圆 N 内切, 圆心 P 的轨迹为曲线 C .

(I) 求 C 的方程;

(II) l 是与圆 P , 圆 M 都相切的一条直线, l 与曲线 C 交于 A, B 两点, 当圆 P 的半径最长时, 求 $|AB|$.

【考点】 J3: 轨迹方程; J9: 直线与圆的位置关系.

【专题】 5B: 直线与圆.

【分析】 (I) 设动圆的半径为 R , 由已知动圆 P 与圆 M 外切并与圆 N 内切, 可得 $|PM| + |PN| = R + 1 + (3 - R) = 4$, 而 $|NM| = 2$, 由椭圆的定义可知: 动点 P 的轨迹是以 M, N 为焦点, 4 为长轴长的椭圆, 求出即可;

(II) 设曲线 C 上任意一点 $P(x, y)$, 由于 $|PM| - |PN| = 2R - 2 \leq 4 - 2 = 2$, 所以

$R \leq 2$, 当且仅当 $\odot P$ 的圆心为 $(2, 0)$ $R=2$ 时, 其半径最大, 其方程为 $(x-2)^2 + y^2 = 4$. 分① l 的倾斜角为 90° , 此时 l 与 y 轴重合, 可得 $|AB|$. ②若 l 的倾斜角不为 90° , 由于 $\odot M$ 的半径 $1 \neq R$, 可知 l 与 x 轴不平行, 设 l 与 x 轴的交点为 Q , 根据 $\frac{|QP|}{|QM|} = \frac{R}{r_1}$, 可得 $Q(-4, 0)$, 所以可设 $l: y = k(x+4)$, 与椭圆的方程联立, 得到根与系数的关系利用弦长公式即可得出.

【解答】解: (I) 由圆 $M: (x+1)^2 + y^2 = 1$, 可知圆心 $M(-1, 0)$; 圆 $N: (x-1)^2 + y^2 = 9$, 圆心 $N(1, 0)$, 半径 3.

设动圆的半径为 R ,

\because 动圆 P 与圆 M 外切并与圆 N 内切, $\therefore |PM| + |PN| = R + 1 + (3 - R) = 4$,

而 $|NM| = 2$, 由椭圆的定义可知: 动点 P 的轨迹是以 M, N 为焦点, 4 为长轴长的椭圆,

$\therefore a = 2, c = 1, b^2 = a^2 - c^2 = 3$.

\therefore 曲线 C 的方程为 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1 (x \neq -2)$.

(II) 设曲线 C 上任意一点 $P(x, y)$,

由于 $|PM| - |PN| = 2R - 2 \leq 3 - 1 = 2$, 所以 $R \leq 2$, 当且仅当 $\odot P$ 的圆心为 $(2, 0)$

$R=2$ 时, 其半径最大, 其方程为 $(x-2)^2 + y^2 = 4$.

① l 的倾斜角为 90° , 则 l 与 y 轴重合, 可得 $|AB| = 2\sqrt{3}$.

②若 l 的倾斜角不为 90° , 由于 $\odot M$ 的半径 $1 \neq R$, 可知 l 与 x 轴不平行,

设 l 与 x 轴的交点为 Q , 则 $\frac{|QP|}{|QM|} = \frac{R}{r_1}$, 可得 $Q(-4, 0)$, 所以可设 $l: y = k(x+4)$,

由 l 与 M 相切可得: $\frac{|3k|}{\sqrt{1+k^2}} = 1$, 解得 $k = \pm \frac{\sqrt{2}}{4}$.

当 $k = \frac{\sqrt{2}}{4}$ 时, 联立 $\begin{cases} y = \frac{\sqrt{2}}{4}x + \sqrt{2} \\ \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1 \end{cases}$, 得到 $7x^2 + 8x - 8 = 0$.

$$\therefore x_1 + x_2 = -\frac{8}{7}, \quad x_1 x_2 = -\frac{8}{7}.$$

$$\therefore |AB| = \sqrt{1+k^2} |x_2 - x_1| = \sqrt{1 + \left(\frac{\sqrt{2}}{4}\right)^2} \sqrt{\left(-\frac{8}{7}\right)^2 - 4 \times \left(-\frac{8}{7}\right)} = \frac{18}{7}$$

由于对称性可知：当 $k = -\frac{\sqrt{2}}{4}$ 时，也有 $|AB| = \frac{18}{7}$.

综上所述： $|AB| = 2\sqrt{3}$ 或 $\frac{18}{7}$.

【点评】 本题综合考查了两圆的相切关系、直线与圆相切问题、椭圆的定义及其性质、直线与椭圆相交问题转化为方程联立得到根与系数的关系、弦长公式等基础知识，需要较强的推理能力和计算能力及其分类讨论的思想方法.

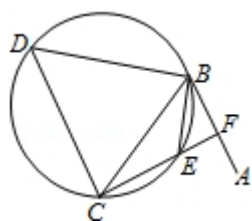
请考生在第 22、23、24 三题中任选一题作答. 注意：只能做所选定的题目. 如果多做，则按所做的第一个题目计分，作答时请用 **2B** 铅笔在答题卡上将所选题号后的方框涂黑.

22. (10 分) (选修 4-1: 几何证明选讲)

如图，直线 AB 为圆的切线，切点为 B，点 C 在圆上， $\angle ABC$ 的角平分线 BE 交圆于点 E，DB 垂直 BE 交圆于 D.

(I) 证明：DB=DC；

(II) 设圆的半径为 1， $BC = \sqrt{3}$ ，延长 CE 交 AB 于点 F，求 $\triangle BCF$ 外接圆的半径.



【考点】 NC: 与圆有关的比例线段.

【专题】 5B: 直线与圆.

【分析】 (I) 连接 DE 交 BC 于点 G，由弦切角定理可得 $\angle ABE = \angle BCE$ ，由已知角平分线可得 $\angle ABE = \angle CBE$ ，于是得到 $\angle CBE = \angle BCE$ ， $BE = CE$. 由已知 $DB \perp BE$ ，可知 DE 为 $\odot O$ 的直径， $Rt\triangle DBE \cong Rt\triangle DCE$ ，利用三角形全等的性质即可得到 $DC = DB$.

(II) 由 (I) 可知: DG 是 BC 的垂直平分线, 即可得到 $BG = \frac{\sqrt{3}}{2}$. 设 DE 的中点为 O , 连接 BO , 可得 $\angle BOG = 60^\circ$. 从而 $\angle ABE = \angle BCE = \angle CBE = 30^\circ$. 得到 $CF \perp BF$. 进而得到 $Rt\triangle BCF$ 的外接圆的半径 $= \frac{1}{2}BC$.

【解答】 (I) 证明: 连接 DE 交 BC 于点 G .

由弦切角定理可得 $\angle ABE = \angle BCE$, 而 $\angle ABE = \angle CBE$,

$\therefore \angle CBE = \angle BCE$, $BE = CE$.

又 $\because DB \perp BE$, $\therefore DE$ 为 $\odot O$ 的直径, $\angle DCE = 90^\circ$.

$\therefore \triangle DBE \cong \triangle DCE$, $\therefore DC = DB$.

(II) 由 (I) 可知: $\angle CDE = \angle BDE$, $DB = DC$.

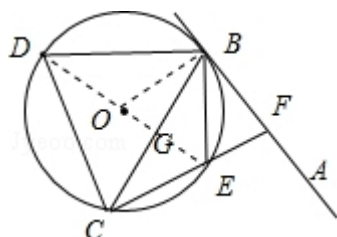
故 DG 是 BC 的垂直平分线, $\therefore BG = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

设 DE 的中点为 O , 连接 BO , 则 $\angle BOG = 60^\circ$.

从而 $\angle ABE = \angle BCE = \angle CBE = 30^\circ$.

$\therefore CF \perp BF$.

$\therefore Rt\triangle BCF$ 的外接圆的半径 $= \frac{\sqrt{3}}{2}$.



【点评】 本题综合考查了圆的性质、弦切角定理、等边三角形的性质、三角形全等、三角形的外接圆的半径等知识, 需要较强的推理能力、分析问题和解决问题的能力.

23. 已知曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x=4+5\cos t \\ y=5+5\sin t \end{cases}$ (t 为参数), 以坐标原点为极点, x

轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho = 2\sin\theta$.

(1) 把 C_1 的参数方程化为极坐标方程;

(2) 求 C_1 与 C_2 交点的极坐标 ($\rho \geq 0$, $0 \leq \theta < 2\pi$).

【考点】 Q4: 简单曲线的极坐标方程; QH: 参数方程化成普通方程.

【专题】11：计算题；35：转化思想；4R：转化法；5S：坐标系和参数方程.

【分析】(1) 曲线 C_1 的参数方程消去参数 t , 得到普通方程, 再由 $\begin{cases} x=\rho \cos \theta \\ y=\rho \sin \theta \end{cases}$, 能求出 C_1 的极坐标方程.

(2) 曲线 C_2 的极坐标方程化为直角坐标方程, 与 C_1 的普通方程联立, 求出 C_1 与 C_2 交点的直角坐标, 由此能求出 C_1 与 C_2 交点的极坐标.

【解答】解: (1) 将 $\begin{cases} x=4+5\cos t \\ y=5+5\sin t \end{cases}$, 消去参数 t , 化为普通方程 $(x-4)^2+(y-5)^2=25$,

即 $C_1: x^2+y^2-8x-10y+16=0$,

将 $\begin{cases} x=\rho \cos \theta \\ y=\rho \sin \theta \end{cases}$ 代入 $x^2+y^2-8x-10y+16=0$,

得 $\rho^2-8\rho\cos\theta-10\rho\sin\theta+16=0$.

$\therefore C_1$ 的极坐标方程为 $\rho^2-8\rho\cos\theta-10\rho\sin\theta+16=0$.

(2) \because 曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho=2\sin\theta$.

\therefore 曲线 C_2 的直角坐标方程为 $x^2+y^2-2y=0$,

联立 $\begin{cases} x^2+y^2-8x-10y+16=0 \\ x^2+y^2-2y=0 \end{cases}$,

解得 $\begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=0 \\ y=2 \end{cases}$,

$\therefore C_1$ 与 C_2 交点的极坐标为 $(\sqrt{2}, \frac{\pi}{4})$ 和 $(2, \frac{\pi}{2})$.

【点评】本题考查曲线极坐标方程的求法, 考查两曲线交点的极坐标的求法, 考查极坐标方程、直角坐标方程、参数方程的互化等基础知识, 考查推理论证能力、运算求解能力, 考查化归与转化思想、函数与方程思想, 是中档题.

24. 已知函数 $f(x)=|2x-1|+|2x+a|$, $g(x)=x+3$.

(I) 当 $a=-2$ 时, 求不等式 $f(x)<g(x)$ 的解集;

(II) 设 $a>-1$, 且当 $x\in[-\frac{a}{2}, \frac{1}{2}]$ 时, $f(x)\leq g(x)$, 求 a 的取值范围.

【考点】R5：绝对值不等式的解法.

【分析】（Ⅰ）当 $a=-2$ 时，求不等式 $f(x) < g(x)$ 化为

$|2x-1|+|2x-2|-x-3 < 0$. 设 $y=|2x-1|+|2x-2|-x-3$ ，画出函数 y 的图象，数形结合可得结论.

（Ⅱ）不等式化即 $1+a \leq x+3$ ，故 $x \geq a-2$ 对 $x \in [-\frac{a}{2}, \frac{1}{2}]$ 都成立，分析可得 $-\frac{a}{2} \geq a-2$ ，由此解得 a 的取值范围.

【解答】解：（Ⅰ）当 $a=-2$ 时，求不等式 $f(x) < g(x)$ 化为

$$|2x-1|+|2x-2|-x-3 < 0.$$

$$\text{设 } y=|2x-1|+|2x-2|-x-3, \text{ 则 } y=\begin{cases} -5x, & x < \frac{1}{2} \\ -x-2, & \frac{1}{2} \leq x \leq 1 \\ 3x-6, & x > 1 \end{cases}, \text{ 它的图象如图所示:}$$

结合图象可得， $y < 0$ 的解集为 $(0, 2)$ ，故原不等式的解集为 $(0, 2)$.

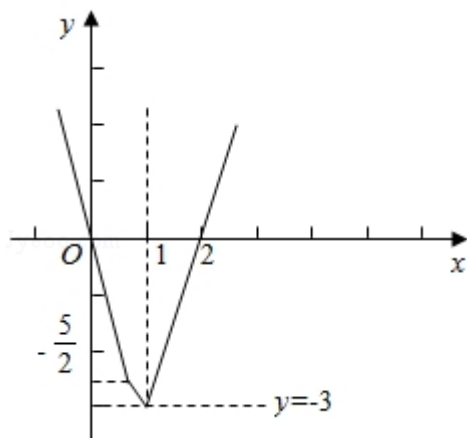
（Ⅱ）设 $a > -1$ ，且当 $x \in [-\frac{a}{2}, \frac{1}{2}]$ 时， $f(x) = 1+a$ ，不等式化为 $1+a \leq x+3$ ，

故 $x \geq a-2$ 对 $x \in [-\frac{a}{2}, \frac{1}{2}]$ 都成立.

$$\text{故 } -\frac{a}{2} \geq a-2,$$

$$\text{解得 } a \leq \frac{4}{3},$$

故 a 的取值范围为 $(-1, \frac{4}{3}]$.



【点评】本题考查绝对值不等式的解法与绝对值不等式的性质，关键是利用零点

分段讨论法分析函数的解析式.