**2022年普通高等学校招生全国统一考试（全国乙卷）**



**数 学（理科）**

**注意事项：**

**1．答卷前，考生务必将自己的姓名和座位号填写在答题卡上。**

**2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。**

**3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。**

**一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。**

1．设全集，集合*M*满足，则（ ）

A． B． C． D．

2．已知，且，其中*a*，*b*为实数，则（ ）

A． B． C． D．

3．已知向量满足，则（ ）

A． B． C．1 D．2

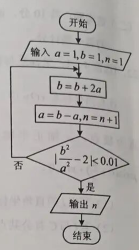
4．嫦娥二号卫星在完成探月任务后，继续进行深空探测，成为我国第一颗环绕太阳飞行的人造行星，为研究嫦娥二号绕日周期与地球绕日周期的比值，用到数列：，，，…，依此类推，其中．则（ ）

A． B． C． D．

5．设*F*为抛物线的焦点，点*A*在*C*上，点，若，则（ ）

A．2 B． C．3 D．

6．执行下边的程序框图，输出的（ ）



A．3 B．4 C．5 D．6

7．在正方体中，*E*，*F*分别为的中点，则（ ）

A．平面平面 B．平面平面

C．平面平面 D．平面平面

8．已知等比数列的前3项和为168，，则（ ）

A．14 B．12 C．6 D．3

9．已知球*O*的半径为1，四棱锥的顶点为*O*，底面的四个顶点均在球*O*的球面上，则当该四棱锥的体积最大时，其高为（ ）

A． B． C． D．

10．某棋手与甲、乙、丙三位棋手各比赛一盘，各盘比赛结果相互独立．已知该棋手与甲、乙、丙比赛获胜的概率分别为，且．记该棋手连胜两盘的概率为*p*，则（ ）

A．*p*与该棋手和甲、乙、丙的此赛次序无关 B．该棋手在第二盘与甲比赛，*p*最大

C．该棋手在第二盘与乙比赛，*p*最大 D．该棋手在第二盘与丙比赛，*p*最大

11．双曲线*C*的两个焦点为，以*C*的实轴为直径的圆记为*D*，过作*D*的切线与*C*交于*M*，*N*两点，且，则*C*的离心率为（ ）

A． B． C． D．

12．已知函数的定义域均为**R**，且．若的图像关于直线对称，，则（ ）

A． B． C． D．

**二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分．**

13．从甲、乙等5名同学中随机选3名参加社区服务工作，则甲、乙都入选的概率为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

14．过四点中的三点的一个圆的方程为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

15．记函数的最小正周期为*T*，若，为的零点，则的最小值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

16．己知和分别是函数（且）的极小值点和极大值点．若，则*a*的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

**三、解答题：共70分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．第17~21题为必考题，每个试题考生都必须作答．第22、23题为选考题，考生根据要求作答．**

**（一）必考题：共60分．**

17．（12分）

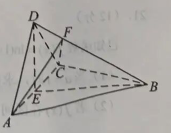
记的内角的对边分别为，已知．

（1）证明：；

（2）若，求的周长．

18．（2分）

如图，四面体中，，*E*为的中点．



（1）证明：平面平面；

（2）设，点*F*在上，当的面积最小时，求与平面所成的角的正弦值．

19．（12分）

某地经过多年的环境治理，已将荒山改造成了绿水青山．为估计一林区某种树木的总材积量，随机选取了10棵这种树木，测量每棵树的根部横截面积（单位：）和材积量（单位：），得到如下数据：

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 样本号*i* | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 总和 |
| 根部横截面积 | 0.04 | 0.06 | 0.04 | 0.08 | 0.08 | 0.05 | 0.05 | 0.07 | 0.07 | 0.06 | 0.6 |
| 材积量 | 0.25 | 0.40 | 0.22 | 0.54 | 0.51 | 0.34 | 0.36 | 0.46 | 0.42 | 0.40 | 3.9 |

并计算得．

（1）估计该林区这种树木平均一棵的根部横截面积与平均一棵的材积量；

（2）求该林区这种树木的根部横截面积与材积量的样本相关系数（精确到0.01）；

（3）现测量了该林区所有这种树木的根部横截面积，并得到所有这种树木的根部横截面积总和为．已知树木的材积量与其根部横截面积近似成正比．利用以上数据给出该林区这种树木的总材积量的估计值．

附：相关系数．

20．（12分）

已知椭圆*E*的中心为坐标原点，对称轴为*x*轴、*y*轴，且过两点．

（1）求*E*的方程；

（2）设过点的直线交*E*于*M*，*N*两点，过*M*且平行于*x*轴的直线与线段*AB*交于点*T*，点*H*满足．证明：直线*HN*过定点．

21．（12分）

已知函数.

（1）当时，求曲线在点处的切线方程；

（2）若在区间各恰有一个零点，求*a*的取值范围．

**（二）选考题，共10分．请考生在第22、23题中任选一题作答．如果多做，则按所做的第一题计分．**

22．[选修4-4：坐标系与参数方程]（10分）

在直角坐标系中，曲线*C*的参数方程为（*t*为参数）．以坐标原点为极点，*x*轴正半轴为极轴建立极坐标系，已知直线*l*的极坐标方程为．

（1）写出*l*的直角坐标方程；

（2）若*l*与*C*有公共点，求*m*的取值范围．

23．[选修4-5：不等式选讲]（10分）

已知*a*，*b*，c都是正数，且，证明：

（1）；

（2）．

**2022年普通高等学校招生全国统一考试**

**数学（理科）**

**参考答案**

**注意事项：**

**1．答卷前，考生务必将自己的姓名和座位号填写在答题卡上．**

**2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑.如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号.回答非选择题时，将答案写在答题卡上.写在本试卷上无效．**

**3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回．**

**一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．**

1. A 2. A 3. C. 4. D 5. B 6. B 7. A 8. D 9. C 10.D 11. C 12. D

**二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分．**

13. 

14. 或或或；

15. 

16. 

**三、解答题：共0分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．第17~21题为必考题，每个试题考生都必须作答．第22、23题为选考题，考生根据要求作答．**

**（一）必考题：共60分．**

17.

（1）

证明：因为，

所以，

所以，

即，

所以；

（2）

解：因为，

由（1）得，  
由余弦定理可得，

则，

所以，

故，

所以，

所以的周长为.

18.

（1）

因为，*E*为的中点，所以；

在和中，因为，

所以，所以，又因为*E*为的中点，所以；

又因为平面，，所以平面，

因为平面，所以平面平面.

（2）

连接，由（1）知，平面，因为平面，

所以，所以，

当时，最小，即的面积最小.

因为，所以，

又因为，所以是等边三角形，

因为*E*为的中点，所以，，

因为，所以,

在中，，所以.

以为坐标原点建立如图所示的空间直角坐标系，

则，所以，

设平面的一个法向量为，

则，取，则，

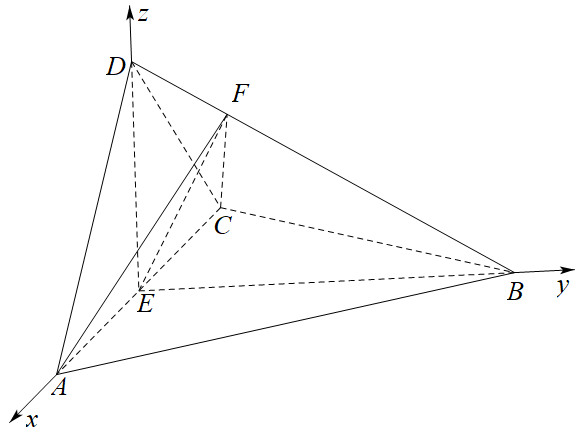
又因为，所以，

所以，

设与平面所成的角的正弦值为，

所以，

所以与平面所成的角的正弦值为.



19.

（1）

样本中10棵这种树木的根部横截面积的平均值

样本中10棵这种树木的材积量的平均值

据此可估计该林区这种树木平均一棵的根部横截面积为，

平均一棵的材积量为

（2）





则

（3）

设该林区这种树木的总材积量的估计值为，

又已知树木的材积量与其根部横截面积近似成正比，

可得，解之得．

则该林区这种树木的总材积量估计为

20.

（1）

解：设椭圆*E*的方程为，过，

则，解得，，

所以椭圆*E*的方程为：.

（2）

，所以，

①若过点的直线斜率不存在，直线.代入，

可得，，代入*AB*方程，可得

，由得到.求得*HN*方程：

，过点.

②若过点的直线斜率存在，设.

联立得，

可得，，

且

联立可得

可求得此时，

将，代入整理得，

将代入，得

显然成立，

综上，可得直线*HN*过定点

21.

（1）

的定义域为

当时,,所以切点为,所以切线斜率为2

所以曲线在点处的切线方程为

（2）





设

若,当,即

所以在上单调递增,

故在上没有零点,不合题意

若,当,则

所以在上单调递增所以,即

所以在上单调递增,

故在上没有零点,不合题意

若

(1)当,则,所以在上单调递增



所以存在,使得,即

当单调递减

当单调递增

所以

当

当

所以在上有唯一零点

又没有零点,即在上有唯一零点

(2)当

设



所以在单调递增



所以存在,使得

当单调递减

当单调递增,

又

所以存在,使得,即

当单调递增,当单调递减

有

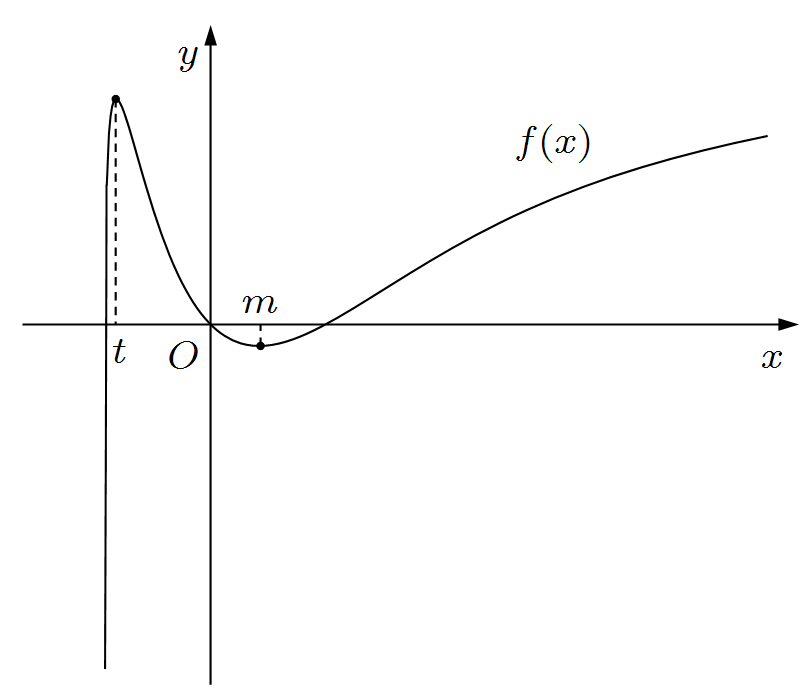
而,所以当

所以在上有唯一零点,上无零点

即在上有唯一零点

所以,符合题意

所以若在区间各恰有一个零点,求的取值范围为



**（二）选考题，共10分．请考生在第22、23题中任选一题作答．如果多做，则按所做的第一题计分．**

**[选修4-4：坐标系与参数方程]**

22.

（1）

因*l*：，所以，



又因为，所以化简为，

整理得*l*的直角坐标方程：

（2）

联立*l*与*C*的方程，即将，代入

中，可得，

所以，

化简为，

要使*l*与*C*有公共点，则有解，

令，则，令，，

对称轴为，开口向上，

所以，

，

所以

*m*的取值范围为.

**[选修4-5：不等式选讲]**

23.

（1）

证明：因为，，，则，，，

所以，

即，所以，当且仅当，即时取等号．

（2）

证明：因为，，，

所以，，，

所以，，



当且仅当时取等号．