**绝密★本科目考试启用前**

**2022年普通高等学校招生全国统一考试（北京卷）**

**数学**

**本试卷共5页，150分．考试时长120分钟．考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回．**

**第一部分（选择题 共40分）**

**一、选择题共10小题，每小题4分，共40分．在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项．**

1. 已知全集，集合，则（ ）

A.  B.  C.  D. 

2. 若复数*z*满足，则（ ）

A. 1 B. 5 C. 7 D. 25

3. 若直线是圆的一条对称轴，则（ ）

A.  B.  C. 1 D. 

4 己知函数，则对任意实数*x*，有（ ）

A.  B. 

C.  D. 

5 已知函数，则（ ）

A. 在上单调递减 B. 在上单调递增

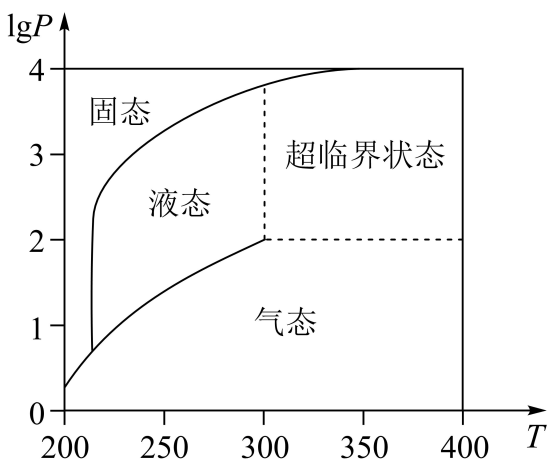
C. 在上单调递减 D. 在上单调递增

6. 设是公差不为0的无穷等差数列，则“为递增数列”是“存在正整数，当时，”的（ ）

A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件

C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

7. 在北京冬奥会上，国家速滑馆“冰丝带”使用高效环保的二氧化碳跨临界直冷制冰技术，为实现绿色冬奥作出了贡献．如图描述了一定条件下二氧化碳所处的状态与*T*和的关系，其中*T*表示温度，单位是*K*；*P*表示压强，单位是．下列结论中正确的是（ ）



A. 当，时，二氧化碳处于液态

B. 当，时，二氧化碳处于气态

C. 当，时，二氧化碳处于超临界状态

D. 当，时，二氧化碳处于超临界状态

8. 若，则（ ）

A. 40 B. 41 C.  D. 

9. 已知正三棱锥的六条棱长均为6，*S*是及其内部的点构成的集合．设集合，则*T*表示的区域的面积为（ ）

A.  B.  C.  D. 

10. 在中，．*P*为所在平面内的动点，且，则的取值范围是（ ）

A.  B.  C.  D. 

**第二部分（非选择题 共110分）**

**二、填空题共5小题，每小题5分，共25分．**

11. 函数的定义域是\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

12. 已知双曲线渐近线方程为，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

13. 若函数的一个零点为，则\_\_\_\_\_\_\_\_；\_\_\_\_\_\_\_\_．

14. 设函数若存在最小值，则*a*的一个取值为\_\_\_\_\_\_\_\_；*a*的最大值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

15. 己知数列各项均为正数，其前*n*项和满足．给出下列四个结论：

①的第2项小于3； ②为等比数列；

③为递减数列； ④中存在小于的项．

其中所有正确结论的序号是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

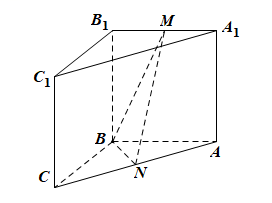
**三、解答题共6小愿，共85分．解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程．**

16. 在中，．

（1）求；

（2）若，且的面积为，求的周长．

17. 如图，在三棱柱中，侧面为正方形，平面平面，，*M*，*N*分别为，*AC*的中点．



（1）求证：平面；

（2）再从条件①、条件②这两个条件中选择一个作为已知，求直线*AB*与平面*BMN*所成角的正弦值．

条件①：；

条件②：．

注：如果选择条件①和条件②分别解答，按第一个解答计分．

18. 在校运动会上，只有甲、乙、丙三名同学参加铅球比赛，比赛成绩达到以上（含）的同学将获得优秀奖．为预测获得优秀奖的人数及冠军得主，收集了甲、乙、丙以往的比赛成绩，并整理得到如下数据（单位：m）：

甲：9.80，9.70，9.55，9.54，9.48，9.42，9.40，935，9.30，9.25；

乙：9.78，9.56，9.51，9.36，9.32，9.23；

丙：985，9.65，9.20，9.16．

假设用频率估计概率，且甲、乙、丙的比赛成绩相互独立．

（1）估计甲在校运动会铅球比赛中获得优秀奖的概率；

（2）设*X*是甲、乙、丙在校运动会铅球比赛中获得优秀奖的总人数，估计*X*的数学期望*E*（*X*）；

（3）在校运动会铅球比赛中，甲、乙、丙谁获得冠军的概率估计值最大？（结论不要求证明）

19. 已知椭圆：的一个顶点为，焦距为．

（1）求椭圆*E*的方程；

（2）过点作斜率为*k*的直线与椭圆*E*交于不同的两点*B*，*C*，直线*AB*，*AC*分别与*x*轴交于点*M*，*N*，当时，求*k*的值．

20. 已知函数．

（1）求曲线在点处的切线方程；

（2）设，讨论函数在上单调性；

（3）证明：对任意的，有．

21. 已知为有穷整数数列．给定正整数*m*，若对任意的，在*Q*中存在，使得，则称*Q*为连续可表数列．

（1）判断是否为连续可表数列？是否为连续可表数列？说明理由；

（2）若为连续可表数列，求证：*k*的最小值为4；

（3）若为连续可表数列，且，求证：．