## 2022 年普通高等学校招生全国统一考试

# 数学(理科)

#### 注意事项:

A 2

1	<b> </b>	考生务必将自己的姓名和座位号填写在答题卡上	
1.	百包则,	"有工分少"位目 6.111年1471年12.74美元任合成下土	

2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑.如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其它答案标号.回答非选择题时,将答案写在答题卡上.写在本试卷上无效

无效.									
3. 考试结束后,将本	试卷和答题卡一并交回	•							
一、选择题:本题共1	2 小题,每小题 5 分,	共60分. 在每小题给出	的四个选项中,只有一						
项是符合题目要求的.									
1. 设全集 <i>U</i> = {1,2,3,4,5	$\{\}$ ,集合 $M$ 满足 $\{0,M\}$	3},则( )							
A. $2 \in M$	B. 3 ∈ <i>M</i>	C. 4∉ <i>M</i>	D. 5 ∉ <i>M</i>						
2. 已知 $z=1-2i$ ,且 $z+a\overline{z}+b=0$ ,其中 $a$ , $b$ 为实数,则(  )									
A. $a = 1, b = -2$	B. $a = -1, b = 2$	C. $a = 1, b = 2$	D. $a = -1, b = -2$						
3. 已知向量 $\vec{a}$ , $\vec{b}$ 满足  $\vec{a}$  =1,  $\vec{b}$  = $\sqrt{3}$ ,  $\vec{a}$ -2 $\vec{b}$  =3,则 $\vec{a}$ · $\vec{b}$ = ( )									
A2	B1	C. 1	D. 2						
4. 嫦娥二号卫星在完成探	8月任务后,继续进行深空	<sup>探测,成为我国第一颗环绕</sup>	太阳飞行的人造行星,为研						
究嫦娥二号绕日周期与地	球绕日周期的比值,用到数	女列 $\left\{b_n ight\}:\;\;b_1=1+rac{1}{lpha_1}\;,\;\;b_2$	$=1+\frac{1}{\alpha_1+\frac{1}{\alpha_2}},$						
$b_3 = 1 + \frac{1}{\alpha_1 + \frac{1}{\alpha_2 + \frac{1}{\alpha_3}}}$ ,	,依此类推,其中 $ lpha_{_k} \in \mathbb{I} $	$\mathbf{N}^*(k=1,2,\cdots)$ . 则(							

A.  $b_1 < b_5$  B.  $b_3 < b_8$  C.  $b_6 < b_2$  D.  $b_4 < b_7$ 

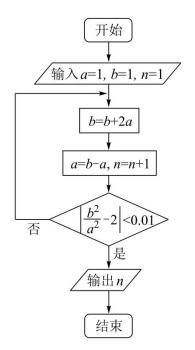
B.  $2\sqrt{2}$ 

6. 执行下边的程序框图,输出的n= ( )

5. 设 F 为抛物线  $C: y^2 = 4x$  的焦点,点 A 在 C 上,点 B(3,0) ,若  $\left|AF\right| = \left|BF\right|$  ,则  $\left|AB\right| = ($ 

C. 3

D.  $3\sqrt{2}$ 



A. 3	B. 4	C. 5	D. 6
11. 3	D. 1	C. 3	<b>D</b> . 0

7. 在正方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  中, E, F 分别为 AB, BC 的中点, 则(

A. 平面  $B_1EF \perp$  平面  $BDD_1$ 

B. 平面  $B_1EF \perp$  平面  $A_1BD$ 

C. 平面 B<sub>1</sub>EF / / 平面 A<sub>1</sub>AC

- D. 平面 B<sub>1</sub>EF / / 平面 A<sub>1</sub>C<sub>1</sub>D
- 8. 已知等比数列  $\left\{a_{n}\right\}$ 的前 3 项和为 168,  $a_{2}$   $-a_{5}$  = 42 ,则  $a_{6}$  = ( )
- A. 14

B. 12

C. 6

D. 3

9. 已知球 O 的半径为 1,四棱锥的顶点为 O,底面的四个顶点均在球 O 的球面上,则当该四棱锥的体积最 大时,其高为(

A.  $\frac{1}{2}$ 

- B.  $\frac{1}{2}$
- C.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- D.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

10. 某棋手与甲、乙、丙三位棋手各比赛一盘,各盘比赛结果相互独立.已知该棋手与甲、乙、丙比赛获胜 的概率分别为  $p_1, p_2, p_3$ ,且  $p_3 > p_2 > p_1 > 0$ . 记该棋手连胜两盘的概率为 p,则(

- A. p 与该棋手和甲、乙、丙的比赛次序无关 B. 该棋手在第二盘与甲比赛,p 最大
- C. 该棋手在第二盘与乙比赛,p最大
- D. 该棋手在第二盘与丙比赛,p最大

11. 双曲线 C 的两个焦点为  $F_1$ ,  $F_2$ , 以 C 的实轴为直径的圆记为 D, 过  $F_1$  作 D 的切线与 C 交于 M, N 两点,

且  $\cos \angle F_1 NF_2 = \frac{3}{5}$ ,则 C 的离心率为( )

A.  $\frac{\sqrt{5}}{2}$ 

- C.  $\frac{\sqrt{13}}{2}$
- D.  $\frac{\sqrt{17}}{2}$

12. 已知函数 f(x), g(x) 的定义域均为 **R**,且 f(x) + g(2-x) = 5, g(x) - f(x-4) = 7. 若 y = g(x) 的图

像关于直线 
$$x = 2$$
 对称,  $g(2) = 4$  ,则  $\sum_{k=1}^{22} f(k) = ($  )

- A. -21
- B. -22
- C. -23
- D. -24

二、填空题:本题共4小题,每小题5分,共20分.

13. 从甲、乙等 5 名同学中随机选 3 名参加社区服务工作,则甲、乙都入选的概率为 .

14. 过四点(0,0),(4,0),(-1,1),(4,2)中的三点的一个圆的方程为\_\_\_\_\_\_

15. 记函数  $f(x) = \cos(\omega x + \varphi)(\omega > 0, 0 < \varphi < \pi)$  的最小正周期为 T,若  $f(T) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ,  $x = \frac{\pi}{9}$  为 f(x) 的零

点,则 $\omega$ 的最小值为\_\_\_\_\_.

16. 已知  $x = x_1$  和  $x = x_2$  分别是函数  $f(x) = 2a^x - ex^2$  (a > 0 且  $a \ne 1$ )的极小值点和极大值点. 若  $x_1 < x_2$ ,

则 a 的取值范围是 .

三、解答题: 共0分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第17~21 题为必考题,每个试题考生都必须作答. 第22、23 题为选考题,考生根据要求作答.

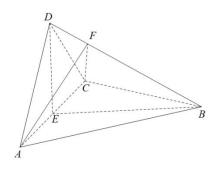
(一) 必考题: 共60分.

17. 记 $\triangle ABC$ 的内角 A,B,C的对边分别为 a,b,c, 已知  $\sin C \sin (A-B) = \sin B \sin (C-A)$ .

(1) 证明:  $2a^2 = b^2 + c^2$ ;

(2) 若 a = 5,  $\cos A = \frac{25}{31}$ , 求  $\triangle ABC$  的周长.

18. 如图,四面体 ABCD中, $AD \perp CD$ ,AD = CD, $\angle ADB = \angle BDC$ ,E为AC的中点.



(1) 证明: 平面 *BED* 上平面 *ACD*;

(2) 设 AB = BD = 2,  $\angle ACB = 60^\circ$ , 点  $F \in BD$  上,当  $\triangle AFC$  的面积最小时,求 CF 与平面 ABD 所成的角的正弦值.

19. 某地经过多年的环境治理,已将荒山改造成了绿水青山.为估计一林区某种树木的总材积量,随机选取了 10 棵这种树木,测量每棵树的根部横截面积(单位: $\mathbf{m}^2$ )和材积量(单位: $\mathbf{m}^3$ ),得到如下数据:

样本号 i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	总和
根部横截面积 $x_{\rm i}$	0.04	0.06	0.04	0.08	0.08	0.05	0.05	0.07	0.07	0.06	0.6
材积量 y <sub>i</sub>	0.25	0.40	0.22	0.54	0.51	0.34	0.36	0.46	0.42	0.40	3.9

并计算得 
$$\sum_{i=1}^{10} x_i^2 = 0.038$$
,  $\sum_{i=1}^{10} y_i^2 = 1.6158$ ,  $\sum_{i=1}^{10} x_i y_i = 0.2474$ .

- (1) 估计该林区这种树木平均一棵的根部横截面积与平均一棵的材积量;
- (2) 求该林区这种树木的根部横截面积与材积量的样本相关系数 (精确到 0.01);
- (3)现测量了该林区所有这种树木的根部横截面积,并得到所有这种树木的根部横截面积总和为186m<sup>2</sup>.已 知树木的材积量与其根部横截面积近似成正比.利用以上数据给出该林区这种树木的总材积量的估计值.

附: 相关系数 
$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})(y_i - \overline{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})^2 \sum_{i=1}^{n} (y_i - \overline{y})^2}}, \sqrt{1.896} \approx 1.377$$
.

- 20. 已知椭圆 E 的中心为坐标原点,对称轴为 x 轴、y 轴,且过 A(0,-2) , $B\left(\frac{3}{2},-1\right)$  两点.
- (1) 求 E 的方程:
- (2) 设过点 P(1,-2) 的直线交  $E \pm M$ ,N 两点,过 M 且平行于 x 轴的直线与线段 AB 交于点 T,点 H 满足  $\overrightarrow{MT} = \overrightarrow{TH}$  . 证明:直线 HN 过定点.
- 21. 已知函数  $f(x) = \ln(1+x) + axe^{-x}$
- (1) 当 a = 1 时,求曲线 y = f(x) 在点(0, f(0)) 处的切线方程;
- (2) 若f(x)在区间(-1,0), $(0,+\infty)$ 各恰有一个零点,求a的取值范围.
- (二)选考题,共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做,则按所做的第一题计分.

## [选修 4-4: 坐标系与参数方程]

22. 在直角坐标系 xOy 中,曲线 C 的参数方程为  $\begin{cases} x=\sqrt{3}\cos 2t\\ y=2\sin t \end{cases}$  , (t 为参数),以坐标原点为极点,x 轴正

半轴为极轴建立极坐标系,已知直线 l 的极坐标方程为  $\rho \sin \left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) + m = 0$ .

- (1) 写出 l 的直角坐标方程;
- (2) 若l与C有公共点,求m的取值范围.

### [选修 4-5: 不等式选讲]

23. 已知 a, b, c 都是正数,且  $a^{\frac{3}{2}} + b^{\frac{3}{2}} + c^{\frac{3}{2}} = 1$ ,证明:

(1) 
$$abc \leq \frac{1}{9}$$
;

(2) 
$$\frac{a}{b+c} + \frac{b}{a+c} + \frac{c}{a+b} \le \frac{1}{2\sqrt{abc}}$$
;