

# 2020年普通高等学校招生全国统一考试

## 文科数学

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名和准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合  $A = \{1, 2, 3, 5, 7, 11\}$ ， $B = \{x | 3 \leq x \leq 15\}$ ，则  $A \cap B$  中元素的个数为 ( )

- A. 2                                      B. 3                                      C. 4                                      D. 5

2. 若  $z = 1 - i$ ，则  $\bar{z} =$  ( )

- A.  $1 - i$                                       B.  $1 + i$                                       C.  $-i$                                       D.  $i$

3. 设一组样本数据  $x_1, x_2, \dots, x_n$  的方差为 0.01，则数据  $10x_1, 10x_2, \dots, 10x_n$  的方差为 ( )

- A. 0.01                                      B. 0.1                                      C. 1                                      D. 10

4. Logistic 模型是常用数学模型之一，可应用于流行病学领域。有学者根据公布数据建立了某地区新冠肺炎

累计确诊病例数  $I(t)$  ( $t$  的单位：天) 的 Logistic 模型： $I(t) = \frac{K}{1 + e^{-0.23(t-53)}}$ ，其中  $K$  为最大确诊病例数。当  $I(t^*) = 0.95K$  时，标志着已初步遏制疫情，则  $t^*$  约为 ( ) ( $\ln 19 \approx 3$ )

- A. 60                                      B. 63                                      C. 66                                      D. 69

5. 已知  $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ，则  $\sin \frac{2\pi}{3} =$  ( )

- A.  $\frac{1}{2}$                                       B.  $\frac{3}{3}$                                       C.  $\frac{2}{3}$                                       D.  $\frac{2}{2}$

6. 在平面内， $A, B$  是两个定点， $C$  是动点，若  $AC \perp BC$ ，则点  $C$  的轨迹为 ( )

- A. 圆                                      B. 椭圆                                      C. 抛物线                                      D. 直线

7. 设  $O$  为坐标原点，直线  $x=2$  与抛物线  $C: y^2=2px (p>0)$  交于  $D, E$  两点，若  $OD \perp OE$ ，则  $C$  的焦点坐标为 ( )

A.  $(\frac{1}{4}, 0)$

B.  $(\frac{1}{2}, 0)$

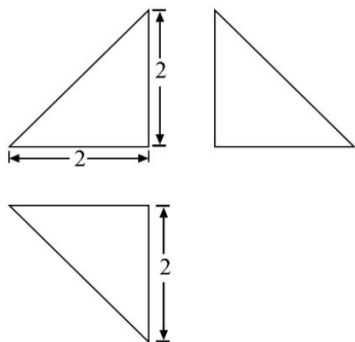
C.  $(1, 0)$

D.  $(2, 0)$

8.点(0, - 1)到直线  $y = kx + 1$  距离的最大值为 ( )

- A. 1                      B.  $\sqrt{2}$                       C.  $\sqrt{3}$                       D. 2

9.下图为某几何体的三视图，则该几何体的表面积是 ( )



- A.  $6+4\sqrt{2}$                       B.  $4+4\sqrt{2}$                       C.  $6+2\sqrt{3}$                       D.  $4+2\sqrt{3}$

10.设  $a=\log_3 2$ ,  $b=\log_5 3$ ,  $c=\frac{2}{3}$ , 则 ( )

- A.  $a < c < b$                       B.  $a < b < c$                       C.  $b < c < a$                       D.  $c < a < b$

11.在  $\triangle ABC$  中,  $\cos C = \frac{2}{3}$ ,  $AC=4$ ,  $BC=3$ , 则  $\tan B =$  ( )

- A.  $\frac{5}{4}$                       B.  $\frac{2}{5}$                       C.  $\frac{4}{5}$                       D.  $\frac{8}{5}$

12.已知函数  $f(x) = \sin x + \frac{1}{\sin x}$ , 则 ( )

- A.  $f(x)$  的最小值为 2                      B.  $f(x)$  的图像关于  $y$  轴对称

- C.  $f(x)$  的图像关于直线  $x = \frac{\pi}{2}$  对称                      D.  $f(x)$  的图像关于直线  $x = \frac{\pi}{4}$  对称

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分.

13.若  $x, y$  满足约束条件  $\begin{cases} x + y \leq 0, \\ x - y \leq 0, \\ 2x - y \geq 0, \\ x \leq 1, \end{cases}$  则  $z = 3x + 2y$  的最大值为\_\_\_\_\_.

14.设双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > 0, b > 0$ ) 的一条渐近线为  $y = \frac{b}{a}x$ , 则  $C$  的离心率为\_\_\_\_\_.

$e$

$e$

$f(x)$

$f(x)$

(1)

15. 设函数  $f(x) = \frac{e^x}{x^4}$ . 若  $f(a) = \frac{1}{4}$ , 则  $a =$  \_\_\_\_\_.

16. 已知圆锥的底面半径为1, 母线长为3, 则该圆锥内半径最大的球的体积为\_\_\_\_\_.

三、解答题: 共70分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第17~21题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第22、23题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题：共60分.

17. 设等比数列  $\{a_n\}$  满足  $a_1 \square a_2 \square 4$ ,  $a_3 - a_1 = 8$ .  
 $a \square a \square$

(1) 求  $\{a_n\}$  的通项公式;

(2) 记  $S_n$  为数列  $\{\log_3 a_n\}$  的前  $n$  项和. 若  $S_m \square S_{m+1} \square S_{m+3}$ , 求  $m$ .

18. 某学生兴趣小组随机调查了某市100天中每天的空气质量等级和当天到某公园锻炼的人次, 整理数据得

到下表 (单位: 天):			
锻炼人次			
空气质量等级	[0, 200]	(200, 400]	(400, 600]
1 (优)	2	16	25
2 (良)	5	10	12
3 (轻度污染)	6	7	8
4 (中度污染)	7	2	0

(1) 分别估计该市一天的空气质量等级为1, 2, 3, 4的概率;

(2) 求一天中到该公园锻炼的平均人次的估计值 (同一组中的数据用该组区间的中点值为代表);

(3) 若某天的空气质量等级为1或2, 则称这天“空气质量好”; 若某天的空气质量等级为3或4, 则称这天“空气质量不好”. 根据所给数据, 完成下面的2×2列联表, 并根据列联表, 判断是否有95%的把握认为一天

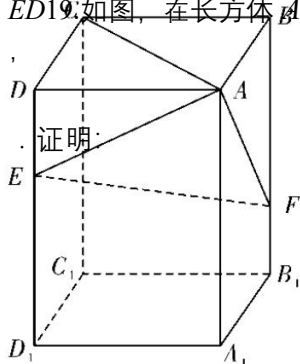
中到该公园锻炼的人次与该市当天的空气质量有关?		
	人次≤400	人次>400
空气质量好		
空气质量不好		

$$\chi^2 = \frac{n(ad - bc)^2}{(a + b)(c + d)(a + c)(b + d)}$$

附:			
$K^2 \square$			
$(a \square b)(c \square d)(a \square c)(b \square d)$			
$P(K^2 \geq k)$	0.050	0.010	0.001
$k$	3.841	6.635	10.828

19.如图,在长方体  $ABCD \square A_1B_1C_1D_1$  中,点  $E, F$  分别在棱  $DD_1, BB_1$  上,且  $BF \square 2FB_1$ ,

如图,在长方体  $ABCD \square A_1B_1C_1D_1$  中,点  $E, F$  分别在棱  $DD_1, BB_1$  上,且  $DE \square \frac{1}{2}DD_1, BF \square \frac{1}{3}BB_1$ , 证明:



(1) 当  $AB \square BC$  时,  $EF \square AC$ ;

(2) 点  $C_1$  在平面  $AEF$  内.

20.已知函数  $f(x) \square x^3 \square kx \square k^2$ .

(1) 讨论  $f(x)$  的单调性;

(2) 若  $f(x)$  有三个零点,求  $k$  的取值范围.

21.已知椭圆  $C: \frac{x^2}{15} + \frac{y^2}{25} = 1 (0 < m < 5)$  的离心率为  $\frac{4}{5}$ ,  $A, B$  分别为  $C$  的左、右顶点.

(1) 求  $C$  的方程;

(2) 若点  $P$  在  $C$  上,点  $Q$  在直线  $x \square 6$  上,且  $|BP| \square |BQ|, BP \square BQ$ ,求  $\triangle APQ$  的面积.

(二) 选考题:共10分.请考生在第22、23题中任选一题作答.如果多做,则按所做的第一题计分.

[选修4-4:坐标系与参数方程]

22.在直角坐标系  $xOy$  中,曲线  $C$  的参数方程为  $\begin{cases} x \square 2 \square t^2 \\ y \square 2 \square t \end{cases} (t \text{ 为参数且 } t \neq 1)$ ,  $C$  与坐标轴交于  $A, B$  两点.

(1) 求  $|AB|$ ;

(2) 以坐标原点为极点,  $x$  轴正半轴为极轴建立极坐标系,求直线  $AB$  的极坐标方程.

[选修4-5:不等式选讲]

23.设  $a, b, c \in R, a+b+c=0, abc=1$ .

(1) 证明:  $ab+bc+ca<0$ ;

(2) 用 $\max\{a, b, c\}$ 表示 $a, b, c$ 中的最大值, 证明:  $\max\{a, b, c\}\geq \sqrt[3]{4}$  .

