

2022 年普通高等学校招生全国统一考试

文科数学

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上.
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号框涂黑. 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其它答案标号框, 回答非选择题时, 将答案写在答题卡上. 写在本试卷上无效.
3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回.

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 集合 $M = \{2, 4, 6, 8, 10\}$, $N = \{x | -1 < x < 6\}$, 则 $M \cap N =$ ()
A. $\{2, 4\}$ B. $\{2, 4, 6\}$ C. $\{2, 4, 6, 8\}$ D. $\{2, 4, 6, 8, 10\}$
2. 设 $(1+2i)a+b=2i$, 其中 a, b 为实数, 则 ()
A. $a=1, b=-1$ B. $a=1, b=1$ C. $a=-1, b=1$ D. $a=-1, b=-1$
3. 已知向量 $\vec{a} = (2, 1)$, $\vec{b} = (-2, 4)$, 则 $\left| \frac{\vec{a}}{a} - \frac{\vec{b}}{b} \right|$ ()
A. 2 B. 3 C. 4 D. 5
4. 分别统计了甲、乙两位同学 16 周的各周课外体育运动时长 (单位: h), 得如下茎叶图:

| 甲 | | 乙 |
|---------|-----|-----------------|
| 6 1 | 5. | |
| 8 5 3 0 | 6. | 3 |
| 7 5 3 2 | 7. | 4 6 |
| 6 4 2 1 | 8. | 1 2 2 5 6 6 6 6 |
| 4 2 | 9. | 0 2 3 8 |
| | 10. | 1 |

则下列结论中错误的是 ()

- A. 甲同学周课外体育运动时长的样本中位数为 7.4
- B. 乙同学周课外体育运动时长的样本平均数大于 8
- C. 甲同学周课外体育运动时长大于 8 的概率的估计值大于 0.4
- D. 乙同学周课外体育运动时长大于 8 的概率的估计值大于 0.6

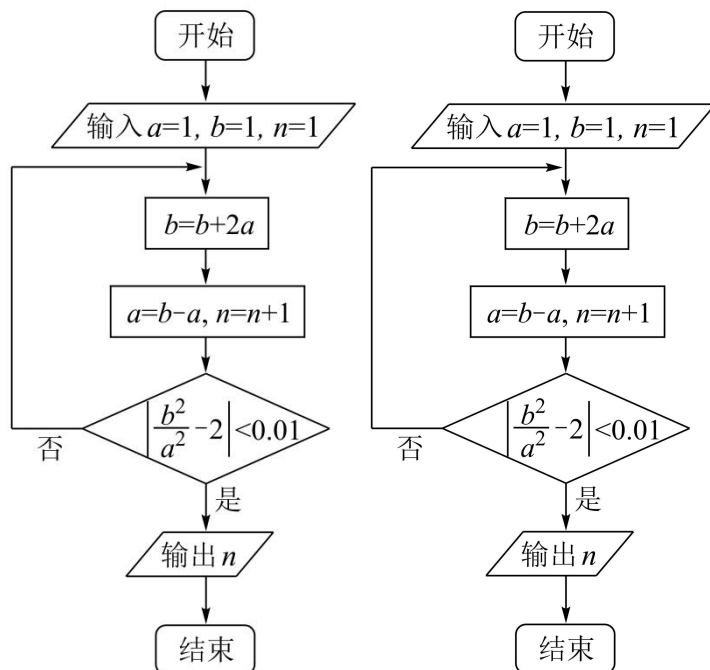
5. 若 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x+y \leq 2, \\ x+2y \leq 4, \\ y \geq 0, \end{cases}$ 则 $z=2x-y$ 的最大值是 ()

A. -2 B. 4 C. 8 D. 12

6. 设 F 为抛物线 $C: y^2 = 4x$ 的焦点, 点 A 在 C 上, 点 $B(3,0)$, 若 $|AF| = |BF|$, 则 $|AB| =$ ()

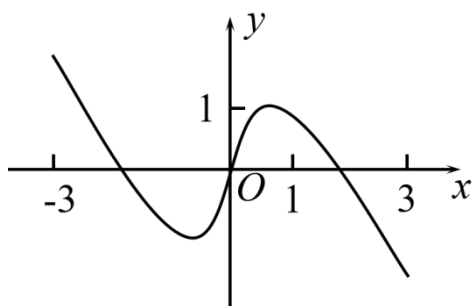
A. 2 B. $2\sqrt{2}$ C. 3 D. $3\sqrt{2}$

7. 执行下边的程序框图, 输出的 $n =$ ()



A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

8. 如图是下列四个函数中的某个函数在区间 $[-3,3]$ 的大致图像, 则该函数是 ()



A. $y = \frac{-x^3 + 3x}{x^2 + 1}$ B. $y = \frac{x^3 - x}{x^2 + 1}$ C. $y = \frac{2x \cos x}{x^2 + 1}$ D. $y = \frac{2 \sin x}{x^2 + 1}$

9. 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E, F 分别为 AB, BC 的中点, 则 ()

- A. 平面 $B_1EF \perp$ 平面 BDD_1 B. 平面 $B_1EF \perp$ 平面 A_1BD
 C. 平面 $B_1EF //$ 平面 A_1AC D. 平面 $B_1EF //$ 平面 A_1C_1D

10. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的前 3 项和为 168, $a_2 - a_5 = 42$, 则 $a_6 =$ ()

- A. 14 B. 12 C. 6 D. 3

11. 函数 $f(x) = \cos x + (x+1)\sin x + 1$ 在区间 $[0, 2\pi]$ 的最小值、最大值分别为 ()

- A. $-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}$ B. $-\frac{3\pi}{2}, \frac{\pi}{2}$ C. $-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} + 2$ D. $-\frac{3\pi}{2}, \frac{\pi}{2} + 2$

12. 已知球 O 的半径为 1, 四棱锥的顶点为 O , 底面的四个顶点均在球 O 的球面上, 则当该四棱锥的体积最大时, 其高为 ()

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 记 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和. 若 $2S_3 = 3S_2 + 6$, 则公差 $d =$ _____.

14. 从甲、乙等 5 名同学中随机选 3 名参加社区服务工作, 则甲、乙都入选的概率为 _____.

15. 过四点 $(0,0), (4,0), (-1,1), (4,2)$ 中的三点的一个圆的方程为 _____.

16. 若 $f(x) = \ln \left| a + \frac{1}{1-x} \right| + b$ 是奇函数, 则 $a =$ _____, $b =$ _____.

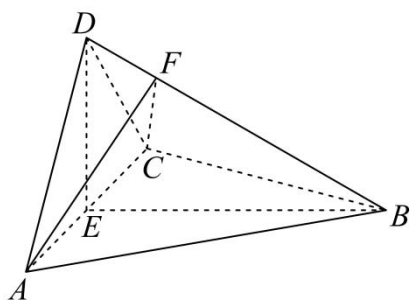
三、解答题：共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答.

17. 记 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $\sin C \sin(A-B) = \sin B \sin(C-A)$.

(1) 若 $A = 2B$, 求 C ;

(2) 证明: $2a^2 = b^2 + c^2$

18. 如图, 四面体 $ABCD$ 中, $AD \perp CD, AD = CD, \angle ADB = \angle BDC$, E 为 AC 的中点.



(1) 证明：平面 $BED \perp$ 平面 ACD ；

(2) 设 $AB = BD = 2, \angle ACB = 60^\circ$ ，点 F 在 BD 上，当 $\triangle AFC$ 的面积最小时，求三棱锥 $F - ABC$ 的体积。

19. 某地经过多年的环境治理，已将荒山改造成了绿水青山。为估计一林区某种树木的总材积量，随机选取了 10 棵这种树木，测量每棵树的根部横截面积（单位： m^2 ）和材积量（单位： m^3 ），得到如下数据：

| 样本号 i | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 总和 |
|-----------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|-----|
| 根部横截面积 x_i | 0.04 | 0.06 | 0.04 | 0.08 | 0.08 | 0.05 | 0.05 | 0.07 | 0.07 | 0.06 | 0.6 |
| 材积量 y_i | 0.25 | 0.40 | 0.22 | 0.54 | 0.51 | 0.34 | 0.36 | 0.46 | 0.42 | 0.40 | 3.9 |

并计算得 $\sum_{i=1}^{10} x_i^2 = 0.038, \sum_{i=1}^{10} y_i^2 = 1.6158, \sum_{i=1}^{10} x_i y_i = 0.2474$ 。

(1) 估计该林区这种树木平均一棵的根部横截面积与平均一棵的材积量；

(2) 求该林区这种树木的根部横截面积与材积量的样本相关系数（精确到 0.01）；

(3) 现测量了该林区所有这种树木的根部横截面积，并得到所有这种树木的根部横截面积总和为 186m^2 。已知树木的材积量与其根部横截面积近似成正比。利用以上数据给出该林区这种树木的总材积量的估计值。

附：相关系数 $r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}, \sqrt{1.896} \approx 1.377$ 。

20. 已知函数 $f(x) = ax - \frac{1}{x} - (a+1)\ln x$ 。

(1) 当 $a = 0$ 时，求 $f(x)$ 的最大值；

(2) 若 $f(x)$ 恰有一个零点，求 a 的取值范围。

21. 已知椭圆 E 的中心为坐标原点，对称轴为 x 轴、 y 轴，且过 $A(0, -2), B\left(\frac{3}{2}, -1\right)$ 两点。

(1) 求 E 的方程；

(2) 设过点 $P(1, -2)$ 的直线交 E 于 M, N 两点，过 M 且平行于 x 轴的直线与线段 AB 交于点 T ，点 H 满足

$\overrightarrow{MT} = \overrightarrow{TH}$. 证明: 直线 HN 过定点.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中选定一题作答, 并用 2B 铅笔在答题卡上将所选题目对应的题号方框涂黑. 按所涂题号进行评分, 不涂、多涂均按所答第一题评分; 多答按所答第一题评分.

[选修 4—4: 坐标系与参数方程]

22. 在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = \sqrt{3} \cos 2t \\ y = 2 \sin t \end{cases}$, (t 为参数), 以坐标原点为极点, x 轴正

半轴为极轴建立极坐标系, 已知直线 l 的极坐标方程为 $\rho \sin\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) + m = 0$.

(1) 写出 l 的直角坐标方程;

(2) 若 l 与 C 有公共点, 求 m 的取值范围.

[选修 4—5: 不等式选讲]

23. 已知 a, b, c 都是正数, 且 $a^{\frac{3}{2}} + b^{\frac{3}{2}} + c^{\frac{3}{2}} = 1$, 证明:

(1) $abc \leq \frac{1}{9}$;

(2) $\frac{a}{b+c} + \frac{b}{a+c} + \frac{c}{a+b} \leq \frac{1}{2\sqrt{abc}}$;

